

**Sergiusz SIENKOWSKI**

UNIwersytet Zielonogórski, Instytut Metrologii Elektrycznej

**Wspomagana komputerowo analiza obciążenia estymatora wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego****mgr inż. Sergiusz SIENKOWSKI**

Absolwent Wydziału Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Zielonogórskiej (2001 r.) oraz Wydziału Elektrotechniki Informatyki i Telekomunikacji Uniwersytetu Zielonogórskiego (2003 r.). Obecnie asystent w Instytucie Metrologii Elektrycznej Uniwersytetu Zielonogórskiego. Zajmuje się zagadnieniami związanymi z cyfrowym przetwarzaniem sygnałów i oceną niepewności pomiarów.



e-mail: S.Sienkowski@ime.uz.zgora.pl

**Streszczenie**

W referacie przedstawiono przykłady wspomaganych komputerowo obliczeń obciążenia estymatorów wartości średniokwadratowej otrzymanych metodą bezpośrednią i na podstawie widma amplitudowego.

**Słowa kluczowe:** wartość średniokwadratowa, obciążenie estymatora wartości średniokwadratowej

**Computer analysis of bias of the mean square value estimator for sinusoidal signal****Abstract**

This paper presents computer calculations of bias of the mean square value estimators calculated by the direct method and on the basis of the amplitude spectrum.

**Keywords:** mean square value, bias of the mean square value estimator

**1. Wstęp**

W referacie przedstawiono wyniki analiz i wspomaganych komputerowo obliczeń mających na celu zbadanie wpływu różnych czynników na estymatory wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego oraz sygnału sinusoidalnego z ditherem gaussowskim.

**2. Podstawy teoretyczne**

Zgodnie z teorią kwantowania w warunkach spełnienia założeń twierdzenia Widrowa [10] słuszna jest zależność [3]

$$E[\tilde{\Psi}_q^2] = \Psi^2 + \frac{q^2}{12} \quad (1)$$

Obciążenie  $b_M$  estymatora  $\tilde{\Psi}_q^2$  wartości średniokwadratowej  $\Psi^2$  wynikające z kwantowania sygnału  $x$  można wyrazić zależnością [3, 5, 6]

$$b_M = E[\tilde{\Psi}_q^2] - \Psi^2 - \frac{q^2}{12} \quad (2)$$

$$= \frac{q}{\pi} \sum_{\substack{i=-\infty \\ i \neq 0}}^{\infty} \Phi_x \left( \frac{2\pi i}{q} \right) \frac{(-1)^{i+1}}{i} + \frac{q^2}{2\pi^2} \sum_{\substack{i=-\infty \\ i \neq 0}}^{\infty} \Phi_x \left( \frac{2\pi i}{q} \right) \frac{(-1)^i}{i^2}$$

gdzie  $q$  jest krokiem kwantowania, a  $\Phi_x$  jest funkcją charakterystyczną sygnału [7, 8].

W przypadku sygnału sinusoidalnego o amplitudzie  $A$  oraz sygnału sinusoidalnego z ditherem gaussowskim o odchyleniu standardowym  $\sigma_n$  względne obciążenia  $\delta_M$  wartości średniokwadratowej można wyrazić wzorami [5, 6]

$$\delta_M = \frac{b_M}{A^2/2} = 4 \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \left[ \frac{1}{\pi} \left( \frac{A}{q} \right)^{-1} J_1 \left( 2\pi \frac{A}{q} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\pi} \left( \frac{A}{q} \right)^{-1} \right)^2 J_0 \left( 2\pi \frac{A}{q} \right) \right] \quad (3)$$

$$\delta_M = \frac{b_M}{A^2/2} = 2 \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \left\{ \left[ \left( 2 \frac{\sigma_n}{q} \left( \frac{A}{q} \right)^{-1} \right)^2 + \left( \frac{1}{\pi} \left( \frac{A}{q} \right)^{-1} \right)^2 \right] J_0 \left( 2\pi \frac{A}{q} \right) + \frac{2}{\pi} \left( \frac{A}{q} \right)^{-1} J_1 \left( 2\pi \frac{A}{q} \right) \right\} \exp \left[ -2 \left( \pi \frac{\sigma_n}{q} \right)^2 \right] \quad (4)$$

gdzie  $J_0$  i  $J_1$  są odpowiednio funkcjami Bessela pierwszego rodzaju rzędu 0 i 1.

**3. Przebieg eksperymentu**

Wykonano serię pomiarów wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego z zastosowaniem metody bezpośredniej. Na rys. 1 przedstawiono charakterystyki: teoretyczną  $\delta_M$  (2) i eksperymentalną

$$\delta = \frac{\overline{\tilde{\Psi}_q^2} - \Psi^2}{A^2/2} \quad (5)$$

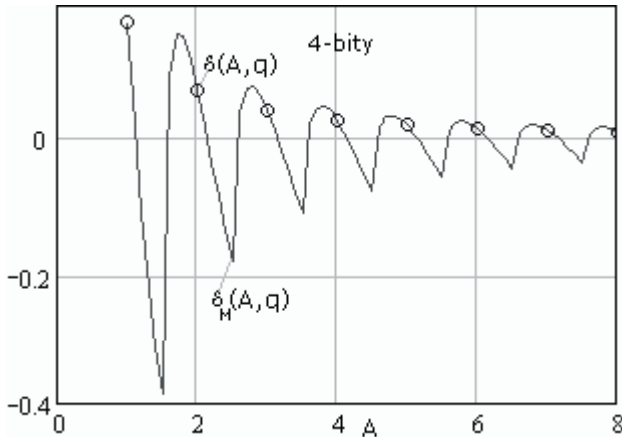
błędów kwantowania. Wartość oczekiwaną  $E[\tilde{\Psi}_q^2]$  estymatora wartości średniokwadratowej  $\Psi^2$  szacowano na podstawie średniej arytmetycznej  $\overline{\tilde{\Psi}_q^2}$  z jej  $K$  wyników estymacji.

W tab. 1 zawarto przykładowe wartości obciążeń  $\delta$  i  $\delta_M$  oraz różnicy  $\Delta$  między błędami. Badano sygnał sinusoidalny o częstotliwości  $f_s=1000$  Hz, amplitudzie  $A_{\max}=8$  V, przesunięciu fazowym  $\varphi=0$  i liczbie próbek  $M=2^{20}$ . Sygnał kwantowany był kolejno w przetworniku A/C o liczbie bitów  $B=4$  i  $B=6$ . Przyjęto liczbę powtórzeń eksperymentu  $K=1$ , krok kwantowania  $q=A_{\max}/2^{B-1}$  i  $A=1, 2, \dots, A_{\max}$  [V].

W czasie eksperymentu przyjęto, że wartość średniokwadratowa skwantowanego sygnału jest równa

$$\overline{\tilde{\Psi}_q^2} = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} x_q^2(i) \quad (6)$$

zaś wartość dokładna  $\Psi^2=A^2/2+q^2/12$ . Do wyznaczenia estymatorów wartości średniokwadratowej pobierano  $M$  próbek z pełnego okresu sygnału.



Rys. 1. Względne obciążenie estymatora wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego ( $\delta_M$  – model,  $\delta$  – metoda bezpośrednia)

Fig. 1. Relative bias of the mean square value estimator of the sinusoidal signal ( $\delta_M$  – model,  $\delta$  – direct method)

Tab. 1. Względne obciążenie estymatora wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego (metoda bezpośrednia)

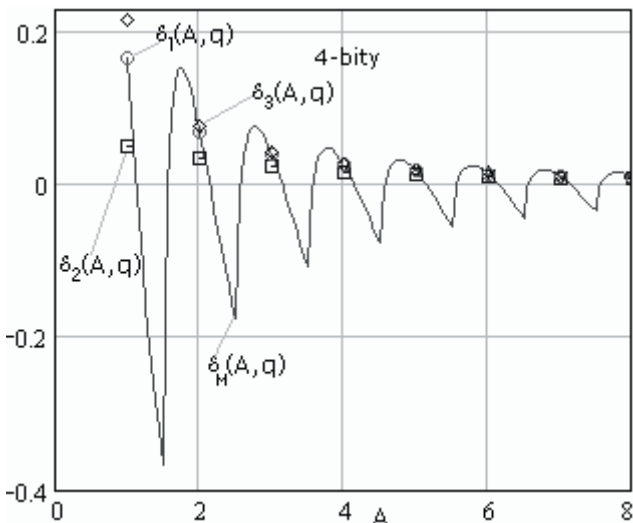
Tab. 1. Relative bias of the mean square value estimator of the sinusoidal signal (direct method)

A	1 V	3 V	5 V	8 V
$\delta_M$	1.7E-01	3.9E-02	1.9E-02	9.4E-03
$\delta$	1.7E-01	3.9E-02	1.9E-02	9.4E-03
$\Delta$	3.3E-06	-0.40E-06	0.72E-06	-0.29E-06
$\delta_M$	2.6E-02	5.2E-03	2.4E-03	1.2E-03
$\delta$	2.6E-02	5.2E-03	2.4E-03	1.2E-03
$\Delta$	-1.0E-06	-0.16E-06	-0.45E-06	0.51E-06

Jak wynika z tab. 1 wartości błędów teoretyczne i otrzymane z eksperymentu różnią się nieznacznie (rzęd  $10^{-6}$ ).

Kolejny eksperyment polegał na wyznaczeniu estymatorów wartości średniokwadratowej na podstawie harmonicznych widma amplitudowego. Podczas eksperymentu przyjmowano kolejno, że  $\overline{\psi_q^2} = \Sigma A_m^2/2$ ,  $m=1, 2, \dots, M/2$ ,  $\overline{\psi_q^2} = A^2/2$  i  $\overline{\psi_q^2} = A^2/2 + q^2/12$ . Wartość poprawna dobrana została na podstawie zależności  $\psi^2 = A^2/2 + q^2/12$ .

Na rys. 2 przedstawiono przebiegi błędów estymacji dla  $B=4$ . W tab. 2 zawarto przykładowe wartości obciążeń  $\delta_M$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  i  $\delta_3$  oraz różnicy  $\Delta$  między  $\delta_1$  i  $\delta_M$ .



Rys. 2. Względne obciążenie wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego ( $\delta_M$  – model,  $\delta_1$  – wszystkie harmoniczne,  $\delta_2$  – podstawowa harmoniczna,  $\delta_3$  – podstawowa harmoniczna z poprawką Shepparda)

Fig. 2. Relative bias of the mean square value estimator of the sinusoidal signal ( $\delta_M$  – model,  $\delta_1$  – all harmonics,  $\delta_2$  – first harmonic,  $\delta_3$  – first harmonic with  $q^2/12$ )

Tab. 2. Względne obciążenie estymatora wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego (metoda widma amplitudowego)

Tab. 2. Relative bias of the mean square value estimator of the sinusoidal signal (amplitude spectrum method)

A	1 V	3 V	5 V	8 V
$\delta_M$	1.7E-01	3.9E-02	1.9E-02	9.4E-03
$\delta_1$	1.7E-01	3.9E-02	1.9E-02	9.4E-03
$\delta_2$	4.9E-02	2.3E-02	1.3E-02	7.0E-03
$\delta_3$	2.2E-01	4.2E-02	1.9E-02	9.6E-03
$\Delta$	3.3E-06	-0.40E-06	0.71E-06	-0.29E-06
$\delta_M$	2.6E-02	5.2E-03	2.4E-03	1.2E-03
$\delta_1$	2.6E-02	5.2E-03	2.4E-03	1.2E-03
$\delta_2$	1.7E-02	4.1E-03	2.0E-03	1.0E-03
$\delta_3$	2.7E-02	5.3E-03	2.4E-03	1.2E-03
$\Delta$	-1.0E-06	-0.16E-06	-0.44E-06	-0.18E-06

Dysponując widmem sygnału można oszacować wartość błędu kwantowania  $\delta_M$

$$\frac{A_1^2 - A^2 - \frac{q^2}{6}}{A^2} \leq \delta_1 \leq \frac{A_1^2 - A^2}{A^2} \quad (7)$$

gdzie

$$\delta_1 = \frac{\sum_{m=1}^{M/2} (A_m^2) - A^2 - \frac{q^2}{6}}{A^2} \quad (8)$$

oraz  $\delta_M \approx \delta_1$ .

Dla  $B \rightarrow \infty$  ( $q \rightarrow 0$ ) suma  $\Sigma A_m^2 \rightarrow A_1^2$ ,  $m=1, 2, \dots, M/2$ , stąd  $\delta_1 \rightarrow 0$ . Uzyskane charakterystyki błędów kwantowania potwierdziły słuszność zależności (7). Po uwzględnieniu w obliczeniach harmonicznych szumu kwantowania uzyskano błędy różniące się nieznacznie od błędów modelu (tab. 2 – rząd  $10^{-6}$ ). Podobnie jak w przypadku metody bezpośredniej, błędy kwantowania skorelowane są z liczbą próbek oraz liczbą bitów przetwornika i maleją wraz ze wzrostem ich wartości.

Kolejny eksperyment polegał na wykonaniu serii pomiarów wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego z ditherem gaussowskim. Badano sumę sygnału sinusoidalnego o częstotliwości  $f_s=1000$  Hz, amplitudzie  $A=8$  V, przesunięciu fazowym  $\varphi=0$  i liczbie próbek  $M=2^{17}$  oraz szumu gaussowskiego o odchyleniu standardowym  $\sigma_n$  zależnym od kroku kwantowania  $q$ . Sygnał kwantowany był kolejno w przetworniku o liczbie bitów  $B=3$  oraz  $B=6$ . Przyjęto liczbę powtórzeń eksperymentu  $K=100\ 000$ .

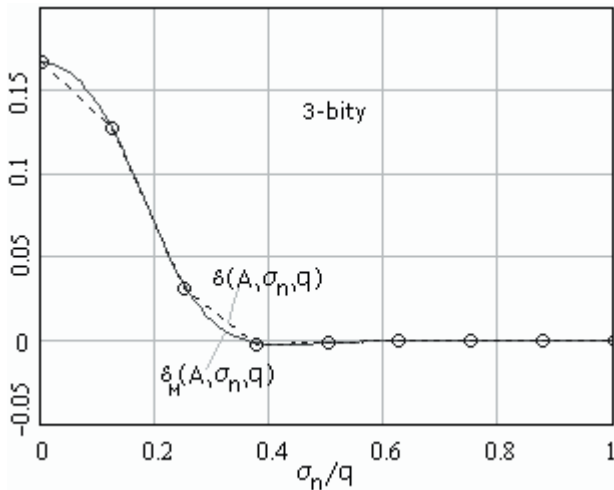
Dla  $\sigma_n/q < 1$  błąd kwantowania sumy sygnału i dithera może przyjmować wartość bliską zeru [6], dlatego podczas dalszych rozważań przyjęto, że  $\sigma_{nmax}=q$  [2, 4]. Aby nie nastąpiło przekroczenie zakresu przetwornika, krok kwantowania dobrany został na podstawie zależności

$$q = \frac{A}{2^{B-1} - 3} \quad (9)$$

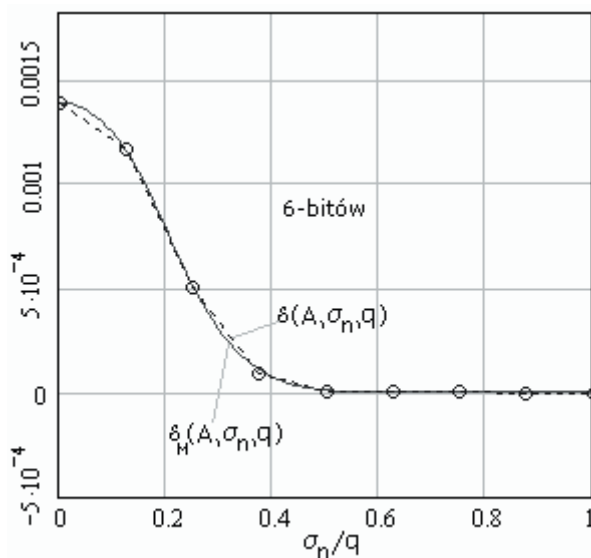
Badania potwierdziły, że ze względu na wartość błędu optymalny jest dobór dithera na poziomie  $\sigma_n=0.5q$  [1]. Na rys. 3 i 4 przedstawiono charakterystyki błędów kwantowania  $\delta$  i  $\delta_M$  (3) przy zastosowaniu metody bezpośredniej. Podczas eksperymentu przyjęto, że

$$\overline{\psi_q^2} = \frac{1}{M \cdot K} \left( \sum_{i=0}^{M-1} x_q^2(i)_{(1)} + \sum_{i=0}^{M-1} x_q^2(i)_{(2)} + \dots + \sum_{i=0}^{M-1} x_q^2(i)_{(K)} \right) \quad (10)$$

oraz  $\psi^2 = A^2/2 + \sigma_n^2 + q^2/12$ . W tab. 3 zawarto przykładowe wartości obciążeń  $\delta_M$  i  $\delta$  oraz różnicy  $\Delta$  między  $\delta$  i  $\delta_M$ .



Rys. 3. Względne obciążenie wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego z ditherem gaussowskim ( $\delta_M$  – model,  $\delta$  – metoda bezpośrednia)  
 Fig. 3. Relative bias of the mean square value estimator of the sinusoidal signal with Gaussian dither ( $\delta_M$  – model,  $\delta$  – direct method)



Rys. 4. Względne obciążenie wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego z ditherem gaussowskim ( $\delta_M$  – model,  $\delta$  – metoda bezpośrednia)  
 Fig. 4. Relative bias of the mean square value estimator of the sinusoidal signal with Gaussian dither ( $\delta_M$  – model,  $\delta$  – direct method)

Tab. 3. Względne obciążenie estymatora wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego z ditherem gaussowskim (metoda bezpośrednia)  
 Tab. 3. Relative bias of the mean square value estimator of the sinusoidal signal with Gaussian dither (direct method)

$\sigma_n/q$	0	0.25	0.5	0.75	1
$\delta_M$	1.7E-01	3.4E-02	-1.5E-03	-1.2E-05	0
$\delta$	1.7E-01	3.1E-02	-1.4E-03	1.5E-05	1.5E-05
$\Delta$	-1.9E-03	-2.4E-03	1.7E-04	2.7E-05	1.5E-05
$\delta_M$	1.4E-03	5.2E-04	1.2E-05	2.4E-08	0
$\delta$	1.4E-03	5.1E-04	7.7E-06	3.2E-07	-8.0E-07
$\Delta$	-7.6E-07	-1.2E-05	-4.7E-06	3.0E-07	-8.0E-07

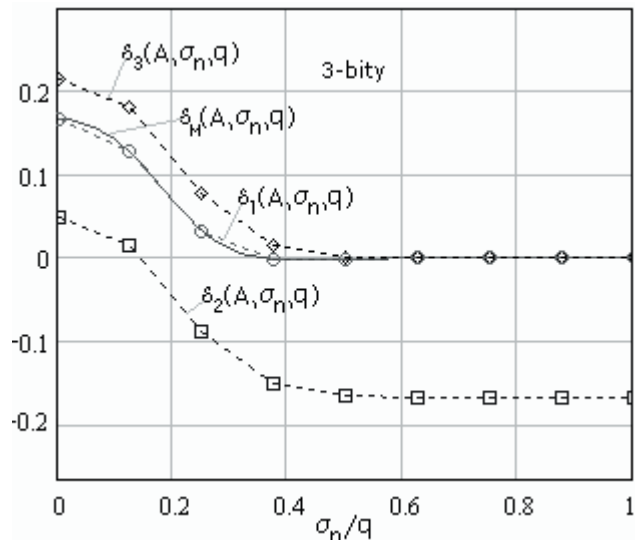
Względne błędy kwantowania  $\delta_M$  i  $\delta$  maleją wraz ze wzrostem poziomu dithera. Należy zwrócić uwagę, że dla  $\sigma_n \approx 0.5q$  błąd kwantowania  $\delta$  przyjmuje wartość bliską zeru. Wyniki wielokrotnie powtarzanych symulacji potwierdziły, że w celu utrzymania błędu kwantowania na zbliżonym poziomie, należy dla  $0.5q < \sigma_n \leq q$  zapewnić dużą liczbę próbek i dużą liczbę powtórzeń eksperymentu. W związku z tym dobór optymalnego  $\sigma_n$  na poziomie  $0.5q$  wydaje się mieć swoje uzasadnienie również podczas planowania rzeczywistego eksperymentu pomiarowego.

Podobne rozumowanie można przeprowadzić estymując wartość średniokwadratową sygnału sinusoidalnego i dithera gaussowskiego z zastosowaniem harmonicznych widma amplitudowego. Na rys. 5, 6, 7 przedstawiono przebiegi błędów kwantowania dla  $B=3, 6$  i  $12$  liczby bitów przetwornika. W tab. 4 zawarto przykładowe wartości obciążeń  $\delta_M, \delta_1, \delta_2, \delta_3$  oraz różnicy  $\Delta$  między  $\delta_1$  i  $\delta_M$ . Podczas eksperymentu przyjmowano kolejno, że  $\overline{\Psi_q^2} = A_1^2, \overline{\Psi_q^2} = A_1^2/2 + q^2/12$  i  $\Psi^2 = A^2/2 + q^2/12$  oraz

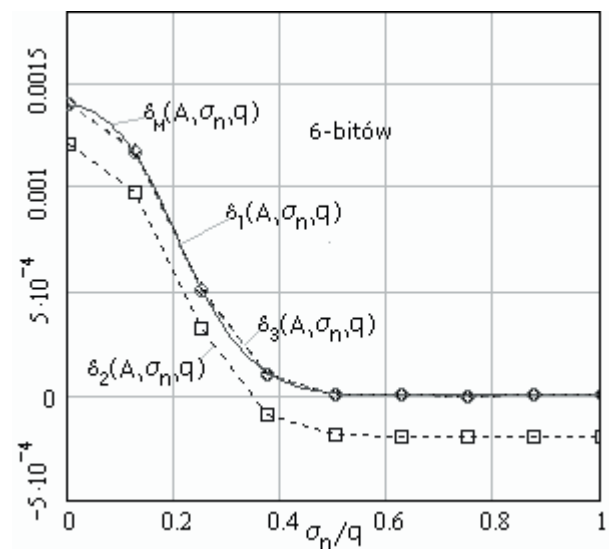
$$\overline{\Psi_q^2} = \frac{1}{2} \left( \sum_{m=1}^{M/2} A_{m(1)}^2 + \sum_{m=1}^{M/2} A_{m(2)}^2 + \dots + \sum_{m=1}^{M/2} A_{m(K)}^2 \right) \quad (11)$$

i  $\Psi^2 = A^2/2 + \sigma_n^2 + q^2/12$ .

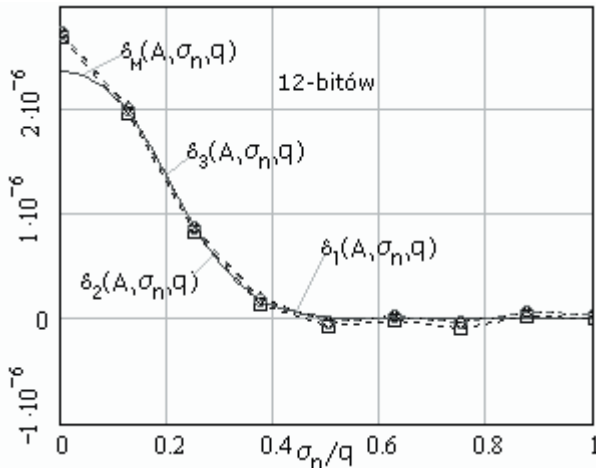
Należy podkreślić, że widmo skwantowanego sygnału zawiera nie tylko składowe szumu kwantowania ale i składowe dithera.



Rys. 5. Względne obciążenie wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego ( $\delta_M$  – model,  $\delta_1$  – wszystkie harmoniczne,  $\delta_2$  – podstawowa harmoniczna,  $\delta_3$  – podstawowa harmoniczna z poprawką Shepparda)  
 Fig. 5. Relative bias of the mean square value estimator of the sinusoidal signal ( $\delta_M$  – model,  $\delta_1$  – all harmonics,  $\delta_2$  – first harmonic,  $\delta_3$  – first harmonic with  $q^2/12$ )



Rys. 6. Względne obciążenie wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego ( $\delta_M$  – model,  $\delta_1$  – wszystkie harmoniczne,  $\delta_2$  – podstawowa harmoniczna,  $\delta_3$  – podstawowa harmoniczna z poprawką Shepparda)  
 Fig. 6. Relative bias of the mean square value estimator of the sinusoidal signal ( $\delta_M$  – model,  $\delta_1$  – all harmonics,  $\delta_2$  – first harmonic,  $\delta_3$  – first harmonic with  $q^2/12$ )



Rys. 7. Wykresy względnego obciążenia wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego ( $\delta_M$  – model,  $\delta_1$  – wszystkie harmoniczne,  $\delta_2$  – podstawowa harmoniczna,  $\delta_3$  – podstawowa harmoniczna z poprawką Shepparda)

Fig. 7. Relative bias of the mean square value estimator of the sinusoidal signal ( $\delta_M$  – model,  $\delta_1$  – all harmonics,  $\delta_2$  – first harmonic,  $\delta_3$  – first harmonic with  $q^2/12$ )

Tab. 4. Względne obciążenie estymatora wartości średniokwadratowej sygnału sinusoidalnego i dithera gaussowskiego (metoda widna amplitudowego)

Tab. 4. Relative bias of the mean square value estimator of the sinusoidal signal and Gaussian dither (amplitude spectrum method)

$\sigma_n/q$	0	0.25	0.5	0.75	1
$\delta_M$	1.7E-01	3.4E-02	-1.5E-03	-1.2E-05	0
$\delta_1$	1.7E-01	3.1E-02	-1.5E-03	2.6E-05	-3.2E-05
$\delta_2$	4.9E-02	-8.9E-02	-1.7E-01	-1.7E-01	-1.7E-01
$\delta_3$	2.2E-01	7.8E-02	1.2E-03	6.2E-05	1.5E-04
$\Delta$	-2.0E-03	-2.4E-03	6.9E-05	3.7E-05	-3.2E-05
$\delta_M$	1.4E-03	5.2E-04	1.2E-05	2.4E-08	0
$\delta_1$	1.4E-03	5.1E-04	5.5E-06	-2.4E-06	1.9E-06
$\delta_2$	1.2E-03	3.2E-04	-1.9E-04	-2.0E-04	-1.6E-04
$\delta_3$	1.4E-03	5.2E-04	6.2E-06	-2.3E-06	2.2E-06
$\Delta$	1.8E-06	-1.2E-05	-6.9E-06	-2.4E-06	1.9E-06
$\delta_M$	2.4E-06	8.9E-07	2.2E-08	4.7E-11	0
$\delta_1$	2.7E-06	8.7E-07	-2.1E-08	-3.8E-08	5.5E-08
$\delta_2$	2.7E-06	8.3E-07	-6.0E-08	-7.8E-08	1.5E-08
$\delta_3$	2.7E-06	8.7E-07	-2.1E-08	-3.8E-08	5.5E-08
$\Delta$	3.7E-07	-2.7E-08	-4.3E-08	-3.8E-08	5.5E-08

Można oszacować błąd kwantowania  $\delta_M$  w zastosowaniu do wartości średniokwadratowej sygnału z ditherem

$$\frac{1}{K} \sum_{j=1}^K (A_1^2)_{(j)} - A^2 - \frac{q^2}{6} \leq \delta_1 \leq \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K (A_1^2)_{(j)} - A^2 \quad (12)$$

gdzie

$$\delta_1 = \frac{\frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \sum_{m=1}^{M/2} \binom{A_m^2}{2} - \frac{A^2}{2} - \sigma_n^2 - \frac{q^2}{12}}{A^2/2} \quad (13)$$

oraz  $\delta_M \approx \delta_1$ .

Łatwo wykazać, że dla  $B \rightarrow \infty$  ( $q \rightarrow 0$ ) błąd  $\delta_1 \rightarrow 0$  i prawdziwa jest zależność (12).

W przypadku przetworników o dużej rozdzielczości szum dithera może przewyższać szum kwantowania. Sprawdzenie słuszności zależności (12) wiąże się wówczas z estymowaniem wartości średniokwadratowej dla dużej liczby próbek i dużej liczby powtórzeń eksperymentu (rys. 7 –  $\sigma_n > 0.5q$ ).

Otrzymane charakterystyki błędów kwantowania wskazują, że podczas estymacji wartości średniokwadratowej znajomość

podstawowej harmonicznej może nie być wystarczająca (rys. 5, tab. 4 –  $B=3$ ,  $\delta_2 \gg \delta_M$ ), niekiedy należy uwzględnić również harmoniczne szumu kwantowania. Jest to szczególnie ważne dla przetworników o małej rozdzielczości (tab. 4 –  $B=3$ ,  $\delta_1 \approx \delta_M$ ). W przypadku zastosowania kwantyzatorów o większej rozdzielczości do oszacowania błędu kwantowania może wystarczyć znajomość podstawowej harmonicznej i poprawki Shepparda (tab. 4 –  $B=6$ ,  $\delta_3 \approx \delta_M$ ) lub tylko samej harmonicznej (tab. 4 –  $B=12$ ,  $\delta_2 \approx \delta_M$ ).

Podobnie jak w przypadku metody bezpośredniej, dobranie dithera o odchyleniu standardowym  $\sigma_n = 0.5q$  zapewnia utrzymanie błędu kwantowania na niskim poziomie (rzęd  $10^{-6}$ ) bez potrzeby zwiększania liczby próbek i estymowania wartości średniokwadratowej z dużą liczbą powtórzeń.

## 4. Podsumowanie

Zaproponowana metoda badań błędów estymacji może być stosowana na etapie podejmowania wstępnej decyzji o wyborze metody pomiarowej oraz do modelowania niepewności wyniku pomiarów w sytuacjach, gdy modele analityczne są trudne do uzyskania lub są na tyle skomplikowane, że nie można ich w praktyce stosować.

Wyniki przeprowadzonych doświadczeń wskazują, że podejmując próbę wiarygodnej oceny błędów estymacji należy zapewnić odpowiednio dużą liczbę próbek ( $M \geq 10^4$ ) i/lub odpowiednio dużą liczbę powtórzeń eksperymentu ( $K \geq 10^4$ ). Wobec powyższego, kluczowym jest dobór odpowiednich wartości parametrów przetwarzania. I tak w celu minimalizacji błędu kwantowania należy dla sygnału bez dithera, przy niewielkiej liczbie powtórzeń eksperymentu ( $K \approx 10^2$ ), zastosować kwantyzator o dużej rozdzielczości.

Wyniki badań potwierdziły, że niezależnie od zastosowanej metody pomiarowej optymalny wydaje się dobór dithera na poziomie  $0.5q$ . Dla kwantyzatorów o dużej rozdzielczości, dither o mniejszym poziomie może nie zapewnić odpowiednio niskiej wartości błędu kwantowania. Z kolei dla przetworników o małej rozdzielczości, dither większy niż  $0.5q$  wymusza estymowanie wartości średniokwadratowej z dużą liczbą powtórzeń.

## 5. Literatura

- [1] Domańska A.: Oddziaływanie na wiarygodność w systemach pomiarowych przez zastosowanie konwersji A-C z sygnałem ditherowym. Wyd. Pol. Poznańskiej, Poznań 1995.
- [2] Kawecka E.: Zastosowanie modelu wirtualnego korelatora do oceny niepewności cyfrowych estymatorów funkcji korelacyjnych. Pomiary Automatyka Kontrola nr 6 bis, 2006.
- [3] Lal-Jadziak J.: Kształtowanie dokładności w pomiarach korelacyjnych. Seria Monografie, nr 101, Wyd. Politechniki Zielonogórskiej, Zielona Góra 2001.
- [4] Lal-Jadziak J., Kawecka E.: Ocena dokładności estymacji funkcji korelacyjnych z użyciem modelu wirtualnego korelatora, PAK, nr 6, 2006.
- [5] Lal-Jadziak J.: Wpływ kwantowania na dokładność estymacji wartości średniokwadratowej. Pomiary Automatyka Kontrola nr 7,8, 2002.
- [6] Kollar I.: Bias of mean value and mean square value measurements based on quantized data. IEEE Trans. Instrum. Meas., vol.43, no. 5, pp.733-739, 1994.
- [7] Pacut A.: Prawdopodobieństwo. Teoria. Modelowanie probabilistyczne w technice. WNT, Warszawa 1985.
- [8] Sienkowski S.: Modelling characteristic functions of determined and random signals in LabWINDOWS. 1st International Conference For Young Researchers, Zielona Góra 2006.
- [9] Widrow B., Kollar I.: Quantization Noise – A Book on Uniform and Floating-Point Quantization. Budapest 2006. <http://www.mit.bme.hu/books/quantization/>.
- [10] Widrow B., Kollar I., Liu M.-C.: Statistical theory of quantization. IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 45, no. 2, 1996, pp. 353-361.