

Magnesowanie obwodu magnetycznego nasyconego w silnikach indukcyjnych

Jakub Bernatt, Tadeusz Glinka, Artur Polak

1. Wstęp

Obwody magnetyczne transformatorów i maszyn elektrycznych mają nieliniową charakterystykę magnesowania. Przy dużych nasyceniach rdzenia: w transformatorach przy indukcjach przekraczających 1,6 T, a w maszynach elektrycznych wirujących przy indukcjach przekraczających 1,4 T, punkt pracy wychodzi już na część nasyconą. Obwody magnetyczne transformatorów i maszyn indukcyjnych są wzbudane napięciem zasilającym przemiennym. Są to obwody magnetyczne wzbudane napięciowo o wymuszonym przebiegu strumienia magnetycznego $\Phi(t)$. Przebieg prądu magnesującego $I_{1,\mu}(t)$ dostosowuje się, to znaczy chwilowe wartości prądu są determinowane przez chwilową wartość napięcia i chwilową wartość reluktancji obwodu magnetycznego. W transformatorach przebieg prądu magnesującego jest dobrze rozpoznany i opisany w literaturze [3]. Analiza przebiegu prądu magnesującego $I_{1,\mu}(t)$ w maszynach indukcyjnych nie ma w literaturze [1, 4, 6, 8, 9, 10, 11] dostatecznej prezentacji. Artykuł prezentuje tę tematykę.

W maszynach indukcyjnych uzwojenie trójfazowe twornika, zasilane trójfazowym napięciem sinusoidalnym, wymusza sinusoidalny przebieg czasowy strumienia magnetycznego. Nie należy mylić przebiegu czasowego strumienia z obwodowym rozkładem indukcji (gęstości strumienia), która zależy od ułożenia uzwojenia (w żłóbkach) na obwodzie twornika. Nieliniowa charakterystyka magnesowania obwodu magnetycznego i sinusoidalny przebieg czasowy strumienia magnetycznego powodują, że prąd magnesujący $I_{1,\mu}(t)$, czyli składowa bierna prądu biegu jałowego, ma przebieg odkształcony. Prąd magnesujący, podobnie jak w transformatorze, zawiera nieparzyste harmoniczne czasowe $v = [(6n \mp 1) + 3n]$, gdzie n jest liczbą naturalną. Dla harmonicznych prądu $I_{1,\mu,v = (6n \mp 1)}$ sieć elektroenergetyczna ma impedancję $Z \approx 0$ i harmoniczne prądu $I_{1,\mu,v = (6n \mp 1)}$ w układzie trójfazowym swobodnie płyną. Dla harmonicznych prądu $I_{1,\mu,v = 3n}$ trójfazowa sieć elektroenergetyczna ma impedancję $Z = \infty$, stanowi obwód elektryczny otwarty i te harmoniczne prądu w uzwojeniu twornika połączonym w gwiazdę nie mogą płynąć. Jeśli uzwojenie twornika jest połączone w trójkąt, to dla harmonicznych $I_{1,\mu,v = 3n}$ trójkąt stanowi zwarcie i harmoniczne prądu magnesującego $I_{1,\mu,v = 3n}$ płyną swobodnie, zamykając się w trójkącie. W uzwojeniu klatkowym wirnika harmoniczne prądu $I_{2,\mu,v = 3n}$ płyną swobodnie. Prąd $I_{2,\mu,v = 3n}$, z uwagi na wysoką częstotliwość, jest wypierany do zewnętrznych warstw prętów uzwojenia. Rozkład gęstości prądu w prętach jest nierównomierny i to generuje dodatkowe straty mocy w uzwojeniu wirnika w stosunku do strat mocy przy równomiernej gęstości prądu.

Streszczenie: Magnesowanie obwodu magnetycznego silników indukcyjnych przebiega inaczej niż transformatorów, maszyn synchronicznych i maszyn prądu stałego. Strumień wzbudzający $\Phi(t, x)$ jest generowany przez napięcie sieci zasilającej. Jeśli obwód magnetyczny silnika jest nasycony, to strumień magnetyczny $\Phi(t, x)$ generuje harmoniczne nieparzyste prądu magnesującego $I_{\mu v}(t)$. Harmoniczne prądu $I_{\mu v = (6n \mp 1)}(t)$ wytłumiają harmoniczne strumienia magnetycznego $\Phi_{v = (6n \mp 1)}(t, x)$. Harmoniczne prądu $I_{\mu v = 3n}(t)$ płynące w uzwojeniu połączonym w trójkąt i w uzwojeniu klatkowym wirnika nie redukują strumienia $\Phi_{v = 3n}(t, x)$. Składowa harmoniczna strumienia $\Phi_{v = 3n}(t, x)$ generuje dodatkowe straty mocy, szczególnie w uzwojeniu wirnika.

Słowa kluczowe: silniki indukcyjne, obwód magnetyczny nasycony, dodatkowe straty mocy

🇬🇧 MAGNETIZATION OF A SATURATED MAGNETIC CIRCUIT IN INDUCTION MOTORS

Abstract: Magnetization of the magnetic circuit of induction motors is different from magnetization of transformers, of synchronous machines and of DC machines. The excitation flux $\Phi(t, x)$ is generated by the mains voltage. If the magnetic circuit of the motor is saturated, the magnetic flux $\Phi(t, x)$ generates odd harmonics of the magnetizing current $I_{\mu v}(t)$. Current harmonics $I_{\mu v = (6n \mp 1)}(t)$ suppress harmonics of the magnetic flux $\Phi_{v = (6n \mp 1)}(t, x)$. Current harmonics $I_{\mu v = 3n}(t)$ flowing in a delta winding and in a rotor cage winding do not reduce the flux $\Phi_{v = 3n}(t, x)$. The harmonic component of the flux $\Phi_{v = 3n}(t, x)$ generates additional power losses, especially in the rotor winding.

Keywords: induction motors, saturated magnetic circuit, additional power losses

2. Model matematyczny

Model matematyczny analizy prądu magnesującego w silniku indukcyjnym jest budowany przy założeniach:

- rozpatruje się rozkład strumienia magnetycznego $\Phi(t, x)$ w szczelinie, przyjmując, że rozkład ten jest identyczny na powierzchni jarzma twornika i na powierzchni jarzma wirnika;
- uzwojenie twornika jest trójfazowe i jest rozłożone sinusoidalnie na obwodzie, to znaczy, że rozpatruje się wyłącznie pierwszą harmoniczną obwodową strumienia magnetycznego,

współczynniki uzwojenia dla wyższych harmonicznych $k_{uv>1} = 0$;

- napięcie zasilające jest trójfazowe sinusoidalne symetryczne;
- uzwojenie wirnika jest klatkowe, przy czym rezystancja uzwojenia dla harmonicznych $v = 3n$ jest wielokrotnie większa od rezystancji dla prądu stałego.

Strumień wzbudzenia $\Phi(t, x)$ jest wytworzony przez siłę magnetomotoryczną $\theta_\mu(t, x)$ prądów magnesujących trzech faz A, B, C uzwojenia stojana.

$$\Phi(t, x) = \frac{\theta_\mu(t, x)}{R_\mu}$$

$$\theta_\mu(t, x) = \theta_{\mu A}(t, x) + \theta_{\mu B}(t, x) + \theta_{\mu C}(t, x)$$

t – czas; x – współrzędna obwodowa;

R_μ – jest reluktancją obwodu magnetycznego strumienia wzbudzenia, jest to połączenie szeregowe reluktancji szczeliny powietrznej i reluktancji żelaza stojana i wirnika. Żelazo w stanie nasycenia determinuje nieliniową charakterystykę reluktancji R_μ .

Siła magnetomotoryczna $\theta_\mu(t, x)$ – jest sumą geometryczną smm fazowych, jest wektorem wirującym, przy uzwojeniu sinusoidalnym jest tylko pierwsza harmoniczna obwodowa, nie ma wyższych harmonicznych obwodowych. Strumień $\Phi(t, x)$ jest wektorem wirującym. Prędkość kątowna wirowania wektorów $\theta_\mu(t, x)$ i $\Phi(t, x)$ jest prędkością mechaniczną synchroniczną $\omega_{1m} = \frac{\omega_1}{p}$ o stałej wartości, $\omega_1 = 2\pi f_1$, częstotliwość f_1 dotyczy napięcia sieci zasilającej, a p oznacza liczbę par biegunów uzwojenia.

Obwód magnetyczny maszyn elektrycznych indukcyjnych, w ogólnym przypadku, wyróżnia nieliniowa charakterystyka magnesowania uzwojenia $\Phi(t, x) = f[\theta_\mu(t, x)]$, gdzie $\Phi(t, x)$ jest strumieniem magnetycznym sprzężonym z rozpatrywaną fazą uzwojenia. Na rys. 1 b przedstawiono charakterystykę strumienia $\Phi(t, x_A)$ sprzężonego z uzwojeniem fazy A w układzie współrzędnych odwróconych $\theta = f(\Phi)$. Charakterystyka ta jest identyczna dla uzwojeń fazy B i C.

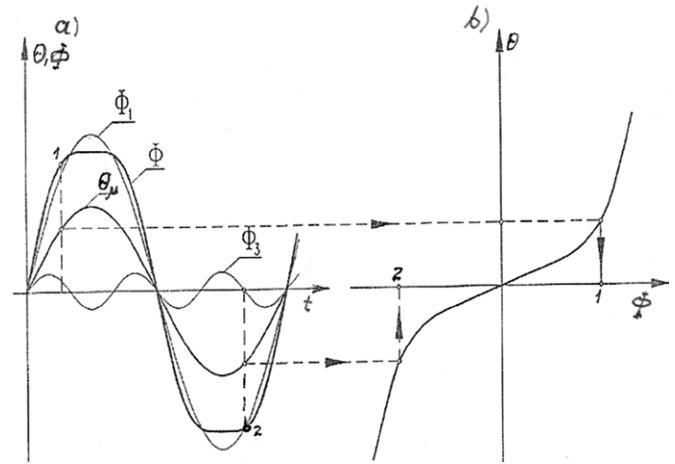
Jeśli wstępnie założyć, że rozkład czasowo-obwodowy smm $\theta_\mu(t, x)$ jest sinusoidalny

$$\theta_\mu(t, x) = \theta_\mu \sin\left(\frac{x}{\tau}\pi - \omega_1 t\right)$$

to w obwodzie magnetycznie nasyconym strumienia $\Phi(t, x)$ jest odkształcony w stosunku do sinusoidy, jak to pokazano na rys. 1 a.

Strumień $\Phi(t, x)$ zawiera harmoniczne nieparzyste: $v = (6n \mp 1)$ i $v = 3n$, gdzie n jest liczbą naturalną.

$$\Phi(t) = \Phi_1 \sin\left(\frac{x}{\tau}\pi - \omega_1 t\right) \mp \sum_{v=(6n \mp 1)}^{\infty} \Phi_v \sin\left(\frac{x}{\tau}\pi - v\omega_1 t\right) + \sum_{v=3n}^{\infty} \Phi_v \sin\left(\frac{x}{\tau}\pi - v\omega_1 t\right)$$



Rys. 1. Przebieg strumienia magnetycznego $\Phi(t, x_A)$ sprzężonego z uzwojeniem fazy A, w obwodzie magnetycznym nasyconym silnika indukcyjnego i jego harmoniczne $\Phi_1(t, x_A)$, $\Phi_3(t, x_A)$ przy sinusoidalnym przebiegu smm $\theta_\mu(t, 0)$

τ – jest podziałką biegunową uzwojenia. Znak (-) dotyczy harmonicznych przeciwnych $v = 5, 11, 17$, znak (+) dotyczy harmonicznych zgodnych $v = 7, 13, 19$ itd.

Na rysunku 1 a pokazano przebieg strumienia $\Phi(t, x_A)$ sprzężonego z uzwojeniem fazy A i jego harmoniczne: podstawową (pierwszą) $\Phi_1(t, x_A)$ i trzecią $\Phi_3(t, x_A)$.

Harmoniczne strumienia $\Phi_v(t, x)$ indukują w uzwojeniach A, B, C napięcia rotacji (sem) $E_v(t)$.

$$E_v(t) = -\frac{d\Phi_v(t, x)}{dt} = v\omega_1 \Phi_v \cos(v\omega_1 t - \varphi_v)$$

Harmoniczne sem $E_{v=(6n \mp 1)}(t)$ są trójfazowe. Dla tych harmonicznych trójprzewodowa sieć elektroenergetyczna, z której zasilany jest silnik, ma impedancję zwarcia. Zatem sem $E_{v=(6n \mp 1)}(t)$ wymusza w obwodzie uzwojenia przepływ prądów magnesujących $I_{1\mu, (v=6n \mp 1)}(t)$, które dodają się do prądu magnesującego pierwszej harmonicznej $I_{1\mu, (v=1)}(t)$. Efektem tego jest odkształcony przebieg smm $\theta_\mu(t, x)$. Harmoniczne smm $\theta_{\mu, v=(6n \mp 1)}(t, x)$ wygaszają harmoniczne strumienia $\Phi_{v=(6n \mp 1)}(t, x)$, który zostaje zredukowany do wartości minimalnej. W dalszej części artykułu harmonicznymi $v = (6n \mp 1)$ nie będziemy się zajmować

Rozpatrujemy zatem harmoniczne $v = 3n$. Strumień magnetyczny harmoniczny $v = 3n$ sprzężony z uzwojeniami faz A, B, C ma tę samą fazę

$$\Phi_{v=3n}(t, x_A) = \Phi_{v=3n}(t, x_B) = \Phi_{v=3n}(t, x_C)$$

Napięcia indukowane w uzwojeniach A, B, C przez strumień $\Phi_{v=3n}(t)$ są w fazie:

$$E_{A, v=3n}(t) = E_{B, v=3n}(t) = E_{C, v=3n}(t)$$

i należą do zbioru harmonicznych zerowych. Harmoniczne prądu $I_{1\mu, v=3n}(t)$, wymuszone przez napięcia $E_{v=3n}(t)$, w trójprzewodowej sieci elektroenergetycznej, nie mogą płynąć. Sieć dla tych harmonicznych jest otwarta, jej impedancja $Z_s = \infty$. Jeśli uzwojenie jest połączone w trójkąt, to trójkąt dla nich jest obwodem zwartym i w obwodzie trójkąta harmoniczne $I_{\mu, v=3n}(t)$ swobodnie płyną:

$$I_{\mu, A, v=3n}(t) = I_{\mu, B, v=3n}(t) = I_{\mu, C, v=3n}(t) > 0$$

Siły magnetomotoryczne faz A, B, C uzwojenia są sobie równe i są różne od zera

$$\theta_{\mu, A, v=3n}(t, x) = \theta_{\mu, B, v=3n}(t, x) = \theta_{\mu, C, v=3n}(t) > 0$$

Natomiast ich suma jest równa zero

$$\theta_{\mu, A, v=3n}(t, x) + \theta_{\mu, B, v=3n}(t, x) + \theta_{\mu, C, v=3n}(t) = 0$$

i nie kompensuje harmonicznych $v = 3n$ nasyceniowych strumienia magnetycznego $\Phi_{v=3n}(t, x)$. Strumień wypadkowy $\Phi(t, x)$, w szczelinie magnetycznej maszyny indukcyjnej o nasyconym obwodzie magnetycznym, zawiera harmoniczną $v = 1$ generującą moment elektromagnetyczny i harmoniczne $v = 3n$.

$$\Phi(t, x) = \Phi_1 \sin\left(\frac{x}{\tau} \pi - \omega_1 t\right) + \sum_{v=3n}^{\infty} \Phi_{v=3n} \sin\left(\frac{x}{\tau} \pi - v_{3n} \omega_1 t\right)$$

Na rys. 2 przedstawiono harmoniczne strumienia $\Phi_1(t, x)$ i $\Phi_3(t, x)$ na rozwiniętym obwodzie twornika sprzężoną z uzwojeniem fazy A, dla chwili czasu ($t = t_A$). Chwila czasu ($t = t_A$) jest wybrana, gdy wektor strumienia $\Phi(t, x)$ leży w osi uzwojenia fazy A.

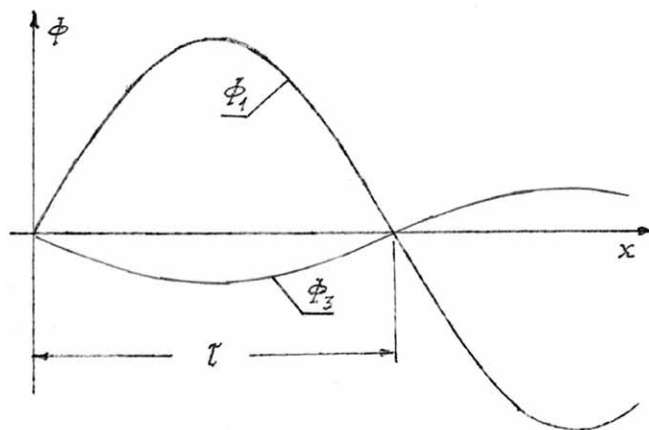
Przebieg czasowo-obwodowy strumienia $\Phi(t, x)$ opisuje równanie

$$\Phi(t, x) = \Phi_1 \sin\left(\frac{x}{\tau_1} \pi - \omega_1 t\right) - \Phi_{v=3n} \sin\left(\frac{x}{\tau_1} \pi - 3n\omega_1 t\right)$$

Strumienie harmoniczne $\Phi_1(t, x)$ i $\Phi_3(t, x)$ są wektorami wirującymi kołowymi o stałej amplitudzie Φ_1 i Φ_3 .

Podsumowanie

Na rysunku 1 wykazano, że w silnikach indukcyjnych, z nieliniowym (nasyconym) obwodem magnetycznym, harmoniczne strumienia magnetycznego $\Phi_{v=3n}(t, x)$ występują i nie można ich skompensować. W transformatorach składowe strumienia $\Phi_{v=3n}$ są kompensowane przez smm magnesującą, wzbudzaną przez prąd magnesujący płynący w uzwojeniu połączonym w trójkąt [3]. Stąd standardem jest, że jedno z uzwojeń transformatorów łączone jest w trójkąt. Dzieje się tak, gdyż uzwojenia transformatora są sprzęgnięte ze strumieniem fazowym, a w



Rys. 2. Rozłożenie harmonicznych strumienia $\Phi_1(t_A, x)$ i $\Phi_3(t_A, x)$ na obwodzie twornika względem osi fazy A, dla chwili czasu ($t = t_A$)

silnikach indukcyjnych uzwojenie każdej z faz jest sprzęgnięte ze strumieniem wypadkowym.

Prądy harmoniczne $I_{1\mu, v=3n}$ płyną w uzwojeniu stojana (połączonym w trójkąt) i uzwojeniu klatkowym wirnika. W uzwojeniu stojana mają częstotliwość $f_{1, v=3n} = 3nf_1$. Uzwojenie wirnika wiruje z prędkością kątową $\omega_m = \omega_{m1}(1 - s)$. s – jest poślizgiem wirnika względem pola wirującego. Częstotliwość prądów harmonicznych $I_{2\mu, v}$ w uzwojeniu klatkowym $f_{2, v=3n} = f_1(3n - 1 + s)$. Prądy $I_{1\mu, v}$ i $I_{2\mu, v}$ generują dodatkowe straty mocy, które koncentrują się głównie w uzwojeniu klatkowym wirnika. Wypieranie prądu zmiennego w prętach uzwojenia klatkowego powoduje, że prąd $I_{2\mu, v}$ płynie tylko przez zewnętrzną warstwę prętów w żłobku. Zmienia to rozkład gęstości prądu w prętach uzwojenia, a tym samym wpływa na powiększenie strat mocy w silniku. Potwierdza to bilans strat mocy w silnikach. Zmierzono sumaryczne straty mocy są zawsze większe od obliczonych strat mocy. Tę różnicę przypisuje się stratom dodatkowym. Dodatkowe straty mocy obejmują także i inne składniki strat, które nie są identyfikowane w algorytmach obliczeń projektowych. Jaki udział w stratach dodatkowych mają straty generowane przez harmoniczne prądu $I_{1\mu, v}$ i $I_{2\mu, v}$ – obecnie nie ma na to odpowiedzi. Według normy [7] straty dodatkowe łączne są oceniane na 0,5% mocy znamionowej silnika. Pomiar i bilans strat wykazują, że dodatkowe straty mocy mogą być znacznie większe i wynosić 1%, a czasem więcej. Dlatego normy amerykańskie [2] i europejskie [5] koncentrują się na całkowitych stratach mocy i sprawności silników. Normy te zalecają mierzyć bezpośrednio moc P_1 pobieraną przez silnik z sieci zasilającej oraz moc mechaniczną P_m na wale silnika i wyznaczać straty całkowite

$$\Delta P = P_1 - P_m$$

Współczesna technika pomiarowa to umożliwia.

Sprawność znamionową oblicza się

$$\eta_N = \frac{P_N}{P_{1N}}$$

Na przykład silnik o mocy $P_N = 9$ kW, $P_{1N} = 10$ kW ma w znamionowych warunkach pracy straty mocy $\Delta P_N = 1000$ W i sprawność $\eta_N = 0,9$. Jeśli pomiary mocy wykonano w znamionowych warunkach pracy w klasie 0,5, to moce zmierzone zawierały się w przedziale: $9950 < P_1 < 10050$ W i $8955 < P_2 < 9045$ W. Straty mocy określone są w przedziale $905 < \Delta P < 1095$ W, a sprawność w przedziale $0,89 > \eta_N > 0,91$.

Dla silników indukcyjnych klatkowych, o liczbie par biegunów $p = 1 \div 4$ i mocy znamionowej $P_N = 0,12 \div 1000$ kW, minimalna sprawność znamionowa jest podana w załączniku do normy [7].

Na etapie projektowania silników należy poprawnie obliczać straty mocy, które w silniku wystąpią, w tym także straty dodatkowe, które nie są niezdeteminowane. Aby straty mocy dodatkowe były możliwie małe, charakterystyka magnesowania $\Phi(t, x) = f[\theta_\mu(t, x)]$ maszyny powinna być możliwie liniowa, obwód magnetyczny nienasycony.

Literatura

- [1] ADKINS B., HARLEY R.G.: *The general theory of alternating current machines. Application to Practical Problems*. Springer 2013.
- [2] BERNATT J., GLINKA T.: *Uzwojenie trójfazowe twornika*. P. 430127 z dnia 03.06.2019 r.
- [3] Energy Policy Act z 1992 r. (EPACT). Wyd. Departamentu Energii USA (US DOE).
- [4] GLINKA T.: *Maszyny elektryczne i transformatory*. WNT 2018.
- [5] HINDMARSH J.: *Electrical Machines. A Unified Treatment on a Physical Basis*. Pergamon Press, Oxford 1965.
- [6] IEC 60034-30:2008 i IEC 60034-30-1:2014. Rotating electrical machines – Part 30: Efficiency classes of single-speed, three-phase, cage-induction motors (IE-code)
- [7] LATEK W.: *Teoria maszyn elektrycznych*. WNT, wyd. II, Warszawa 1987.
- [8] PN-EN 60034-2:2000 – (wersja polska). *Maszyny elektryczne wirujące. Straty i sprawność*.
- [9] RICHTER R.: *Elektrische Maschinen. Bd. IV Induktionsmaschinen*. Wyd. 2. Birkhuser, Basel. 1954.
- [10] SCHUISKY W.: *Induktionsmaschinen*. Springer, Wien 1957.
- [11] Важнов А.И.: *Электрические машины*. Издательство „Энергия”, Москва 1969.
- [12] Вольдек А.И.: *Электрические машины*. Издательство „Энергия”, Москва 1974.



Jakub Bernatt, Tadeusz Glinka, Artur Polak

Sieć Badawcza Łukasiewicz

Instytut Napędów i Maszyn Elektrycznych KOMEL

artykuł recenzowany