



## Analiza modeli rozdrabniania

**Bartosz Walentyn**

e-mail: bartosz@walentyn.pl

**Streszczenie:** Proces rozdrabniania polega na podziale materiału na poszczególne cząstki. W wyniku tego procesu następuje zmniejszenie wymiarów cząstek materiału przy równoczesnym wzroście powierzchni materiału. Wobec powyższego rozdrabnianie można rozpatrywać jako proces tworzenia nowych powierzchni. Proces rozdrabniania materiału poprzez uderzenia wykorzystywany jest w rozdrabniaczach bijakowych, które znalazły powszechne zastosowanie w przetwórstwie rolno-spożywczym czy też w przetwórstwie minerałów. Każda maszyna czy urządzenie na etapie projektowania wymagają jednak dogłębnej analizy uwzględniającej wiele aspektów pracy. Do najważniejszych z nich niewątpliwie należy zaliczyć m.in. właściwości materiałów eksploatacyjnych i urobku czy warunki pracy maszyny bądź urządzenia. W przypadku rozdrabniaczy bijakowych decydującym czynnikiem na etapie ich projektowania jest rodzaj materiału, jaki ma podlegać rozdrobnieniu. Od niego właśnie zależy, na której spośród dziewięciu najważniejszych teorii rozdrabniania materiałów powinien opierać się konstruktor rozdrabniacza. Wielu badaczy podejmowało się badań analitycznych w zakresie procesów rozdrabniania materiałów. Podstawowym problemem uniemożliwiającym jednolite ujęcie rozpatrywanego zagadnienia w modelu matematycznym jest wpływ rozmaitych czynników na proces rozdrabniania. W teoriach rozdrabniania materiałów rozpatrywane są modele uwzględniające zależności pomiędzy wydatkiem pracy na przyrost powierzchni rozdrabnianego materiału a charakterem zmienności wymiarów rozdrabnianych cząstek. Energia niezbędna do rozdrobnienia wyrażana jest jako energia potrzebna do pokonania sił spójności rozdrabnianego materiału. Zdecydowaną większość istniejących hipotez rozdrabniania sformułowano w postaci teorii wytrzymałościowych. Traktują one energię rozdrabniania jako funkcję właściwości fizycznych materiałów, a także ich cech geometrycznych. Najstarszym modelem rozdrabniania materiałów jest teoria Rittingera, sformułowana w 1867 roku. Potem powstały takie teorie, jak: Kicka, różniczkowa, Bonda, Bracha, Rebindera, Mielnikowa, Dmitreowskiego czy Flizikowskiego. Bijakowe maszyny rozdrabniające znalazły zastosowanie w różnych gałęziach gospodarki. Przykładem tego typu urządzeń mogą być młyny węglowe szybkobieżne (wykorzystywane w energetyce), rębaki bijakowe (służące do rozdrabniania biomasy), młyny laboratoryjne czy wreszcie rozdrabniacze bijakowe, służące do wytwarzania śrutu (paszy dla zwierząt hodowlanych). Te ostatnie charakteryzują się stosunkowo prostą konstrukcją. Podziału ziaren zbóż dokonują zaś poprzez zderzanie ich z bijakami, znajdującymi się w komorze rozdrabniającej. W celu uzyskania rozdrobnienia w założonym stopniu wystarczy ustawić odpowiednią grubość szczelin w sicie. Rozdrabniacze bijakowe dzielą się na dwa rodzaje, tj. ssąco-tłoczące oraz zasypowe, przy czym te drugie charakteryzują się większą wydajnością.

**Słowa kluczowe:** rozdrabnianie, rozdrabniacz, model

---

## Analysis of shredding models

**Bartosz Walentyn**

e-mail: bartosz@walentyn.pl

**Summary:** The essence of the shredding process consists in dividing the material into individual particles. As a result of this process, the size of the material particles is reduced with a simultaneous increase in the material surface. Accordingly, the comminution process can be viewed as a process for creating new surfaces. The process of breaking the material by impact is used in hammer shredders, which have found widespread use in agri-food or mineral processing. However, each machine or device at the design stage requires in-depth analysis in terms of many aspects of the work. The most important of them undoubtedly include, properties of consumables and excavated material and the operating conditions of the machine or device. In the case of hammer shredders, the decisive factor at the design stage is the type of material to be shredded. To design the shredder, its constructor should use one of nine most important theories of shredding materials, depending on above mentioned aspects. Many researchers have undertaken analytical research in the field of material shredding processes. The main problem that prevents a uniform approach to the issue in question in the mathematical model is the influence of various factors on the shredding process. In the theories of material shredding, models are considered that take into account the relationship between the work expenditure on the surface area of the shredded material and the nature of the size variability of the shredded particles. The energy required for grinding is expressed as the energy needed to overcome the cohesive forces of the material being ground. The vast majority of the existing shredding hypotheses have been formulated in the form of strength theories. It treat the grinding energy as a function of the physical properties of the materials as well as their geometrical properties. The oldest material shredding model is Rittinger's theory. It was formulated in 1867. Then, several next theories were created, such as: Kick's, differential, Bond's, Brach's, Rebinder's, Melnikov's, Dmitrevsky's and Flizikowski's. Hammer shredding machines are used in various branches of the economy. Examples of this type of equipment include high-speed coal mills (used in the power industry), hammer chippers (for biomass shredding), laboratory mills, and finally hammer mills for producing meal (feed for farm animals). The latter are characterized by a relatively simple design. They divide the grains of cereals by hitting them with beaters located in the crushing chamber. In order to obtain the assumed degree of shredding, it is enough to set the appropriate thickness of the slots in the sieve. Hammer shredders are divided into two types, i.e. suction-force and charging, with the second being more efficient.

**Key words:** shredding, shredder, model

## 1. Wstęp

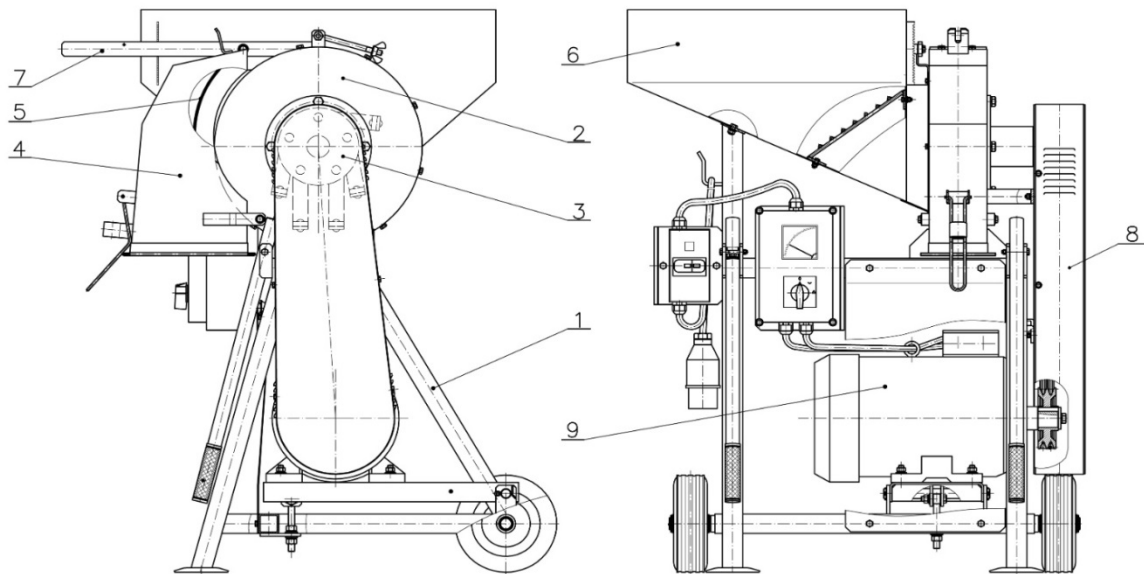
Proces rozdrabniania polega na podziale materiału na poszczególne cząstki, przy czym elementy robocze maszyny pokonują siły spójności cząstek materiału. W wyniku wspomnianego procesu następuje zmniejszenie wymiarów wyżej wymienionych cząstek materiału przy równoczesnym wzroście powierzchni materiału. Wobec powyższego rozdrabnianie można rozpatrywać jako proces tworzenia nowych powierzchni.

W maszynach rozdrabniających proces rozdrabniania materiału może zachodzić poprzez:

- rozłupywanie,
- zgniatanie,
- rozcieranie,
- rozciąganie,
- rozbijanie.

Proces rozbijania materiału poprzez uderzenia wykorzystywany jest w rozdrabniaczach bijakowych, które znalazły powszechne zastosowanie w przetwórstwie rolno-spożywczym czy też w przetwórstwie minerałów.

Przykładowy schemat konstrukcji rozdrabniacza bijakowego przedstawiono na rysunku 1.



**Rys. 1.** Schemat konstrukcji rozdrabniacza bijakowego [12]

1 – rama, 2 – bęben wirnika, 3 – wirnik, 4 – workownik, 5 – sito, 6 – kosz zasypowy wraz z kratką zabezpieczającą, 7 – zasuwka ręczna, 8 – przekładnia pasowa wraz z osłoną napędu, 9 – instalacja elektryczna

**Fig. 1.** Hammer shredder construction diagram [12]

1 – frame, 2 – rotor drum, 3 – rotor, 4 – bagger, 5 – strainer, 6 – charging hopper with safety grill, 7 – manual latch, 8 – belt transmission with drive guard, 9 – electrical installation

Każda maszyna czy urządzenie na etapie projektowania wymagają jednak dogłębnej analizy uwzględniającej wiele aspektów pracy. Do najważniejszych z nich niewątpliwie należy zaliczyć m.in. właściwości materiałów eksploatacyjnych i urobku czy warunki pracy maszyny bądź urządzenia. W przypadku rozdrabniaczy bijakowych decydującym czynnikiem na etapie ich projektowania jest rodzaj materiału, jaki ma podlegać rozdrobnieniu. Od niego właśnie zależy, na której spośród dziewięciu najważniejszych teorii rozdrabniania materiałów powinien opierać się konstruktor rozdrabniacza.

Publikację tę opracowano w celu przybliżenia problematyki rozdrabniania materiałów ziarnistych, które jest realizowane za pomocą rozdrabniaczy bijakowych. Dokonano klasyfikacji istniejących modeli rozdrabniania oraz opisano ich zastosowania na etapie projektowania i eksploatacji wyżej wymienionych rozdrabniaczy.

## 2. Przegląd modeli rozdrabniania

Wielu badaczy podejmowało się badań analitycznych w zakresie procesów rozdrabniania materiałów. Wśród nich przodowali: P. Rittinger, F. Kick, F.C. Bond, I. Rebinder, S. Melnikow, Walker, J. Dmitrewski, J. Flizikowski [1, 2, 4–7].

Podstawowym problemem uniemożliwiającym jednolite ujęcie rozpatrywanego zagadnienia w modelu matematycznym jest wpływ rozmaitych czynników na proces rozdrabniania [1, 2, 4–7].

W teoriach rozdrabniania materiałów rozpatrywane są modele uwzględniające zależności pomiędzy wydatkiem pracy na przyrost powierzchni rozdrabnianego materiału a charakterem zmienności wymiarów rozdrabnianych cząstek. Energia niezbędna do rozdrobnienia wyrażana jest jako energia potrzebna do pokonania sił spójności rozdrabnianego materiału [6, 9–11].

Zdecydowaną większość istniejących hipotez rozdrabniania sformułowano w postaci teorii wytrzymałościowych. Zgodnie z nimi energia rozdrabniania jest ujmowana jako funkcja właściwości fizycznych materiałów, a także ich cech geometrycznych [6, 9, 11].

Najstarszym modelem rozdrabniania materiałów jest **teoria Rittingera**, sformułowana w 1867 roku w podręczniku pt. „Lehrbuch der Aufbereitungskunde”. Zawarto w nim teorię rozdrabniania minerałów, przedstawiono też budowę maszyn do tego służących. Zasadnicza teza tej teorii brzmi następująco: „Praca, potrzebna do rozdrobnienia, rośnie proporcjonalnie do stopnia rozdrobnienia” [5].

Rittinger przyjął bowiem, że cała energia zużywana jest na pokonanie sił spójności międzycząsteczkowej w trakcie rozdrabniania materiałów stałych [10].

$$E = K_{Ri} \cdot \Delta F \quad (1)$$

gdzie:

$E$  – energia procesu rozdrabniania [J],

$K_{Ri}$  – współczynnik zależny od kształtu ziarna i ciężaru właściwego materiału [J m<sup>-2</sup>],

$\Delta F$  – przyrost powstałej powierzchni w procesie rozdrabniania [m<sup>2</sup>].

Według kolejnego założenia Rittingera „praca potrzebna do rozdrobnienia rośnie proporcjonalnie do stopnia rozdrobnienia”. Stąd wniosek, że wraz ze wzrostem stopnia rozdrobnienia wzrasta również praca włożona w ten proces [5].

Drugim modelem jest **teoria Kicka** z 1885 roku zawarta w książce pt. „Das Gesetz der proportionalen Widerstände und seine Anwendungen” („Prawo proporcjonalnych oporów i jego zastosowania”) [5].

Kick założył, że cała energia zużyta na rozdrobnienie wykorzystywana jest na wytworzenie odkształcenia, które spowoduje przekroczenie naprężenia krytycznego. Ponadto naprężenie wzrasta liniowo wraz z odkształceniem aż do osiągnięcia wartości naprężenia krytycznego. Z przytoczonych założeń wynika, że praca rozdrabniania proporcjonalna jest do objętości rozdrabnianego materiału [10].

$$E_k = \frac{\sigma_c^2}{2E} \cdot V \quad (2)$$

gdzie:

- $E_k$  – energia procesu rozdrabniania wg Kicka [MJ],
- $\sigma_c$  – naprężenie niszczące [MPa],
- $E$  – moduł sprężystości [MPa],
- $V$  – objętość ciała [m<sup>3</sup>].

O wiele nowszym modelem, bo powstałym w 1952 roku, jest **teoria Bonda** [5]. Przyjął on, że proces rozdrabniania dzieli się na dwie fazy. W pierwszej z nich powstaje odkształcenie doprowadzające do wystąpienia naprężenia krytycznego. W drugiej zaś odpowiedni dodatek energii niszczy siły spójności międzycząsteczkowej. Taki model potwierdza słuszność teorii Rittingera w przypadku rozdrabniania drobnego. Ten rodzaj nie wymaga bowiem dużego udziału energii do wykonania deformacji w stosunku do energii zużytej na pokonanie sił spójności. Ponadto model ten tłumaczy również słuszność teorii Kicka w przypadku rozdrabniania grubego – występuje bowiem konieczność wytwarzania dużych odkształceń przy stosunkowo niewielkiej nowo utworzonej powierzchni [10].

$$E_{BO} = 10W_i \left( \frac{1}{\sqrt{d_{80}^p}} - \frac{1}{\sqrt{d_{80}^n}} \right) \quad (3)$$

gdzie:

- $E_{BO}$  – energia procesu rozdrabniania wg Bonda [kWh Mg<sup>-1</sup>],
- $W_i$  – indeks Bonda, określa podatność materiału na mielenie, jest on określany empirycznie [kWh Mg<sup>-1</sup>],
- $d_{80}^p, d_{80}^n$  – 80% produktu rozdrabniania i nadawy (dla wymiarów oczek sit, przez które przechodzi 80% produktu rozdrabniania i nadawy) [m].

Jeszcze nowszym modelem jest **teoria Bracha**, zwana również „teorią wielokrotności pracy kruszenia”. Została ona sformułowana w 1962 roku, a jej istotą jest powtarzalność procesów rozdrabniania pojedynczego ziarna w celu osiągnięcia założonego stopnia rozdrobnienia [2]. Zgodnie z teorią tą za podstawę przyjęto, że

gdy ciało kruche poddane zostanie odpowiedniemu obciążeniu, odkształci się ono, a następnie rozpadnie się na części. Pierwszym założeniem autora jest powstanie nowego ziarna w wyniku pojedynczego kruszenia, drugim zaś – stwierdzenie zależności między jednostkową pracą rozdrabniania a wymiarem ziarna. Przy formułowaniu tej teorii rozpatrywano kolejne fazy kruszenia ziaren od wymiarów nadawy do wymiarów produktu [10].

$$E_{Br} = K_{Br} \left( \frac{1}{d_p^m} - \frac{1}{d_n^m} \right) \quad (4)$$

gdzie:

- $E_{Br}$  – energia rozdrabniania według Bracha [J],
- $K_{Br}$  – stała zależna od materiału [J m<sup>-2</sup>],
- $d_n$  – wymiar ziarna nadawy [m],
- $d_p$  – wymiar ziarna produktu [m],
- $m$  – wykładnik potęgowy funkcji określającej zwiększenie energii jednorazowego rozdrabniania w miarę zmniejszania się wymiarów cząstek.

Kolejnym modelem rozdrabniania jest **teoria Rebintera**. Jest to połączenie teorii Rittingera i Kicka. To model teoretyczny, bowiem ze względu na brak szczegółowych wskaźników  $m_y$  oraz  $E_0$  praktycznie nie stosuje się wzorów w nim zawartych. Niemniej jednak poprzez takie sformułowanie zbudowane zostały podwaliny pod nowy kierunek w analizie energochłonności rozdrabniania materiałów [10].

$$E_{RE} = E_1 + E_2 + E_3 = E_1 + m_y \cdot C_b + E_0 \cdot \Delta F \cdot a \quad (5)$$

gdzie:

- $E_{RE}$  – energia rozdrabniania według Rebintera [J],
- $E_1$  – energia deformacji urządzenia rozdrabniającego i ciała przed jego skruszeniem [J],
- $E_2$  – energia deformacji ciała rozdrabnianego zgodnie z teorią Kicka [J],
- $E_3$  – energia potrzebna do wytworzenia nowej powierzchni zgodnie z teorią Rittingera [J],
- $m_y$  – liczba cykli deformacji,
- $C_b$  – energia odkształcenia niszczącego [J],
- $E_0$  – energia potrzebna do wytworzenia jednostki przyrostu powierzchni [J m<sup>-2</sup>],
- $\Delta F$  – przyrost powierzchni [m<sup>2</sup>],
- $a$  – współczynnik Rebintera.

Wyżej wymieniona teoria Rebintera występuje również w formie rozszerzonej, znanej jako **teoria Mielnikowa**. Sformułowana została w 1967 roku [6]. Od teorii Rebintera różni się tym, że dodatkowo zostały w niej uwzględnione właściwości materiału rozdrabnianego oraz maszyny kruszącej. Określono ponadto warunki, w jakich można tę teorię stosować, choć mają one charakter czysto teoretyczny [10]. Teoria bazuje bowiem na równaniu wyznaczonym z bardzo dużym przybliżeniem. Dlatego nie znalazła żadnego zastosowania w praktyce inżynierskiej [6].

$$L_d = C_1 \ln \lambda^3 + C_2(\lambda - 1) \quad (6)$$

gdzie:

- $L_d$  – jednostkowa praca odkształcenia [J kg<sup>-1</sup>],
- $\lambda$  – stopień rozdrobnienia,
- $C_1, C_2$  – współczynniki ustalone doświadczalnie [J kg<sup>-1</sup>].

Istotą **teorii Dmitreowskiego** jest natomiast założenie, że można obliczyć zapotrzebowanie energetyczne na realizację procesu rozdrabniania ziaren zbóż na podstawie doświadczalnych założeń odnośnie do skutecznej liczby uderzeń bijaka o ziarno – aż do powstania pęknięć powierzchniowych, które następnie rozprzeszczynają się w całej masie ziarna. Na wartość tej wielkości decydujący wpływ wywiera prędkość obwodowa bijaków. W trakcie rozdrabniania na daną cząstkę materiału oddziałuje  $n$  uderzeń, choć tylko część z nich stanowią uderzenia użyteczne. Moc pobierana przez wirnik rozdrabniacza z bijakami wynosi [10]:

$$N = Pv \quad (7)$$

gdzie:

- $N$  – moc pobierana przez wirnik z bijakami [W],
- $P$  – siła oporu rozdrabniania na obwodzie wirnika [N],
- $v$  – prędkość obwodowa końców bijaków [ms<sup>-1</sup>].

Siła oporu rozdrabniania została zdefiniowana jako funkcja wydajności oraz zmiany prędkości rozdrabnianych cząstek materiału, wynikająca z wielokrotnych uderzeń bijaków [10]:

$$P = W\Delta\omega n = WnBv \quad (8)$$

gdzie:

- $P$  – siła oporu rozdrabniania na obwodzie wirnika [N],
- $W$  – wydajność rozdrabniacza [kg s<sup>-1</sup>],
- $n$  – liczba skutecznych uderzeń bijaków,
- $\Delta\omega$  – zmiana prędkości uderzonej cząstki materiału w kierunku ruchu elementów rozdrabniających [rad s<sup>-1</sup>],
- $B$  – współczynnik proporcjonalności,
- $v$  – prędkość obwodowa końców bijaków [ms<sup>-1</sup>].

Jednostkowa praca rozdrabniania jest funkcją mocy rozdrabniania względem ilości rozdrobnionego materiału w czasie trwania tego procesu [10]:

$$L_j = \frac{N}{W} = nBv^2 \quad (9)$$

gdzie:

- $L_j$  – jednostkowa praca rozdrabniania [J kg<sup>-1</sup>],
- $N$  – moc rozdrabniania [W],
- $W$  – wydajność rozdrabniacza [kg s<sup>-1</sup>].

Liczba niezbędnych uderzeń bijaków do rozdrobnienia materiału jest zdeterminowana prędkością kątową wirnika, liczbą bijaków oraz czasem rozdrabniania masy ziaren znajdujących się w komorze rozdrabniacza [10]:

$$n = z \frac{\omega}{2\pi} t \quad (10)$$

gdzie:

- $n$  – liczba skutecznych uderzeń bijaków,
- $z$  – liczba bijaków,
- $\omega$  – prędkość kątowa wirnika [ $\text{rad s}^{-1}$ ],
- $t$  – czas rozdrabniania [s].

Masę materiału krążącego w komorze rozdrabniacza bijakowego wyznaczono na podstawie wymiarów konstrukcyjnych komory [10]:

$$m = 2\pi R L h_m \varsigma \mu \quad (11)$$

gdzie:

- $m$  – masa ziarna znajdująca się w komorze roboczej [kg],
- $R$  – promień wirnika [m],
- $L$  – szerokość wirnika [m],
- $h_m$  – grubość warstwy krążącego materiału [m],
- $\varsigma$  – gęstość rozdrabnianego materiału [ $\text{kg m}^{-3}$ ],
- $\mu$  – koncentracja materiału.

Po przekształceniach wzorów (7–11), równanie pracy rozdrabniania wg Dmitreńskiego przyjmuje postać [10]:

$$L_D = z \omega t R L h_m \varsigma \mu B v^2 \quad (12)$$

gdzie:

- $L_D$  – praca rozdrabniania [J],
- $z$  – liczba bijaków,
- $\omega$  – prędkość kątowa wirnika rozdrabniacza [ $\text{rad s}^{-1}$ ],
- $t$  – czas rozdrabniania [s],
- $R$  – promień wirnika [m],
- $L$  – szerokość wirnika [m],
- $h_m$  – grubość warstwy krążącego materiału [m],
- $\varsigma$  – gęstość rozdrabnianego materiału [ $\text{kg m}^{-3}$ ],
- $\mu$  – koncentracja materiału,
- $B$  – współczynnik proporcjonalności,
- $v$  – prędkość obwodowa końców bijaków [ $\text{m s}^{-1}$ ].

Z kolei Walker jest twórcą uogólnionej różniczkowej hipotezy rozdrabniania, zwanej **teorią różniczkową**, w której uwzględniono zależność między energią rozdrabniania a uziarnieniem [10].



$$dE = -K \left( \frac{dx}{x^n} \right), \quad 1 \leq n \leq 2 \quad (13)$$

gdzie:

- $dE$  – energia procesu rozdrabniania niezbędna do zmniejszenia wymiaru liniowego cząstki [J],
- $K, n$  – stałe zależne od właściwości rozdrabnianego materiału,
- $x$  – wymiar liniowy cząstki [m].

Po scałkowaniu zależności (13) w przedziale od  $d_n$  do  $d_p$  otrzymano wzór na energię rozdrabniania (14). Wykładnik potęgowy ( $w = n - 1$ ) jest stałą materiałową i wywiera istotny wpływ na wartość energochłonności procesu rozdrabniania. Poprzez przyjęcie wartości wykładnika  $n = 2$ , uzyskano zależność wynikającą z teorii Rittingera. Tymczasem dla wartości  $n = 1,5$  otrzymano zależność wynikającą z teorii Bonda [1]. Stała  $K$  oznacza miarę odporności materiału na rozdrabnianie. Wartość tego współczynnika zależy od jego krystalicznej struktury i liczby defektów sieci [10].

$$E = K \left( \frac{1}{d_p^w} - \frac{1}{d_n^w} \right) \quad (14)$$

gdzie:

- $E$  – energia procesu rozdrabniania [J],
- $K$  – stała zależna od właściwości rozdrabnianego materiału, miara podatności badanego materiału na rozdrabnianie,
- $n$  – stała materiałowa,
- $d_p, d_n$  – średnica produktu i nadawy [m].

Ostatnią teorią, którą omówiono w prezentowanej pracy, jest **teoria Flizikowskiego**. Jej istotą jest ogólny wskaźnik efektywności energetycznej procesu rozdrabniania ziaren zbóż, który wyznaczono zgodnie z definicją biologicznego wskaźnika efektywności [10].

$$e_R = \frac{(\eta_{bio} - \eta_z) E_{brutto} \eta_s \eta_p}{(k_j v_r + \sigma_{max} F_r + \varepsilon F_r' v_r^2) v_r t M_k} \quad (15)$$

gdzie:

- $e_R$  – wskaźnik efektywności rozdrabniania,
- $\eta_{bio}$  – wskaźnik wartości biologicznej dla produktu rozdrabniania, wyznaczony na podstawie analizy sitowej i strawności *in vitro*,
- $\eta_s$  – sprawność mechaniczna silnika [%],
- $\eta_p$  – sprawność mechaniczna przekładni [%],
- $\eta_z$  – wskaźnik strawności ziarna przed rozdrobnieniem,
- $E_{brutto}$  – średnia zawartość energii brutto w 1 kg suchej masy ziaren [MJ kg<sup>-1</sup>],

- $M_k$  – wskaźnik krotności próby masowej w przypadku, gdy składniki mianownika dotyczą danych różnych od 1 kg,  
 $k_j$  – współczynnik oporów ruchu jałowego [N s m<sup>-1</sup>],  
 $v_r$  – prędkość rozdrabniania [m s<sup>-1</sup>],  
 $\sigma_{max}$  – maksymalne naprężenie w miejscu oddziaływania elementu rozdrabniającego na materiał [N m<sup>-2</sup>],  
 $F_r, F_r'$  – pole powierzchni rozdrabnianego przekroju [m<sup>2</sup>],  
 $\varepsilon$  – współczynnik proporcjonalności [N s<sup>2</sup> m<sup>-4</sup>].

Dla określonego przedziału wartości biologicznej poszczególnych grup wymiarowych produktu rozdrabniania istnieje możliwość obliczenia wskaźnika energetycznego [10]:

$$\eta_{bio} = f_{<0,5} \cdot \eta_{bio<0,5} + f_{0,5-1,5} \cdot \eta_{bio0,5-1,5} + f_{>1,5} \cdot \eta_{bio>1,5} \quad (16)$$

gdzie:

- $\eta_{bio}$  – wskaźnik wartości biologicznej dla produktu rozdrabniania, wyznaczony na podstawie analizy sitowej i strawności *in vitro*,  
 $\eta_{bio<0,5}$  – wskaźnik wartości biologicznej frakcji produktu o podanych wymiarach,  
 $\eta_{bio0,5-1,5}$  – wskaźnik wartości biologicznej frakcji produktu o podanych wymiarach,  
 $\eta_{bio>1,5}$  – wskaźnik wartości biologicznej frakcji produktu o podanych wymiarach,  
 $f_{<0,5}, f_{0,5-1,5}, f_{>1,5}$  – udziały frakcji o podanych wymiarach.

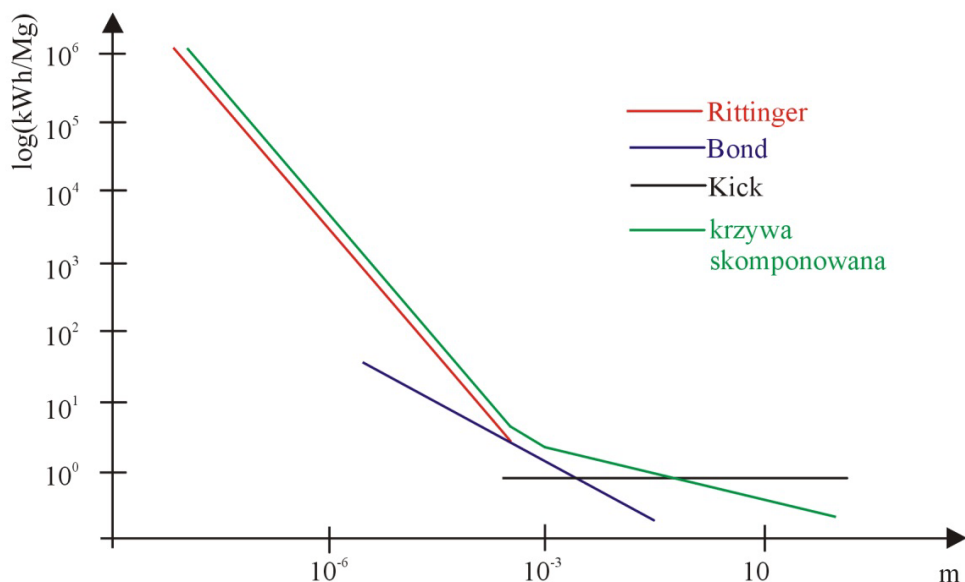
Obliczony wskaźnik wartości biologicznej produktu rozdrabniania to przedział liczbowy wyznaczony z odpowiednim prawdopodobieństwem. Znajomość wartości tej wielkości pozwala obliczyć stosunek przyrostu energii wyzwolonej dzięki rozdrabnianiu do nakładów poniesionych na jej uzyskanie [10].

### 3. Obszary zastosowań poszczególnych modeli rozdrabniania na etapach projektowania i eksploatacji rozdrabniaczy bijakowych

Jak już wspomniano powyżej, projektowanie rozdrabniaczy wymaga dogłębnej analizy wielu czynników oddziałujących w trakcie jego pracy. Pomocą dla projektantów są niewątpliwie opisane w tej pracy teorie rozdrabniania, mimo że autorzy tych teorii zastosowali w nich wiele założeń i uproszczeń badawczych.

Niemniej jednak modele matematyczne procesu rozdrabniania pozwalają na określenie niektórych parametrów, decydujących o energochłonności rozdrabniania, m.in. takich jak czas rozdrabniania czy stopień rozdrobnienia.

Przykładem może być zakres stosowalności hipotez Kicka, Rittingera i Bonda, ustalony na podstawie analizy istniejących modeli rozdrabniania. Dotyczy on zależności między energią rozdrabniania a wymiarami ziaren. Za pomocą danych zamieszczonych na wykresie (rys. 2) przedstawiono zakres zastosowania ww. teorii w zależności od wymiarów produktu rozdrabniania [10].



**Rys. 2.** Zależność pomiędzy jednostkową energią rozdrabniania a rozmiarem rozdrabnianych ziaren. Na rysunku pokazano zakres zastosowania równań Kicka, Bonda i Rittingera wg R.T. Hukkiego podany w pracach [3, 8]

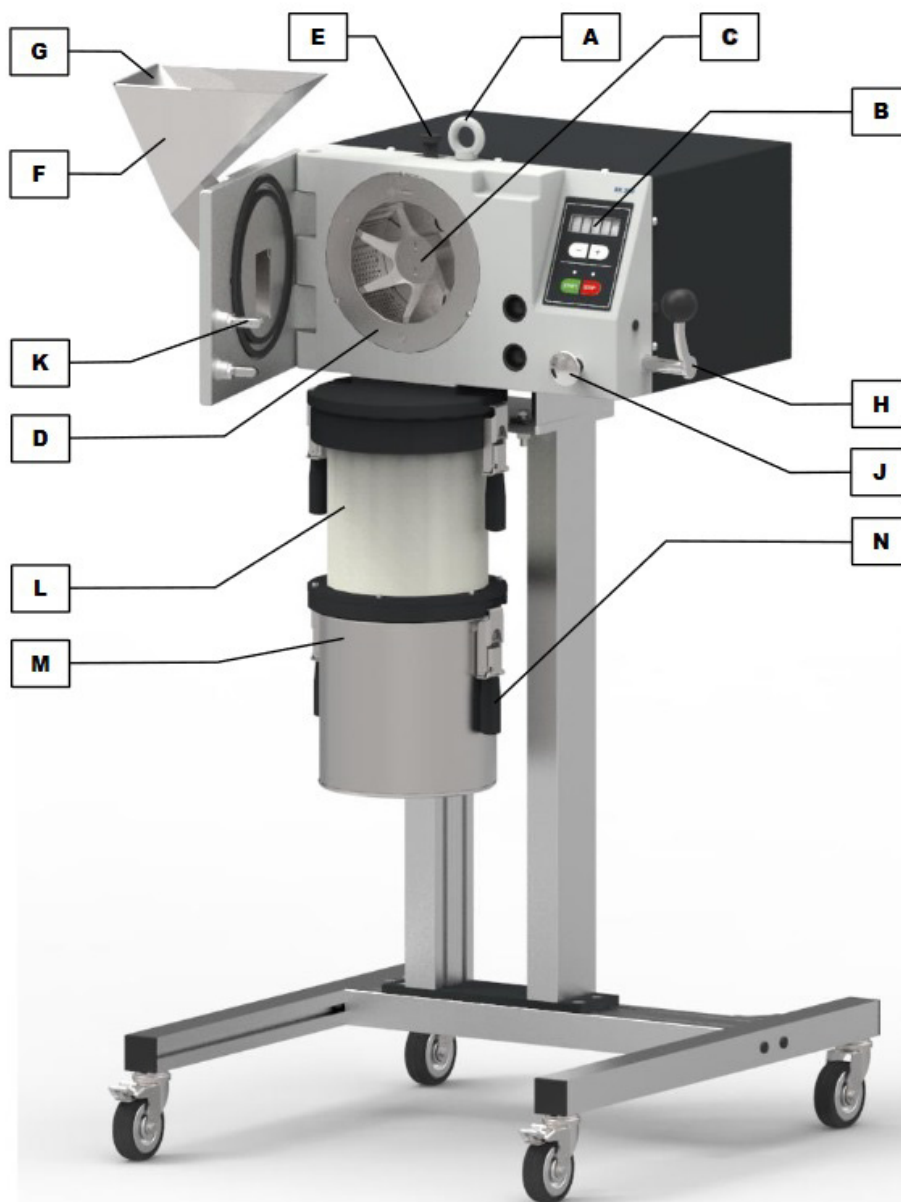
**Fig. 2.** Relationship between the unit shredding energy and the shredded grains size. The figure shows the range of application of Kick's, Bond's and Rittinger's equations according to R.T. Hukky included at works [3, 8]

Bijakowe maszyny rozdrabniające znalazły zastosowanie w różnych gałęziach gospodarki. Przykładem tego typu urządzeń mogą być młyny węglowe szybkoobrotowe. Służą one w energetyce do rozdrabniania węgla, głównie brunatnego (o ziarnistości do 30 mm i wilgotności do 65%) bądź kamiennego. Zakres ich prędkości obrotowych wynosi od 400 do 1500 obr./min. Cechą odróżniającą młyny te od ich wentylatorowych odpowiedników jest zastosowanie bijaków w postaci młotków, przytwierdzonych przegubowo do tarczy. Wydajność młynów węglowych szybkoobrotowych wynosi do 150 t/h [18].

Rębaki bijakowe znalazły zaś zastosowanie przy rozdrabnianiu biomasy (słoma, liście, odpady sadownicze). Maszyny te wyposażone są w walec, wytwarzający ruch ostrzy. Ich praca przebiega dwuetapowo. W pierwszym etapie podany materiał poddawany jest wstępnemu rozgnieceniu, a następnie zmiażdżeniu za pomocą młotków bijakowych miażdżących. Drugi etap to rozdrobnienie przygotowanego w ten sposób materiału przez młotki bijakowe tnące [17].

Innym urządzeniem, wykorzystującym bijaki, jest młyn laboratoryjny. Jak sama nazwa wskazuje, stanowi on część wyposażenia laboratoriów badawczych. Jego zadaniem jest rozdrabnianie kruchych materiałów twardych, m.in. takich jak: beton, cukier, farby proszkowe, gips, gleby, grafit, koks, leki, materiały roślinne,

nawozy, przyprawy, ryż, sól, tworzywa sztuczne, węgiel, wyroby chemiczne, zioła, żywice czy żywność. Zasada działania takiego młyna polega na wykorzystaniu zjawisk rozbijania i ścinania. Materiał wejściowy podawany jest przez lej zasypowy. Następnie trafia do komory mielenia. Tam poddawany jest rozdrobnieniu. Następuje to pomiędzy wirnikiem a specjalnym sitem lub wkładem mielącym. Gdy cząstki materiału rozdrabnianego osiągną rozmiar mniejszy od otworu w sicie, spadają do pojemnika [15].



**Rys. 3.** Schemat konstrukcji młyna laboratoryjnego [16]

A – uchwyt transportowy, B – panel sterujący, C – wirnik, D – rama ustalająca wraz z wkładem sitowym, E – kołek blokujący, F – lej zasypowy, G – osłona przed rozpryskami, H – dźwignia blokady, J – mechanizm zaczepowy, K – mechanizm blokady, L – filtr, M – pojemnik zbiorczy, N – dźwignia zaciskowa

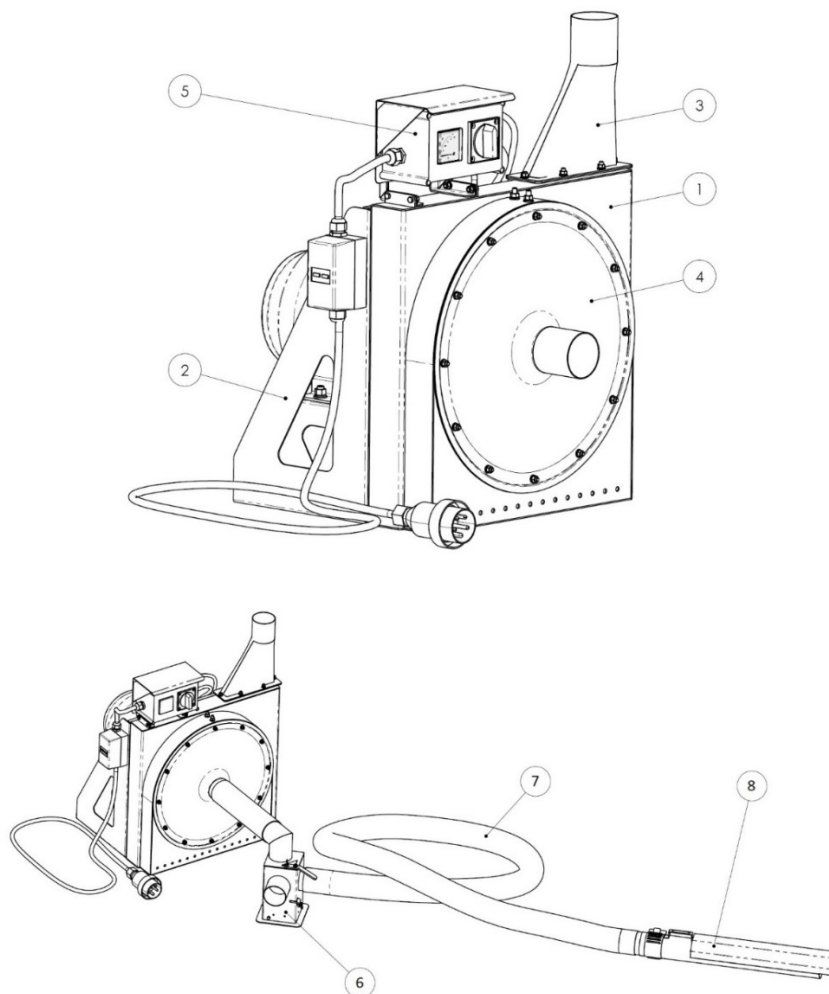
**Fig. 3.** Laboratory mill construction diagram [16]

A – transportation lug, B – control panel, C – rotor, D – retaining frame with sieve insert, E – locking pin, F – feed hopper, G – splash back protection, H – locking lever, J – catch mechanism, K – locking mechanism, L – filter hose, M – collecting receptacle, N – clamping lever

Kwestią zasadniczą prezentowanej pracy są jednak rozdrabniacze bijakowe. Jak już wspomniano we wstępie, służą one do przetwarzania masy organicznej na śrutę w celu ulepszenia jej właściwości trawiennych. Charakteryzują się stosunkowo prostą konstrukcją [14]. Podziału ziaren zbóż dokonują poprzez zderzanie ich z bijakami, znajdującymi się w komorze rozdrabniającej [19]. W celu uzyskania założonego stopnia rozdrobnienia wystarczy ustawić odpowiednią grubość szczelin w sicie [14].

Do podstawowych rodzajów rozdrabniaczy zalicza się:

- rozdrabniacze bijakowe ssąco-tłoczące (rys. 4) – urządzenia te dzięki zastosowaniu dodatkowego wentylatora, odpowiadającego za zaciąg zboża i wyrzutu śruty, nie potrzebują „asysty” człowieka podczas poboru zboża z przymy lub silosu. Powoduje to, że produkcja śruty staje się procesem niezwykle efektywnym i mało uciążliwym. Ich konstrukcja zaś umożliwia szybką wymianę sita w celu dobrania odpowiedniej granulacji dla danego gatunku. Ze względu na parametry techniczne i możliwości tych urządzeń ich wydajność wynosi od 1 do 3 t/h, a droga poboru zboża – nawet do 20 metrów [19];



**Rys. 4.** Schemat konstrukcji rozdrabniacza bijakowego ssąco-tłoczącego [13]

1 – obudowa, 2 – podstawa, 3 – końcówka wylotowa, 4 – wentylator,  
5 – instalacja elektryczna, 6 – łapacz zanieczyszczeń, 7 – przewód ssący, 8 – ssawka rozdrabniacza

**Fig. 4.** Suction and pressure hammer shredder construction diagram [13]

1 – casing, 2 – holder, 3 – nozzle, 4 – vent, 5 – electrical installation, 6 – dirt trap,  
7 – suction pipe, 8 – sucker

- rozdrabniacze bijakowe zasypowe (rys. 1) – w stosunku do rozdrabniaczy ssąco-tłoczących charakteryzują się większą wydajnością (przy zastosowaniu tych samych mocy silników ich wydajność wzrasta średnio o 1 t/h). W modelach o mocy 22 kW w ciągu godziny można uzyskać do 4 ton pszenicy o wilgotności względnej na poziomie 14% i średnicy przemiału 6 mm. Tego typu maszyny najlepiej sprawdzają się w dużych mieszalnicach pasz [19].

#### 4. Podsumowanie

Zaprezentowane w pracy modele rozdrabniania mają duże znaczenie dla nauki i praktyki inżynierskiej, pomimo że zostały opracowane przy pewnych założeniach i uproszczeniach badawczych. Analizowane modele w większości opierają się na bilansie energii rozdrabniania, lecz na ich podstawie nie można wyprowadzić jednoznacznych zależności do analizy efektywności zarówno danej metody, jak i maszyny realizującej ten proces.

Należy jednak stwierdzić, że zaprezentowane modele matematyczne procesu rozdrabniania dają możliwość określenia niektórych parametrów, decydujących o energochłonności rozdrabniania, takich jak:

- czas rozdrabniania,
- stopień rozdrobnienia,
- wydajność maszyny rozdrabniającej.

#### Bibliografia

- [1] Bochat, A., Wesołowski, L., „Próba modelowania rozdrabniania materiałów ziarnistych za pomocą rozdrabniacza bijakowego”, *Inż. Ap. Chem.* 5, (2010), 127–129.
- [2] Feliks, J., Filipowicz, A., „Zastosowanie teorii rozdrabniania do doboru mocy w kruszarce węgla”, *Inż. Ap. Chem.* 4, (2009), 42–43.
- [3] Flizikowski, J., „Rozdrabnianie tworzyw sztucznych”, Wydawnictwa Uczelniane ATR, Bydgoszcz 1998.
- [4] Flizikowski, J., Bieliński, K., Bieliński, M., „Podwyższenie energetycznej efektywności wielotarczowego rozdrabniacza nasion zbóż na paszę”, Wydawnictwa Uczelniane ATR – OPO, Bydgoszcz 1994.
- [5] Gawenda, T., „Rozdrabnianie wczoraj, dziś i jutro”, [https://www.kieruneksurowce.pl/Resources/art/6170/bmp\\_5266447ecec39.pdf](https://www.kieruneksurowce.pl/Resources/art/6170/bmp_5266447ecec39.pdf) (dostęp: 26.05.2021).
- [6] Molendowski, F., „Energochłonność rozdrabniania surowców roślinnych na przykładzie rdzeni kolb kukurydzy”, *Rozprawy 229*, Wydawnictwo Akademii Rolniczej we Wrocławiu, Wrocław 2005.
- [7] Opielak, M., „Wybrane zagadnienia rozdrabniania materiałów w przemyśle rolno-spożywczym”, Wydawnictwo Akademii Rolniczej w Lublinie, Lublin 2000.
- [8] Pahl, M., „Zerkleinerungstechnik”, Verlag TÜV, Rheinland 1994.
- [9] Sokołowski, E.M., „Uogólniona hipoteza rozdrabniania oraz metoda wyznaczania stałych materiałowych”, *Materiały IX Gliwickiego Sympozjum Teorii i Praktyki Procesów Przemysłowych Podstawowe Problemy Procesów Rozdrabniania*, Gliwice 1992.
- [10] Wesołowski, L., „Badanie wpływu cech konstrukcyjnych zespołu bijakowego na efektywność rozdrabniania ziaren zbóż”, *rozprawa doktorska*, UTP, Bydgoszcz 2012.
- [11] Zawada, J., „Wstęp do mechaniki procesów kruszenia”, *Instytut Maszyn Roboczych Ciężkich*, Politechnika Warszawska, Warszawa 1998.

- [12] Agro-Stanek, rozdrabniacz bijakowy H 115,  
[http://agro-stanek.pl/allegro/rozdrabniacz\\_bijakowy\\_H115.pdf](http://agro-stanek.pl/allegro/rozdrabniacz_bijakowy_H115.pdf) (dostęp: 09.06.2021).
- [13] Invest-Rol, rozdrabniacz bijakowy H 116,  
[https://investrol.pl/wp-content/uploads/pdf/POM\\_Augustow\\_rozdrabniacz\\_H116.pdf](https://investrol.pl/wp-content/uploads/pdf/POM_Augustow_rozdrabniacz_H116.pdf) (dostęp: 27.07.2021).
- [14] M-Rol, „Jak działają rozdrabniacze bijakowe w rolnictwie?”,  
<https://mrol.com.pl/aktualnosci/jak-dzialaja-rozdrabniacze-bijakowe-w-rolnictwie> (dostęp: 26.05.2021).
- [15] Retsch, młyn bijakowy SR 300,  
<https://www.retsch.pl/pl/produkty/mlynki-laboratoryjne/mlyny-z-rotorem/sr-300/cechy-i-funkcje> (dostęp: 26.05.2021).
- [16] Retsch, Rotor Beater Mill SR 300,  
[https://www.retsch.pl/dltmp/www/55ce2081-3c88-4436-9ac2-37b6bc282b86-837b3a1307df/manual\\_sr300\\_20.752.xxxx\\_en.pdf](https://www.retsch.pl/dltmp/www/55ce2081-3c88-4436-9ac2-37b6bc282b86-837b3a1307df/manual_sr300_20.752.xxxx_en.pdf) (dostęp: 19.07.2021).
- [17] Vademecum dla uczniów technikum, „Mechaniczne przetwarzanie biomasy”,  
<http://www.instsani.pl/429/mechaniczne-przetwarzanie-biomasy> (dostęp: 26.05.2021).
- [18] Wikipedia, młyn węglowy, [https://pl.wikipedia.org/wiki/Młyn\\_węglowy](https://pl.wikipedia.org/wiki/Młyn_węglowy) (dostęp: 26.05.2021).
- [19] Zuptor, rodzaje rozdrabniaczy do zboża, <https://zuptor.pl/rodzaje-rozdrabniaczy-do-zboza> (dostęp: 26.05.2021).



© 2020 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).