

*regulator stanu, układy trójmasowe,
układy z połączeniem sprężystym*

Karol WRÓBEL*

STRUKTURA STEROWANIA UKŁADEM TRÓJMASOWYM Z REGULATOREM STANU

W artykule przedstawiono analizę regulatora stanu zastosowanego do układu trójmasowego. Przedstawiono model układu trójmasowego oraz strukturę sterowania z regulatorem stanu dla tego układu. Wyprowadzono zależności analityczne pozwalające uzyskać żądane właściwości dynamiczne. Układ przebadano symulacyjnie.

1. WPROWADZENIE

W związku z wysokimi wymaganiami stawianymi nowoczesnym układom napędowym, obok skracania czasu narostu odpowiedzi układu oraz minimalizacji przeregulowań, dąży się do eliminacji oscylacji zmiennych stanu. Jedną z przyczyn powstawania drgań może być pominięcie przy projektowaniu układu regulacji sprężystości połączeń łańcuchu mechanicznym maszyny. W wielu przypadkach pominięcie charakterystyki części mechanicznej jest niedopuszczalne. Typowymi przykładami są napędy dużych mocy, w tym napędy walcownicze, wyciągowe i napędy maszyn papierniczych. W związku z rozwojem układów regulacji, umożliwiających w zasadzie bezinercyjne sterowanie momentem elektromagnetycznym silnika elektrycznego, wpływ charakterystyki połączeń mechanicznych ujawnił się w innych rodzajach napędów: napędach robotów [2], nowoczesnych serwonapędach [6], napędach dysków twardych [4]. Drgania w układzie napędowym z połączeniem sprężystym mogą pojawić się między innymi pod wpływem: zmienności prędkości i zmienności momentu obciążenia. Powstające oscylacje wpływają negatywnie na trwałość połączenia mechanicznego, a w skrajnych przypadkach mogą doprowadzić do utraty stabilności układu.

* Instytut Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, ul. Smoluchowskiego 19, 50-372 Wrocław, e-mail: karol.wrobel@pwr.wroc.pl

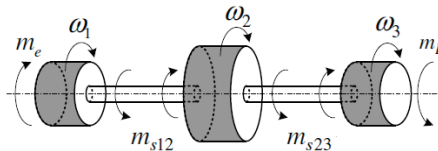
Uwzględnienie skończonej sztywności połączeń mechanicznych podczas projektowania układu regulacji umożliwi efektywne tłumienie oscylacji. Innym podejściem jest ingerencja w część mechaniczną układu napędowego. Stosuje się rozwiązania konstrukcyjne mające na celu zwiększenie sztywności połączeń lub wzrost tłumienia powstających drgań. Metody te powodują zwiększenie złożoności konstrukcyjnej i wzrost gabarytów układu. Bardziej efektywnym sposobem ograniczania drgań jest zatem zastosowanie odpowiedniej struktury sterowania.

W literaturze można znaleźć prace przedstawiające układy sterowania napędów z połączeniem sprężystym wykorzystujące między innymi regulatory PI z dodatkowymi sprzężeniami [8], regulatory rozmyte i neuro-rozmyte [3], a także regulatory predykcyjne [5]. Regulatory PI są dobrze znane w kręgu inżynierów i szeroko stosowane ze względu na łatwość doboru parametrów układu. Metody sztucznej inteligencji, w tym logika rozmyta, są dynamicznie rozwijającą się dziedziną wiedzy, coraz częściej znajdującą zastosowanie w układach sterowania napędów elektrycznych. Regulatory predykcyjne ze względu na dużą złożoność obliczeniową stosowane były początkowo w systemach o małej dynamice, głównie w branży chemicznej i petrochemicznej. W ostatnich latach zauważalnie wzrosło zainteresowanie tą metodą regulacji w obszarze szeroko rozumianej mechatroniki i energoelektroniki [1], [9].

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie możliwości zaimplementowania regulatora stanu sterującego prędkością układu trójmasowego. Rozpatrywanie układów dynamicznych w przestrzeni stanu umożliwia umieszczenie wszystkich biegunów układu w żądanych punktach, w stosunkowo prosty sposób. Uzyskuje się dzięki temu zakładany współczynnik tłumienia i pulsację rezonansową układu. Metoda ta wymaga jednak informacji o wszystkich zmiennych stanu [6] które mogą być estymowane za pomocą specjalnego estymatora.

2. MODEL UKŁADU TRÓJMASOWEGO W PRZESTRZENI STANU

W przypadku uwzględnienia momentu bezwładności sprzęgła w modelu matematycznym obiektu otrzymuje się o układ trójmasowy, którego schemat ideowy przedstawiono na rysunku 1. Model matematyczny układu opisują równania (1).



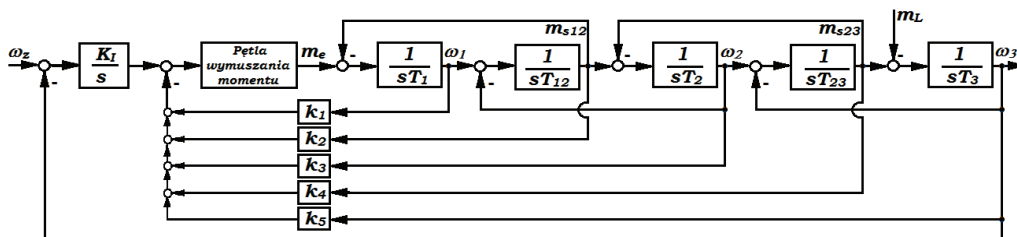
Rys. 1. Schemat ideowy układu trójmasowego

$$\begin{aligned}
 T_1 \frac{d\omega_1(t)}{dt} &= m_e(t) - m_{s12}(t) \\
 T_2 \frac{d\omega_2(t)}{dt} &= m_{s12}(t) - m_{s23}(t) \\
 T_3 \frac{d\omega_3(t)}{dt} &= m_{s23}(t) - m_L(t) \\
 T_{12} \frac{dm_{s12}(t)}{dt} &= \omega_1(t) - \omega_2(t) \\
 T_{23} \frac{dm_{s23}(t)}{dt} &= \omega_2(t) - \omega_3(t)
 \end{aligned} \tag{1}$$

gdzie: $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ – prędkości silnika, przekładni, obciążenia, m_e – moment elektromagnetyczny silnika, m_{s12} – moment skrętny wału pomiędzy silnikiem a przekładnią, m_{s23} – moment skrętny wału pomiędzy przekładnią a obciążeniem, m_L – moment obciążenia, T_1, T_2, T_3 – mechaniczne stałe czasowe odpowiednio: silnika, przekładni, obciążenia, T_{12}, T_{23} – stała czasowa elementu sprężystego (wału) odpowiednio: między silnikiem a przekładnią, między przekładnią a obciążeniem.

3. STRUKTURA STEROWANIA

Struktura sterowania układu trójmasowego z regulatorem stanu została zaprezentowana na rysunku 2. W torze głównym znajduje się człon całkujący zapewniający astatyzm pętli regulacji. W pracy przyjęto, że pętla kształtowania momentu elektromagnetycznego jest zoptymalizowana i posiada transmitancję $G_m(s) = 1$.



Rys. 2. Struktura sterowania układu trójmasowego z regulatorem stanu

Przy doborze parametrów regulatora stanu wykorzystano metodę rozmieszczenia biegunów równania charakterystycznego.

Transmitancja przewodnia prędkości obciążenia układu przedstawionego na rysunku 2 opisana jest następującym wyrażeniem:

$$G_{\omega_{3p}} = \frac{\omega_3}{\omega_z} = \frac{K_I}{s^6 a_6 + s^5 a_5 + s^4 a_4 + s^3 a_3 + s^2 a_2 + s a_1 + K_I} \quad (2)$$

gdzie:

$$a_6 = T_1 T_{12} T_2 T_{23} T_3,$$

$$a_5 = k_1 T_{12} T_2 T_{23} T_3,$$

$$a_4 = T_1 T_{12} T_2 + T_1 T_{12} T_3 + T_1 T_{23} T_3 + T_2 T_{23} T_3 + k_2 T_2 T_{23} T_3,$$

$$a_3 = k_1 T_{12} T_2 + k_1 T_{12} T_3 + k_1 T_{23} T_3 + k_3 T_{23} T_3,$$

$$a_2 = T_1 + T_2 + T_3 + k_2 T_2 + k_2 T_3 + k_4 T_3,$$

$$a_1 = k_1 + k_3 + k_5,$$

k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 – współczynniki sprzężeń zwrotnych od poszczególnych zmiennych stanu układu trójmasowego.

Wielomian odniesienia dla układu 6 stopnia określony jest równaniem (3).

$$\begin{aligned} (s^2 + 2\xi_r \omega_r s + \omega_r^2)^3 = & s^6 + s^5 (6\xi_r \omega_r) + s^4 (3\omega_r^2 + 12\xi_r^2 \omega_r^2) + \\ & s^3 (12\xi_r \omega_r^3 + 8\xi_r^3 \omega_r^3) + s^2 (3\omega_r^4 + 12\xi_r^2 \omega_r^4) + s (6\xi_r \omega_r^5) + \omega_r^6 \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie ω_r – pulsacja rezonansowa, ξ_r – współczynnik tłumienia układu.

Przyrównując czony równania charakterystycznego układu (2) do członów wielomianu odniesienia (3), otrzymano zależności analityczne pozwalające obliczyć parametry struktury regulacji, dla założonych wartości współczynnika tłumienia i pulsacji rezonansowej układu:

$$\begin{aligned} k_1 &= 6\xi_r \omega_r T_1 \\ k_2 &= \frac{1}{T_2 T_{23} T_3} [T_1 T_{12} T_2 T_{23} T_3 (3\omega_r^2 + 12\xi_r^2 \omega_r^2) - T_1 T_{12} T_2 - T_1 T_{12} T_3 - T_1 T_{23} T_3 - T_2 T_{23} T_3] \\ k_3 &= \frac{1}{T_{23} T_3} [(12\xi_r \omega_r^3 + 8\xi_r^3 \omega_r^3) T_1 T_{12} T_2 T_{23} T_3 - k_1 (T_{12} T_2 + T_{12} T_3 + T_{23} T_3)] \\ k_4 &= \frac{1}{T_3} [(3\omega_r^4 + 12\xi_r^2 \omega_r^4) T_1 T_{12} T_2 T_{23} T_3 - T_1 - T_2 - T_3 - k_2 T_2 - k_2 T_3] \\ k_5 &= 6\xi_r \omega_r^5 T_1 T_{12} T_2 T_{23} T_3 - k_1 - k_3 \\ K_I &= \omega_r^6 T_1 T_{12} T_2 T_{23} T_3 \end{aligned} \quad (4)$$

Powyższe wyrażenia zapewniają dobór parametrów układu regulacji w sposób zapewniający uzyskanie dowolnych właściwości dynamicznych obiektu pracującego w liniowym zakresie pracy.

4. BADANIA SYMULACYJNE

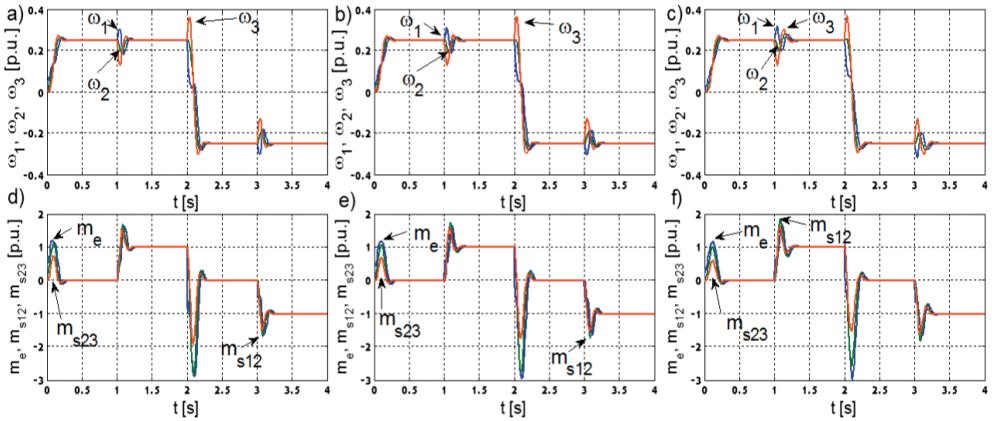
Na rysunku 3 pokazano przykładowe przebiegi zmiennych układu sterowania z regulatorem stanu dla różnej wartości pulsacji rezonansowej $\omega_r = 50 \text{ s}^{-1}$, $\omega_r = 45 \text{ s}^{-1}$, $\omega_r = 40 \text{ s}^{-1}$. Wartość współczynnika tłumienia przyjęto $\zeta_r = 0,7$. Przebieg symulacji przewidywał rozruch układu w chwili $t_1 = 0 \text{ s}$ do prędkości $\omega_z = 0,25 \text{ [p.u.]}$. Po ustaleniu się prędkości, w chwili $t_2 = 1 \text{ s}$ załączany był moment obciążenia o wartości znamionowej. Następnie w chwili $t_3 = 2 \text{ s}$ moment obciążenia zostaje wyłączony i jednocześnie następuje nawrót do prędkości $\omega_z = -0,25 \text{ [p.u.]}$. W chwili $t_4 = 3 \text{ s}$ zostaje załączony moment obciążenia o wartości $m_L = -1 \text{ [p.u.]}$. Wartości stałych czasowych układu przyjęto $T_1 = T_2 = T_3 = 0,203 \text{ s}$, $T_{12} = T_{23} = 0,0026 \text{ s}$.

Właściwy dobór biegunów równania charakterystycznego determinuje właściwości dynamiczne układu. Ponieważ układ sterowania z regulatorem stanu jest układem 6 rzędu w strukturze sterowania występuje sześć niezależnych parametrów. Umożliwia to niezależne rozmieszczenie wszystkich biegunów, tak by uzyskać założone właściwości dynamiczne. Aby całkowicie skompensować wpływ momentu obciążenia należy wprowadzić dodatkowe sprzężenia zwrotne od momentu obciążenia i jego pochodnych (zależnie od rzędu licznika transmitancji zakłóceniewej [6]).

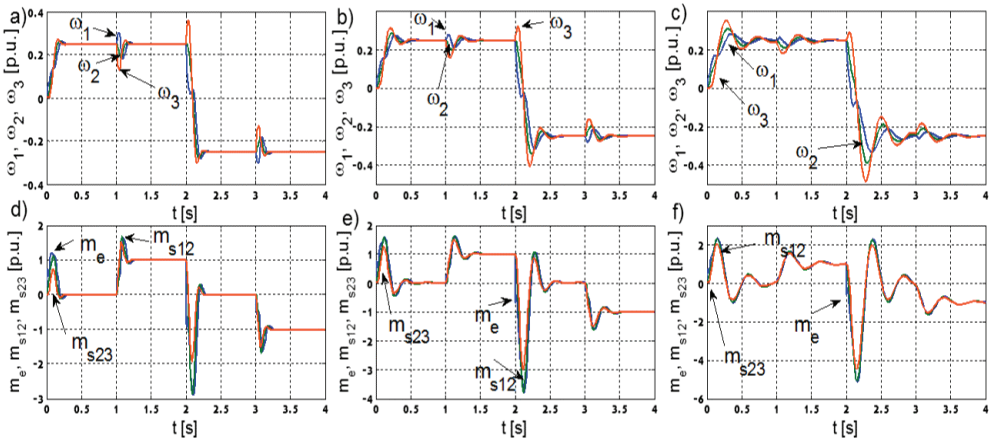
Na rysunku 3 przedstawiono przebiegi prędkości i momentów uzyskane w układzie trójmasowym z regulatorem stanu dla różnych wartości pulsacji rezonansowej. Z analizy zaprezentowanych przebiegów wynika, że zwiększenie wartości pulsacji rezonansowej powoduje zwiększenie dynamiki układu. Powoduje to wymuszenie większych momentów działających w układzie. Należy zauważyć, że zwiększeniu momentu elektromagnetycznego towarzyszy zwiększenie momentów skrętnych w poszczególnych wałach mechanicznych. Jednak w żadnym przypadku moment skrętny nie przekracza wartości momentu elektromagnetycznego. Przy mniejszej wartości częstotliwości rezonansowej zauważono również relatywnie gorszą reakcję na przyłożenie momentu obciążenia. Oscylacje pojawiające się w tej sytuacji mają większą amplitudę.

Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono sytuację zmiany wartości stałej czasowej maszyny roboczej dla różnych wartości częstotliwości rezonansowej, w układzie regulacji zaprojektowanym dla wartości $T_3 = 0,203 \text{ s}$. Wartość stałej czasowej obciążenia w kolejnych próbach wynosiła T_3 (a, d), $2T_3$ (b, e) oraz $4T_3$ (c, f). Częstotliwość rezonansowa przyjmowała kolejno wartości $\omega_r = 50 \text{ s}^{-1}$ (rys. 4) oraz $\omega_r = 40 \text{ s}^{-1}$ (rys. 5). Jak pokazano na rysunkach, przy wzroście stałej czasowej obciążenia w przebiegach prędkości pojawiają się coraz większe oscylacje. Dodatkowo sprawdzono jak na zmianę

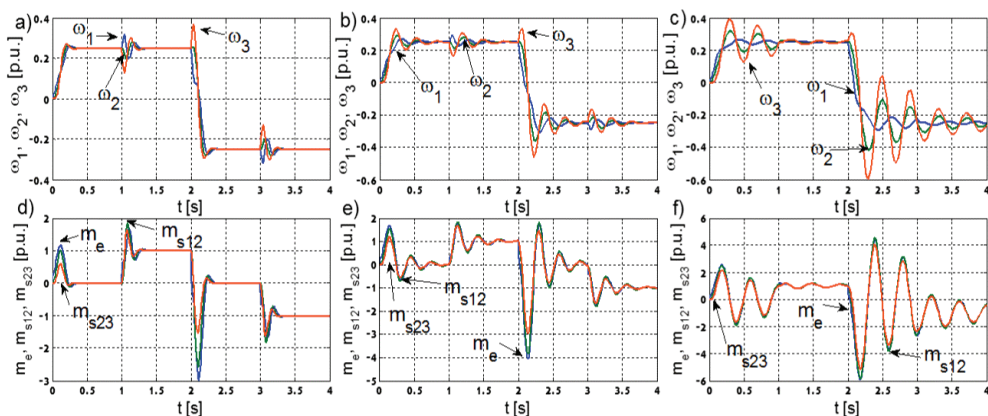
wartości stałej czasowej obciążenia reaguje układ zaprojektowany dla $\omega_r = 30 \text{ s}^{-1}$. Okazało się, że już przy podwójnej wartości stałej czasowej układ staje się niestabilny. Oznacza to, że im mniejsza częstotliwość rezonansowa, tym układ jest bardziej wrażliwy na zmianę stałej czasowej obciążenia.



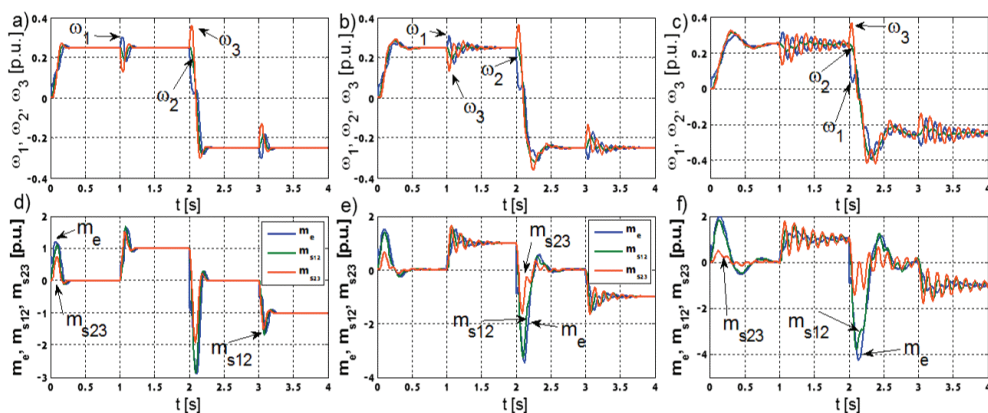
Rys. 3. Przebiegi prędkości silnika, sprzęgła i obciążenia (a, b, c) oraz momentów elektromagnetycznego i skrotnych (d, e, f) układu sterowania z regulatorem stanu dla $\zeta_r = 0,7$ i różnych wartości pulsacji rezonansowej $\omega_r = 50 \text{ s}^{-1}$ (a, d), $\omega_r = 45 \text{ s}^{-1}$ (b, e), $\omega_r = 40 \text{ s}^{-1}$ (c, f)



Rys. 4. Przebiegi prędkości silnika, sprzęgła i obciążenia (a, b, c) oraz momentów elektromagnetycznego i skrotnych (d, e, f) układu sterowania z regulatorem stanu dla $\zeta_r = 0,7$, $\omega_r = 50 \text{ s}^{-1}$ i różnych wartości stałej czasowej maszyny roboczej T_3 (a, d), $2T_3$ (b, e), $4T_3$ (c, f)



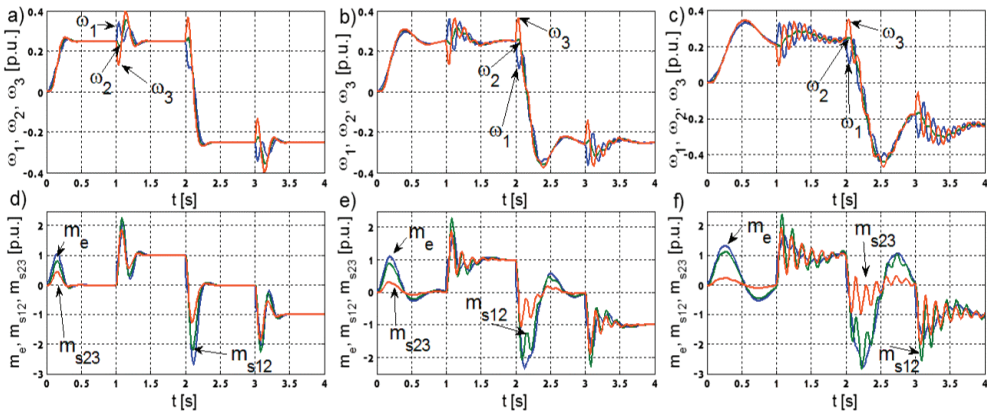
Rys. 5. Przebiegi prędkości silnika, sprzęgła i obciążenia (a, b, c) oraz momentów elektromagnetycznego i skrętnych (d, e, f) układu sterowania z regulatorem stanu dla $\zeta_r = 0,7$, $\omega_r = 40 \text{ s}^{-1}$ i różnych wartości stałej czasowej maszyny roboczej T_3 (a, d), $2T_3$ (b, e), $4T_3$ (c, f)



Rys. 6. Przebiegi prędkości silnika, sprzęgła i obciążenia (a, b, c) oraz momentów elektromagnetycznego i skrętnych (d, e, f) układu sterowania z regulatorem stanu dla $\zeta_r = 0,7$, $\omega_r = 50 \text{ s}^{-1}$ i różnych wartości stałej czasowej maszyny roboczej T_2 (a, d), $2T_2$ (b, e), $4T_2$ (c, f)

Na rysunkach 6 i 7 pokazano, jak układ reaguje na zmianę wartości stałej czasowej sprzęgła. Wartość stałej czasowej sprzęgła w kolejnych próbach przyjmowała wartości $T_2 = 0,203 \text{ s}$ (rys. a, d), $2T_2$ (rys. b, e), $4T_2$ (rys. c, f). Układ przebadano dla różnych częstotliwości rezonansowych $\omega_r = 50 \text{ s}^{-1}$ (rys. 6), $\omega_r = 30 \text{ s}^{-1}$ (rys. 7). Przy wzroście wartości T_2 , w przebiegach prędkości pojawiają się większe przeregulowania. Zaobserwować można również, że w przebiegach prędkości pojawiają się oscylacje o ni-

skiej i wysokiej częstotliwości. Oba typy oscylacji mają charakter gasnący. Można również zauważyć, że przy zmniejszaniu ω_r , układ staje się mniej odporny na zmianę parametrów układu.



Rys. 7: Przebiegi prędkości silnika, sprzęgła i obciążenia (a, c, e) oraz momentów elektromagnetycznego i skrętnych (b, d, f) układu sterowania z regulatorem stanu dla $\zeta_r = 0,7$, $\omega_r = 30 \text{ s}^{-1}$ i różnych wartości stałej czasowej maszyny roboczej T_2 (a, b), $2T_2$ (c, d), $4T_2$ (e, f)

5. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono możliwość zastosowania regulatora stanu do układu trójmasowego. Wyprowadzono zależności analityczne pozwalające uzyskać żądane właściwości dynamiczne. Przedstawiono wyniki badań symulacyjnych potwierdzające poprawność przeprowadzonej analizy. Pokazano możliwość wpływania na właściwości dynamiczne układu poprzez zmianę zadanej wartości pulsacji rezonansowej ω_r oraz współczynnika tłumienia ζ_r . Na podstawie przeprowadzonych badań można wyciągnąć następujące wnioski końcowe:

- Układ z regulatorem stanu umożliwia uzyskanie optymalnych (w sensie odwzorowania postaci wielomianu zadanego) przebiegów prędkości maszyny roboczej w liniowym zakresie pracy.
- Zmiana stałej czasowej maszyny roboczej powoduje powstanie oscylacji w przebiegach zmiennych stanu obiektu. Wielkość tych oscylacji jest adekwatna do wielkości odstępstw od parametrów projektowych.
- Założenie większej wartości pulsacji rezonansowej zamkniętego układu regulacji zapewnia wystąpienie mniejszych odstępstw pomiędzy założoną a uzyskaną prędkością układu w przypadku zmian parametrów obiektu.

– Zmiana wartości stałej czasowej przekładni T_2 powoduje powstanie dużych oscylacji zmiennych stanu obiektu w przypadku skokowej zmiany momentu obciążenia.

LITERATURA

- [1] CORTÉS P., KAZIMIERKOWSKI M. P., KENNEL R. M., QUEVEDO D. E., RODRIGUEZ J., *Predictive control in power electronics and drives*, IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 55, No. 12, 4312–4324, 2008.
- [2] HSU Y.C., CHEN G., LI H.X., *A fuzzy adaptive variable structure controller with applications to robot manipulators*, IEEE Trans. Systems, Man and Cyber. – Part B, Vol. 31, No. 3, 2001, 331–340.
- [3] KNYCHAS S., *Adaptacyjne sterowanie układu dwumasowego z połączeniem sprężystym z wykorzystaniem regulatorów neuronowo-rozmytych*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej Nr 65, Wrocław 2011, 281–293.
- [4] LOW K.S., WONG T.S., *A multiobjective genetic algorithm for optimizing the performance of hard disc driver*, IEEE Transaction on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 3, 2007, 1716–1725.
- [5] SERKIES P., NALEPA R., SZABAT K., CYCHOWSKI M., *Współpraca regulatora predykcyjnego z napędem PMSM i połączeniem sprężystym*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Nr 64, Wrocław 2010, 211–221.
- [6] SZABAT K., *Struktury sterowania elektrycznych układów napędowych z połączeniem sprężystym*. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej Nr 61, Wrocław 2008.
- [7] SZABAT K., ORŁOWSKA-KOWALSKA T., *Analysis of the multi-mass drive system dynamics using reduced-order mathematical model*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Nr 63, Wrocław 2009, 226-237,
- [8] SZABAT K., ORŁOWSKA-KOWALSKA T., KOWALSKI CZ. T., *Wybrane zagadnienia sterowania układu napędowego z połączeniem sprężystym*, Problemy eksploatacji maszyn i napędów elektrycznych. PEMINE, Ustroń, 18–20 maja 2005, BOBRME „Komet”, Katowice, 2005. s. 155–160.
- [9] WANG L., *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB*, Springer, 2009.

CONTROL OF THE TREE-MASS SYSTEM USING STATE CONTROLLER

The article presents an analysis of state controller applied to the elastic three-mass drive system. Is shown a model of the three-mass system and control structure of the state controller for this system. Depending on the analytical derived in order to obtain the desired dynamic properties. The system was tested by simulation.