XIX Ogólnopolska Konferencja

Nauczania Matematyki w Uczelniach Technicznych

Politechnika Gdańska, 22-24 września 2021 r.

doi: 10.32016/1.72.01

REALIA I EFEKTYWNOŚĆ NAUCZANIA MATEMATYKI NA KIERUNKACH EKONOMICZNYCH

Aleksandra ARKIT

Uniwersytet Zielonogórski, Instytut Matematyki
e-mail: a.arkit@wmie.uz.zgora.pl

Streszczenie: Celem artykułu jest zaprezentowanie wyników weryfikacji efektów kształcenia w latach 2015-2021 w kontekście dyskusji na temat kierunków rozwoju dydaktyki matematyki na poziomie akademickim. Przedstawione wyniki dotyczą rozumienia przez studentów wybranych pojęć analizy matematycznej i ich użycia w analizie zjawisk ekonomiczno-społecznych. Przedstawione zostaną zastosowane metody i sformułowane wnioski związane z aktualnymi warunkami organizacyjno-dydaktycznymi oraz problemami wnikającymi z nauczania matematyki w szkołach średnich.

Słowa kluczowe: dydaktyka matematyki, analiza matematyczna, efektywność nauczania matematyki.

1. WSTĘP

Zastanawiając się nad efektywnością nauczania matematyki warto sobie zadać pytanie, czy poza zdobyciem wiedzy teoretycznej i biegłości rachunkowej uczniowie lub studenci będą umieli posługiwać się językiem matematycznym na kolejnych etapach kształcenia lub w ramach pracy zawodowej?

1.1. Przygotowanie kandydatów do studiów

Istota podstawy programowej kształcenia ogólnego jako dokumentu wyznaczającego co najwyżej tendencje i kierunki kształcenia jest kompletnie niezrozumiana [1]. Od dziesięcioleci podstawa programowa nauczania matematyki nie prowokuje do holistycznego nauczania tego przedmiotu, kreując liniowy sposób prezentacji wiedzy, dział po dziale. Mając na uwadze nowoczesne metody uczenia się, ten sposób stoi w sprzeczności z ideami systematycznego utrwalania wiedzy i kształtowania umiejętności jej wykorzystania. Kwintesencją matematyki jest posługiwanie się jej specyficznym językiem do opisu otaczającej nas złożonej rzeczywistości, umożliwiającym rozwiązywanie pojawiających się w niej problemów. Młodzi ludzie pozbawieni są w szkole nauki rozumienia niuansów tego języka, jego wpływu na ich myślenie i postrzeganie świata. Efekty takiego podejścia są widoczne w przygotowaniu studentów do kształcenia na poziomie akademckim.

1.2. Warunki organizacyjno-dydaktyczne

Analizując treści kształcenia w sylabusach przedmiotu matematyka na kierunkach ekonomicznych można zaobserwować ten sam zestaw zagadnień: algebrę macierzy, układy równań i nierówności liniowych, rachunek różniczkowy i całkowy funkcji jednej zmiennej, funkcje wielu zmiennych, równania różnicowe i różniczkowe. Jest to o tyle zrozumiałe, że dla praktyków jest to niezbędny zestaw narzędzi matematycznych do analizy statycznej, statyki porównawczej, dynamicznej czy też rozwiązywania problemów optymalizacji. Należy wspomnieć, że żadne z nich nie pojawia się w podstawie programowej matematycznego kształcenia ogólnego dla szkoły średniej na poziomie podstawowym. Z praktyki akademickiej wnioskujemy, że przedstawienie wymienionych zagadnień, z przykładami, analizami przypadków i dyskusją ze studentami wymagałoby co najmniej 60 godzin wykładu. Trzykrotnie tyle czasu należałoby przeznaczyć na ćwiczenia z wykorzystaniem nowoczesnych technologii, metod efektywnego uczenia czy myślenia krytycznego. Można znaleźć kierunki w Polsce, które na taki zakres materiału przeznaczają 270 godzin kontaktowych z nauczycielem akademickim, ale są to wyjątki potwierdzające regułę - w pozostałych przypadkach, w optymistycznej wersji, studenci mogą liczyć na co najwyżej 60 godzin. Warto pamiętać, że w ramach tych godzin, oprócz treści merytorycznych, należy uwzględnić weryfikację efektów kształcenia.

2. PROBLEM

W analizie zjawisk ekonomiczno-społecznych olbrzymią rolę odgrywa optymalizacja. Jej podstawowym narzędziem jest pochodna, której definicja opiera się na pojęciu granicy funkcji w punkcie. Intuicyjnie, granica funkcji informuje o przybliżonych wartościach funkcji w bezpośrednim sąsiedztwie rozpatrywanego argumentu, które mogą się różnić od wartości funkcji w tym argumencie. Taką sytuację określamy mianem nieciągłości funkcji w punkcie, która może mieć miejsce w interesujących ekonomicznie kontekstach. Z drugiej strony ciągłość funkcji jest warunkiem koniecznym istnienia pochodnej funkcji. Co więcej, ze znajomości natury granicy, którą przecież jest pochodna, można wnioskować, że nawet mimo ciągłości funkcji granica ilorazu różnicowego może nie istnieć i funkcja może w danym punkcie nie posiadać pochodnej.

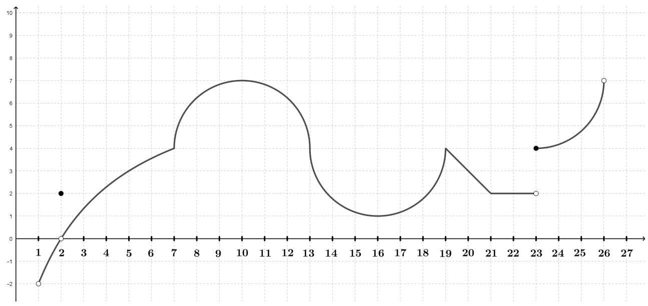
Prawidłowe i efektywne posługiwanie się przedstawionymi pojęciami, uwzględniającym konotacje pomiędzy nimi, wymaga ich dobrej znajomości i rozumienia ich znaczenia. Chodzi tu przede wszystkim o przyjmowanie poprawnych założeń i właściwej charakterystyki analizowanych zjawisk ekonomiczno-społecznych.

Celem badania jest sprawdzenie, czy na bazie posiadanej wiedzy i umiejętności rachunkowych studenci umieją określać własności zjawisk przedstawionych na wykresie.

2.1. Tematyka badania

W ramach weryfikacji efektów kształcenia studenci mieli podać następujące własności funkcji przedstawionej na wykresie (rys. 1):

1. (d) dziedzinę funkcji,
2. (f±) maksymalny zbiór argumentów dla których funkcja jest dodatnia/ujemna,
3. (nc) argumenty, w których funkcja jest nieciągła,
4. (nr) argumenty, w których funkcja jest nieróżniczkowalna,
5. (p±) maksymalny zbiór argumentów dla których pochodna tej funkcji jest dodatnia/ujemna,
6. (g) granice funkcji.



Rys. 1. Przykładowy wykres funkcji dołączany do zadania

Zadanie to było jednym spośród 9 zadań egzaminacyjnych. Treści tych 9 zadań obejmowały wszystkie zagadnienia z programu przedmiotu i były znane studentom przed przystąpieniem do egzaminu, aczkolwiek miały one nieznane im dane lub warianty odpowiedzi. Określanie własności funkcji na podstawie jej wykresu było ćwiczone w trakcie zajęć. Wykorzystywano do tego autorskie karty dynamiczne przygotowane w programie GeoGebra np. [2].

Pierwsze dwie własności funkcji są objęte podstawą programową szkoły średniej w zakresie podstawowym, natomiast pozostałe występują tylko w zakresie rozszerzonym.

Określanie punktów nieciągłości i punktów nieróżniczkowalności funkcji występowało w zadaniu zamiennie w zależności od zestawu egzaminacyjnego.

Odczytywanie granic dotyczyło dwóch przypadków: granicy właściwej funkcji w punkcie (oznaczenie (gw-p) przy braku ciągłości w punkcie lub (gw+p) przy ciągłości w punkcie) oraz granicy funkcji w sytuacji, gdy granica ta nie istnieje (oznaczenie (gb)).

2.2 Metryka badania

Badanie dotyczy okresu 2015-2021. Próba liczyła 1384 obserwacje, z czego 86% wyników dotyczyło studentów kierunku logistyka, a pozostałe dotyczyły kierunków ekonomia i zarządzanie. Ze względu na tryb studiów zbiory obserwacji były praktycznie równoliczne.

2.3 Przygotowanie studentów

Rokrocznie nie więcej niż jedna czwarta kandydatów zdawała egzamin maturalny z matematyki na poziomie rozszerzonym (22% ± 3,5 punktów procentowych).

W skali staninowej na tle całej populacji mediana wyników kandydatów w danych rocznikach klasyfikowała się w zakresie od średniego do wysokiego dla egzaminu maturalnego na poziomie podstawowym (od 46% do 68%) i w zakresie od niskiego do wyżej średniego dla egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie rozszerzonym (od 4% do 43%).

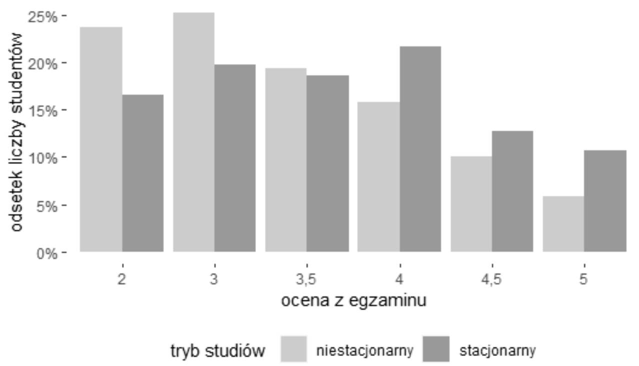
Korelacja pomiędzy wynikami cząstkowymi zadania z określania pierwszych dwóch własności funkcji, które studenci powinni opanować w szkole średniej, a wynikami z określania pozostałych własności, z którymi większość badanych studentów spotkała się na studiach po raz pierwszy, okazała się przeciętna (0,33).

2.4. Warunki organizacyjno-dydaktyczne

W siatce godzin matematyki na kierunku ekonomia przewidziano 30 godzin na wykład i 30 godzin na ćwiczenia, a na kierunkach logistyka i zarządzanie 15 godzin na wykład i 30 godzin na ćwiczenia. W niestacjonarnym trybie studiów liczba godzin była odpowiednio mniejsza o 40%.

W trybie stacjonarnym studenci mogli uczestniczyć w dodatkowym, nieobowiązkowym, 30 godzinnym kursie wyrównawczym, który tematycznie był ściśle powiązany z wykładem i ćwiczeniami.

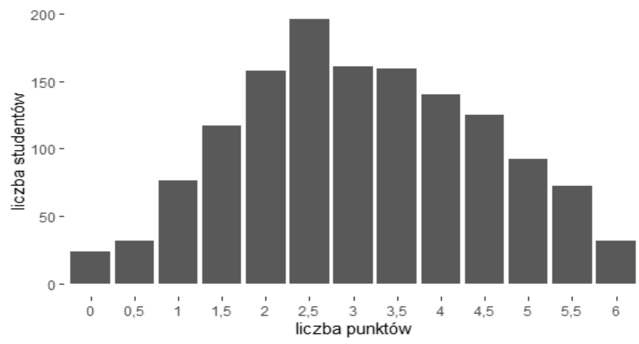
Korelacja pomiędzy wynikiem uzyskanym z badanego zadania, a oceną z egzaminu z uwzględnieniem trybu studiów jest w obu przypadkach wysoka (wynosi ona 0,68 ± 0,01). Różnice w wynikach można zaobserwować, gdy weźmiemy pod uwagę ocenę końcową z egzaminu: studenci studiów stacjonarnych mają więcej ocen co najmniej dobrych (rys. 2). Wpływ na to może mieć liczba godzin kontaktowych z wykładowcą, jak również ograniczenia czasowe wynikające z faktu łączenia nauki i pracy przez studentów studiów niestacjonarnych.



Rys. 2. Struktura ocen z egzaminu według trybu studiów.

3. WYNIKI

Rozkład punktów uzyskanych przez studentów jest zbliżony do rozkładu normalnego (rys. 3).

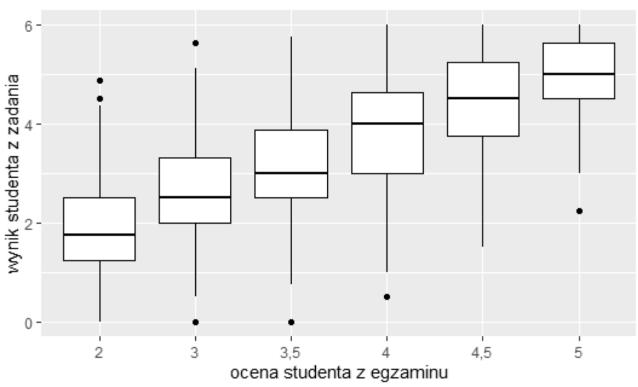


Rys. 3. Struktura wyników uzyskanych z zadania

Niestety zakres wartości zmiennej nie wpisuje się w wymogi efektywnego kształcenia. Mediana wyniku wynosi 3 punkty, co oznacza, że ponad połowa studentów nie jest w stanie określić poprawnie więcej niż trzech własności funkcji na podstawie wykresu. Jedynie co czwarty student potrafi poprawnie określić co najmniej cztery własności funkcji.

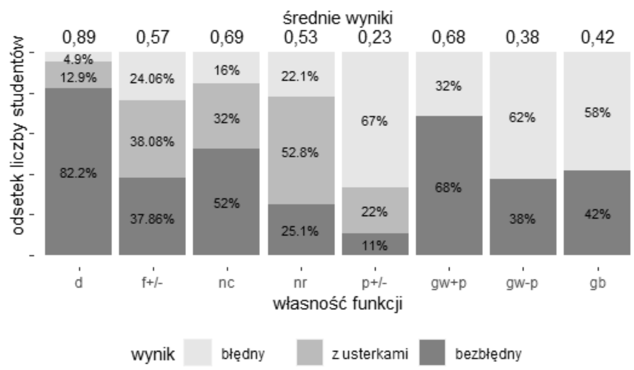
Nie zaobserwowano istotnych różnic w rozkładach wyników w podziale na kierunki studiów.

Odnotowano wysoką (0,69) korelację wyniku z zadania z oceną z egzaminu. Jednak zastosowanie progowej punktacji z egzaminu nie zawsze odzwierciedla opanowanie umiejętności interpretacji własności funkcji na podstawie wykresu. Trzeba zastanowić się, czy student potrafiący określić jedynie trzy własności funkcji osiągnął efekty kształcenia w takim stopniu by móc otrzymać wysoką ocenę z egzaminu (rys. 4). Podobnie można postawić pytanie, czy student niepotrafiący podać żadnej własności funkcji powinien otrzymać ocenę pozytywną.



Rys. 4. Rozkłady wyników z zadania według ocen z egzaminu

Szczegółowe wyniki dotyczące określania poszczególnych własności funkcji na podstawie wykresu przedstawia rysunek 5.



Rys. 5. Średnie i procentowe ujęcie wyników zadania

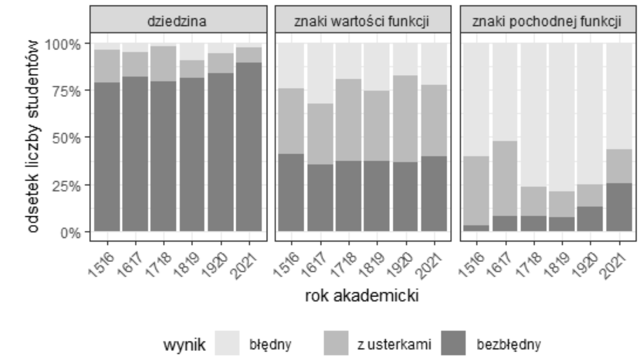
Największą trudność sprawiało studentom określanie znaku pochodnej funkcji oraz określanie jej granic w punktach nieciągłości. Można zauważyć, że określanie znaku wartości funkcji, które jest ćwiczone już w szkole średniej również przysparza studentom sporych kłopotów.

W kolejnych podpunktach przedstawiono wyniki z określania poszczególnych własności funkcji z podziałem według kolejnych roczników.

3.1. Określanie dziedziny funkcji (d), znaków wartości funkcji (f±) oraz znaków pochodnej funkcji (p±)

Określanie dziedziny funkcji jest najlepiej opanowaną umiejętnością przez studentów.

Określanie znaku wartości funkcji jest dla studentów zadaniem trudnym. Poprawnie wykonało to zadanie około 38% studentów i jest to jedyny wynik nieulegający zmianie w kolejnych rocznikach. Brak wzrostu poprawności może wynikać z utrwalonych nawyków nabytych w szkole średniej i stosunkowo małej liczby ćwiczeń dotyczących tej własności na zajęciach, wynikającej z ograniczeń czasowych. Drugie tyle studentów popełniło błędy dotyczące przynależności punktów brzegowych do przedziałów określoności.



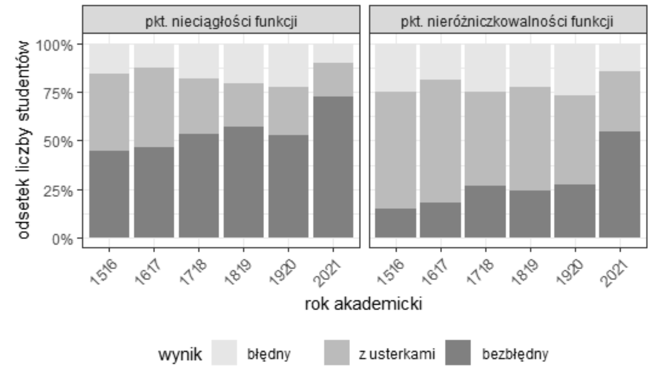
Rys. 6. Wyniki w określaniu wybranych własności funkcji

Określanie znaku pochodnej funkcji okazało się najtrudniejszym zadaniem dla studentów. Jest to o tyle zastanawiające, że określanie maksymalnych przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu, które w tym zadaniu jest kluczowe do podania prawidłowego rozwiązania, ćwiczone było już w szkole średniej. Co więcej, algebraiczne wyznaczenie tych przedziałów było jednym z warunków koniecznych zaliczenia ćwiczeń z przedmiotu [3]. Niestety posiadana wiedza nie zostaje wykorzystana w praktyce.

Usterek w rozwiązaniach jest dwukrotnie więcej niż poprawnych odpowiedzi i na ogół były one związane z nieprawidłowym wykluczeniem punktów nieróżniczkowalności z podawanych przedziałów.

3.2. Określanie punktów nieciągłości (nc) i nieróżniczkowalności funkcji (nr)

Określanie punktów nieciągłości funkcji jest lepiej opanowane niż określanie znaków wartości funkcji (rys. 5).



Rys. 7. Wyniki w określaniu wybranych własności funkcji

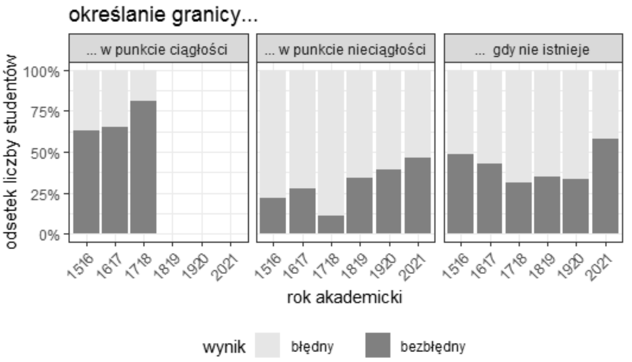
Błędy, które się pojawiały, wynikały z pominięcia jednego z punktów lub podanie w odpowiedzi punktów brzegowych nienależących do dziedziny funkcji.

Określanie punktów nieróżniczkowalności jest drugim co do stopnia trudności zadaniem sprawiającym studentom problem. Cechuje się ono dwukrotnie większą liczbą usterek w porównaniu do poprawnych odpowiedzi.

Duży wzrost bezbłędnych odpowiedzi w roku akademickim 20/21 może być powiązany ze zdalną formułą przeprowadzenia egzaminu.

3.3. Określanie granic funkcji (g)

Określanie granic funkcji rokrocznie było badane w dwóch przypadkach: istnienia granicy właściwej oraz nieistnienia granicy funkcji.



Rys. 8. Wyniki w określaniu wybranych własności funkcji

W rocznikach 15/16-17/18 82% przykładów dotyczyło istnienia granicy właściwej funkcji w punkcie, w którym funkcja była ciągła. Po określaniu dziedziny funkcji, to było drugie zadanie, które sprawiało studentom najmniej kłopotu. Co więcej, rok do roku studenci radzili sobie coraz lepiej. Trudno jednak było na tej podstawie stwierdzić o świadomym rozróżnieniu przez studenta pojęć wartości i granicy funkcji, zwłaszcza, że w przypadku, gdy w danym punkcie funkcja nie była ciągła odsetek poprawnych odpowiedzi nie przekroczył 28%. Stąd decyzja, aby w latach 18/19-20/21 wszystkie przykłady dotyczyły określania granicy właściwej w punktach nieciągłości funkcji. Choć odsetek poprawnych wyników nie przekroczył 48% można zaobserwować ich rokroczny wzrost.

Stwierdzanie faktu, że w danym punkcie granica funkcji nie istnieje (42%) kształtuje się na porównywalnym poziomie co określanie granicy właściwej w punkcie nieciągłości funkcji (38%) - (rys.5). Oba przypadki związane są z nieciągłym przebiegiem funkcji, co może świadczyć o wątpliwym rozumieniu tej własności funkcji i ich praktycznych konsekwencji.

4. PODSUMOWANIE

Efektywność kształcenia na poziomie akademickim jest wypadkową wielu czynników.

Studenci, dla których matematyka ma być instrumentem przyszłej działalności zawodowej (wg podziału Klakli za [4]), powinni mieć możliwość przygotowania się do studiów na bazie nowoczesnej podstawy programowej matematycznego kształcenia ogólnego, która na poziomie podstawowym jest podporządkowana zrozumieniu roli matematyki we współczesnym świecie, a na poziomie rozszerzonym przygotowywuje do podjęcia studiów na kierunkach inżynierskich i uniwersyteckich.

Odczuwalny jest brak dodatkowych wymagań w procesie rekrutacyjnym - jak chociażby realizacja kursu matematyki na poziomie rozszerzonym przy aplikacji na kierunki techniczne i ekonomiczne - który nie sprzyja wzrostowi świadomości uczniów o znaczeniu dobrego przygotowania do dalszego kształcenia.

Niezbędne jest zwiększenie siatki godzinowej przedmiotu w celu stworzenia sprzyjających warunków do efektywnego przyswojenia założonych treści kształcenia z możliwością wykorzystania najnowszych metod dydaktycznych.

Konieczne jest odejście od przekazywania wiedzy teoretycznej i ćwiczenia biegłości rachunkowej na rzecz pogłębienia rozumienia znaczenia narzędzi matematycznych w pracy zawodowej. W tym celu warto skorzystać z nowoczesnych technologii i część wiedzy udostępniać na platformach blended-learningowych (np. Moodle), wykorzystać bezpłatne pakiety matematyczne (np. Wolframalpha.com) czy tworzyć dynamiczne materiały dydaktyczne (np. GeoGebra). Potrzebne jest również odejście od rutynowych zadań na rzecz kreatywnych ćwiczeń rozwijających umiejętność prawidłowego i efektywnego wykorzystania matematyki w rozwiązywaniu praktycznych problemów.

Należy zastanowić się nad sposobem weryfikacji kształcenia, aby ocena z przedmiotu odpowiadała opanowanym przez studenta kompetencjom, a nie była przypadkową kompilacją uzyskanych na egzaminie punktów.

5. BIBLIOGRAFIA

1. Kłakówna Z.A., Regiewicz A.: Nowe media i edukacja szkolna – wprowadzenie do projektu, Teraźniejszość – Człowiek – Edukacja, Nr 1, Wrocław 2006, s. 155-170.
2. https://www.geogebra.org/m/ugqsnvmr.
3. Rudak L.: "At 100 percent" assessment, Didactics of Mathematics, Nr 12 (16), Wrocław 2015, s. 111-116.
4. Wójcik D.: Stawianie pytań jako metoda sprzyjająca matematycznej aktywności uczniów, Studia Psychologiczne, T. 57, Z. 2, Warszawa 2019, s. 23-32.

THE REALITY AND EFFECTIVENESS OF THE TEACHING OF MATHEMATICS IN ECONOMIC STUDIES

The aim of the article is to present the results of the verification of the learning outcomes in 2015-2021 in the context of the discussion on the directions of development of mathematics didactics at the academic level. The presented results concern students' understanding of selected concepts of mathematical analysis and their use in the analysis of economic and social phenomena. The methods used and conclusions related to the current organizational and didactic conditions as well as problems related to teaching mathematics in secondary schools will be presented.

Keywords: mathematics didactics, mathematical analysis, effective teaching of mathematics.