

Proces rozdrabniania w młynie kulowym opisany teorią momentów statystycznych

Grinding process in a ball mill by the theory of statistical moments

Tomasz P. Olejnik*,

Wydział Biotechnologii i Nauk o Żywności, Politechnika Łódzka

Abstrakt

W artykule przedstawiono wyniki badań mających na celu eksperymentalną weryfikację modelu rozdrabniania w młynie kulowym w oparciu o teorię momentów statystycznych. Badania kruszenia materiałów skalnych o różnej twardości przeprowadzono w młynie laboratoryjnym o objętości 6 dm³. Dla określonych odstępów czasu pobierano próbki surowca z młyna i wykonano analizy granulometryczne, określając udziały procentowe produktu. Mielono cztery rodzaje materiału skalnego: gabra, kwarcyt, sjenit i piaskowiec żelazisty. Obliczono wartości momentów zerowych, momentów centralnych oraz współczynniki spłaszczenia i asymetrii. Zbadano zależności między tymi wartościami w funkcji czasu mielenia.

Abstract

Results of investigations which aimed at experimental verification of the model of grinding in a ball mill based on the theory of moments are presented in the paper. Grinding tests for rock materials with different hardness were carried out in a laboratory mill 6 dm³ in volume. Particle size distribution of the material was determined in specified time intervals. Four types of rock material were milled: gabra, quartzite, syenite and ferruginous sandstone®. The values of zero moments, central moments and coefficients of flattening and asymmetry were calculated. Relationships between these values as a function of milling time were examined.

Słowa kluczowe: rozdrabnianie, młyn kulowy, współczynniki, teoria momentów

Keywords: grinding, ball mill, coefficients, moment theory

*autor korespondencyjny: dr hab. inż. Tomasz P. Olejnik, prof. Uczelni: tomasz.olejnik@p.lodz.pl

1. Wprowadzenie

Matematyczny model kinetyki mielenia, przyjmowany jako równanie lub układ równań, łączy parametry rozkładu ziarnowego rozdrobnionego materiału z czasem mielenia, a stałe w modelu zależą od warunków pracy (parametry procesu i aparatury). Model może służyć do przewidywania składu produktu przy odpowiednim składzie surowca lub odpowiedniej kontroli procesu. Z utylitarne go punktu widzenia model, z jednej strony powinien jak najwierniej odzwierciedlić rzeczywisty proces, z drugiej zaś powinien być wystarczająco prosty i zawierać kilka parametrów i wartości niezbędnych do ustalenia eksperymentalnego.

Większość autorów zajmujących się procesami jednostkowymi musi określać składy granulometryczne produktu. Dotyczy to operacji rozdrabniania, granulacji, przesiewania itp. [1, 2] Większość autorów posługuje się modelem Austina [3], który opiera się na wynikach uzyskanych przez Sedlatschek i Bass [4].

Austin wprowadza dwie wartości: parametr rozkładu rozdrabniania i właściwą szybkość mielenia, które są różne dla grup cząstek z poszczególnych przedziałów rozmiarowych, na które można podzielić cały zbiór nadawy lub produktu. Dodatkowo, wartości parametrów rozkładu oraz szybkość mielenia zależą od warunków procesu (rodzaj aparatu i zastosowanej technologii) oraz właściwości mechanicznych mielonego surowca. Skomplikowany zapis modelu Austina ogranicza praktyczne stosowanie go do opisu produktów rozdrabniania w skali przemysłowej, ze względu na konieczność określania wielu parametrów modelu. Każdy wzrost dokładności – wzrost liczby klas ziarnowych – powoduje wzrost liczby parametrów modelu, które należy określić.

Opis kinetyki zaproponowany przez Verdesa [5], który posługiwał się teorią prawdopodobieństwa, dostarcza najprostszego sposobu wyznaczania kinetyki. Istotną zaletą modelu jest to, że opisuje on takie wartości, jak wielkość cząstek i całkowita ich powierzchnia w funkcji czasu.

Prosty model zaproponowany przez Heima i Szewczyka [6] do opisu mielenia w młynie kulowym jest kombinacją modeli Austina i Verdesa. Model ten musi jednak spełniać założenie o stabilności funkcji gęstości rozkładu ziarnowego podczas rozdrabniania. Do tej pory warunek ten został potwierdzony eksperymentalnie dla młyna kulowego. Zastosowanie modelu do innych typów młynów i różnych materiałów powinien zostać zweryfikowane eksperymentalnie. Współczynniki równania modelu [6] zależą od parametrów procesu i właściwości rozdrabnianego materiału.

W literaturze brak jest opisu kinetyki mielenia, który – niezależnie od właściwości materiału oraz parametrów procesu i urządzeń – miałby charakter zarówno prosty, jak i uniwersalny. Próbę znalezienia takiego rozwiązania podjęli w swojej pracy Heim i Olejnik [7].

2. Opis modelu

Modelowanie matematyczne procesu rozdrabniania obejmuje następujące zagadnienia:

1. Wybór funkcji opisującej zależność frakcji cząstek o określonej wielkości od ich wielkości charakterystycznej pomimo zmiany udziału tych frakcji w trakcie procesu.
2. Opracowanie równania kinetyki rozdrabniania, czyli wyznaczenie szybkości zmian rozkładu ziarnowego w czasie, w zależności od właściwości przemiału i parametrów technologicznych procesu.

Mimo powszechnej stosowalności procesu rozdrabniania, zagadnienia prostego w interpretacji modelu, skupiają uwagę badaczy dopiero od niedawna. Klasyczne modelowanie rozkładu granulometrycznego materiału ziarnistego polega na podzieleniu całego zakresu różnych rozmiarów cząstek na skończoną liczbę frakcji rozmiarowych. Analiza kinetyki mielenia opiera się na bilansie masowym dla

każdej frakcji z osobna, co prowadzi do następującej postaci równania różniczkowego:

$$\frac{dw_i(t)}{dt} = -S_i * w_i(t) + \sum_{j=1, i>1}^{i-1} (B_{i,j} - B_{i+1,j}) * S_j * w_j(t) \quad (1)$$

Zazwyczaj przyjmuje się, że szybkość mielenia danej frakcji S_i jest stała w czasie, podobnie jak funkcja rozkładu B_{ij} . Zastosowanie powyższego modelu kinetyki mielenia wymaga eksperymentalnego wyznaczenia wielu parametrów i żmudnych obliczeń matematycznych, zarówno na etapie wyznaczania tych parametrów, jak i później przy projektowaniu rzeczywistego procesu.

Odwrotną koncepcję opisu procesu mielenia zaproponował Olejnik [8]. Punktem wyjścia było wykorzystanie teorii momentów do określenia rozkładu wielkości cząstek układu ziarnistego. Mianowicie zastosowano moment zerowy pierwszego rzędu μ_1 oraz współczynnik asymetrii K_1 i współczynnik koncentracji rozkładu K_2 . Wspomniane zależności opisują następujące równania:

$$\mu_1 = \sum_{i=1}^m d_i * w_i \quad (2)$$

$$K_1 = \frac{M_3}{M_2^2} \quad (3)$$

$$K_2 = \frac{M_4}{M_2^3} - 3 \quad (4)$$

gdzie, centralny moment k-tego rzędu to:

$$M_k = \sum_{i=1}^m (d_i - \mu_1)^k * w_i \quad (5)$$

Moment zerowy pierwszego rzędu utożsamiany jest ze średnią wielkością cząstek. Analizując zmianę powyższych wartości podczas mielenia różnych materiałów w młynie kulowym, Olejnik [1, 2, 9-11] stwierdził pewne zależności,

które były identyczne dla surowców o różnej podatności na rozdrabnianie.

3. Badania

Celem badań było znalezienie odpowiedzi na następujące pytania:

1. Czy opis procesu rozdrabniania oparty na teorii momentów daje zadowalające rezultaty?

2. Czy zależność między współczynnikami spłaszczenia i asymetrii a średnią wielkością cząstek jest taka sama dla różnych materiałów i ma ten sam charakter dla różnych warunków procesu mielenia?

3. Czy istnieją prawidłowości związane ze zmianami współczynników spłaszczenia i asymetrii, które wynikają z różnic w ilości materiału podawanego do młyna i różnej liczby kul?

Podczas prób przemiału wykorzystano ceramiczny młyn kulowy o średnicy wewnętrznej bębna równej 0,2 m i objętości całkowitej 6 dm³. Przemiał prowadzono w trybie wsadowym. Częstotliwość obrotów bębna wynosiła 1,6 s⁻¹, co odpowiadało teoretycznej prędkości krytycznej aparatu. Serie doświadczalne różniły się ilością mielonego materiału V_n : 300, 450, 600, 750 cm³; jako mielniki zastosowano kule stalowe lub korundowe/alubitowe. Podczas prób zmieniano liczbę i średnicę kul. Badany materiał różnił się istotnie twardością mierzoną w skali Mohsa. Wypełnienie młyna stanowiły kule stalowe o średnicy 25,4 mm oraz kule alubitowe o średnicy 30 mm. Materiał rozdrobniono, a następnie przesiano w celu uzyskania wsadu o wielkości cząstek zawartych we frakcji od 1 do 2,5 mm. Celem tej wstępnej obróbki było uzyskanie surowca o jednorodnych właściwościach mechanicznych. Proces rozdrabniania prowadzono w taki sposób, że w określonych odstępach czasu młyn był zatrzymywany, pobierano próbkę 180 g rozdrobnionego surowca i poddano go analizie sitowej na układzie 14 sit o wielkości oczek: 2, 1,6, 1,25, 1, 0,8, 0,63, 0,5, 0,4, 0,315, 0,2, 0,125, 0,09, 0,071 i

0,063 mm. Po oznaczeniu udziałów masowych na poszczególnych sitach materiał ponownie wprowadzono do bębna i kontynuowano rozdrabnianie. Proces trwał do momentu spadku masy frakcji początkowej (1 do 2,5 mm) do poziomu co najmniej 2%. Rozdrabniano gąbro, kwarcyt, sienit i piaskowiec żelazisty (kopulak). Ich twardość oszacowaną w skali Mohsa zamieszczono w tabeli 1.

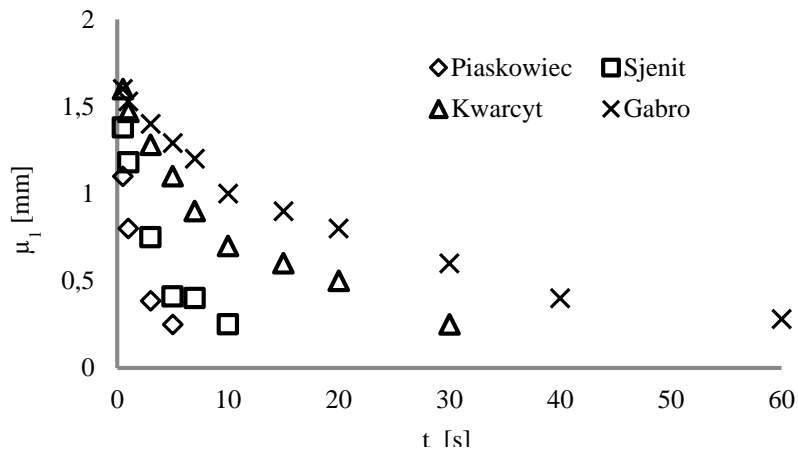
Tab. 1. Porównanie twardości rozdrabnianego surowca.

Surowiec	Twardość według skali Mohs'a, [-]
Piaskowiec	3
Kwarcyt	6
Sienit	7
Gąbro	9

4. Analiza procesu rozdrabniania

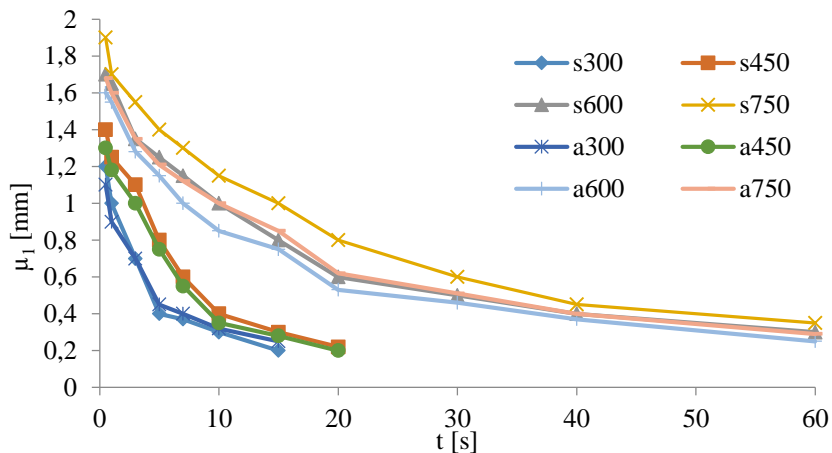
Po przeprowadzeniu analizy sitowej zmielonych surowców obliczono udziały % w_i każdej frakcji rozmiarowej, dla odpowiednich czasów rozdrabniania. Udziały zostały wykorzystane do dalszych obliczeń statystycznych, były to dane wejściowe do modelu obliczeniowego. Obliczono odpowiednio momenty zerowego i pierwszego stopnia oraz współczynniki spłaszczenia i asymetrii rozkładu granulometrycznego.

Dla lepszej interpretacji uzyskanych wyników, obliczone wartości $\mu_1 = f(t)$, $K_1 = f(\mu_1)$, $K_2 = f(\mu_1)$ przedstawiono w postaci wykresów. Z przebiegu danych obliczeniowych zamieszczonych na wykresach wynika, że istnieją ścisłe zależności między współczynnikami spłaszczenia K_1 i asymetrii K_2 a średnią wielkością cząstek przyjętą jako wartość momentu μ_1 . Podobny charakter przebiegu zmian współczynników otrzymano dla rozdrabniania surowców przy różnych parametrach procesu (liczba i rodzaj kul).



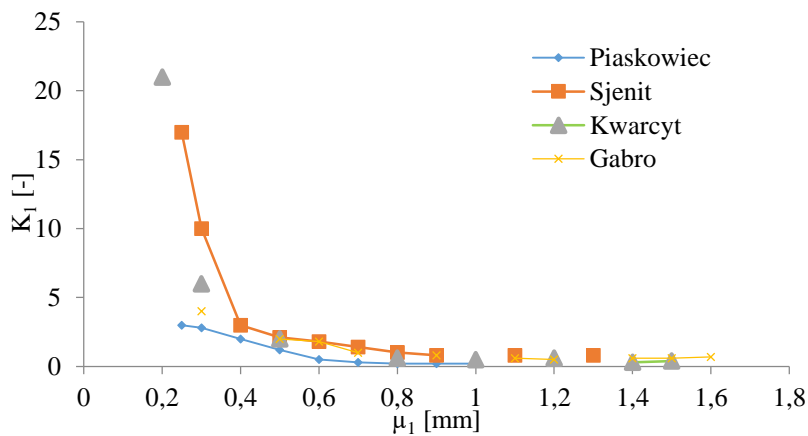
Rys. 1. Zmiana średniego rozmiaru ziarn dla czterech surowców;
masa kul $m_k = 1,130 \text{ kg}$; $V_n = 300 \text{ cm}^3$

Na rysunku 1 widać wyraźnie zróżnicowaną podatność na rozdrabnianie surowców. Rysunek 2 ilustruje zmianę μ_1 w funkcji czasu tylko dla jednego materiału – sjenitu, przy zróżnicowaniu wypełnienia młyna surowcem i kulami. Charakter krzywych jest podobny do uzyskiwanego dla różnych surowców przy różnym wypełnieniu młyna surowcem i mielnikami stalowymi (s) i albitowymi (a).

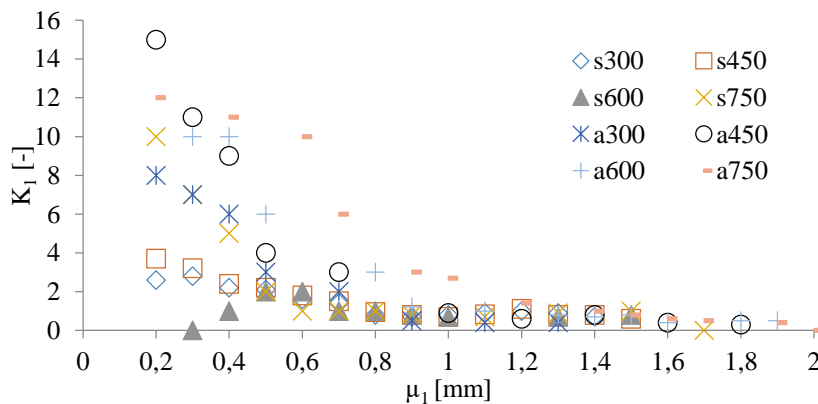


Rys. 2. Zmiana średniej wielkości cząstek sjenitu μ_1 w czasie dla różnej ilości wsadu. Kule korundowe i stalowe; $m_k = 1,115 \text{ kg}$

Dla badanych surowców obliczono współczynniki spłaszczenia oraz asymetrii. Dla czterech analizowanych przemiałów, każdy kulami stalowymi oraz korundowymi zauważono pewne prawidłowości. Dla $\mu_1 > 0,4$ mm, współczynnik asymetrii K_1 jest bliski 0. Świadczy to o symetrycznym rozkładzie wielkości cząstek (Rys. 3 i 4), ale dla $\mu_1 < 0,4$ mm, K_1 szybko rośnie. Nie bez znaczenia jest również to, że zmniejszenie wypełnienia młyna materiałem powoduje szybszy wzrost K_1 (Rys. 4).

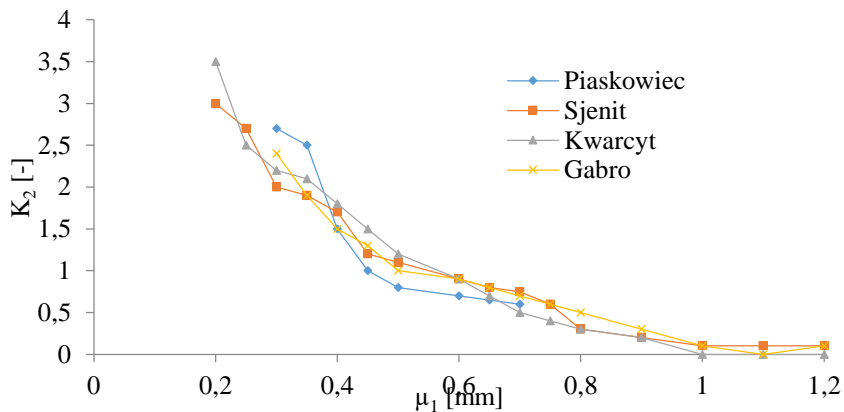


Rys. 3. Zależność K_1 od średniej wielkości cząstek μ_1 . Kule stalowe $m_s = 1,397$ kg, objętość surowca 300 cm^3



Rys. 4. Zależność K_1 od średniej wielkości cząstek μ_1 dla przemiału kulami stalowymi i alubitowymi

Interesująca jest również zależność K_2 od μ_1 dla badanych surowców. Przebieg krzywych jest bardzo podobny dla surowców różniących się twardością (podatnością na rozdrabnianie). Przy stałym napełnieniu młyna, niezależnie od podawanego materiału, zaobserwowano prawie liniowe zmiany K_2 w zakresie μ_1 od 0,4 do 1,2 mm (Rys. 5).



Rys. 5. Zależność K_2 od średniej wielkości cząstek μ_1 . Kule stalowe $m_k = 0,929$ kg, objętość nadawy 300 cm³

5. Wnioski

Wyniki badań pozwalają na wyciągnięcie następujących wniosków:

1. Charakter zależności współczynnika spłaszczenia i średniej wielkości cząstek, których wartość zmienia się podczas mielenia, jest taki sam niezależnie od podatności materiału na warunki mielenia i procesu w młynie kulowym. Identyczny wniosek można sformułować w odniesieniu do zależności współczynnika asymetrii i średniej wielkości cząstek.

2. Warunki procesu i parametry aparatury wpływają na krzywe opisujące zależność współczynników spłaszczenia i asymetrii od średniej wielkości cząstek.

3. Zastosowanie teorii momentów w opisie procesu mielenia w młynie kulowym

wydaje się być bardzo obiecujące i umożliwia łatwiejszą interpretację rezultatów przemiału.

4. Dla potwierdzenia zaobserwowanych prawidłowości i uzyskania podstaw do wniosków ogólnych konieczne jest rozszerzenie zakresu badań o m.in. zmianę częstotliwości obrotów bębna.

Literatura

- [1] Olejnik T. P.: *Selected mineral materials grinding rate and its effect on product granulometric composition*, Physicochemical Problems of Mineral Processing **49**(2), 2013, str. 407-418.
- [2] Olejnik T. P.: *Milling kinetics of chosen rock materials under dry conditions considering strength and statistical properties of bed*, Physicochemical Problems of Mineral Processing **46**, 2011, str. 145-154.
- [3] Gardner R. P., Austin L. G.: *Journal of the Institute of Fuel*, London, 1962.
- [4] Sedlatschek K., Bass L.: *Contribution to the theory of milling processes*, Powder Metallurgy Bulletin **6**, 1953, str. 148-153.
- [5] Verdes E., Ph. D. Thesis, SZIKKTI, Budapest 1984.
- [6] Heim A., Szewczyk G.: *Kinetics of Grinding in Perl Mills*, The 2nd Israel Conference for Conveying and Handling of Particulate Solids, Israel, 1997.
- [7] Olejnik T. P.: *Kinetics of grinding ceramic bulk considering grinding media contact points*, Physicochemical Problems of Mineral Processing **44**, 2010, str.187-194.
- [8] Heim A., Olejnik T. P., Pawlak A.: *Using statistical moments to describe grinding in a ball mill for industrial-scale process*, Chemical Engineering and Processing – Process Intensification, Elsevier Science B.A., Amsterdam **44**, 2005, str. 263-266.
- [9] Olejnik T. P.: *Effect of the number of grinding media contact points on breakage function for wet grinding*, Proceeding of 7th International Conference for Conveying and Handling of Particulate Solids, CHoPS, Friedrichshafen, Niemcy, 2012, str. 1-7.
- [10] Olejnik T. P.: *Grinding kinetics of granite considering morphology and physical properties of grains*, Physicochemical Problems of Mineral Processing **48** (1), 2012, str.

149-158.

[11] Kwiatek J., Siuda R., Gluba T., Olejnik T. P., Obraniak A., Marszałek-Gubiec A., Pietrasik T.: *Granulation of limestone powder using selected binding liquids*, Przemysł Chemiczny, **97**(09), 2018, str. 1542-1548.

Oznaczenia:

B_{ij} – funkcja rozkładu masy cząstek [-]

d_i – średnia wielkość cząstek we frakcji i [mm]

K_1 – współczynnik spłaszczenia [-]

K_2 – współczynnik asymetrii [-]

μ_k – moment zerowy k -tego rzędu [-]

m_k – masa kuli [kg]

M_k – moment centralny k -tego rzędu [-]

S_i – szybkość mielenia frakcji i [-]

t – czas rozdrabniania [s]

V_n – objętość nadawy [dm³]

w_i – udział masowy cząstek o rozmiarze i [-]