Budownictwo 22
DOI: 10.17512/znb.2016.1.27

Mariusz Poński[1]

WYMIAROWANIE PRZEKROJÓW POZIOMYCH KOMINÓW ŻELBETOWYCH W STANIE GRANICZNYM NOŚNOŚCI WG PN-EN - ALGORYTM OBLICZENIOWY

Wprowadzenie

Wprowadzenie norm europejskich do praktyki projektowania stworzyło potrzebę zbudowania algorytmów obliczeniowych opartych na nowych założeniach zawartych w tych opracowaniach. Dotychczasowe podejście stosowane w polskich normach opierało się na podaniu gotowego zbioru zależności, zestawionych w odpowiedniej kolejności. Zadaniem projektanta było natomiast przeprowadzenie obliczeń na podstawie takiego algorytmu i sprawdzenie odpowiednich warunków granicznych. Aktualne podejście, stosowane w normach europejskich, przypomina w wielu przypadkach zbiór zaleceń oraz wytycznych. Zadaniem projektanta jest natomiast zbudowanie odpowiedniego algorytmu obliczeniowego. W przypadku norm europejskich dotyczących projektowania kominów żelbetowych [1, 2], wprowadzonych w języku angielskim, można napotkać pewną trudność w ich wykorzystaniu do wymiarowania tychże konstrukcji. Przedmiotowa trudność dotyczy głównie konieczności korzystania z dokumentu nieprzetłumaczonego na język polski oraz konieczności wykorzystania dodatkowych źródeł w celu zbudowania odpowiedniego narzędzia w postaci algorytmu obliczeniowego. Istnieją obecnie nieliczne polskojęzyczne opracowania związane z ww. tematyką. W tym miejscu należy wymienić prace Lechmana [3-5]. W pracach tych przedstawiono spójne podejście do wymiarowania kominów żelbetowych, podając szereg niezbędnych założeń oraz wzorów. Niniejsza praca ma na celu usystematyzowanie zagadnień związanych z metodą wymiarowania przekrojów poziomych w stanie granicznym nośności przez podanie zasad budowania odpowiednich nomogramów dla dowolnego gatunku stali zbrojeniowej.

[1] Politechnika Częstochowska, Wydział Budownictwa, ul. Akademicka 3, 42-200 Częstochowa, e-mail: mponski@bud.pcz.czest.pl

1. Równania żelbetowego przekroju pierścieniowego w stanie granicznym nośności

W celu zbudowania algorytmu do wyznaczania granicznych wartości siły osiowej i momentu zginającego należy zestawić szereg zależności opartych na równaniach równowagi sił przekrojowych. Równania przedstawione poniżej bazują na rozwiązaniu Lechmana [3-5], w związku z czym opierają sie na tych samych nieliniowych związkach fizycznych oraz geometrycznych. W ww. rozwiązaniu rozpatrywano również przypadek występowania jednego lub wielu otworów w przekroju. W niniejszej pracy to zagadnienie zostało pominięte, ponieważ, zdaniem autora, rozszerzenie niżej zaprezentowanego algorytmu do takiego przypadku jest stosunkowo proste. Przyjęto również założenie, że promień r_s określający położenie środków ciężkości stali zbrojeniowej jest równy promieniowi środkowemu pierścienia r_m (rys. 1, 2). Podobnie jak w pracy [5] przyjęto uproszczenie, że wpływ stosunku grubości ścianki pierścienia do promienia R można pominąć. Zgodnie z metodą stanów granicznych, przedstawianą w normach żelbetowych, przyjęto, że wyczerpanie nośności ze względu na siłę osiową i moment zginający dla mimośrodowo ściskanego przekroju pierścieniowego następuje w momencie pojawienia się granicznych odkształceń betonu wywołanych ściskaniem $\varepsilon_{cu} = -2,0‰$, lub granicznych odkształceń stali wywołanych rozciąganiem $\varepsilon_{su} = 5,0‰$ (konstrukcje istniejące), $\varepsilon_{su} = 10,0‰$ (konstrukcje projektowane) [5].

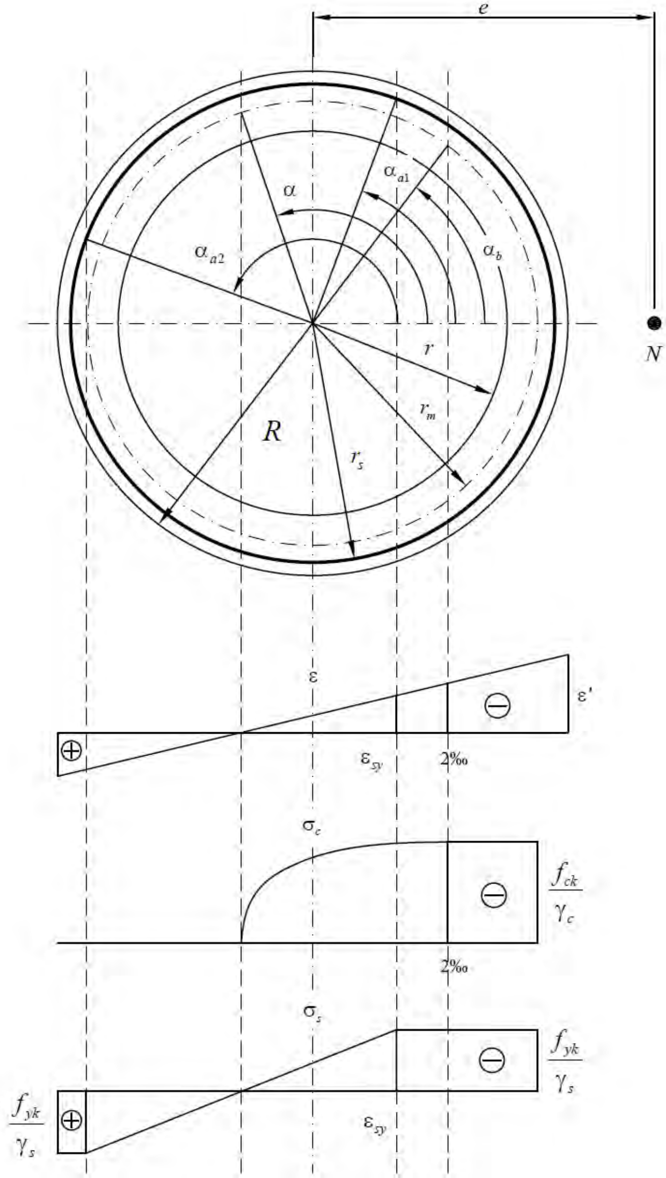
W celu zbudowania odpowiednich krzywych interakcji poniżej przedstawiono trzy zestawy równań. Pierwszy zestaw dotyczy przekroju zginanego przy stałej wartości odkształcenia betonu $\varepsilon_{cu} = -2,0‰$ (rys. 1). Drugi zestaw dotyczy również zginania, ale przy stałej wartości odkształcenia stali rozciąganej $\varepsilon_{su} = 5,0‰$ (lub $\varepsilon_{su} = 10,0‰$). Trzeci zestaw dotyczy natomiast przekroju, dla którego siła ściskająca znajduje się wewnątrz rdzenia przekroju (występują naprężenia i odkształcenia jednego znaku, rys. 2).

Pierwszy zakres zginania:
Bezwymiarowa graniczna osiowa siła podłużna:

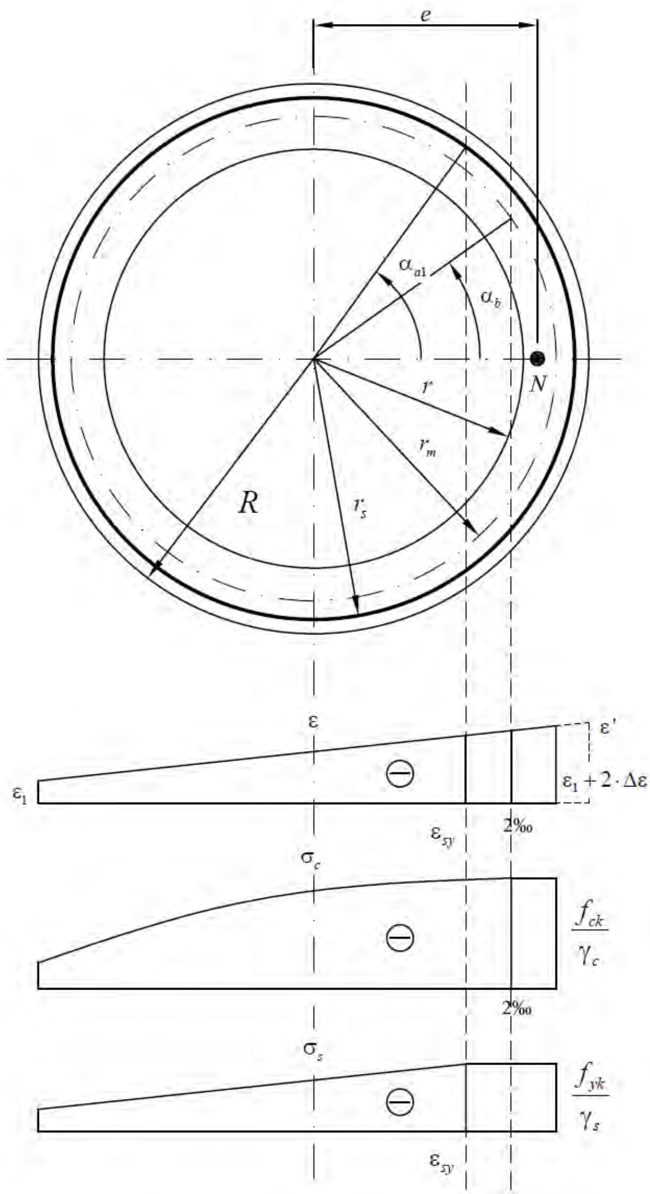
$$\begin{aligned} n_{Rd}\left(\varepsilon_{su},\mu\right) = &-\frac{1}{\pi}\left[\frac{1-\mu}{\gamma_c}\cdot\varepsilon'_{\alpha}\left(\varepsilon_{su}\right)\cdot\left(X_1\left(\varepsilon_{su}\right)+0,25\cdot\varepsilon'_{\alpha}\left(\varepsilon_{su}\right)\cdot X_2\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\right]+ \\ &+\mu\frac{f_{yk}}{f_{ck}}\left[-\frac{1}{\gamma_s}\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{su}\right)+\frac{1}{\varepsilon_{ss}}\varepsilon'_{\alpha}\left(\varepsilon_{su}\right)\cdot X_3\left(\varepsilon_{su}\right)+\frac{1}{\gamma_s}\left(\pi-\alpha_{a2}\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\right] \end{aligned} \tag{1}$$

Bezwymiarowy graniczny moment zginający:

$$m_{Rd}\left(\varepsilon_{su},\mu\right)=-\frac{1}{\pi}\left[0{,}5\cdot\frac{1-\mu}{\gamma_c}\cdot\varepsilon'_{\alpha}\left(\varepsilon_{su}\right)\cdot\left(Y_1\left(\varepsilon_{su}\right)+0{,}25\cdot\varepsilon'_{\alpha}\left(\varepsilon_{su}\right)\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times Y_2\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\right]+0{,}5\cdot\mu\frac{f_{yk}}{f_{ck}}\left[-\frac{1}{\gamma_s}\sin\left(\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{su}\right)\right)+\frac{1}{\varepsilon_{ss}}\varepsilon'_{\alpha}\left(\varepsilon_{su}\right)\cdot X_3\left(\varepsilon_{su}\right)+\right. \tag{2}$$
$$\left.-\frac{1}{\gamma_s}\sin\left(\alpha_{a2}\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\right]$$



Rys. 1. Schemat geometryczny zginanego przekroju żelbetowego pierścieniowego oraz rozkład odkształceń i naprężeń wg pracy [5]



Rys. 2. Schemat geometryczny ściskanego przekroju żelbetowego pierścieniowego oraz rozkład odkształceń i naprężeń wg pracy [5]

Drugi zakres zginania:
Bezwymiarowa graniczna osiowa siła podłużna:

$$
\begin{aligned}
& n_{Rd,II}\left(\varepsilon'_{II},\varepsilon_{su},\mu\right)=-\frac{1}{\pi}\left[\frac{1-\mu}{\gamma_c}\cdot\varepsilon'_{\alpha,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)\cdot\left(X_1\left(\varepsilon_{su}\right)+0,25\times\right.\right. \\
& \left.\left.\times\varepsilon'_{\alpha,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)\cdot X_2\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\right]+\mu\frac{f_{yk}}{f_{ck}}\left[-\frac{1}{\gamma_s}\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{su}\right)+\frac{1}{\varepsilon_{ss}}\varepsilon'_{\alpha,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)\times\right. \\
& \left.\times X_3\left(\varepsilon_{su}\right)+\frac{1}{\gamma_s}\left(\pi-\alpha_{a2}\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\right]
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Bezwymiarowy graniczny moment zginający:

$$
\begin{aligned}
& m_{Rd,II}\left(\varepsilon'_{II},\varepsilon_{su},\mu\right)=-\frac{1}{\pi}\left[0,5\cdot\frac{1-\mu}{\gamma_c}\cdot\varepsilon'_{\alpha,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)\cdot\left(Y_1\left(\varepsilon_{su}\right)+\right.\right. \\
& \left.\left.+0,25\cdot\varepsilon'_{\alpha,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)\cdot Y_2\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\right]+0,5\cdot\mu\frac{f_{yk}}{f_{ck}}\left[-\frac{1}{\gamma_s}\sin\left(\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{su}\right)\right)+\right. \\
& \left.+\frac{1}{\varepsilon_{ss}}\varepsilon'_{\alpha,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)\cdot X_3\left(\varepsilon_{su}\right)-\frac{1}{\gamma_s}\sin\left(\alpha_{a2}\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\right]
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Przekrój ściskany (naprężenia i odkształcenia jednego znaku):
Bezwymiarowa graniczna osiowa siła podłużna:

$$
\begin{aligned}
& n_{Rd,comp}\left(\varepsilon_{c2},\mu\right)=-\frac{1}{\pi}\left[\frac{1-\mu}{\gamma_c}\left[-\alpha_{b,comp}\left(\varepsilon_{c2}\right)+\left(\varepsilon_1\left(\varepsilon_{c2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\varepsilon_1\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)+\right.\right.\right. \\
& \left.\left.+0,5\cdot\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\cdot\left(2+\varepsilon_1\left(\varepsilon_{c2}\right)+0,5\cdot\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)\right]\cdot\left(\pi-\alpha_{b,comp}\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)+\right. \\
& -0,5\cdot\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\cdot\left(2+\varepsilon_1\left(\varepsilon_{c2}\right)+\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)\cdot\sin\left(\alpha_{b,comp}\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)+\frac{1}{4}\left(\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)^2\times \\
& \left.\times\left[0,5\cdot\pi-\alpha_{b,comp}\left(\varepsilon_{c2}\right)-0,25\cdot\sin\left(2\cdot\alpha_{b,comp}\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)\right]\right]+\mu\frac{f_{yk}}{f_{ck}}\times \\
& \left[-\frac{1}{\gamma_s}\cdot\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{c2}\right)+\frac{1}{\varepsilon_{ss}}\cdot\left(\varepsilon_1\left(\varepsilon_{c2}\right)-\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\cdot\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{c2}\right)-\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\times\right.\right. \\
& \left.\left.\times\sin\left(\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)\right)\right]
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Bezwymiarowy graniczny moment zginający:

$$
\begin{aligned}
& m_{Rd,comp}\left(\varepsilon_{c2},\mu\right)=-\frac{1}{\pi}\left[\frac{1-\mu}{2\cdot\gamma_c}\left[-\sin\left(\alpha_{b,comp}\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)+\left(\varepsilon_1\left(\varepsilon_{c2}\right)\times\right.\right.\right.\\
& \left.\times\left(1+\frac{1}{4}\varepsilon_1\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)-0,5\cdot\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\cdot\left(2+\varepsilon_1\left(\varepsilon_{c2}\right)+0,5\cdot\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)\right]\times\\
& \times\sin\left(\alpha_{b,comp}\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)+0,5\cdot\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\cdot\left(2+\varepsilon_1\left(\varepsilon_{c2}\right)+\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)\times\\
& \times\left[0,5\cdot\left(\pi-\alpha_{b,comp}\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)-0,25\cdot\sin\left(2\cdot\alpha_{b,comp}\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)\right]+\frac{1}{4}\left(\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)^2\times\\
& \left.\left.\times\left[-\sin\left(\alpha_{b,comp}\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)+\frac{1}{3}\cdot\sin\left(\alpha_{b,comp}\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)^3\right]\right]+\\
& +0,5\cdot\mu\frac{f_{yk}}{f_{ck}}\cdot\left[-\frac{1}{\gamma_s}\cdot\sin\left(\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)+\frac{1}{\varepsilon_{ss}}\cdot\left(\varepsilon_1\left(\varepsilon_{c2}\right)-\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\times\right.\right.\\
& \left.\left.\times\sin\left(\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)-0,5\cdot\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\cdot\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{c2}\right)-0,25\cdot\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)\cdot\sin\left(\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{c2}\right)\right)\right)\right]
\end{aligned}
\tag{6}
$$

W równaniach (1)-(6) użyto następujących współczynników oraz funkcji:

– kąt określający położenie osi obojętnej przekroju:

$$\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)=\arccos\left(\frac{\varepsilon_{su}-2}{\varepsilon_{su}+2}\right) \tag{7}$$

– kąt określający granicę strefy uplastycznienia betonu:

$$\alpha_b\left(\varepsilon_{su}\right)=\arccos\left(\cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)-2\cdot\frac{1-\cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)}{\varepsilon'_{\alpha}\left(\varepsilon_{su}\right)}\right) \tag{8}$$

gdzie:

$$\varepsilon'_{\alpha}\left(\varepsilon_{su}\right)=\frac{\varepsilon'}{1-\cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)} \tag{9}$$

– odkształcenie odpowiadające charakterystycznej granicy plastyczności stali:

$$\varepsilon_{ss}=\frac{f_{yk}}{E_s} \tag{10}$$

– odkształcenie odpowiadające obliczeniowej granicy plastyczności stali:

$$\varepsilon_{sy} = \frac{\varepsilon_{ss}}{\gamma_s} \tag{11}$$

przy czym f_{yk} to charakterystyczna granica plastyczności stali zbrojeniowej, E_s to moduł Younga stali zbrojeniowej, a γ_s to częściowy współczynnik bezpieczeństwa dotyczący stali,

– kąt określający granicę strefy uplastycznienia stali ściskanej:

$$\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{su}\right) = \arccos\left(\cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right) - \varepsilon_{sy}\cdot\frac{1}{\varepsilon'_{\alpha}\left(\varepsilon_{su}\right)}\right) \tag{12}$$

– kąt określający granicę strefy uplastycznienia stali rozciąganej:

$$\alpha_{a2}\left(\varepsilon_{su}\right) = \arccos\left(\cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right) + \varepsilon_{sy}\cdot\frac{1}{\varepsilon'_{\alpha}\left(\varepsilon_{su}\right)}\right) \tag{13}$$

– funkcje pomocnicze:

$$X_1\left(\varepsilon_{su}\right) = \sin\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right) - \alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\cdot\cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right) \tag{14}$$

$$X_2\left(\varepsilon_{su}\right) = \left(0,5 + \cos^2\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\right)\cdot\alpha\left(\varepsilon_{su}\right) - 0,75\cdot\sin\left(2\cdot\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right) \tag{15}$$

$$\begin{aligned} X_3\left(\varepsilon_{su}\right) &= \sin\left(\alpha_{a2}\left(\varepsilon_{su}\right)\right) - \sin\left(\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{su}\right)\right) - \cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\cdot\left(\alpha_{a2}\left(\varepsilon_{su}\right) + \right.\\ &\left. -\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{su}\right)\right) \end{aligned} \tag{16}$$

$$Y_1\left(\varepsilon_{su}\right) = 0,5\cdot\alpha\left(\varepsilon_{su}\right) + 0,25\cdot\sin\left(2\cdot\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right) - \cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\cdot\sin\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right) \tag{17}$$

$$\begin{aligned} Y_2\left(\varepsilon_{su}\right) &= \left(1 + \cos^2\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\right)\cdot\sin\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right) + \\ &-\frac{1}{3}\sin^3\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\cdot\cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\cdot\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right) - 0,5\cdot\sin\left(2\cdot\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\right) \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} Y_3\left(\varepsilon_{su}\right) &= 0,5\cdot\left(\alpha_{a2}\left(\varepsilon_{su}\right) - \alpha_{a1}\left(\varepsilon_{su}\right)\right) + 0,25\cdot\left(\sin\left(2\cdot\alpha_{a2}\left(\varepsilon_{su}\right)\right) + \right.\\ &\left.-\sin\left(2\cdot\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\right) - \cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\cdot\left(\sin\left(\alpha_{a2}\left(\varepsilon_{su}\right)\right) - \sin\left(\alpha_{a1}\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\right) \end{aligned} \tag{19}$$

– kąt określający granicę strefy uplastycznienia betonu (drugi zakres zginania):

$$\alpha_{b,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right) = \arccos\left(\cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right) - 2\cdot\frac{1-\cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)}{\varepsilon'_{\alpha,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)}\right) \tag{20}$$

– kąt określający granicę strefy uplastycznienia stali ściskanej (drugi zakres zginania):

$$\alpha_{a1,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)=\arccos\left(\cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)-\varepsilon_{sy}\cdot\frac{1}{\varepsilon'_{\alpha,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)}\right) \tag{21}$$

– kąt określający granicę strefy uplastycznienia stali rozciąganej (drugi zakres zginania):

$$\alpha_{a2,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)=\arccos\left(\cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)+\varepsilon_{sy}\cdot\frac{1}{\varepsilon'_{\alpha,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)}\right) \tag{22}$$

gdzie:

$$\varepsilon'_{\alpha,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)=\frac{\varepsilon'_{II}}{1-\cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)} \tag{23}$$

– funkcje pomocnicze (drugi zakres zginania):

$$\begin{aligned}X_{3,II}\left(\varepsilon_{su}\right)&=\sin\left(\alpha_{a2,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)\right)-\sin\left(\alpha_{a1,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)\right)+\\&-\cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\cdot\left(\alpha_{a2,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)-\alpha_{a1,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)\right)\end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}Y_{3,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)&=0,5\cdot\left(\alpha_{a2,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)-\alpha_{a1,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)\right)+\\&0,25\cdot\left(\sin\left(2\cdot\alpha_{a2,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)\right)-\sin\left(2\cdot\alpha_{a1,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)\right)\right)+\\&-\cos\left(\alpha\left(\varepsilon_{su}\right)\right)\cdot\left(\sin\left(\alpha_{a2,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)\right)-\sin\left(\alpha_{a1,II}\left(\varepsilon_{su},\varepsilon'_{II}\right)\right)\right)\end{aligned} \tag{25}$$

– najmniejsze odkształcenie skrajnego włókna przekroju (ściskanie):

$$\varepsilon_1\left(\varepsilon_{c2}\right)=\varepsilon_{cu1}-2\cdot\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right) \tag{26}$$

przy czym:

$$\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)=\frac{\varepsilon_{cu1}-\varepsilon_{c2}}{2} \tag{27}$$

gdzie ε_{cu1} jest graniczną wartością odkształcenia skrajnego włókna przekroju w części bardzie ściskanej, a ε_{c2} jest wartością odkształcenia skrajnego włókna w mniej ściskanej części przekroju,

– kąt określający granicę strefy uplastycznienia betonu (ściskanie):

$$\alpha_{b,comp}\left(\varepsilon_{c2}\right)=\arccos\left(-\frac{2+\varepsilon_1\left(\varepsilon_{c2}\right)+\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)}{\Delta\varepsilon\left(\varepsilon_{c2}\right)}\right) \tag{28}$$

– kąt określający granicę strefy uplastycznienia stali ściskanej (ściskanie):

$$\alpha_{a1}(\varepsilon_{c2}) = \begin{cases} \pi \quad \text{jeżeli} \quad \mathrm{Re}\left(\arccos\left(-\dfrac{\varepsilon_{sy} + \varepsilon_1(\varepsilon_{c2}) + \Delta\varepsilon(\varepsilon_{c2})}{\Delta\varepsilon(\varepsilon_{c2})}\right)\right) \geq \pi \\ \arccos\left(-\dfrac{\varepsilon_{sy} + \varepsilon_1(\varepsilon_{c2}) + \Delta\varepsilon(\varepsilon_{c2})}{\Delta\varepsilon(\varepsilon_{c2})}\right) \quad \text{w innym przypadku} \end{cases} \tag{29}$$

2. Przykład obliczeniowy

Równania przedstawione w pkt. 1 pozwalają na zbudowanie wykresów interakcji n_{Rd} - m_{Rd} dla dowolnego gatunku stali zbrojeniowej. Dla zilustrowania rezultatów w postaci krzywej interakcji przyjęto następujące dane:

– częściowe współczynniki bezpieczeństwa:

$$\gamma_s = 1{,}15, \ \gamma_c = 1{,}5$$

– moduł Younga dla stali:

$$E_s = 210\,000 \text{ MPa}$$

– charakterystyczne granice plastyczności:

$$f_{yk} = 220 \text{ MPa}, \ f_{ck} = 12 \text{ MPa}$$

– odkształcenie skrajnych włókien ściskanej strefy przekroju:

$$\varepsilon' = -2‰$$

Dla każdego z trzech zakresów odkształcenia należy przyjąć skończoną liczbę punktów, dla których zostanie obliczona nośność graniczna n_{Rd} oraz m_{Rd} (rys. 3). Wartości pośrednie pomiędzy punktami (n_{Rd}, m_{Rd}) są interpolowane liniowo. W poniższym przykładzie przyjęto podział odcinków w każdym zakresie równy $n = 21$, a następnie dla każdej wartości odkształcenia wyznaczono nośność graniczną. Dla pierwszego zakresu zginania przyjęto:

$$(\varepsilon_{su})_i = -\frac{i}{4}, \quad \varepsilon_{su} \in (0, 5\rangle, \quad i = 0, 1, ..., n-1$$

Dla drugiego zakresu zginania przyjęto:

$$(\varepsilon'_{II})_i = -\frac{i}{10}, \quad \varepsilon'_{II} \in (0, -2\rangle, \quad i = 0, 1, ..., n-1$$

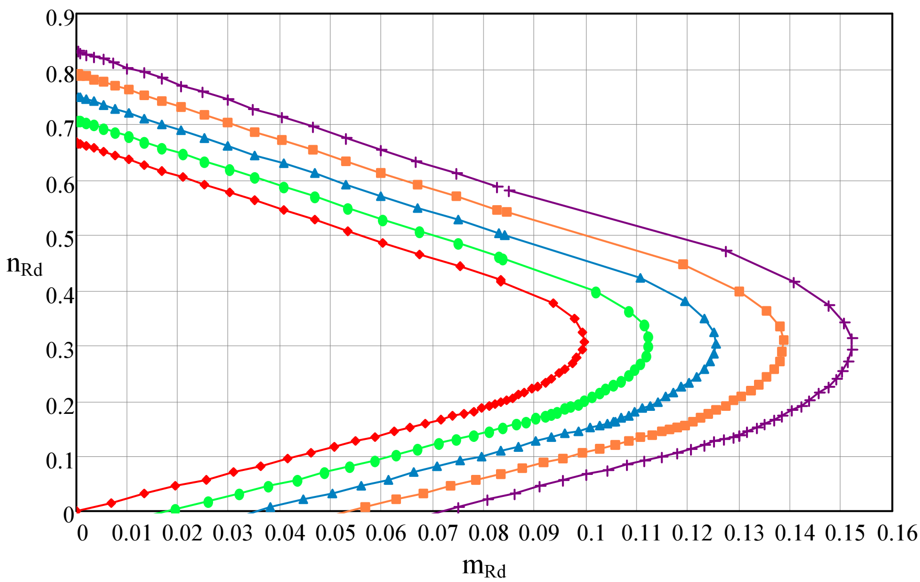
przy czym założono stałą wartość odkształcenia stali rozciąganej $\varepsilon_{su,II} = 5$.

Dla trzeciego zakresu - ściskania przyjęto:

$$\left(\varepsilon_{c2}\right)_i = -\frac{i}{10}, \quad \varepsilon_{c2} \in \left(0,-2\right\rangle, \quad i = 0,1,\ldots,n-1$$

przy czym dla granicznej wartości odkształcenia skrajnego włókna przekroju w części bardzie ściskanej przyjęto $\varepsilon_{cu1} = -2$. Obliczenia przeprowadzono dla 5 krzywych przyjmując różne wartości sprowadzonego stopnia zbrojenia $\mu\frac{f_{yk}}{f_{ck}}$, gdzie wartość stopnia zbrojenia zestawiono w następującym wektorze:

$$\mu = \left[0,0 \quad 0,273 \quad 0.545 \quad 0.818 \quad 1.091\right]$$



Rys. 3. Nomogram do wymiarowania przekroju żelbetowego pierścieniowego (opis w tekście)

Dla każdej wartości ww. stopnia zbrojenia otrzymano wartości sprowadzonego stopnia zbrojenia (rys. 3):

$$\mu\frac{f_{yk}}{f_{ck}} = 0,0, \quad \mu\frac{f_{yk}}{f_{ck}} = 0,05, \quad \mu\frac{f_{yk}}{f_{ck}} = 0,1, \quad \mu\frac{f_{yk}}{f_{ck}} = 0,15$$

$$\mu\frac{f_{yk}}{f_{ck}} = 0,2$$

Podsumowanie

W niniejszym artykule przedstawiono procedurę sporządzania wykresów interakcji n_{Rd} - m_{Rd} dla dowolnego gatunku stali zbrojeniowej na podstawie szeregu zależności matematycznych. Zaprezentowany sposób postępowania można w łatwy sposób zaimplementować w takich środowiskach jak Microsoft EXCEL czy MathCad, i nie wymaga budowania indywidualnego programu komputerowego. Przedstawione rozwiązanie może okazać się nieocenioną pomocą dla inżynierów projektantów zajmujących się tematyką konstrukcji przemysłowych.

Literatura

[1] PN-EN 13084-1:2007 Kominy wolno stojące. Część 1: Wymagania ogólne.

[2] PN-EN 13084-1:2007 Kominy wolno stojące. Część 2: Kominy betonowe.

[3] Lechman M., Wyznaczanie naprężeń normalnych w przekroju komina żelbetowego osłabionego otworem z uwzględnieniem fizycznej nieliniowości materiałów, Prace Instytutu Techniki Budowlanej - Kwartalnik 2002, 4, 61-83.

[4] Lechamn M., Instrukcja 459/2010. Wolno stojące kominy żelbetowe. Obliczanie i projektowanie według norm PN-EN, Wydawnictwo Instytutu Techniki Budowlanej, Warszawa 2010.

[5] Lechman, M., Nośność i wymiarowanie przekrojów pierścieniowych elementów mimośrodowo ściskanych, Wydawnictwo Instytutu Techniki Budowlanej, Warszawa 2006.

Streszczenie

W pracy przedstawiono metodę wymiarowania pierścieniowych żelbetowych przekrojów poziomych w stanie granicznym nośności przez podanie zasad budowania odpowiednich nomogramów dla dowolnego gatunku stali zbrojeniowej. Zaprezentowano algorytm obliczeniowy oraz przykład liczbowy.

Słowa kluczowe: kominy żelbetowe, wymiarowanie, algorytm

Calculation of horizontal cross-section of concrete chimney at ultimate limit state according to PN-EN - computational algorithm

Abstract

In the paper calculation method of horizontal cross-section of concrete chimney at ultimate limit state is presented. The principles of building a suitable nomograms for any grade of steel are shown. Calculation algorithm and a numerical example are given.

Keywords: concrete chimneys, cross-section calculating, algorithm