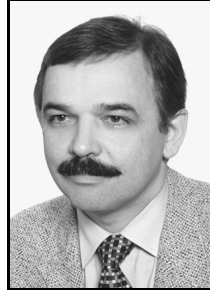


**Eligiusz PAWŁOWSKI**POLITECHNIKA LUBELSKA,  
ul. Nadbystrzycka 38A, 20-618 Lublin**Cyfrowe przetwarzanie impulsowego sygnału częstotliwościowego ze statycznego licznika energii elektrycznej**

Dr inż. Eligiusz PAWŁOWSKI

Studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Lubelskiej ukończył w roku 1982, a stopień doktora nauk technicznych uzyskał w roku 1994. Obecnie zatrudniony na stanowisku adiunkta w Katedrze Automatyki i Metrologii na Wydziale Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Lubelskiej. Jego zainteresowania naukowe to pomiary czasu i częstotliwości oraz systemy pomiarowe z częstotliwościowym nośnikiem informacji. Autor lub współautor ponad 60 publikacji.



e-mail: e.pawlowski@pollub.pl

**Streszczenie**

Częstotliwość sygnału na wyjściu testowym statycznego licznika energii elektrycznej jest proporcjonalna do mocy czynnej dołączonego odbiornika. Gdy moc ta ulega zmianie, zmienia się czas pomiędzy kolejnymi impulsami sygnału testowego, co uniemożliwia uzyskanie wyników pomiaru mocy w równych odstępach czasu. W pracy przedstawia się algorytm cyfrowego przetwarzania impulsowego sygnału częstotliwościowego z wyjścia testowego statycznego licznika energii elektrycznej w celu uzyskania chwilowych wartości mocy czynnej w równych odstępach czasu.

**Słowa kluczowe:** pomiar energii elektrycznej, sygnał częstotliwościowy, częstotliwość chwilowa, równomierny resampling.

**Digital processing of the pulse frequency signal from a static electricity meter****Abstract**

The indications of electricity meters are a basis for the financial settlements for consumed electric energy. Therefore, they are subjected to appropriate regulations and their design must fulfil proper requirements. All static electricity meters must have an output of the test signal allowing for determination of the measurement errors of the meter during its legalization. It also gives additional possibilities of analyzing the load variation in the installation place, as the frequency of the pulse signal on the test output is proportional to the active power of the connected device. In order to precisely determine the frequency of the test signal in short time, it is required to measure its successive periods. But if the device power changes, the successive results of measurements are obtained in various time intervals. It makes the analysis of load variation in reference to the linear time scale more difficult. The paper presents the range of issues connected with the digital processing of the impulse frequency signal from the test output of a static electricity meter in order to obtain the instantaneous values of the active power in equal time intervals. The algorithm of obtaining the uniformly sampled frequency signal upon the basis of non-uniformly located samples is presented. It uses the multinomial approximation of the value of electric energy measured by the meter, which after calculation of derivative allows for determination of the value of the active power in selected time instants. Appropriate analytical dependences and examples of measurements results are also given.

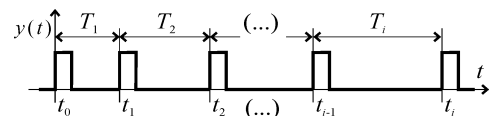
**Keywords:** electricity measurement, frequency signal, instantaneous frequency, uniform resampling.

**1. Wprowadzenie**

Zgodnie z obowiązującymi przepisami [1] każdy statyczny licznik energii elektrycznej musi posiadać impulsowe wyjście testowe, umożliwiające sprawdzenie jego błędów pomiarowych jedną z zalecanych metod [2]. Sygnał testowy  $y(t)$  licznika jest ciągiem impulsów prostokątnych przedstawionych na rysunku 1, przy czym liczbę impulsów przypadającą na 1 kWh zmierzonej energii określa stała licznika  $C_{zn}$  [2]. Statyczny licznik energii

elektrycznej jest więc przetwornikiem mocy czynnej  $P$  na częstotliwość impulsów sygnału testowego  $f$ :

$$f = P \frac{C_{zn}}{3,6 \cdot 10^6} \quad (1)$$



Rys. 1. Impulsowy sygnał testowy licznika energii elektrycznej  
Fig. 1. Pulse frequency signal from the static electricity meter

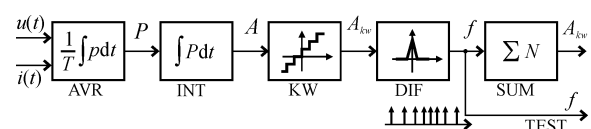
Mierząc częstotliwość  $f$  sygnału testowego poprzez zliczenie  $N$  jego impulsów w czasie  $T_p$ , można wyznaczyć moc  $P$  odbiornika:

$$P = 3,6 \cdot 10^6 \frac{f}{C_{zn}} = 3,6 \cdot 10^6 \frac{N}{C_{zn} T_p} \quad (2)$$

W praktyce maksymalna częstotliwość sygnału testowego liczników dla maksymalnej mocy jest rzędu 25 Hz. Aby utrzymać błąd kwantowania częstotliwości na poziomie 10-krotnie niższym (rzędu 0,1%) od błędu podstawowego licznika, czas pomiaru  $T_p$  powinien wynosić co najmniej 40 s, co istotnie ogranicza pomiary obciążen szybkozmiennych. W takich przypadkach należy mierzyć chwilową wartość częstotliwości  $f(t)$  poprzez pomiar kolejnych czasów międzyimpulsowych  $T_i$  (rys. 1). Wtedy jednak nie jest możliwe uzyskanie wartości chwilowych częstotliwości rozmieszczonych równomiernie w czasie [3], co utrudnia współpracę z torami napięciowymi systemu pomiarowego [4] oraz uniemożliwia realizację algorytmów analizy częstotliwościowej [5] i czasowej [6] sygnałów, które wymagają w takiej sytuacji zastosowania operacji równomiernego resamplingu [7].

**2. Przetwarzanie sygnału testowego statycznego licznika energii elektrycznej**

Zasadę generowania sygnału testowego statycznego licznika energii elektrycznej przedstawiono na jego schemacie blokowym (rys. 2) oraz na przebiegach czasowych sygnałów (rys. 3).



Rys. 2. Schemat funkcjonalny statycznego licznika energii elektrycznej  
Fig. 2. Block diagram of the static electricity meter

W bloku AVR obliczana jest moc czynna  $P(t)$  jako wartość średnia mocy chwilowej  $p(t)$  równej iloczynowi chwilowych wartości napięcia  $u(t)$  prądu  $i(t)$ . Scałkowana w bloku INT moc czynna  $P$ , równa zmierzonej energii  $A$ , podlega w bloku KW kwantowaniu z krokiem  $\Delta A_{kw}$ . Schodkowy przebieg skwantowanej energii  $A_{kw}$  w postaci sumy skoków jednostkowych:

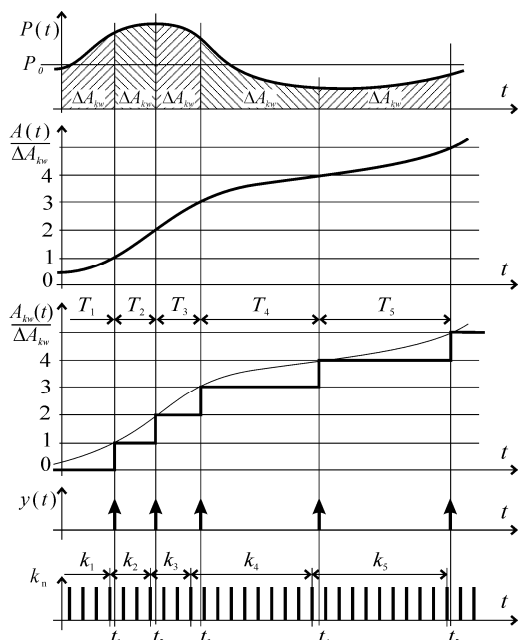
$$A_{kw}(t) = \Delta A_{kw} \text{ent} \left( \frac{A(t)}{\Delta A_{kw}} \right) = \Delta A_{kw} \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{1}(t - t_i) \quad (3)$$

po zróżniczkowaniu w bloku DIF jest źródłem ciągu impulsów  $\delta$  Diraca o częstotliwości  $f(1)$  reprezentujących kolejne narastające zbrocza sygnału testowego  $y(t)$  w chwilach  $t_i$  (rys. 1):

$$y(t) = \frac{dA_{kw}}{dt} = \Delta A_{kw} \sum_{i=1}^{\infty} \delta(t - t_i). \quad (4)$$

Każdy kolejny impuls sygnału testowego pojawia się w chwili  $t_i$ , gdy energia  $A$  przyrasta o kolejny krok kwantowania  $\Delta A_{kw}$ . Impulsy są sumowane w bloku SUM, a ich liczba  $N$  wyznacza skwantowaną energię  $A_{kw}$  zmierzoną przez licznik w czasie  $T_p$ :

$$A_{kw} = \int_t^{t+T_p} P(t) dt = \int_t^{t+T_p} \Delta A_{kw} \sum_{i=1}^{\infty} \delta(t - t_i) dt = N \Delta A_{kw}. \quad (5)$$



Rys. 3. Zależności czasowe pomiędzy sygnałami w liczniku energii elektrycznej  
Fig. 3. Timing relationships between signals in the electricity meter

Pojawienie się w chwili  $t_i$  kolejnego impulsu sygnału testowego licznika oznacza przyrost energii o kwant  $\Delta A_{kw}$  w stosunku do impulsu, który wystąpił w chwili  $t_{i-1}$ . Mierząc cyfrowo kolejne przedziały czasu  $T_i$  poprzez wypełnienie ich  $k_i$  impulsami o częstotliwości wzorcowej  $f_w$ , można wyznaczyć kolejne wartości mocy czynnej  $P_i$ :

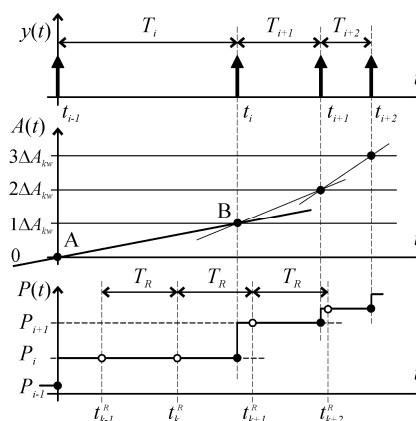
$$P_i = \frac{\Delta A_{kw}}{t_i - t_{i-1}} = \frac{\Delta A_{kw}}{T_i} = 3,6 \cdot 10^6 \frac{1}{C_{zn} T_i} = 3,6 \cdot 10^6 \frac{f_w}{C_{zn} k_i}. \quad (6)$$

Wartości mocy  $P_i$  nie są wartościami chwilowymi, lecz są wartościami uśrednionymi za czasy  $T_i$ , uzyskiwanymi w chwilach  $t_i$  rozmieszczonych nierównomiernie w czasie. W praktyce wygodniej jest przetwarzać wartości chwilowe sygnałów próbkowanych równomiernie w czasie [4], co wymaga przeprowadzenia resamplingu [7] poprzez aproksymację wartości mocy  $P(t)$  w przedziałach pomiędzy zmierzonymi wartościami  $P_i$  oraz pobranie nowych wartości w równych odstępach czasu. Dla nieznannej postaci zmienności  $P(t)$  nie jest wiadome, którym chwilom czasowym  $t$  można w uzasadniony sposób przypisać wartości  $P_i$  tylko na podstawie wartości  $k_i$ . Niezależnie jednak od postaci  $P(t)$ , impulsy sygnału testowego pojawiają się zawsze dokładnie w chwilach  $t_i$ , w których energia  $A(t)$  przyrasta o kwant  $\Delta A_{kw}$ , a więc punkty  $(t_i, i \Delta A_{kw})$  pozwalają jednoznacznie aproksymować przebieg chwilowej energii  $A(t)$ , a po zróżniczkowaniu przebieg mocy  $P(t)$ .

Dla sygnałów wolnozmiennych wystarczające jest przyjęcie założenia, że moc  $P(t)$  ma stałą wartość pomiędzy kolejnymi impulsami, a energia  $A(t)$  może być aproksymowana w tym przedziale linią prostą. Sposób postępowania w takim przypadku przedstawiono na rysunku 4.

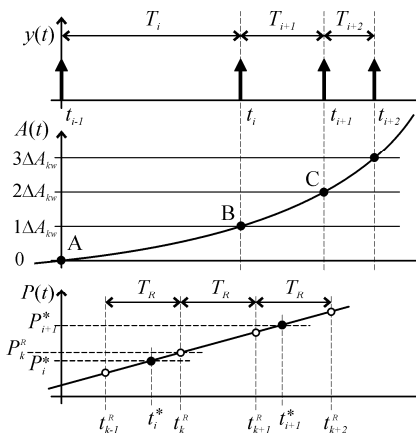
Dwa punkty A, B wyznaczają linię prostą  $A(t)=a_0+a_1t$  aproksymującą energię w przedziale czasu  $(t_{i-1}, t_i)$ , w którym wystąpił przyrost energii  $\Delta A_{kw}$ . Dla uproszczenia analizy punkt A umieszczono w początku układu współrzędnych. Po prostych przekształceniach [7] i wyznaczeniu pochodnej otrzymamy  $P(t)=P_i$  dla  $t \in (t_{i-1}, t_i)$ . Postępując analogicznie dla kolejnych przedziałów międzyimpulsowych uzyskamy linię schodkową aproksymującą przebieg  $P(t)$ , co pozwoli wyznaczyć próbki  $P_k^R$  wartości mocy w chwilach  $t_k^R = kT_R$  równomiernie rozmieszczonych w czasie z okresem  $T_R$  próbkowania równomiernego (resamplingu):

$$P_k^R = P(t_k^R) = P(kT_R) = \frac{3,6 \cdot 10^6}{C_{zn} T_i}, \quad t_k^R \in (t_{i-1}, t_i). \quad (7)$$



Rys. 4. Aproksymacja chwilowej energii czynnej wielomianem pierwszego stopnia  
Fig. 4. First order polynomial approximation of the instantaneous active energy

Zakładając liniową zmianę mocy  $P(t)$  w funkcji czasu należy aproksymować przebieg energii  $A(t)$  wielomianem drugiego stopnia, co wymaga ustalenia współrzędnych trzech punktów A, B, C przedstawionych na rysunku 5, wyznaczonych położeniem trzech kolejnych impulsów sygnału  $y(t)$ , odległych od siebie o czasy  $T_i$  i  $T_{i+1}$ , odpowiadających przyrostom energii  $A(t)$  o kolejne wielokrotności  $\Delta A_{kw}$  w chwilach  $t_{i-1}$ ,  $t_i$  oraz  $t_{i+1}$ .



Rys. 5. Aproksymacja chwilowej energii czynnej wielomianem drugiego stopnia  
Fig. 5. Second order polynomial approximation of the instantaneous active energy

Punkty  $(0, 0)$ ,  $(T_i, \Delta A_{kw})$ ,  $(T_i+T_{i+1}, 2\Delta A_{kw})$  (rys. 5) definiują układ trzech równań, którego rozwiązaniem jest parabola postaci  $A(t)=a_0+a_1t+a_2t^2$  opisująca energię w funkcji czasu. Po odpowiednich przekształceniach [7] i uwzględnieniu stałej licznika  $C_{zn}$  otrzymamy zależność na energię:

$$A(t) = \frac{3,6 \cdot 10^6}{C_{zn}(T_i + T_{i+1})} \left[ \left( \frac{T_{i+1}}{T_i} - \frac{T_i}{T_{i+1}} + 2 \right) t + \left( \frac{1}{T_{i+1}} - \frac{1}{T_i} \right) t^2 \right]. \quad (8)$$

Pochodna prawej strony równania (8) jest wielomianem aproksymującym moc  $P(t)$  w przedziale czasu  $(t_{i-1}, t_{i+1})$  na podstawie dwóch sąsiednich czasów międzyimpulsowych  $T_i, T_{i+1}$ :

$$P(t) = \frac{3,6 \cdot 10^6}{C_{zn}(T_i + T_{i+1})} \left[ \frac{T_{i+1}}{T_i} - \frac{T_i}{T_{i+1}} + 2 + 2 \left( \frac{1}{T_{i+1}} - \frac{1}{T_i} \right) t \right]. \quad (9)$$

Zależność (9) umożliwia równomierny resampling sygnału mocy  $P(t)$  poprzez pobranie wartości  $P_k^R$  w chwilach  $t_k = kT_R$  równo odległych o okres próbkowania równomiernego  $T_R$ :

$$P_k^R = P(t_k^R) = P(kT_R), \quad t_k^R \in (t_{i-1}, t_{i+1}). \quad (10)$$

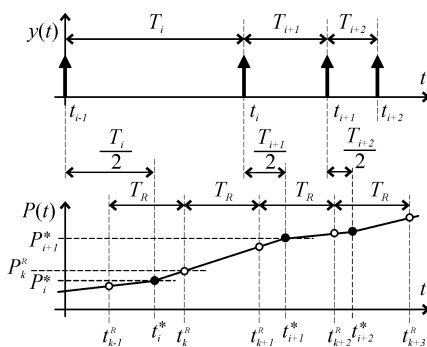
Podstawiając do (9)  $T_{i+1} = T_i$  otrzymamy  $P(t) = const.$ , co oznacza stałą częstotliwość impulsów w przedziale  $(t_{i-1}, t_{i+1})$ . Dla  $T_{i+1} \neq T_i$  zależność (9) pozwala wyznaczyć chwilę czasową  $t_i^*$ , dla której  $P(t_i^*) = P_i$ , tzn. dla której wartość chwilowa mocy czynnej  $P(t)$  jest równa wartości średniej  $P_i$  zmierzonej w czasie  $T_i$  (rys. 5):

$$P_i^* = P(t_i^*) = P_i \Rightarrow t_i^* = t_{i-1} + \frac{T_i}{2}. \quad (11)$$

Zależność (11) oznacza, że dla liniowej zmiany mocy jej wartość średnia  $P_i$ , zmierzona w czasie  $T_i$ , jest równa wartości chwilowej  $P_i^*$  w chwili  $t_i^*$ , leżącej w połowie przedziału czasu  $T_i$ . Uzasadnione jest więc aproksymowanie mocy  $P(t)$  w przedziale czasu od  $t_i^* = t_{i-1} + T_i/2$  do  $t_{i+1}^* = t_i + T_{i+1}/2$ , dla których moc chwilowa przyjmuje odpowiednio wartości  $P_i^* = P_i$  oraz  $P_{i+1}^* = P_{i+1}$  (rys. 6):

$$P_i^* = 3,6 \cdot 10^6 \frac{1}{C_{zn} T_i} = 3,6 \cdot 10^6 \frac{f_w}{C_{zn} k_i} \quad (12)$$

$$t_i^* = t_{i-1} + \frac{1}{2} T_i = \sum_{j=1}^{i-1} T_j + \frac{1}{2} T_i$$



Rys. 6. Aproksymacja chwilowej mocy czynnej wielomianem pierwszego stopnia  
Fig. 6. First order polynomial approximation of the instantaneous active power

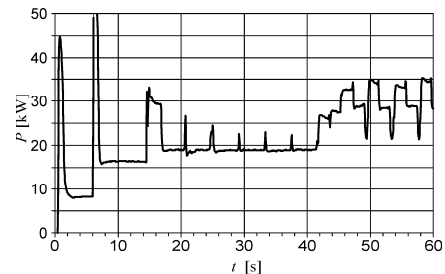
Kolejne punkty  $P_i^*, t_i^*$  (12) przedstawione na rysunku 6 wyznaczają kolejne odcinki linii łamanej aproksymującej moc  $P(t)$  w przedziałach czasu od  $t_i^* = t_{i-1} + T_i/2$  do  $t_{i+1}^* = t_i + T_{i+1}/2$ , umożliwiając równomierny resampling poprzez pobranie wartości mocy  $P_k^R$  w chwilach  $t_k = kT_R$  równo odległych w czasie o okres próbkowania równomiernego  $T_R$ :

$$P_k^R = P(t_k^R) = \frac{(t_k^R - t_i^*) P_{i+1}^* + (t_{i+1}^* - t_k^R) P_i^*}{t_{i+1}^* - t_i^*} \quad (13)$$

$$t_k^R = kT_R, \quad t_k^R \in (t_i^*, t_{i+1}^*)$$

### 3. Zastosowanie praktyczne

Na rysunku 7 przedstawiono zastosowanie przedstawionego algorytmu do badania mocy pobieranej przez prasę hydrauliczną napędzaną dwoma silnikami indukcyjnymi 22 kW. Zastosowano licznik energii elektrycznej o stałej  $C_{zn} = 1000 \text{ imp./kWh}$  i zrealizowano równomierny resampling (13) z okresem  $T_R = 100 \text{ ms}$ .



Rys. 7. Moc czynna wyznaczona na podstawie sygnału testowego licznika  
Fig. 7. Active power calculated from the output test signal of the electricity meter

Na wykresie (rys. 7) w pierwszych 10 s widoczny jest rozruch kolejno po sobie dwóch silników napędowych. W ciągu następujących 30 s prasa pracowała jałowo, a po czasie 50 s od włączenia rozpoczęła cykliczną pracę z okresem około 2 s. Częstotliwość sygnału testowego licznika zawierała się wtedy w przedziale 6 ... 10 Hz, co oznacza moc czynną pobieraną przez prasę w przedziale 20 ... 35 kW (2).

### 4. Podsumowanie

Prezentowano algorytm przetwarzania wyjściowego sygnału częstotliwościowego z licznika energii elektrycznej w celu uzyskania wartości chwilowych mocy czynnej w równych odstępach czasu. Zaprezentowano zależności analityczne oraz przykładowe wyniki z pomiarów uzyskanych w rzeczywistym układzie.

### 5. Literatura

- [1] PN-EN 62052-11:2006, Urządzenia do pomiarów energii elektrycznej (prądu przemiennego). Wymagania ogólne, badania i warunki badań.
- [2] Rozporządzenie Ministra Gospodarki z dnia 7 stycznia 2008r. w sprawie wymagań, którym powinny odpowiadać liczniki energii elektrycznej czynnej prądu przemiennego oraz szczegółowego zakresu sprawdzianów wykonywanych podczas prawnej kontroli metrologicznej tych przyrządów pomiarowych, Dz. U. Nr 11, poz.63.
- [3] Pawłowski E.: Symulacja sygnału czujnika z wyjściem częstotliwościowym, Przegląd Elektrotechniczny, vol. 88, nr 10b/2012, s. 78-81.
- [4] Świsulski D.: Metody równoczesnej akwizycji w systemach z napięciowymi i częstotliwościowymi torami pomiarowymi. Przegląd Elektrotechniczny, vol. 88, nr 10a/2012, s. 29-31.
- [5] Pawłowski E.: Spectrum analysis of measuring signals in sensor circuits with frequency outputs, Proc. SPIE 4516, Optoelectronic and Electronic Sensors IV, 181 (August 8, 2001); doi:10.1117/12.435920; <http://dx.doi.org/10.1117/12.435920>.
- [6] Hanus R.: Zastosowanie transformaty Hilberta w korelacyjnych pomiarach opóźnień czasowych, Przegląd Elektrotechniczny, vol. 85, nr 07/2009; s. 45-48.
- [7] Pawłowski E.: Rozdzielczość toru pomiarowego z równomiernym próbkowaniem sygnału częstotliwościowego. PAK, vol. 58, nr 11/2012, s. 937-940.

otrzymano / received: 03.07.2013

przyjęto do druku / accepted: 02.09.2013

artykuł recenzowany / revised paper