



Wpływ dyssypacji energii w układzie wyrzutnia-samochód na warunki startu rakiety niesterowanej

Zbigniew DZIOPA*, Maciej NYCKOWSKI

Politechnika Świętokrzyska, Al. 1000-lecia PP 7, 25-314 Kielce

**autor korespondencyjny, e-mail: zdziopa@tu.kielce.pl*

Artykuł wpłynął do redakcji 16.07.2014. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano 25.02.2015

DOI: 10.5604/20815891.1185950

Streszczenie. Obiektem badań jest moduł uzbrojenia ZSMU-70 składający się z opancerzonego pojazdu samochodowego, na którym zamontowana jest wyrzutnia WW-4 wraz z niesterowanymi pociskami raketowymi NLPR-70. Start rakiet z wyrzutni zarejestrowany został na poligonie za pomocą szybkiej kamery cyfrowej Phantom v9.1. Ze względu na występującą różnicę w trajektoriach, otrzymany rozrzut w miejscu potencjalnego celu należy uznać za duży. Analiza chwil opuszczania wyrzutni przez rakiety wykazała istnienie różnic w parametrach startu. Występowanie niekorzystnych warunków dla startu rakiet wynika z dynamiki układu. W celu interpretacji uzyskanych wyników sformułowano model fizyczny modułu uzbrojenia w płaszczyźnie pionowej. Takie opracowanie jest uzasadnione ze względu na istniejącą symetrię charakterystyki bezwładnościowej i geometrii rozpatrywanego modułu uzbrojenia oraz rozpatrzenie ruchu zestawu w warunkach poligonowych. Przeprowadzona analiza modalna oraz analiza drgań własnych z wykorzystaniem podstawowych charakterystyk dynamicznych sformułowanego modelu wykazały możliwość wystąpienia niekorzystnego zjawiska dudnienia. Celem niniejszej pracy jest określenie wpływu wprowadzenia do modelu wyrzutnia-samochód reologicznych elementów tłumiących na warunki startu rakiety niesterowanej.

Słowa kluczowe: mechanika, wyrzutnia rakiet, samochód, dyssypacja energii

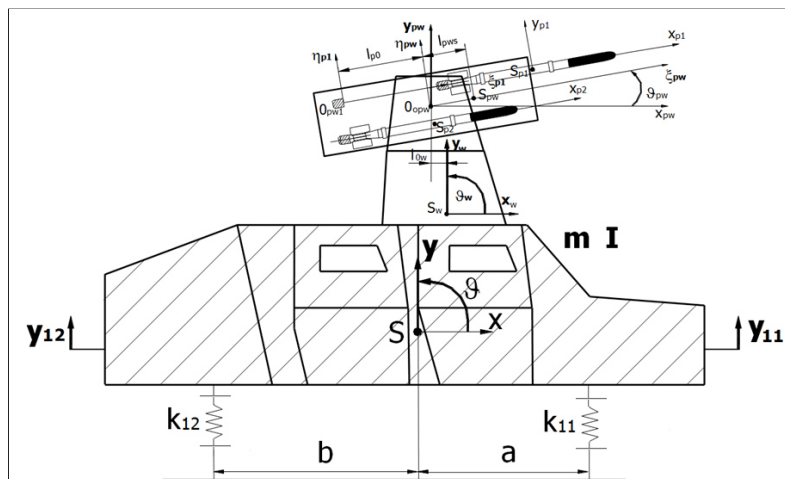
Artykuł został opracowany na podstawie referatu prezentowanego podczas X Międzynarodowej Konferencji Uzbrojeniowej nt. „Naukowe aspekty techniki uzbrojenia i bezpieczeństwa”, Ryn, 15-18 września 2014 r.

1. WSTĘP

W pracy wyznaczone są wybrane charakterystyki dynamiczne samobieżnego modułu uzbrojenia ZSMU-70, który wyposażony jest w wyrzutnię WW-4 niekierowanych pocisków raketowych NLPR-70 bliskiego zasięgu. Badania poligonowe wykazały nieskuteczność zestawu w przypadku zwalczania celów punktowych. Występujący rozrzut raket podczas startu może być m.in. wynikiem własności dynamicznych, jakie posiada układ [3, 4, 5, 10]. Dlatego istotne jest poznanie podstawowych charakterystyk dynamicznych [1, 2, 6] samobieżnego zestawu raketowego. Celem niniejszej pracy jest określenie wpływu reologicznych elementów tłumiących w zawieszeniu pojazdu samochodowego [7] na jego zachowanie się po wprowadzeniu wymuszeń w postaci warunków początkowych.

2. ANALIZA DRGAŃ WŁASNYCH UKŁADU

Drgania własne układu to inaczej drgania swobodne nietłumione [1, 9, 12]. Ze względu na symetrię rozkładu elementów inercyjnych, geometrii modułu uzbrojenia i rejestrację na poligonie wojskowym startu raket z wyrzutni, zdecydowano się na uproszczenie modelu przestrzennego do dwóch wymiarów. Ze względu na cel rozważań przeprowadzono badania i dokonano agregacji układu, otrzymując model o dwóch stopniach swobody, jak na rysunku 1.



Rys. 1. Model fizyczny samobieżnego zestawu raketowego przystosowany do analizy drgań własnych

Fig. 1. Physical model of a self-propelled missile assembly used for proper vibration analysing

Po zastosowaniu metody energetycznej wyprowadzono model matematyczny samobieżnego zestawu raketowego w postaci układu zachowawczego i autonomicznego [8, 11]. Otrzymano następujące równania ruchu:

$$m\ddot{y} + (k_{11} + k_{12})y + (k_{11}a - k_{12}b)\vartheta = 0 \quad (1)$$

$$m\ddot{\vartheta} + (k_{11}a^2 + k_{12}b^2)\vartheta + (k_{11}a - k_{12}b)y = 0$$

gdzie:

y, ϑ – współrzędne niezależne.

Parametry modelu:

$$m = 1780 [kg], \quad I = 2620 [kgm^2], \quad k_{11} = 75000 \left[\frac{N}{m} \right], \quad k_{12} = 65000 \left[\frac{N}{m} \right]$$

$$a = 1,14 [m], \quad b = 1,28 [m]$$

Całki szczególne układu równań (1) można sformułować w postaci funkcji wykładniczych (2).

$$y = X_1 e^{st} \quad \vartheta = X_2 e^{st} \quad (2)$$

Po podstawieniu funkcji (2) do równań (1) otrzymujemy jednorodny układ równań algebraicznych (3).

$$(ms^2 + k_{1y})X_1 + k_{1\vartheta}X_2 = 0 \quad (3)$$

$$k_{2y}X_1 + (Is^2 + k_{2\vartheta})X_2 = 0$$

gdzie:

$$k_{1y} = k_{11} + k_{12}$$

$$k_{1\vartheta} = k_{11}a - k_{12}b$$

$$k_{2y} = k_{11}a - k_{12}b$$

$$k_{2\vartheta} = k_{11}a^2 + k_{12}b^2$$

Rozwiązujemy uogólnione zagadnienie własne i na podstawie wyznacznika charakterystycznego wyprowadzamy równanie sekularne (4).

$$mIs^4 + (mk_{2\vartheta} + Ik_{1y})s^2 + k_{1y}k_{2\vartheta} - k_{1\vartheta}k_{2y} = 0 \quad (4)$$

Pierwiastki równania (4) są urojone i parami sprzężone (5).

$$s_1 = i\omega_{01} \quad s_2 = -i\omega_{01} \quad (5)$$

$$s_3 = i\omega_{02} \quad s_4 = -i\omega_{02}$$

gdzie częstotliwości drgań własnych:

$$\omega_{01} = 8,7813785 \frac{rad}{s} \quad \omega_{02} = 8,9100335 \frac{rad}{s}$$

W celu wyznaczenia postaci drgań własnych formułujemy całki szczególne dla każdego pierwiastka urojonego (6).

$$\begin{aligned} y_1 &= X_{11}e^{s_1 t} & \vartheta_1 &= X_{21}e^{s_1 t} \\ y_2 &= X_{12}e^{s_2 t} & \vartheta_2 &= X_{22}e^{s_2 t} \\ y_3 &= X_{13}e^{s_3 t} & \vartheta_3 &= X_{23}e^{s_3 t} \\ y_4 &= X_{14}e^{s_4 t} & \vartheta_4 &= X_{24}e^{s_4 t} \end{aligned} \quad (6)$$

Rozwiązanie ogólne (7) równań (1) jest kombinacją liniową rozwiązań szczególnych (6) w postaci urojonej.

$$\begin{aligned} y &= X_{11}e^{s_1 t} + X_{12}e^{s_2 t} + X_{13}e^{s_3 t} + X_{14}e^{s_4 t} \\ \vartheta &= X_{21}e^{s_1 t} + X_{22}e^{s_2 t} + X_{23}e^{s_3 t} + X_{24}e^{s_4 t} \end{aligned} \quad (7)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} X_{11} &= \frac{1}{2} A_{11} e^{i\alpha_1} & X_{21} &= \frac{1}{2} A_{21} e^{i\alpha_1} \\ X_{12} &= \frac{1}{2} A_{11} e^{-i\alpha_1} & X_{22} &= \frac{1}{2} A_{21} e^{-i\alpha_1} \\ X_{13} &= \frac{1}{2} A_{12} e^{i\alpha_2} & X_{23} &= \frac{1}{2} A_{22} e^{i\alpha_2} \\ X_{14} &= \frac{1}{2} A_{12} e^{-i\alpha_2} & X_{24} &= \frac{1}{2} A_{22} e^{-i\alpha_2} \end{aligned}$$

Po podstawieniu funkcji (6) do równań (1) otrzymujemy cztery jednorodne układy równań algebraicznych (8).

$$\begin{aligned} (ms_1^2 + k_{1y})X_{11} + k_{1\vartheta}X_{21} &= 0 & (ms_2^2 + k_{1y})X_{12} + k_{1\vartheta}X_{22} &= 0 \\ k_{2y}X_{11} + (Is_1^2 + k_{2\vartheta})X_{21} &= 0 & k_{2y}X_{12} + (Is_2^2 + k_{2\vartheta})X_{22} &= 0 \\ (ms_3^2 + k_{1y})X_{13} + k_{1\vartheta}X_{23} &= 0 & (ms_4^2 + k_{1y})X_{14} + k_{1\vartheta}X_{24} &= 0 \\ k_{2y}X_{13} + (Is_3^2 + k_{2\vartheta})X_{23} &= 0 & k_{2y}X_{14} + (Is_4^2 + k_{2\vartheta})X_{24} &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Po przekształceniu zależności (8) i wykorzystaniu równań (5) oraz (9)

$$s_1^2 = s_2^2 \quad s_3^2 = s_4^2 \quad (9)$$

otrzymujemy współczynniki rozkładu amplitud drgań własnych (10) jako wartości rzeczywiste.

$$\begin{aligned} \mu_{11} &= 1 & \mu_{12} &= 1 \\ \mu_{21} &= \frac{A_{21}}{A_{11}} = \frac{m\omega_{01}^2 - k_{1y}}{k_{1\vartheta}} & \mu_{22} &= \frac{A_{22}}{A_{12}} = \frac{m\omega_{02}^2 - k_{1y}}{k_{1\vartheta}} \end{aligned} \quad (10)$$

W ten sposób wyznaczyliśmy dwie postacie drgań własnych, które tworzą odpowiednie kolumny macierzy modalnej (11).

$$[\mu] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1,1911118 & 0,5703829 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Po interpretacji rozwiązań równań opisujących drgania własne układu (1) w postaci urojonej (7) w płaszczyźnie zespolonej otrzymujemy rozwiązanie równań (1) z uwzględnieniem wyznaczonych charakterystyk dynamicznych układu w postaci rzeczywistej (12).

$$\begin{aligned} y &= A_{11} \cos(\omega_{01}t + \alpha_1) + A_{12} \cos(\omega_{02}t + \alpha_2) \\ \vartheta &= \mu_{21}A_{11} \cos(\omega_{01}t + \alpha_1) + \mu_{22}A_{12} \cos(\omega_{02}t + \alpha_2) \end{aligned} \quad (12)$$

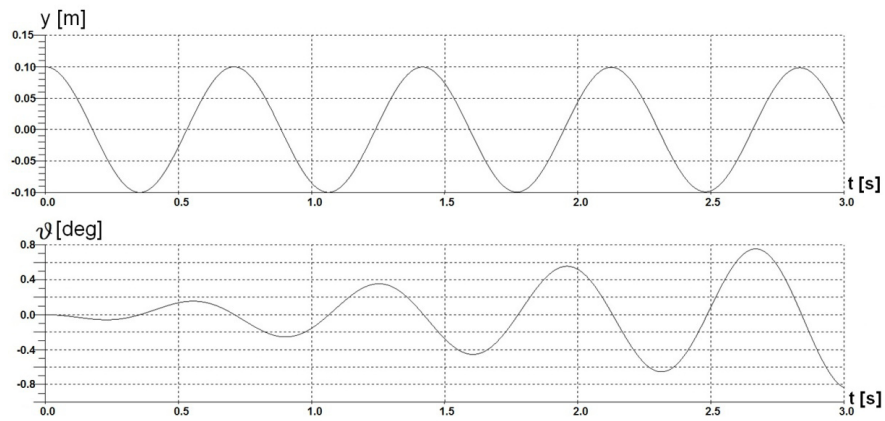
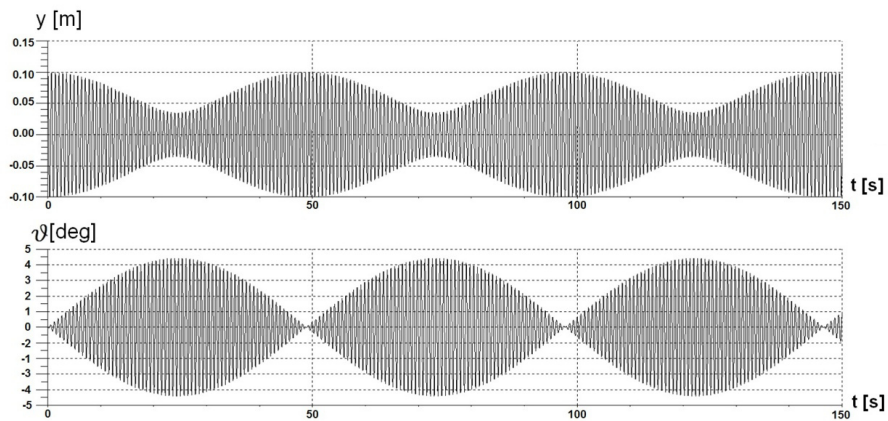
W celu uzyskania przebiegów zmienności w czasie współrzędnych niezależnych y i ϑ dla wymuszeń w postaci warunków początkowych rozwiązujemy zagadnienie Cauchy'ego. Niewiadome A_{11} , A_{12} , α_1 i α_2 wyznaczamy z układu równań (13).

$$\begin{aligned} A_{11} \cos(\alpha_1) + A_{12} \cos(\alpha_2) &= 0.1 \\ \mu_{21}A_{11} \cos(\alpha_1) + \mu_{22}A_{12} \cos(\alpha_2) &= 0 \\ -A_{11}\omega_{01} \sin(\alpha_1) - A_{12}\omega_{02} \sin(\alpha_2) &= 0 \\ -\mu_{21}A_{11}\omega_{01} \sin(\alpha_1) + \mu_{22}A_{12}\omega_{02} \sin(\alpha_2) &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

stąd

$$\begin{aligned} A_{11} &= 0,0323806 & \alpha_1 &= 0 \\ A_{12} &= 0,0676194 & \alpha_2 &= 0 \end{aligned}$$

Ostatecznie otrzymujemy rozwiązanie równań opisujących drgania własne układu (1) w postaci przebiegu zmienności w czasie współrzędnych niezależnych y i ϑ , jak na rysunkach 2 i 3.

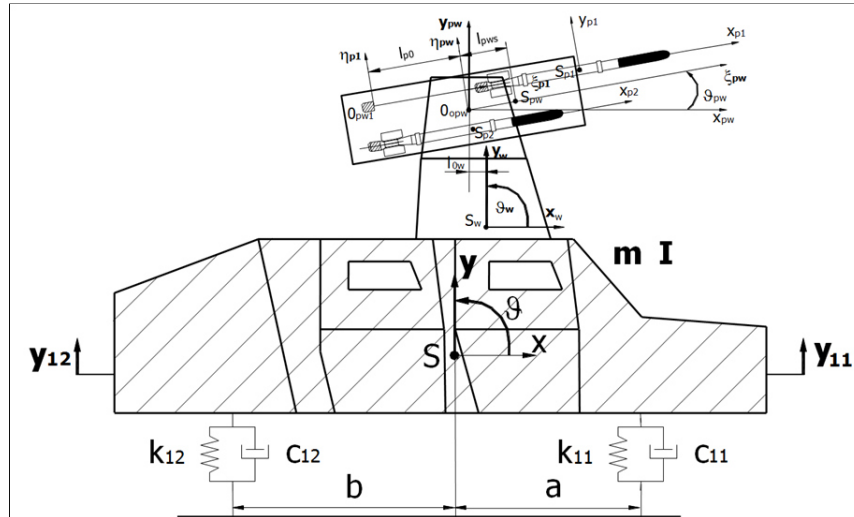
Rys. 2. Przebiegi zmienności współrzędnych niezależnych dla $t = 3$ [s]Fig. 2. Variability courses of independent coordinates for $t = 3$ [s]Rys. 3. Przebiegi zmienności współrzędnych niezależnych dla $t = 150$ [s]Fig. 3. Variability courses of independent coordinates for $t = 150$ [s]

Z otrzymanego widma częstotliwości drgań własnych oraz z przebiegu zmienności współrzędnych niezależnych wynika, że w układzie generują się sygnały o zbliżonych częstotliwościach. Konsekwencją otrzymanego spektrum jest pojawienie się zjawiska dudnienia o częstotliwości obwiedni wynoszącej:

$$\omega_{0d} = 0,128655 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \quad (14)$$

3. ANALIZA DRGAŃ SWOBODNYCH TŁUMIONYCH UKŁADU

Model fizyczny samobieżnego zestawu raketowego uzupełniony o elementy dyssypatywne Newtona przedstawiony jest na rysunku 4. Zawieszenie przednie i tylne pojazdu samochodowego stanowi reologiczny model Kelvina–Voigta [7].



Rys. 4. Model fizyczny samobieżnego zestawu raketowego przystosowany do analizy drgań swobodnych tłumionych

Fig. 4. Physical model of a self-propelled missile assembly used for free damped vibration analysing

Po zastosowaniu metody energetycznej wyprowadzono model matematyczny samobieżnego zestawu raketowego w postaci układu dyssypatywnego i autonomicznego [8, 11]. Otrzymano następujące równania ruchu:

$$\begin{aligned}
 m\ddot{y} + (c_{11} + c_{12})\dot{y} + (c_{11}a - c_{12}b)\dot{\vartheta} + (k_{11} + k_{12})y + (k_{11}a - k_{12}b)\vartheta &= 0 \quad (15) \\
 m\ddot{\vartheta} + (c_{11}a^2 + c_{12}b^2)\dot{\vartheta} + (c_{11}a - c_{12}b)\dot{y} + (k_{11}a^2 + k_{12}b^2)\vartheta + (k_{11}a - k_{12}b)y &= 0
 \end{aligned}$$

gdzie:

y, ϑ – współrzędne niezależne

Parametry modelu takie same jak dla układu zachowawczego i dodatkowo:

$$c_{11} = 2000 \left[\frac{Ns}{m} \right] \quad c_{12} = 2000 \left[\frac{Ns}{m} \right]$$

Całki szczególne układu równań (15) można sformułować w postaci funkcji wykładniczych (16).

$$y = X_1 e^{st} \quad \vartheta = X_2 e^{st} \quad (16)$$

Po podstawieniu funkcji (16) do równań (15) otrzymujemy jednorodny układ równań algebraicznych (17).

$$\begin{aligned} (ms^2 + c_{1y}s + k_{1y})X_1 + (c_{1\vartheta}s + k_{1\vartheta})X_2 &= 0 \\ (c_{2y}s + k_{2y})X_1 + (Is^2 + c_{2\vartheta}s + k_{2\vartheta})X_2 &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} k_{1y}, k_{2y}, k_{1\vartheta}, k_{2\vartheta} &- \text{ tak samo jak dla układu zachowawczego} \\ c_{1y} &= c_{11} + c_{12} & c_{1\vartheta} &= c_{11}a - c_{12}b \\ c_{2y} &= c_{11}a - c_{12}b & c_{2\vartheta} &= c_{11}a^2 + c_{12}b^2 \end{aligned}$$

Rozwiązujemy uogólnione zagadnienie własne i na podstawie wyznacznika charakterystycznego wyprowadzamy równanie sekularne (18).

$$\begin{aligned} mIs^4 + (mc_{2\vartheta} + Ic_{1y})s^3 + (mk_{2\vartheta} + Ik_{1y} + c_{1y}c_{2\vartheta} - c_{2y}c_{1\vartheta})s^2 + \\ (c_{1y}k_{2\vartheta} + k_{1y}c_{2\vartheta} - c_{2y}k_{1\vartheta} - k_{2y}c_{1\vartheta})s + k_{1y}k_{2\vartheta} - k_{1\vartheta}k_{2y} &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Pierwiastki równania (18) są zespolone i parami sprzężone (19).

$$\begin{aligned} s_1 = -h_1 + i\omega_{*1} & \quad s_2 = -h_1 - i\omega_{*1} \\ s_3 = -h_2 + i\omega_{*2} & \quad s_4 = -h_2 - i\omega_{*2} \end{aligned} \quad (19)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} h_1 &= 1,185284 & h_2 &= 1,0596856 \\ \text{częstotliwości drgań swobodnych tłumionych:} \end{aligned}$$

$$\omega_{*1} = 8,7030776 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \omega_{*2} = 8,8447087 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

W celu wyznaczenia postaci drgań swobodnych tłumionych formułujemy całki szczególne dla każdego pierwiastka zespolonego (20).

$$\begin{aligned} y_1 &= X_{11} e^{s_1 t} & \vartheta_1 &= X_{21} e^{s_1 t} \\ y_2 &= X_{12} e^{s_2 t} & \vartheta_2 &= X_{22} e^{s_2 t} \\ y_3 &= X_{13} e^{s_3 t} & \vartheta_3 &= X_{23} e^{s_3 t} \\ y_4 &= X_{14} e^{s_4 t} & \vartheta_4 &= X_{24} e^{s_4 t} \end{aligned} \quad (20)$$

Po podstawieniu funkcji (20) do równań (15) otrzymujemy cztery jednorodne układy równań algebraicznych (21).

$$\begin{aligned}
 (ms_1^2 + c_{1y}s_1 + k_{1y})X_{11} + (c_{1\vartheta}s_1 + k_{1\vartheta})X_{21} &= 0 \\
 (c_{2y}s_1 + k_{2y})X_{11} + (Is_1^2 + c_{2\vartheta}s_1 + k_{2\vartheta})X_{21} &= 0 \\
 (ms_2^2 + c_{1y}s_2 + k_{1y})X_{12} + (c_{1\vartheta}s_2 + k_{1\vartheta})X_{22} &= 0 \\
 (c_{2y}s_2 + k_{2y})X_{12} + (Is_2^2 + c_{2\vartheta}s_2 + k_{2\vartheta})X_{22} &= 0 \\
 (ms_3^2 + c_{1y}s_3 + k_{1y})X_{13} + (c_{1\vartheta}s_3 + k_{1\vartheta})X_{23} &= 0 \\
 (c_{2y}s_3 + k_{2y})X_{13} + (Is_3^2 + c_{2\vartheta}s_3 + k_{2\vartheta})X_{23} &= 0 \\
 (ms_4^2 + c_{1y}s_4 + k_{1y})X_{14} + (c_{1\vartheta}s_4 + k_{1\vartheta})X_{24} &= 0 \\
 (c_{2y}s_4 + k_{2y})X_{14} + (Is_4^2 + c_{2\vartheta}s_4 + k_{2\vartheta})X_{24} &= 0
 \end{aligned} \tag{21}$$

Po przekształceniu zależności (21) i wykorzystaniu równań (19) otrzymujemy współczynniki rozkładu amplitud drgań swobodnych tłumionych (22) jako wartości zespolone parami sprzężone.

$$\begin{aligned}
 \mu_{*11} = 1 \quad \mu_{*12} = 1 \quad \mu_{*13} = 1 \quad \mu_{*14} = 1 \\
 \mu_{*21} = \frac{X_{21}}{X_{11}} = -a_{*1} - ib_{*1} \quad \mu_{*22} = \frac{X_{22}}{X_{12}} = -a_{*1} + ib_{*1} \\
 \mu_{*23} = \frac{X_{23}}{X_{13}} = -a_{*2} - ib_{*2} \quad \mu_{*24} = \frac{X_{24}}{X_{14}} = -a_{*2} + ib_{*2}
 \end{aligned} \tag{22}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
 a_{*1} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} \quad b_{*1} = \frac{b_1 a_2 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} \\
 a_{*2} = \frac{a_3 a_4 + b_3 b_4}{a_4^2 + b_4^2} \quad b_{*2} = \frac{b_3 a_4 - a_3 b_4}{a_4^2 + b_4^2}
 \end{aligned}$$

oraz

$$\begin{aligned}
 a_1 = m(h_1^2 - \omega_{*1}^2) - c_{1y}h_1 + k_{1y} \quad b_1 = (c_{1y} - 2mh_1)\omega_{*1} \\
 a_2 = k_{1\vartheta} - c_{1\vartheta}h_1 \quad b_2 = c_{1\vartheta}\omega_{*1} \\
 a_3 = m(h_2^2 - \omega_{*2}^2) - c_{1y}h_2 + k_{1y} \quad b_3 = (c_{1y} - 2mh_2)\omega_{*2} \\
 a_4 = k_{1\vartheta} - c_{1\vartheta}h_2 \quad b_4 = c_{1\vartheta}\omega_{*2}
 \end{aligned}$$

Rozwiązanie ogólne (23) równań (15) jest kombinacją liniową rozwiązań szczególnych (20) w postaci zespolonej.

$$\begin{aligned}
 y = X_{11}e^{s_1 t} + X_{12}e^{s_2 t} + X_{13}e^{s_3 t} + X_{14}e^{s_4 t} \\
 \vartheta = \mu_{*21}X_{11}e^{s_1 t} + \mu_{*22}X_{12}e^{s_2 t} + \mu_{*23}X_{13}e^{s_3 t} + \mu_{*24}X_{14}e^{s_4 t}
 \end{aligned} \tag{23}$$

gdzie:

$$\begin{aligned} X_{11} &= \frac{1}{2} A_{11} e^{i\alpha_1} & X_{12} &= \frac{1}{2} A_{11} e^{-i\alpha_1} \\ X_{13} &= \frac{1}{2} A_{12} e^{i\alpha_2} & X_{14} &= \frac{1}{2} A_{12} e^{-i\alpha_2} \\ \mu_{*21} &= \mu_{21} e^{i\varphi_1} & \mu_{*22} &= \mu_{21} e^{-i\varphi_1} \\ \mu_{*23} &= \mu_{22} e^{i\varphi_2} & \mu_{*22} &= \mu_{22} e^{-i\varphi_2} \end{aligned}$$

oraz

$$\begin{aligned} \mu_{21} &= -0,9767338 & \varphi_1 &= 0,1698824 \\ \mu_{22} &= 0,6973517 & \varphi_2 &= -0,1725998 \end{aligned}$$

Po interpretacji rozwiązań równań opisujących drgania swobodne tłumione układu (15) w postaci zespolonej (23) w płaszczyźnie zespolonej otrzymujemy rozwiązanie równań (15) z uwzględnieniem wyznaczonych charakterystyk dynamicznych układu w postaci rzeczywistej (24).

$$\begin{aligned} y &= A_{11} e^{-h_1 t} \cos(\omega_{*1} t + \alpha_1) + A_{12} e^{-h_2 t} \cos(\omega_{*2} t + \alpha_2) \\ \vartheta &= \mu_{21} A_{11} e^{-h_1 t} \cos(\omega_{*1} t + \alpha_1 + \varphi_1) + \mu_{22} A_{12} e^{-h_2 t} \cos(\omega_{*2} t + \alpha_2 + \varphi_2) \end{aligned} \quad (24)$$

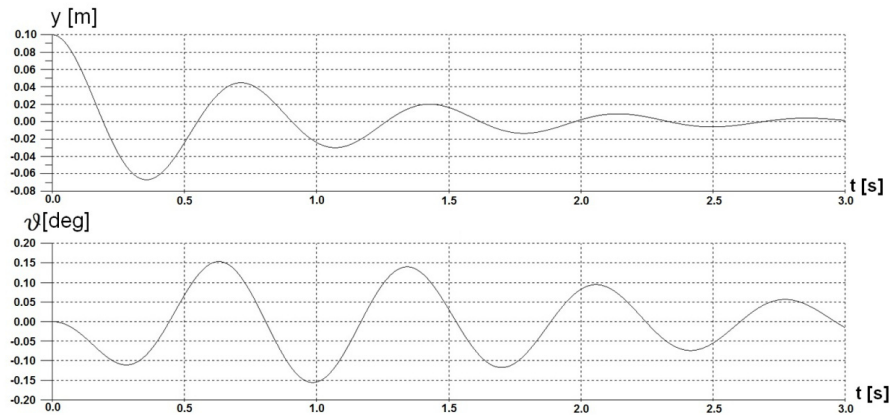
W celu uzyskania przebiegów zmienności w czasie współrzędnych niezależnych y i ϑ dla wymuszeń w postaci warunków początkowych rozwiązujemy zagadnienie Cauchy'ego. Niewiadome A_{11} , A_{12} , α_1 i α_2 wyznaczamy z układu równań (25).

$$\begin{aligned} A_{11} \cos(\alpha_1) + A_{12} \cos(\alpha_2) &= 0.1 \\ \mu_{21} A_{11} \cos(\alpha_1 + \varphi_1) + \mu_{22} A_{12} \cos(\alpha_2 + \varphi_2) &= 0 \\ -A_{11} [h_1 \cos(\alpha_1) + \omega_{*1} \sin(\alpha_1)] - A_{12} [h_2 \cos(\alpha_2) + \omega_{*2} \sin(\alpha_2)] &= 0 \\ -\mu_{21} A_{11} [h_1 \cos(\alpha_1 + \varphi_1) + \omega_{*1} \sin(\alpha_1 + \varphi_1)] - \\ \mu_{22} A_{12} [h_2 \cos(\alpha_2 + \varphi_2) + \omega_{*2} \sin(\alpha_2 + \varphi_2)] &= 0 \end{aligned} \quad (25)$$

stąd

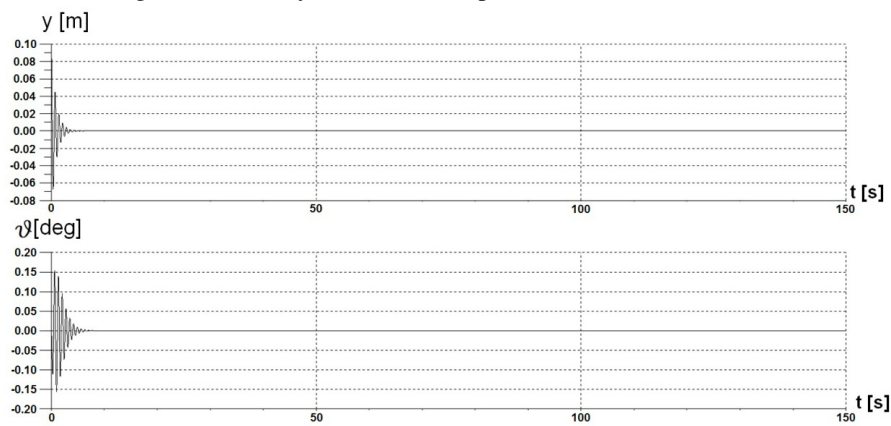
$$\begin{aligned} A_{11} &= 0,0427263 & \alpha_1 &= -0,3366229 \\ A_{12} &= 0,0596865 & \alpha_2 &= 0,0223334 \end{aligned}$$

Ostatecznie otrzymujemy rozwiązanie równań opisujących drgania swobodne tłumione układu (15) w postaci przebiegu zmienności w czasie współrzędnych niezależnych y i ϑ , jak na rysunkach 5 i 6.



Rys. 5. Przebiegi zmienności współrzędnych niezależnych dla $t = 3$ [s]

Fig. 5. Variability courses of independent coordinates for $t = 3$ [s]



Rys. 6. Przebiegi zmienności współrzędnych niezależnych dla $t = 150$ [s]

Fig. 6. Variability courses of independent coordinates for $t = 150$ [s]

Z otrzymanego widma częstotliwości drgań swobodnych tłumionych wynika, że w układzie generują się sygnały o zbliżonych częstotliwościach, ale zastosowanie tłumienia o odpowiedniej wartości w zawieszaniu pojazdu samochodowego eliminuje pojawienie się zjawiska dudnienia. Wprowadzenie odpowiednich elementów dyssypatywnych wpływa na poprawienie warunków dla startujących z wyrzutni rakiet.

4. WNIOSKI

Wyznaczono podstawowe charakterystyki dynamiczne samobieżnego zestawu raketowego dla modelu w postaci układu zachowawczego i dyssypatywnego. Wartości częstości drgań wyznaczone dla obu modeli nieznacznie się różnią. W przypadku modelu dyssypatywnego są nieco mniejsze. Również niewiele różnią się od siebie współczynniki rozkładu amplitud. Zarówno ilościowo, jak i jakościowo postacie drgań wyznaczone dla obu modeli są do siebie zbliżone. Jednak wprowadzenie elementów dyssypatywnych powoduje redukcję drgań w ciągu kilku sekund. Z przeprowadzonych rozważań wynika, że istotny jest właściwy dobór charakterystyki reologicznych elementów tłumiących na warunki startu rakiety niesterowanej.

LITERATURA

- [1] Arczewski K., Pietrucha J., Szuster J.T., *Drgania układów fizycznych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, s. 474, Warszawa, 2008.
- [2] De Silva C.W., *Vibration Fundamentals and Practice*, Taylor & Francis Group, Boca Raton, London – New York, p. 1036, 2007.
- [3] Dziopa Z., The dynamics of a rocket launcher placed on a self-propelled vehicle, *Mechanical Engineering*, no. 3 (81), pp. 23-30, Lviv, 2004.
- [4] Dziopa Z., Koruba Z., Krzysztofik I., An analysis of the dynamics of a launcher – missile system on a moveable base, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences – Technical Sciences*, vol. 58, no. 4, pp. 645-650, 2010.
- [5] Dziopa Z., Koruba Z., Krzysztofik I., Dynamics of a controlled anti-aircraft missile launcher mounted on a moveable base, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, no. 2, vol. 48, pp. 279-295, Warsaw, 2010.
- [6] Dźygadło Z., Kaliski S., Solarz L., Włodarczyk E., *Drgania i fale w ciałach stałych*, PWN, Warszawa, 1966.
- [7] Genta G., Motor Vehicle Dynamics, *Modeling and Simulation*. World Scientific Publishing, Singapore, 1997.
- [8] Gantmacher F.R., *Lectures in analytical mechanics*, Translated from the Russian by G. Yankovsky, Mir publishers, Moscow, 1970.
- [9] Osiecki J., Koruba Z., *Elementy mechaniki zaawansowanej*, Politechnika Świętokrzyska, podręcznik akademicki, Kielce, 2007.
- [10] Светлицкий В.А., *Динамика старта летательных аппаратов*, Наука, Москва, 1963.

- [11] Суслов Г.К., *Теоретическая механика*, Гостехиздат, Москва-Ленинград, 1946.
[12] Ziemba S., *Analiza drgań*, tom I i II, PWN, Warszawa, 1959.

Impact of Energy Dissipation in the Launcher-Armoured Vehicle Assembly on the Conditions of Launching Unguided Missiles

Zbigniew DZIOPA, Maciej NYCKOWSKI

Abstract. The object of the research is the ZSMU-70 armament unit, which consists of an armoured fighting vehicle and the WW-4 launcher mounted on it along with unguided missiles NLPR-70. The launch of the missiles was recorded at a rocket range with a fast digital camera the Phantom v0.1. Three missiles were launched at short time intervals. Each missile moved along a different path. Due to the fact that the trajectories differed the spread at the potential target site should be perceived as considerable. An analysis of the moments the missiles leave the launcher showed the existence of differences in the take-off parameters. The appearance of adverse conditions for the missile launch results from the dynamics of the system. In order to interpret the obtained results a physical model of the armament module in a vertical plane was formulated. This elaboration is justified by a virtue of the existing symmetry of the inertial characteristics and geometry of the discussed armament module as well as discussing the assembly movement at a rocket range. The conducted modal analysis and the analysis of free vibration using the fundamental dynamic characteristics of the formulated model proved that the negative beat phenomenon is likely to occur. The aim of the study is to determine the influence of introducing the rheological damping elements into the launcher-armoured vehicle model on the conditions of unguided missiles launch.

Keywords: mechanics, missile launcher, armoured fighting vehicle, energy dissipation

