

Adrianna MASTALERZ-KODZIS, Ewa POŚPIECH  
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach  
Wydział Zarządzania  
adrianna.mastalerz-kodzis@ue.katowice.pl, ewa.pospiech@ue.katowice.pl

## ZASTOSOWANIE ANALIZY TECHNICZNEJ ORAZ FUNKCJI HÖLDERA W PROCESIE KONSTRUOWANIA OPTYMALNYCH STRATEGII INWESTYCYJNYCH

**Streszczenie.** Celem pracy jest zaprezentowanie możliwości zastosowania metod ilościowych w kształtowaniu krótkoterminowych strategii inwestycyjnych. W artykule, za pomocą wybranych metod analizy technicznej oraz metodyki niestacjonarnych procesów stochastycznych z uwzględnieniem funkcji Höldera, zaproponowano konstrukcję strategii inwestycyjnych oraz zbadano ich efektywność. Praca składa się z trzech części: przedstawienia celu pracy i hipotezy badawczej, zaprezentowania metodyki badań oraz analizy empirycznej i wniosków.

**Słowa kluczowe:** analiza techniczna, niestacjonarne procesy stochastyczne, funkcja Höldera, inwestycje krótkoterminowe, spekulacje, efektywność inwestycji.

## APPLICATION OF TECHNICAL ANALYSIS AND THE HÖLDER FUNCTION IN BUILDING OPTIMAL INVESTMENT STRATEGY

**Summary.** The purpose of the paper is to present the possibilities of applying quantitative methods in building short-term investment strategies. In the article, with the use of selected technical analysis methods and the methodology of nonstationary stochastic processes (taking into account the Hölder function), investment strategies have been proposed. The efficiency of the strategies has been also analyzed. The paper consists of three parts. In the first one, the purpose of the article and the hypothesis have been presented, in the second one – applied methods have been shown and the third one includes empirical analysis and conclusions.

**Keywords:** technical analysis, non-stationary stochastic process, the Hölder function, short-term investments, speculations, investments efficiency.

## 1. Wprowadzenie

Proces inwestowania na rynku kapitałowym jest złożony. Inwestor zmierza do osiągnięcia jak największych korzyści przy założonym poziomie ryzyka. Wielkości (w tym też ceny) zmieniają się dynamicznie i stochastycznie. Rozważając inwestycje krótkoterminowe i spekulacje, inwestor może posługiwać się metodami analizy technicznej (AT), a podczas procesu decyzyjnego dotyczącego inwestycji długoterminowych analitycy i decydenci często wykorzystują metodykę analizy fundamentalnej (AF). W procesie decyzyjnym korzysta się także z teorii szeregów czasowych, procesów stochastycznych.

Istnieje wiele hipotez dotyczących rynku kapitałowego. Dwie spośród nich to: hipoteza rynku efektywnego oraz hipoteza rynku fraktalnego. Rynek efektywny to taki, na którym cena danego instrumentu odzwierciedla wszystkie dostępne informacje dotyczące tegoż instrumentu. Jednak niejednokrotnie zostało pokazane, że istnieje pamięć (krótko- i długoterminowa) dla szeregów notowanych na rynku kapitałowym. Powstała hipoteza rynku fraktalnego. Hipoteza ta zakłada, że istnieje pamięć w szeregu cen; im odległość czasowa danych jest dłuższa, tym pamięć jest słabsza. W wielu pracach pokazano także, że szeregi walorów na rynku kapitałowym (np. cen akcji) nie są stacjonarne. Charakterystyki zmieniają się pod wpływem czasu, a zmiany te mają charakter stochastyczny. Dlatego też właściwym narzędziem służącym do opisu szeregów giełdowych są niestacjonarne procesy stochastyczne, zależne od funkcji Höldera, tzw. multiułamkowe procesy ruchów Browna.

W artykule połączono metodykę analizy technicznej z wybranymi elementami niestacjonarnych procesów stochastycznych. Celem pracy jest wskazanie krótkoterminowych strategii inwestycyjnych oraz spekulacyjnych na podstawie ww. metod oraz zbadanie ich efektywności. Hipoteza weryfikowana w pracy brzmi następująco: połączenie metod analizy technicznej oraz wybranych metod analiz niestacjonarnych szeregów czasowych pozwala na konstrukcję efektywnych, krótkoterminowych strategii inwestycyjnych.

## 2. Metodyka badań

### 2.1. Elementy analizy technicznej

Analiza techniczna dotyczy inwestycji krótkoterminowych i średnioterminowych o horyzoncie nie dłuższym niż 6 miesięcy, decyzja inwestycyjna jest oparta na historycznej analizie kształtowania się cen akcji i występowania punktów zwrotnych. Analiza techniczna to badanie zachowań rynku, przede wszystkim przy użyciu wykresów. Celem AT jest przewidywanie przyszłych trendów cenowych [zob. 1, 4, 8, 9, 10].

Analiza techniczna opiera się na trzech przesłankach:

- rynek dyskontuje wszystko (wszelkie czynniki, które mają wpływ na cenę, są w niej uwzględnione, należy badać wykresy i wskaźniki, aby skutecznie prognozować);
- ceny podlegają trendom (narysowanie wykresu cen, odnalezienie trendu w jego wczesnej fazie pozwala dokonać transakcji, która powinna przynieść zyski – kupić, gdy tworzy się trend rosnący, sprzedać, gdy tworzy się malejący);
- historia się powtarza (badanie wykresów pozwala odnaleźć powtarzające się wzory (formacje), według których poruszają się ceny).

## 2.2. Niestacjonarne procesy stochastyczne

Procesy stochastyczne definiujemy na przestrzeni probabilistycznej, używając pojęcia zmiennej losowej [zob. 12]. W zjawiskach natury ekonomicznej często mamy do czynienia ze zmiennymi losowymi zależnymi od parametru. Najczęściej tym parametrem jest czas  $t$ .

Niech będzie dana przestrzeń probabilistyczna  $(\Omega, \Sigma, P)$ . Załóżmy, że  $T$  jest podzbiorem zbioru liczb rzeczywistych oraz  $t \in T$ . *Proces stochastyczny*  $X(t)$  jest rodziną zmiennych losowych  $\{X_t(\omega), t \in T, \omega \in \Omega\}$  zależnych od parametru  $t$  i określonych na przestrzeni probabilistycznej  $(\Omega, \Sigma, P)$ .

Do opisu zjawisk ekonomicznych często wykorzystuje się proces ruchu Browna i jego uogólnienia [2, 5, 6, 11]. *Standardowym procesem ruchu Browna* określonym na przestrzeni probabilistycznej  $(\Omega, \Sigma, P)$  nazywamy proces stochastyczny dany wzorem:

$$B(t + dt) = B(t) + z(t + dt) \quad (1)$$

Istnieje wiele pozycji literatury, w których opisany jest stacjonarny proces stochastyczny, zwany ułamkowym procesem ruchu Browna. Proces ten jest zależny od stałej – wykładnika Hursta. Wykładnik ten należy do przedziału  $(0, 1)$ ; im jest bliższy zera, tym proces cechuje się większą zmiennością [zob. 3, 6, 7]. Multiułamkowy proces ruchu Browna został zaproponowany w pracy [11]. Funkcja Höldera odpowiedzialna za zmienność procesu zależy od czasu. Wartości funkcji Höldera są z przedziału  $(0, 1)$ . Interpretacja wartości  $H(t)$  dla szeregu czasowego jest następująca: z prawdopodobieństwem  $H(t)$  po wzroście (ceny waloru giełdowego) nastąpi jej kolejny wzrost, z prawdopodobieństwem  $1-H(t)$  nastąpi spadek. Zatem wartość  $H(t)$  to prawdopodobieństwo zachowania kierunku zmian.

Niech będą dane: funkcja  $f : D \rightarrow \mathfrak{R}$  ( $D \subset \mathfrak{R}$ ) oraz parametr  $\alpha \in (0, 1)$ .

Funkcja  $f : D \rightarrow \mathfrak{R}$  jest funkcją klasy  $C^\alpha$  Höldera ( $f \in C^\alpha$ ), jeżeli istnieją stałe  $c > 0$  oraz  $h_0 > 0$ , takie że dla każdego  $x$  oraz wszystkich  $h$  takich, że  $0 < h \leq h_0$ , spełniona jest nierówność:

$$|f(x+h) - f(x)| \leq ch^\alpha \quad (2)$$

Funkcja  $f : D \rightarrow \mathfrak{R}$  jest w punkcie  $x_0$  ( $x_0 \in D \subset \mathfrak{R}$ ) funkcją klasy  $C_{x_0}^\alpha$  Höldera ( $f \in C_{x_0}^\alpha$ ), jeżeli istnieją stałe  $\varepsilon, c > 0$ , takie że dla każdego  $x \in (x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon)$  spełniona jest nierówność:

$$|f(x) - f(x_0)| \leq c |x - x_0|^\alpha \quad (3)$$

Punktowym wykładnikiem Höldera funkcji  $f$  w punkcie  $x_0$  nazywamy liczbę  $\alpha_f(x_0)$  daną wzorem  $\alpha_f(x_0) = \sup\{\alpha : f \in C_{x_0}^\alpha\}$ .

Funkcją Höldera dla funkcji  $f$  nazywamy funkcję, która każdemu punktowi  $x \in D$  przyporządkowuje liczbę  $\alpha_f(x)$ .

Niech  $H_t : [0, \infty) \rightarrow (0, 1)$  będzie funkcją Höldera o wykładniku  $\alpha > 0$ .

Uogólnionym multiułamkowym procesem ruchu Browna z parametrem funkcyjnym  $H(t)$  i  $\lambda$  – liczbą rzeczywistą nazywamy proces  $\{B_{H,\lambda}(t)\}_{t \in \mathfrak{R}}$ , taki że dla każdego  $t \in \mathfrak{R}$ :

$$B_{H,\lambda}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{D_n} \frac{e^{it\xi} - 1}{|\xi|^{H_n(t)+0.5}} dB(\xi) \quad (4)$$

gdzie:  $D_0 = \{\xi : |\xi| < 1\}$  oraz dla wszystkich  $n \geq 1$   $D_n = \{\xi : \lambda^{n-1} \leq |\xi| < \lambda^n\}$ .

Estymacja funkcji  $t \rightarrow H(t)$  została opisana w pracy [11]. Oznaczamy symbolem  $\{B_{i,n} = B_H(\frac{i}{n}), 0 \leq i \leq n\}$  proces ruchu Browna o wykładniku Hursta  $H$ . Niech  $S_n$  będzie dane wzorem:

$$S_n = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} |B_{i+1,n} - B_{i,n}| \quad (5)$$

oraz

$$H_n = -\frac{\log(\sqrt{\pi/2} S_n)}{\log(n-1)} \quad (6)$$

Wtedy  $\lim_{n \rightarrow \infty} H_n = H$ .

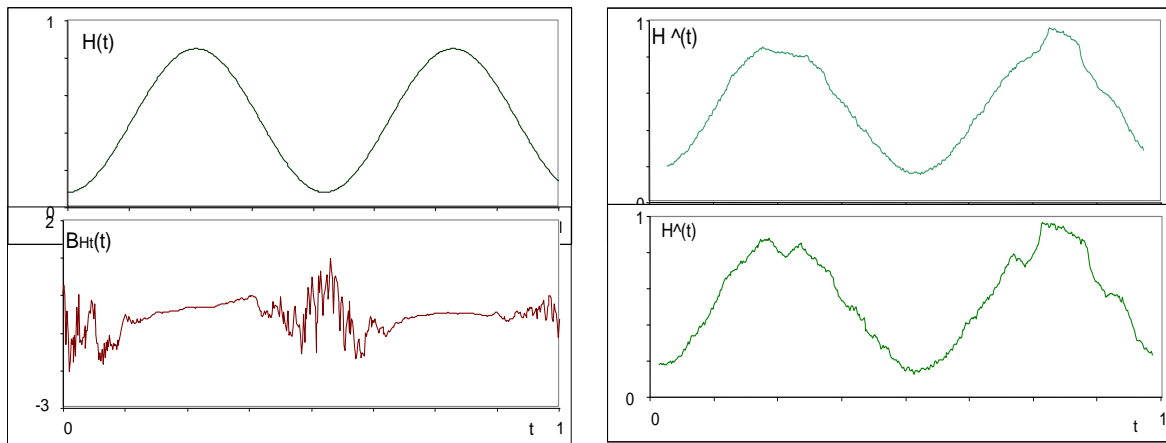
Niech  $n$  będzie długością szeregu czasowego. Niech  $1 < k < n$  będzie długością sąsiedztwa (przedziału) używaną do estymacji funkcji  $H$ . Nie tracąc ogólności, możemy założyć, że  $m = n/k$  jest liczbą całkowitą (gdy  $n$  nie jest iloczynem liczb całkowitych  $k, m$ , to można estymować ostatnie (bliższe terażniejszości)  $n'$  wartości funkcji Höldera dla  $n'$  mającego dzielniki całkowite).

Estymator  $\bar{H}(i/(n-1))$  jest postaci:

$$\bar{H}_{i/(n-1)} = -\frac{\log(\sqrt{\pi/2} S_{k,n}(i))}{\log(n-1)} \quad (7)$$

gdzie  $S_{k,n}(i) = \frac{m}{n-1} \sum_{j=i-k/2}^{i+k/2} |B_{j+1,n} - B_{j,n}|$ .

Na rys. 1 pokazano kolejno: funkcję Höldera (o wartościach z przedziału  $(0, 1)$ ), wygenerowany multiułamkowy proces ruchu Browna. Następnie dla wygenerowanego procesu założono, że nie jest znana generująca ten proces funkcja i tę funkcję wyestymowano. Dla różnych wielkości przedziałów przeprowadzono estymację. W kolejnych podpunktach przedstawiono wynik estymacji dla  $k = 64, 16$ . Widoczne jest podobieństwo pomiędzy funkcją pierwotną a estymowaną.



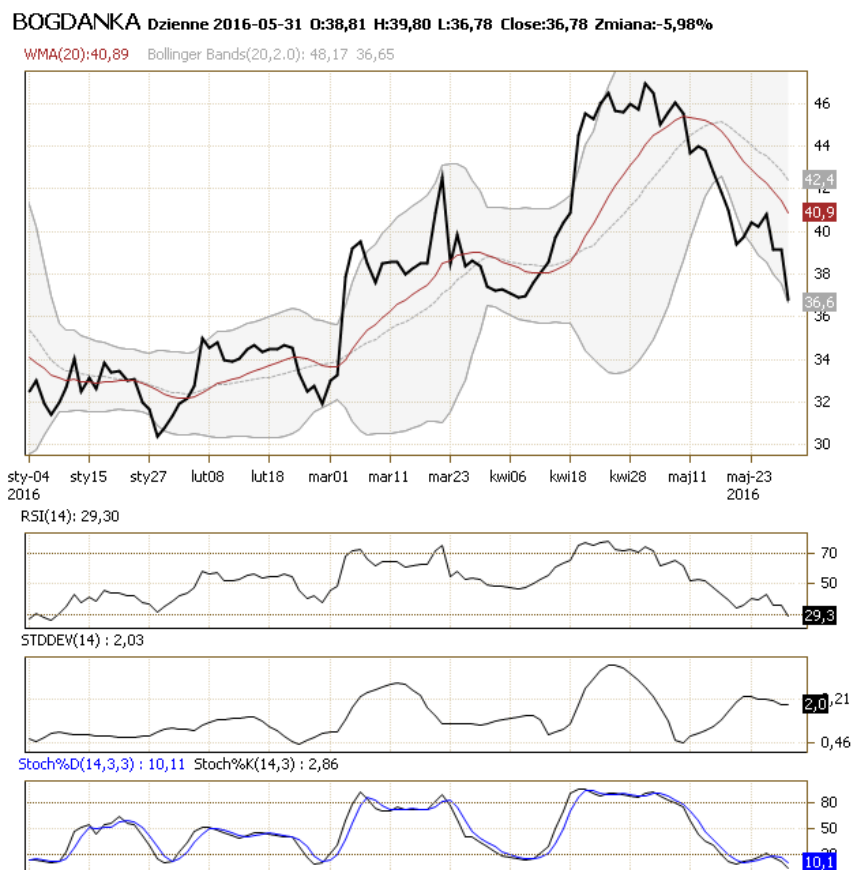
Rys. 1. Multiułamkowy proces ruchu Browna: funkcja Höldera  $H(t)=(\sin^2(6t)+0,1)/1,3$ ; symulacja multiułamkowego procesu ruchu Browna, wyestymowana funkcja Höldera dla  $k = 64, 16$

Fig. 1. Multifractional Brownian Motion: Hölder function  $H(t)=(\sin^2(6t)+0,1)/1,3$ , Simulation of the process, estimated Hölder function for  $k = 64, 16$

Źródło: Opracowanie własne.

### 3. Analiza empiryczna, konstrukcja strategii inwestycyjnych

Badania prowadzono na podstawie danych GPW w Warszawie dla spółek wchodzących w skład sektorów Energia, Paliwa i Surowce. Posłużono się danymi za okres 01.01.2016-15.06.2016. Za pomocą pakietu *stockwatch* przeprowadzono analizę techniczną 17 spółek wchodzących w skład ww. sektorów. Posłużono się analizą wykresów, trendu, formacji oraz wskaźnikami analizy technicznej. Z powodu niekompletnych danych z analiz usunięto spółkę Exillon. Na rys. 1 oraz w tab. 1 przedstawiono wybrane wyniki analiz dla spółki BOGDANKA.



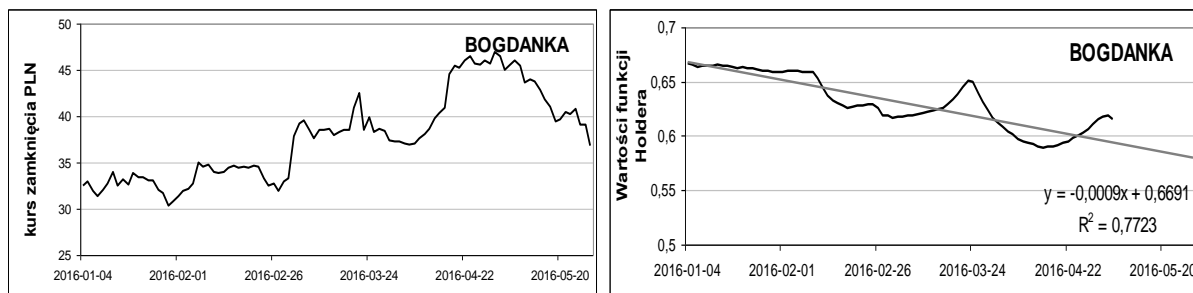
Rys. 2. Wybrane wyniki AT dla spółki BOGDANKA

Fig. 2. Selected results of technical analysis for BOGDANKA

Źródło: Opracowanie własne w pakiecie *stockwatch*.

W przypadku większości analizowanych spółek w badanym okresie trend był malejący lub horyzontalny. Jedynie dla 6 zaznaczonych spółek w tab. 1 zauważono sygnały kupna. Wyróżnione w tab. 2 spółki utworzyły portfele inwestycyjne.

Następnie dla kursów zamknięcia akcji wyestymowano funkcje Höldera (punktowe wykładniki Höldera). Wynik estymacji dla akcji BOGDANKI zamieszczono na rys 3. Następnie aproksymowano funkcję Höldera do dnia 31.05.2016. Posłużono się funkcją liniową (można wykorzystać inne postacie analityczne funkcji, jednak np. funkcja wielomianowa daje wyższą wartość współczynnika dopasowania, ale ma zdeterminowaną liczbę ekstremów). Aproksymowane punktowe wykładniki Höldera na dzień 31.05.2016 zamieszczono w tab. 2.



Rys. 3. Kurs zamknięcia w okresie 01.01.2016-31.05.2016 oraz wyestymowane punktowe wykładniki Höldera wraz z aproksymantą dla spółki BOGDANKA

Fig. 3. Closing prices for BOGDANKA for the period of 01.01.2016-31.05.2016, estimated Hölder function and approximated function

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela 1

Wyniki analizy technicznej za okres 01.01.2016-31.05.2016, wartości funkcji Höldera

SEKTOR	SPÓŁKA	Trend	Sygnał, 31.05.2016	Decyzja, AT	Aproksymowana wartość funkcji Höldera H (31.05.2016)	Decyzja, funkcja Höldera	Zgo- dność decyzji
ENERGIA	PGE	malejący	brak	brak	0,6330	brak	1
	TAURONPE	malejący	brak	brak	0,5593	brak	1
	ENERGA	malejący	brak	brak	0,6148	brak	1
	ENEA	malejący	brak	brak	0,6005	brak	1
	CEZ	horyzontalny	brak	brak	0,3712	brak	1
	KOGENERA	rosnący	kupno	<b>kupno</b>	0,4283	brak	0
	PEP	malejący	brak	brak	0,6276	brak	1
	ZEPAK	rosnący	kupno	<b>kupno</b>	0,4452	<b>kupno</b>	1
PALIWA	INTERAOLT	horyzontalny	brak	brak	0,4590	brak	1
	PKNORLEN	horyzontalny	brak	brak	0,5219	brak	1
	PGNIG	horyzontalny	brak	brak	0,6725	brak	1
	LOTOS	rosnący	Kupno/brak	<b>kupno</b>	0,5196	<b>kupno</b>	1
	MOL	malejący	Kupno/brak	<b>kupno</b>	0,5323	brak	0
SUROWCE	SERINUS	horyzontalny	brak	brak	0,6713	brak	1
	KGHM	malejący	kupno	<b>kupno</b>	0,6100	brak	0
	JSW	malejący	brak	brak	0,3478	<b>kupno</b>	0
	BOGDANKA	malejący	Kupno	<b>kupno</b>	0,3514	<b>kupno</b>	1

Źródło: Opracowanie własne.

Z przeprowadzonych analiz można wyciągnąć następujące wnioski:

- Dla 13 spośród 17 analizowanych spółek wynik – informacja dotycząca kupna/brak decyzji – pokrywał się dla metod AT i funkcji Höldera.
- W przypadku 4 spółek decyzja inwestycyjna była odmienna.
- W większości przypadków decyzje AT oraz metodyki multiułamkowego procesu ruchu Browna dały takie same rezultaty.

Przeprowadzono analizę efektywności inwestycji. Dla 6 spółek wskazanych przez AT oraz dla 4 wyłonionych przez funkcję Höldera utworzono portfele o równych udziałach na okres spekulacji 1-dniowej oraz inwestycji krótkoterminowej – 2-tygodniowej. Wyniki zamieszczono w tabeli 2.

Tabela 2

Efektywność inwestycji wg metod AT i funkcji Höldera za okres 01.06.2016-15.06.2016

SPÓŁKA (udział w portfelu)	Portfel wg AT	Portfel wg AT i funkcji Höldera
KOGENERA	1/6	0
ZEPAK	1/6	1/4
LOTOS	1/6	1/4
MOL	1/6	0
KGHM	1/6	0
JSW	0	1/4
BOGDANKA	1/6	1/4
<i>Efektywność inwestycji (stopa zwrotu) w okresach:</i>		
<i>01.06.2016-02.06.2016</i>	<i>0,31%</i>	<i>0,74%</i>
<i>01.06.2016-15.06.2016</i>	<i>2,35%</i>	<i>7,97%</i>

Źródło: Opracowanie własne.

Wnioski z przeprowadzonych badań są następujące:

- Zastosowanie metodyki AT pozwala na wyłonienie spółek, które są atrakcyjne pod względem inwestycyjnym, pomimo że AT bierze pod uwagę wyłącznie cenę danego waloru w procesie analizy.
- Metodyka niestacjonarnych procesów stochastycznych uwzględniająca funkcję Höldera daje zbliżone, lecz nie tożsame wyniki analiz.
- Zastosowanie funkcji Höldera w procesie analizy pozwala na wyłonienie spółek do portfela inwestycyjnego przy uwzględnieniu kursów zamknięcia, trendu, ale także pozwala na określenie prawdopodobieństwa zmiany ceny (wzrostu, spadku).
- Uwzględnienie funkcji Höldera w procesie analizy empirycznej pozwala na uzyskanie wyższej efektywności portfeli inwestycyjnych aniżeli stosowanie jedynie metod AT.
- W okresie trwającej w I połowie 2016 bessy na GPW w Warszawie za pomocą analizowanych metod udało się uzyskać portfele o dodatniej stopie zysku.



## 4. Podsumowanie

Inwestowanie na giełdzie, szczególnie krótkoterminowe, wymaga od decydenta wiedzy, umiejętności, ale przede wszystkim wyczucia rynku i intuicji. Zaproponowane w artykule metody są z pewnością pomocne w zdobyciu informacji o kształtowaniu się wybranych charakterystyk rynku w przeszłości, mogą także posłużyć do przewidywania zachowań rynku w przyszłości. Jednak zawsze należy pamiętać, że inwestowanie na rynku kapitałowym wiąże się z ryzykiem, pozytywnym lub negatywnym, a procesy giełdowe zawierają czynnik losowy i zmieniają się dynamicznie w czasie. Dlatego też inwestowanie, zarówno przez naukowców, jak i przez praktyków giełdowych, częstokroć określane jest mianem sztuki.

## Bibliografia

1. Achelis S.: Analiza techniczna od A do Z. Oficyna Wydawnicza LT&P, Warszawa 1998.
2. Daoudi K., Lévy Véhel J., Meyer Y.: Construction of continuous functions with prescribed local regularity. *Journal of Constructive Approximations*, 014(03), 1998, p. 349-385.
3. Ehlers J.: Fractal Adaptive Moving Average. *Technical Analysis of Stock&Commodities*, October 2005.
4. Kaufman P.: *New Trading Systems And Methods*. John Wiley & Sons, New York 2005.
5. Mandelbrot B.B., Van Ness J.W.: Fractional Brownian Motion. *Fractional Noises and Applications*. *SIAM Review*, Vol. 10, No. 4, October 1968, p. 422-437.
6. Mastalerz-Kodzis A.: Modelowanie procesów na rynku kapitałowym za pomocą multifraktali. *Prace Naukowe, Akademia Ekonomiczna im. Karola Adamieckiego w Katowicach*, Katowice 2003.
7. Mastalerz-Kodzis A.: Zastosowanie funkcji Höldera w modelu FRAMA, *Studia Ekonomiczne, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*, nr 159 (2013), Zastosowanie metod matematycznych w ekonomii i zarządzaniu, (red.): Mika J., Zeug-Żebro K., s. 73-81.
8. Mastalerz-Kodzis A.: Zastosowanie wybranych metod analizy technicznej w procesie podejmowania decyzji inwestycyjnych. Rozdział pracy zbiorowej *Elementy matematyki dla studentów ekonomii i zarządzania*. *Decyzje* (red.): Mika J., i Mastalerz-Kodzis A., Wydawnictwo UE w Katowicach (w druku).
9. Kahn Michael N.: *Analiza techniczna: wprowadzenie do analizy wykresów giełdowych*. Oficyna a Wolters Kluwer business, Warszawa 2011.

10. Murphy John J.: Analiza techniczna: obszerny podręcznik metod i strategii inwestycyjnych stosowanych na rynkach kapitałowych i terminowych. Wig-Press, Warszawa 1995.
11. Peltier R.F., Lévy Véhel J.: Multifractional Brownian Motion: Definition and Preliminary Results. INRIA Recquencourt, Rapport de recherche, No. 2645, 1995.
12. Sobczyk K.: Stochastyczne równania różniczkowe. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996.

### **Abstract**

The purpose of the paper is to apply quantitative methods in building short-term investment and speculation strategies. In the article, with the use of technical analysis methods and selected elements of nonstationary stochastic processes (with regard to the Hölder function), investment strategies have been constructed. The efficiency of the strategies has been analyzed as well. It has been shown that joining the technical analysis with the analysis of nonstationary time series enables to construct effective, short-term investment strategies. The paper consists of three parts. In the first one, the purpose of the article and the hypothesis have been presented, in the second one – applied methods have been shown and in the third one the empirical analysis and conclusions have been provided.