

ADAMCZYK Dominik, WILK Andrzej

Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, Katedra Energoelektroniki i Maszyn Elektrycznych

Model dwuwirnikowej maszyny indukcyjnej w aspekcie elektromagnetycznego mechanizmu różnicowego

Double-rotor induction motor model in electromagnetic differential aspect

Streszczenie: W artykule przedstawiono obwodowy model maszyny indukcyjnej z dwoma wirnikami, który proponowany jest w koncepcji elektromagnetycznego mechanizmu różnicowego. Koncepcja ta przewiduje zastosowanie dwuwirnikowej maszyny elektrycznej spełniającej jednocześnie funkcje mechanizmu różnicowego oraz napędu pojazdu samochodowego. W realizacji tej koncepcji niezbędna jest także przekładnia mechaniczna sprzężona z jednym z wałów silnika. W tym artykule badano silnik z wirującym trójfazowym uzwojeniem cewkowym zasilanym poprzez pierścienie ślizgowe. Drugi z wirników połączony z przekładnią mechaniczną zawiera uzwojenie klatkowe. Model maszyny został opracowany na bazie rzeczywistej konstrukcji silnika indukcyjnego o mocy 7,5 kW ($2p=4$) z jednym wirnikiem. To pozwoliło na porównanie wyników symulacji i eksperymentu w stanie zahamowania jednego z wirników. Wykazano względnie dobrą zgodność wyników symulacji i pomiaru w stanie dynamicznym i statycznym.

Abstract: A purpose of this document is to present a concept, construction, circuit model and experimental results of double rotor induction motor. This short document highlights electromagnetic differential function of double rotor machines. Application of this function in car propulsion system requires a reversing gear. Construction of double rotor induction machine anticipate that external rotor winding will be powered by slip rings. Inner rotor is squirrel-caged. Circuit model parameters were based on 7,5 kW single rotor induction motor ($2p=4$). Experimental verification of model was based on comparison between mentioned single motor and model of double rotor machine with outer rotor blocked. Presented results showed relatively good compliance between model and real motor.

Słowa kluczowe: *maszyna indukcyjna, podwójny wirnik, elektromagnetyczny mechanizm różnicowy*

Keywords: *induction machine, double rotor, electromagnetic differential*

1. Wstęp

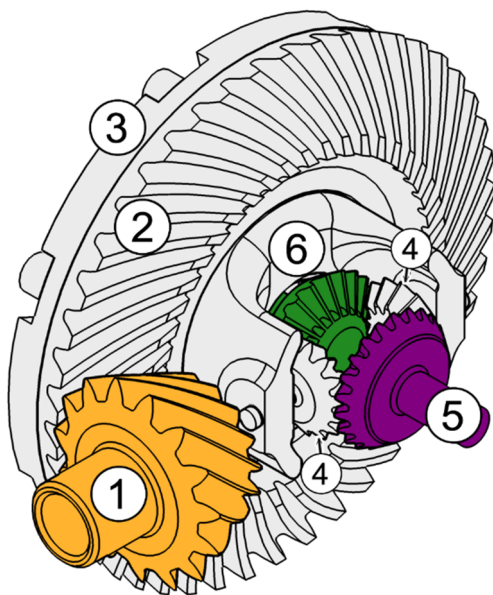
W ostatnich latach niektórzy producenci samochodów osobowych wprowadzają do seryjnej produkcji pojazdy, w których jedynym źródłem napędu jest silnik elektryczny. Publikowane są liczne prace naukowe na temat topologii układów napędowych oraz stosowanych w nich rodzajów silników elektrycznych [1,2]. Większość obecnie stosowanych układów napędowych opartych jest o jednosilnikowy układ przeniesienia napędu z wykorzystaniem mechanicznego mechanizmu różnicowego (MMR). Rzadziej spotyka się układy napędowe wielosilnikowe (silniki osadzone w kołach). W układach wielosilnikowych funkcję elektronicznego mechanicznego mechanizmu różnicowego, pełni sterownik nadrzędny. W artykule proponowana jest koncepcja układu napędowego opartego o tzw. elektromagnetyczny mechanizm różnicowy (EMR). Funkcję mechanizmu różnicowego w tym układzie może pełnić silnik z dwoma wirnikami (ang. Double Rotor Machine - DRM). Koncepcja przewiduje

wykorzystanie DRM jako napędu integrującego w sobie funkcje mechanizmu różnicowego. Do budowy EMR może być zastosowana maszyna synchroniczna (MS) lub indukcyjna (MI). Autorzy analizowali także zastosowanie maszyny komutatorowej [3]. Celem tej pracy jest przedstawienie matematycznego modelu silnika indukcyjnego z dwoma wirnikami w aspekcie EMR oraz analiza właściwości dynamicznych tej maszyny. W rozdziale 2 omówiono MMR. W rozdziale 3 przedstawiono budowę MI klatkowej w roli EMR. W rozdziale 4 opisano model matematyczny dwuwirnikowej MI. W rozdziale 5 przedstawiono wybrane wyniki stanów symulacji dynamicznej.

2. Mechaniczny mechanizm różnicowy

Mechaniczny mechanizm różnicowy MMR umożliwia poruszanie się kół napędowych pojazdu z różną prędkością. Jest to istotne podczas pokonywania zakrętów, gdy jedno z kół napędowych musi pokonać dłuższą drogę. Mechanizm różnicowy rozdziela moment napędowy pochodzący od silnika (teoretyczny po

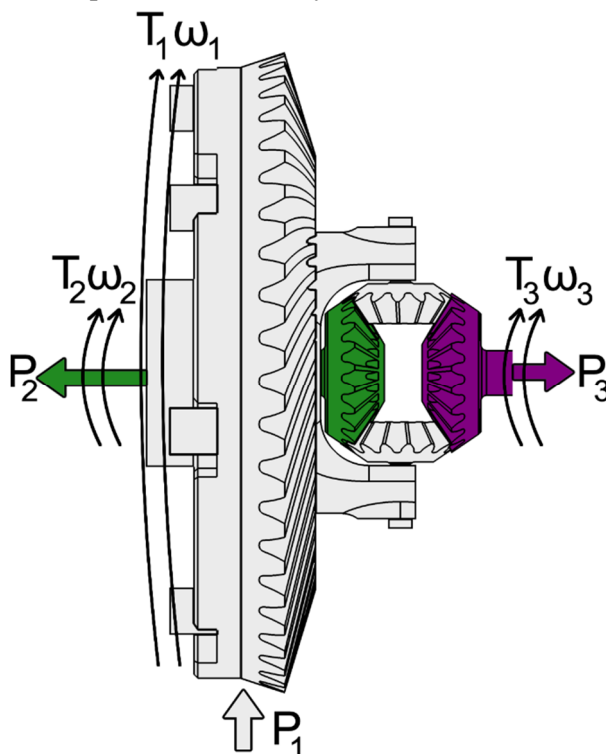
równy) na obie półosie koła. Rozdzielana jest w ten sposób także moc – większa na szybciej obracające się koło. W niektórych sytuacjach taki rozdział mocy/momentu może być niekorzystny np. w przypadku gdy jedno z kół straci kontakt z nawierzchnią. Dlatego rozwijane są różne koncepcje począwszy od mechanizmów różnicowych ze zwiększonym tarcie wewnętrzne (np. z hydraulicznymi sprzęgłami), aż po aktywne mechanizmy różnicowe (np. układy wielosilnikowe) [4]. Takie rozwiązania pozwalają dowolnie rozdzielać moment na poszczególne półosie. Stosowane są także rozwiązania systemowe, które są połączeniem działania mechanizmu różnicowego oraz systemu hamulcowego. Mimo różnic w wykonaniu, właściwościach oraz budowie podstawowa funkcja oraz zasada działania mechanizmu różnicowego pozostaje niezmienna. W tej pracy przedstawiono budowę, zasadę działania oraz elementarne zależności kinematyczne i dynamiczne MMR prostego. Opis dotyczy stożkowej przekładni zębatej, której budowę przedstawiono na rys.1.



Rys. 1 Mechaniczny mechanizm różnicowy – stożkowa przekładnia zębata. 1-wał napędowy z zębami, 2-koło talerzowe, 3-obudowa połączona z kołem talerzowym, 4-satelity połączone z obudową, 5 i 6- koła koronowe połączone z półosiami napędzającymi koła.

Rozpatrywany jest układ symetryczny, co oznacza, że w przekładni liczba zębów w obu kołach koronowych jest sobie równa. Wynika z

tego, że taka przekładnia będzie miała przełożenie wewnętrzne $i = -1$. Oznaczenia momentów poszczególnych elementów wewnątrz MMR przedstawiono na rys.2.



Rys. 2 Oznaczenia momentów oraz mocy na poszczególnych elementach mechanizmu różnicowego przedstawionego na rys.1

Mechanizm różnicowy przekazuje moment napędowy T_1 na koło talerzowe za pośrednictwem satelity na koła koronowe (T_2 , T_3 – moment na półosiach). Równanie momentów w MMR jest następujące:

$$0,5 \cdot T_1 = T_2 = T_3 \quad (1)$$

Relacja prędkości kątowych w MMR wyrażona jest wzorem

$$\omega_1 = (\omega_2 + \omega_3) / 2 \quad (2)$$

Bilans mocy MMR, przy pominięciu strat wynosi

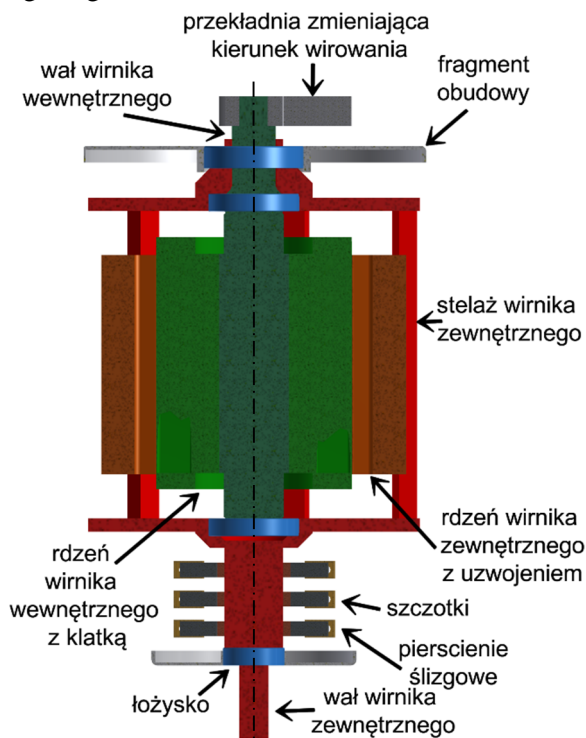
$$\omega_1 T_1 = (\omega_2 T_2 + \omega_3 T_3) / 2 \quad (3)$$

Momenty T_2 oraz T_3 są momentami obciążenia półosi. Na podstawie równania (2) widać, że w przypadku zablokowania jednej z półosi (koła), drugie będzie obracać się z dwukrotną prędkością koła talerzowego. Identyczna sytuacja będzie miała miejsce jeżeli jedno z kół straci przyczepność z podłożem.

3. Koncepcja dwuwirnikowego silnika indukcyjnego

Zagadnienia poświęcone maszynie indukcyjnej dwuwirnikowej można między innymi znaleźć w [5,6].

Na rys. 3 przedstawiono koncepcję budowy dwuwirnikowego silnika indukcyjnego. Wymiary główne silnika zostały dobrane na bazie maszyny klatkowej typu Sg132M4 o mocy znamionowej $P_n = 7,5$ kW, liczbie par biegunów $p = 2$, liczbie żłobków stojana $Q_s = 36$, liczbie żłobków wirnika $Q_r = 28$. W proponowanej koncepcji zasilanie trójfazowe doprowadzone jest do uzwojeń cewkowych zewnętrznego wirnika za pomocą pierścieniowego zestyku ślizgowego.

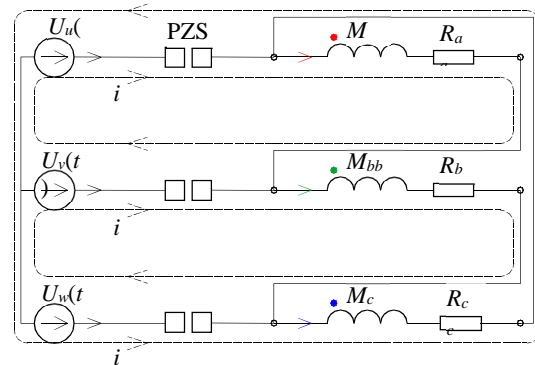


Rys.3. Budowa dwuwirnikowego silnika indukcyjnego

Wirnik wewnętrzny zawiera uzwojenie klatkowe. W obudowie maszyny łożyskowany jest wirujący stelaż wirnika zewnętrznego. Wirnik wewnętrzny łożyskowany jest w tym stelażu. Uzyskuje się dzięki temu możliwość niezależnego wirowania każdego z wałów. Wał wirnika wewnętrznego połączony jest z przekładnią mechaniczną zmieniającą kierunek wirowania poprzez tuleję wykonaną w stelażu. Zmiana kierunku wirowania jest konieczna jeżeli taki silnik ma pełnić funkcję EMR.

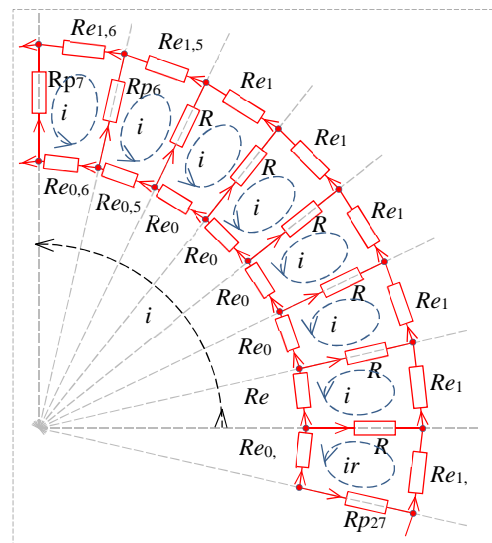
4. Model matematyczny dwuwirnikowego silnika indukcyjnego

Model maszyny dwuwirnikowej sformułowano w tzw. osiach naturalnych. W przypadku analizowanej maszyny trójfazowe cewkowe uzwojenie wirnika zewnętrznego reprezentowane jest przez trzy skupione uzwojenia połączone w trójkąt (rys.4). Uzwojenie klatkowe wirnika wewnętrznego mające Q_r żłobków reprezentowane jest przez Q_r elementarnych oczek plus jedno oczko związane z pierścieniem zwierającym (rys.5).



Rys.4. Schemat ideowy obwodu wirnika zewnętrznego silnika: PZS – pierścieniowy zestyk ślizgowy

W prezentowanym modelu jedynym istotnym założeniem upraszczającym jest przyjęcie liniowych sprzężeń magnetycznych pomiędzy skupionymi cewkami wirnika zewnętrznego i oczkami klatki wirnika wewnętrznego. Wypieranie prądu w prętach klatki wirnika uwzględniono poprzez odpowiednią zmianę ich rezystancji w funkcji poślizgu.



Rys.5. Schemat ideowy 1/4 klatki wirnika

Straty mocy na histerezę i prądy wirowe w podejściu koncepcyjnym pominięto.

Model matematyczny maszyny dwuwirnikowej sformułowano z wykorzystaniem metody energetycznej Lagrange'a. Szczegółowy opis metodyki modelowania maszyn indukcyjnych z wykorzystaniem tzw. formalizmu Lagrange'a podano w [7,8]. U podstaw budowy modelu obwodowego maszyny leży jej podział na elementy skupione zachowawcze i dyssypatywne, zarówno elektryczne, jak i mechaniczne. W schemacie pokazanym na rys.4 obwód zawiera skupione elementy wirującego uzwojenia zewnętrznego (cewki M_{aa} , M_{bb} , M_{cc} i rezystory R_{aa} , R_{bb} , R_{cc}). Na rys.5 pokazano schemat ideowy elektryczny ¼ klatki wirnika wewnętrznego z zaznaczonymi elementami dyssypatywnymi – rezystancje prętów R_p i fragmentów pierścieni R_e .

Obwód elektromagnetyczny silnika ma 3 stopnie swobody po stronie wirnika zewnętrznego (prądy i_a , i_b , i_c) oraz 29 stopni swobody od strony wirnika wewnętrznego (prądy $i_{r0}, \dots, i_{r27}, i_e$). Model silnika uzupełnia obwód mechaniczny składający się z dwóch elementów bezwładnościowych i tłumiących w ruchu obrotowym. Występują tu 2 stopnie swobody mechanicznej – prędkość kątowna wirnika zewnętrznego ω_s i prędkość kątowna wirnika wewnętrznego ω_r . Równania modelu silnika dwuwirnikowego są następujące:

$$\mathbf{M}(\beta_s, \beta_r) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ ir_0 \\ \vdots \\ ir_{27} \\ ie \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_u(t) - U_v(t) \\ U_v(t) - U_w(t) \\ U_w(t) - U_u(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \mathbf{R}(s) \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ ir_0 \\ \vdots \\ ir_{27} \\ ie \end{bmatrix} +$$

$$-\left[\frac{\partial}{\partial \beta_s} \mathbf{M}(\beta_s, \beta_r) \right] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ ir_0 \\ \vdots \\ ir_{27} \\ ie \end{bmatrix} \omega_s - \left[\frac{\partial}{\partial \beta_r} \mathbf{M}(\beta_s, \beta_r) \right] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ ir_0 \\ \vdots \\ ir_{27} \\ ie \end{bmatrix} \omega_r \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} \beta_s = \omega_s, \quad \frac{d}{dt} \beta_r = \omega_r,$$

$$J_s \frac{d}{dt} \omega_s = T_{elem_s}(\mathbf{i}, \beta_s, \beta_r) + T_{ext_s}(t) - D_s \omega_s, \quad (5)$$

$$J_r \frac{d}{dt} \omega_r = T_{elem_r}(\mathbf{i}, \beta_s, \beta_r) + T_{ext_r}(t) - D_r \omega_r,$$

gdzie: β_s – kąt obrotu wirnika zewnętrznego; β_r – kąt obrotu wirnika wewnętrznego; $\mathbf{M}(\beta_s, \beta_r)$ – macierz indukcyjności; $\mathbf{R}(s)$ – macierz rezystancji w funkcji poślizgu s ; J_s , J_r – momenty bezwładności odpowiednio wirnika zewnętrznego i wewnętrznego; $T_{elem_s}(\mathbf{i}, \beta_s, \beta_r)$, $T_{elem_r}(\mathbf{i}, \beta_s, \beta_r)$ – momenty elektromagnetyczne działające odpowiednio na wirnik zewnętrzny i wewnętrzny; $T_{ext_s}(t)$, $T_{ext_r}(t)$ – momenty zewnętrzne działające odpowiednio na wał wirnika zewnętrznego i wewnętrznego; D_s , D_r – współczynniki tłumienia kinetycznego odpowiednio wirnika zewnętrznego i wewnętrznego.

Moment elektromagnetyczny wyznaczane są ze wzorów:

$$T_{elem_s}(\mathbf{i}, \beta_s, \beta_r) = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T \left[\frac{\partial}{\partial \beta_s} \mathbf{M}(\beta_s, \beta_r) \right] \mathbf{i},$$

$$T_{elem_r}(\mathbf{i}, \beta_s, \beta_r) = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T \left[\frac{\partial}{\partial \beta_r} \mathbf{M}(\beta_s, \beta_r) \right] \mathbf{i}, \quad (6)$$

$$\mathbf{i}^T = [i_a \quad i_b \quad i_c \quad i_{r0} \quad \dots \quad i_{r27} \quad i_e]$$

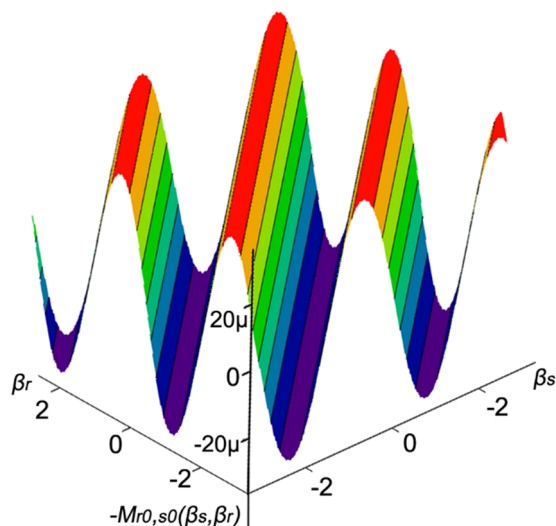
Macierz indukcyjności jest wyrażona wzorem:

$$\mathbf{M}(\beta_s, \beta_r) =$$

$$\begin{bmatrix} M_{s0,s0} & M_{s0,s1} & M_{s0,s2} \\ M_{s1,s0} & M_{s1,s1} & M_{s1,s2} \\ M_{s2,s0} & M_{s2,s1} & M_{s2,s2} \\ M_{r0,s0}(\beta_s, \beta_r) & M_{r0,s1}(\beta_s, \beta_r) & M_{r0,s2}(\beta_s, \beta_r) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ M_{r27,s0}(\beta_s, \beta_r) & M_{r27,s1}(\beta_s, \beta_r) & M_{r27,s2}(\beta_s, \beta_r) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} M_{s0,r0}(\beta_s, \beta_r) & \dots & M_{s0,r27}(\beta_s, \beta_r) & 0 \\ M_{s1,r0}(\beta_s, \beta_r) & \dots & M_{s1,r27}(\beta_s, \beta_r) & 0 \\ M_{s2,r0}(\beta_s, \beta_r) & \dots & M_{s2,r27}(\beta_s, \beta_r) & 0 \\ M_{r0,r0} & \dots & M_{r0,r27r} & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ M_{r27,r0} & \dots & M_{r27,r27} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & M_{e,e} \end{bmatrix} \quad (7)$$

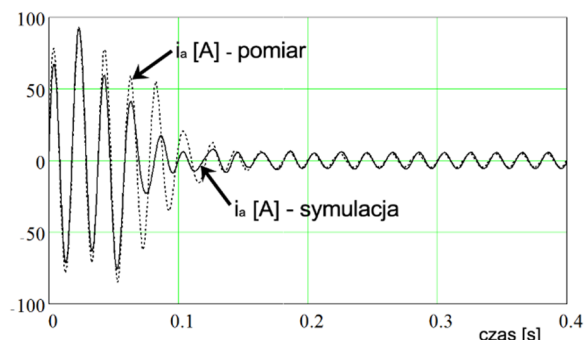
Zawiera ona wyrazy stałe $M_{s,s}$ pomiędzy indukcyjnościami w obwodzie wirnika zewnętrznego oraz wyrazy stałe $M_{r,r}$ w obwodzie uzwojenia wirnika wewnętrznego (klatki). Indukcyjności wzajemne $M_{r,s}$ i $M_{s,r}$ pomiędzy obwodami wirnika zewnętrznego i wewnętrznego są funkcjami kątów β_s, β_r . Wykres tej indukcyjności w funkcji obydwu kątów przedstawiono na rys.6



Rys.6. Wykres indukcyjności wzajemnej $-M_{r0,s0}(\beta_s, \beta_r)$, dla $\beta_s \in (-\pi, \pi)$ $\beta_r \in (-\pi, \pi)$

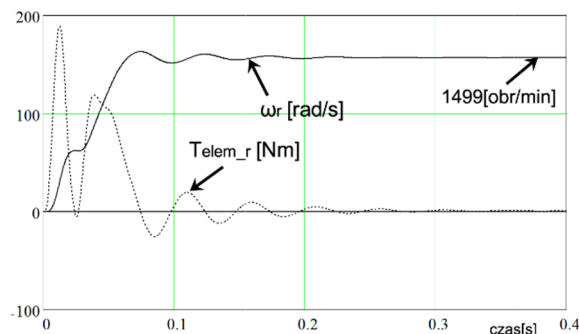
5. Wybrane wyniki symulacji dynamicznej

Porównanie wyników symulacji i eksperymentu przeprowadzono dla stanu rozruchu z unieruchomieniem wirnika zewnętrznego w przypadku modelu. Wyniki przebiegu prądu w przewodzie zasilającym i_a uzyskanego na podstawie symulacji i eksperymentu pokazano na rys. 7.



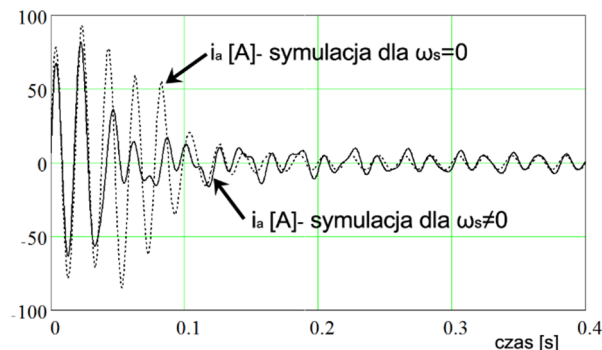
Rys.7. Porównanie przebiegów prądu i_a uzyskanego na podstawie symulacji i pomiaru

Na rys.8 przedstawiono symulację przebiegu momentu elektromagnetycznego działającego na wewnętrzny wirnik oraz jego prędkość kątową odpowiadającą stanowi rozruchu z rys.7.

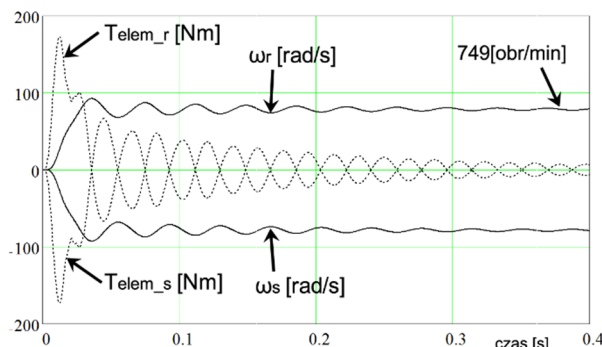


Rys.8. Symulacja przebiegu momentu elektromagnetycznego działającego na wirnik wewnętrzny oraz jego prędkość kątową

Na podstawie otrzymanych wyników można wnioskować, że model względnie dobrze odwzorowuje wyniki uzyskane z eksperymentu. Na rys. 9 oraz rys.10 przedstawiono wyniki symulacji rozruchu opracowanego modelu dla dwóch swobodnych wirników.



Rys.9. Porównanie przebiegu prądów i_a przy dwóch i jednym stopniu swobody mechanicznej



Rys.10. Momenty elektromagnetyczne działające na wirnik wewnętrzny i zewnętrzny oraz odpowiadające im prędkości kątowe

Założono przy tym te same wartości momentów bezwładności oraz współczynników tarcia lepkiego. Dodatkowo na rys.9 pokazano przebieg prądu z wirnikiem zewnętrznym utwierdzonym.

Symulacja wykazuje, że momenty działające na wirniki mają takie same przebiegi, ale o róż-

nych znakach – są przeciwnie do siebie skierowane. Przy uwzględnieniu odpowiedniej przekładni mechanicznej napędzanej przez wirnik wewnętrzny uzyskuje się spełnienie elektromagnetycznego mechanizmu różnicowego. Symulacja wykazuje także, że przy takich samych współczynnikach tłumienia kinetycznego wirniki uzyskują takie same prędkości ustalone ale o przeciwnych znakach. Wartość prędkości ustalonej jest zbliżona do połowy wartości prędkości synchronicznej pola wirującego. Dynamika zmian prądu, momentu i prędkości kątovej w silniku o dwóch mechanicznych stopniach swobody jest inna niż przy jednym stopniu swobody przy tych samych parametrach obwodowych i zasilania.

4. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań eksperymentalnych oraz symulacyjnych można stwierdzić, że przedstawiony w pracy model indukcyjnej maszyny dwuwirnikowej jest względnie poprawny. Jego dokładność wynika z zastosowanych uproszczeń w obwodzie elektromagnetycznym. Model wykazał, że momenty elektromagnetyczne działające na oba wirniki mają taki sam przebieg ale są przeciwnie skierowane przy takich samych parametrach mechanicznych. Na tej podstawie można stwierdzić, że opracowany model maszyny może być zastosowany w symulacjach elektromagnetycznego mechanizmu różnicowego. Dynamika zmian prądu, momentu i prędkości kątovej w silniku o dwóch mechanicznych stopniach swobody jest inna niż przy jednym stopniu swobody. Porównując dynamikę zmian prądu obserwuje się, że w modelu o dwóch mechanicznych stopniach swobody wartości udarowe prądów są mniejsze i zanikają szybciej. Ogólnie można stwierdzić, że uzyskanie stanu zbliżonego do stanu ustalonego trwa krócej w maszynie dwuwirnikowej.

7. Literatura

- [1].R. Langari and J.-S. Won. *Intelligent energy management agent for a parallel hybrid vehicle-part I: system architecture and design of the driving situation identification process*. IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 54, no. 3, pp. 925–934, May 2005
- [2].J. Larminie and J. Lowry. *Electric Vehicle Technology Explained*. John Wiley & Sons, 2003
- [3].Adamczyk D., Michna M., Ronkowski M., Wilk A.: *Koncepcja i modelowanie silnika o wirującym tworniku oraz magniesnicy do zastosowania w napędzie miejskiego samochodu elektrycznego*. Zeszyty Problemowe - Maszyny Elektryczne nr 100, 2013 cz.II, s. 149-154
- [4].M. K. Aripin, Y. Md Sam, K. A. Danapalasingam, K. Peng, N. Hamzah, and M. F. Ismail. *A Review of Active Yaw Control System for Vehicle Handling and Stability Enhancement*. Int. J. Veh. Technol., vol. 2014, Jun. 2014
- [5].Han-Wung Park, Seok-Gyu Oh, Young-Joo An, Young-Bae Choo, Young-Moon Hwang. *Study on double-rotor type driving system for electric vehicle*. Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers, vol.46, no.1, Jan. 1997, 46-51. Publisher: Korean Inst. Electr.
- [6].Kelly DH. *Double-rotor induction motor*. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol.pas-88, no.7, July 1969, 1086-92. USA.
- [7].Sobczyk T.: *Metodyczne aspekty modelowania matematycznego maszyn elektrycznych*, WNT, Warszawa 2004.
- [8].White D.C., Woodson H.H.: *Electromechanical Energy Conversion*, Wiley, New York, 1959.

Autorzy

mgr inż. Dominik Adamczyk, tel. 58 347 19 39, dadamc@ely.pg.gda.pl,
 dr inż. Andrzej Wilk, tel. 58 347 10 87, a.wilk@ely.pg.gda.pl
 Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk