

Anna DYLAŁ, Zdzisław JAWORSKI

e-mail: adylak@zut.edu.pl

Instytut Inżynierii Chemicznej i Procesów Ochrony Środowiska, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny, Szczecin

## Numeryczne modelowanie pola prędkości cieczy silnie rozrzedzanej ścinaniem w mieszalniku z mieszadłem PMT

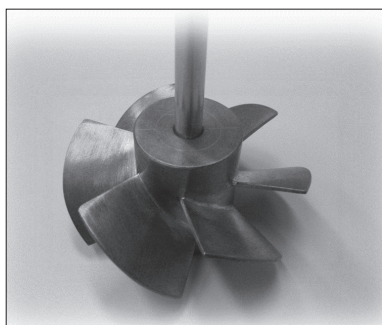
### Wstęp

Ciecze rozrzedzane ścinaniem stanowią najliczniejszą grupę płynów nienewtonowskich, dlatego też często wykorzystywane są w różnych gałęziach przemysłu. Zaliczyć do nich można roztwory polimerów, stopione polimery, zawiesiny, emulsje, produkty spożywcze, a nawet płyny ustrojowe. Cechą charakterystyczną cieczy silnie rozrzedzanych ścinaniem jest powstawanie w pobliżu obracającego się mieszadła kawerny cieczy, czyli obszarów intensywnego mieszania [Moore *in.*, 1995; Wilkens *in.*, 2005]. Wewnątrz kawerny, w strefie oddziaływania mieszadła, dominująca jest składowa styczna prędkości. Na brzegach kawerny trzy składowe prędkości mają porównywalne wartości, natomiast poza ich granicami prędkość cieczy jest bliska zeru. Obszar ten traktowany jest jako strefa zastoju. Dlatego też w trakcie projektowania mieszalników mechanicznych przeznaczonych do homogenizacji cieczy nienewtonowskich istotnym zagadnieniem jest uwzględnienie występowania kawern podczas mieszania.

Celem niniejszej pracy było porównanie pola prędkości wygenerowanego z zastosowaniem numerycznej mechaniki płynów (CFD) z polem otrzymanym na drodze eksperymentalnej za pomocą dopplerowskiej anemometrii laserowej (LDA). Dane eksperymentalne z pomiarów LDA dostępne są w literaturze przedmiotu [Jaworski i Nienow, 1994]. Na podstawie danych uzyskanych z modelowania numerycznego możliwe było wyznaczenie liczby mocy mieszania –  $Po$ , stałej Metznera-Otto –  $k_s$ , oraz wartości intensywności rozpraszania energii kinetycznej –  $\epsilon$ .

### Opis układu

Modelowany układ stanowił cylindryczny zbiornik z płaskim dnem, o średnicy  $T = 0,222$  [m], wypełniony cieczą do poziomu  $H = T$ . Zbiornik wyposażony był w cztery płaskie przegrody o szerokości  $B = 0,1T$  oraz mieszadło Prochem Maxflo T (PMT) o średnicy  $D = 0,078$  [m]. Mieszadło (Rys. 1) zawieszono było w odległości równej  $C = 0,45H$  od dna mieszalnika i obracało się ze stałą szybkością obrotową równą  $N = 8$  [s<sup>-1</sup>].



Rys. 1. Mieszadło PMT

Modelowaną cieczą nienewtonowską silnie rozrzedzaną ścinaniem był 0,2% wodny roztwór Carbopolu. Lepkość pozorną płynu wyznaczono była z prawa potęgowego Ostwalda-de Waele [Wilczyński, 2001]:

$$\tau = K\dot{\gamma}^n \quad (1)$$

W równ. (1) parametry reologiczne cieczy, takie jak współczynnik konsystencji oraz wykładnik płynięcia, wynosiły odpowiednio  $K = 33,4$  [Pa·s<sup>n</sup>],  $n = 0,216$  [Jaworski i Nienow, 1994].

### Symulacje numeryczne

Wygenerowana siatka numeryczna dzieliła objętość mieszanej cieczy na 770 459 tetraedralnych komórek obliczeniowych. Do modelowania przepływu wykorzystano komercyjne oprogramowanie ANSYS Fluent 14.5. Symulacje były prowadzone dla laminarnego przepływu cieczy dwuetapowo. W pierwszym etapie modelowanie miało charakter ustalony, zastosowano metodę wielokrotnego układu odniesienia (MRF). Po osiągnięciu zbieżności w pierwszym etapie kontynuowano symulację w trybie nieustalonym (z małym krokiem czasowym) wykorzystując metodę ślizgającej się siatki (SM). W jednym kroku czasowym mieszadło obracało się o kąt 2°. Wyniki symulacji odczytywano w płaszczyźnie usytuowanej pod kątem 45° między przegrodami. Punkty pomiarowe zlokalizowane były wzdłuż promienia na dziewięciu pozycjach osiowych  $z = -40, -30, -20, -10, 0, 10, 20, 30, 40$  [mm]; gdzie  $z = 0$  oznacza środek mieszadła.

### Dyskusja wyników

#### Profile prędkości

W celu weryfikacji poprawności wyników symulacji numerycznych porównano je z dostępnymi w literaturze [Jaworski i Nienow, 1994] danymi eksperymentalnymi otrzymanymi z pomiarów LDA. W tym celu sporządzono profile trzech bezwymiarowych składowych prędkości obwodowych uśrednionych po kącie 60° w funkcji bezwymiarowej odległości promieniowej.

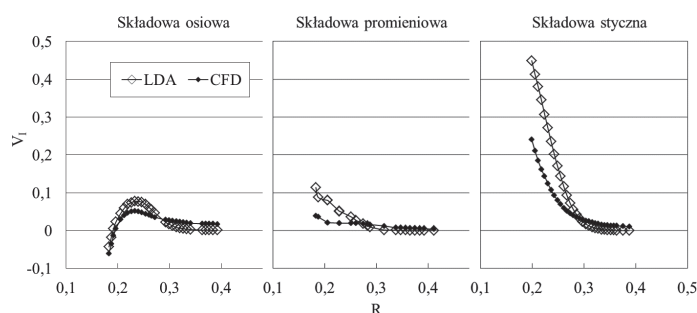
Bezwymiarową prędkość  $V$  otrzymano poprzez odniesienie wartości trzech składowych prędkości  $v$  do prędkości obwodowej końca łopatek mieszadła:

$$V_i = \frac{\bar{v}_i}{\pi ND} \quad i = z, r, t \quad I = Z, R, T \quad (2)$$

Natomiast bezwymiarową odległość promieniową  $R$  uzyskano poprzez odniesienie odległości  $r$ , liczonej od osi mieszalnika, w jakiej znajdował się punkt pomiarowy do średnicy zbiornika:

$$R = \frac{r}{T} \quad (3)$$

Przykładowe profile prędkości dla bezwymiarowej składowej osiowej  $V_Z$ , promieniowej  $V_R$ , i stycznej  $V_T$  zostały przedstawione na rys. 2. Zaobserwowano, że intensywne mieszanie cieczy przy zadanych parametrach procesowych występowało tylko w pobliżu mieszadła tworząc typową kawernę, przy czym maksymalne wartości prędkości odnotowano dla składowej stycznej prędkości.

Rys. 2. Profile trzech składowych prędkości bezwymiarowej wzdłuż bezwymiarowego promienia na wysokości  $z = 0$

Analiza wyników wykazała dobrą zgodność pomiędzy przewidywanymi i doświadczalnymi profilami trzech składowych prędkości cieczy. Średni błąd kwadratowy wynosił 2,3; 3,5 i 3,4%, odpowiednio dla składowej osiowej, promieniowej i stycznej prędkości.

### Liczba mocy

Bezwymiarowa liczba mocy  $Po$  oraz moc mieszania  $P$  zdefiniowane są odpowiednio następującymi równaniami:

$$Po = \frac{P}{N^3 D^5 \rho} \quad (4)$$

$$P = 2\pi NT_o \quad (5)$$

Liczba mocy obliczona została na podstawie momentu obrotowego działającego na mieszadło zdefiniowanego zależnością:

$$T_o = \sum_i (\Delta p_i) A_i r_i \quad (6)$$

gdzie:

$A$  – powierzchnia rzutu na płaszczyznę pionową elementu  $i$ , [m<sup>2</sup>],

$r$  – promieniowa odległość elementu  $i$  od osi mieszalnika, [m].

$T_o$  – moment obrotowy, [Nm].

$\Delta p$  – różnica ciśnień między przednią i tylną stroną łopatki na powierzchni elementu  $i$ , [Pa],

$\rho$  – gęstość cieczy, [kg/m<sup>3</sup>].

Jest to pierwotny moment obrotowy. Wartość pierwotnego momentu obrotowego uzyskana została na podstawie wyników symulacji numerycznych.

W literaturze [Jaworski i Nienow, 1994] dostępna jest eksperymentalna wartość liczby mocy dla analogicznego układu. Wynosi ona  $Po_{eks} = 2,37$ . Natomiast obliczona na podstawie danych z symulacji numerycznych liczba mocy wynosi  $Po_{CFD} = 2,56$ . Różnica między wartością otrzymaną na drodze eksperymentalnej i numerycznej wynosi około 8%.

### Stała Metznera-Otto

Na podstawie przeprowadzonych symulacji numerycznych możliwe było także odczytanie lokalnych wartości szybkości ścinania  $\dot{\gamma}_\ell$ . Rozkład lokalnych wartości szybkości ścinania w płaszczyźnie usytuowanej pod kątem 45° względem przegród przedstawiono na rys. 3a. Wykorzystując te dane, na podstawie analogii do metody Metznera-Otto [1957], obliczono lokalne wartości współczynnika  $k_s$  z zależności:

$$k_{s\ell} = \frac{\dot{\gamma}_\ell}{N} \quad (7)$$

oraz przedstawiono je w formie graficznej na rys. 3b. Analizując kontury lokalnych wartości współczynnika równania Metznera-Otto stwierdzono, że w obszarze kawerny charakteryzował się on dużą zmiennością. Wartość współczynnika  $k_s$  zmieniała się w zakresie od około 0,5 na brzegach kawerny do około 25 przy powierzchni mieszadła. Średnia wartość współczynnika  $k_s$  dla modelowanej cieczy nienewtonowskiej i mieszadła PMT obliczona na podstawie wartości lokalnych otrzymanych z symulacji CFD wynosi  $k_s = 24$ . Dla danych eksperymentalnych z LDA [Jaworski i Nienow, 1994]  $k_s = 20$ .

Znając średnią wartość współczynnika  $k_s$  można obliczyć z równania Metznera-Otto średnią szybkość ścinania ( $\dot{\gamma}_{Av} = k_s N$ ). Wynosi ona 192 [s<sup>-1</sup>]. Podstawiając wartość  $\dot{\gamma}_{Av}$  do równania:

$$\mu = K \dot{\gamma}^{(n-1)} \quad (8)$$

otrzymuje się średnią lepkość, na podstawie której wyznaczyć można wartość liczby Reynoldsa:

$$Re = \frac{ND^2 \rho}{\mu} \quad (9)$$

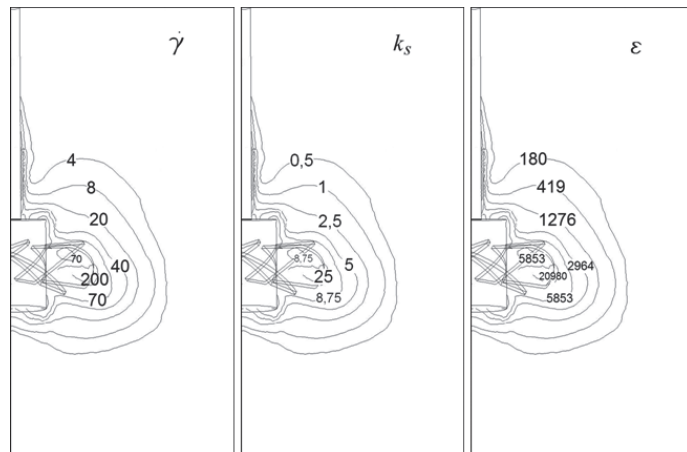
Obliczona wartość liczby Reynoldsa wynosiła  $Re \approx 90$ . Jest więc większa od wartości eksperymentalnej ( $Re_{LDA} = 78$ , [Jaworski i Nienow, 1994]).

### Intensywność rozpraszania energii

Lokalne wartości szybkości ścinania mogą także zostać wykorzystane do wyznaczenia lokalnych wartości intensywności rozpraszania energii kinetycznej w lepkim i nieściśliwym przepływie potężowego płynu nienewtonowskiego z równania:

$$\varepsilon = K(\dot{\gamma}_\ell)^{(n+1)} \quad (10)$$

Kontury lokalnych wartości intensywności rozpraszania energii przedstawiono na rys. 3c. Wewnątrz kawerny zaobserwowano, tak jak w przypadku stałej  $k_s$ , dużą zmienność wartości  $\varepsilon$ . Wynosiła ona około 21000 [W/m<sup>3</sup>] przy powierzchni mieszadła, natomiast przy brzegach kawerny około 180 [W/m<sup>3</sup>].



Rys. 3. Kontury lokalnych wartości: a) szybkości ścinania  $\dot{\gamma}_\ell$  [1/s], b) współczynnika Metznera-Otto  $k_{s\ell}$  [-], c) intensywności rozpraszania energii  $\varepsilon$  [W/m<sup>3</sup>]

Średnia wartość intensywności rozpraszania energii  $\bar{\varepsilon}$ , w całej objętości mieszanej cieczy może być obliczona na podstawie mocy mieszania  $P$ , z zależności:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{4P}{\pi T^3} \quad (11)$$

Średnia wartość  $\bar{\varepsilon}$  obliczona z równ. (5), (6) i (11) wynosi ok. 440 [W/m<sup>3</sup>].

### Podsumowanie i wnioski

W pracy przedstawiono wyniki symulacji numerycznych CFD laminarnego ( $Re \approx 90$ ) przepływu cieczy nienewtonowskiej (0,2% wodny roztwór Carbopolu) silnie rozrzedzanej ścinaniem w mieszalniku mechanicznym wyposażonym w mieszadło PMT. Stwierdzono dobrą zgodność wyników symulacji numerycznych z danymi eksperymentalnymi.

- Na podstawie analizy wyników sformułowano następujące wnioski:
- w objętości mieszanej cieczy występują dwie strefy – strefa zastoju, wewnątrz której prędkość cieczy jest praktycznie równa zero oraz strefa intensywnego mieszania cieczy, tak zwana kawerna, wewnątrz której dominująca jest składowa styczna prędkości,
  - wewnątrz kawerny wartości współczynnika Metznera-Otto oraz intensywności rozpraszania energii charakteryzowały się dużą zmiennością,
  - średnie wartości współczynnika Metznera-Otto oraz intensywności rozpraszania energii w całej objętości mieszanej cieczy wynosiły odpowiednio  $k_s = 20$  oraz  $\bar{\varepsilon} = 300$  [W/m<sup>3</sup>].

### LITERATURA

- Jaworski Z., Nienow A.W., 1994. LDA measurements of flow fields with hydrofoil impellers in fluids with different rheological properties [in:] IChemE Symposium Series **136**, 105-112 (ISBN: 0-852953-29-1)
- Metzner A.B., Otto R.E., 1957. Agitation of non-Newtonian fluid. *AIChE J.*, **3**, 3-10. DOI: 10.1002/aic.690030103
- Moore I.P.T., Cossor G., Baker M.R., 1995. Velocity distributions in a stirred tank containing a yield stress fluid. *Chem. Eng. Sci.*, **50**, 2467-2481. DOI: 10.1016/0009-2509(95)00086-K
- Wilczyński K., 2001. *Reologia w przetwórstwie tworzyw sztucznych*. WNT, Warszawa
- Wilkins R.J., Miller J.D., Plummer J.R., Dietz D.C., Myers K.J., 2005. New techniques for measuring and modeling cavern dimensions in aingham plastic fluid. *Chem. Eng. Sci.*, **60**, 5269-5275. DOI: 10.1016/j.ces.2005.04.058