

KONCEPCJA DOBORU NASTAW ORAZ STROJENIA REGULATORA ROZMYTEGO PRZY ZASTOSOWANIU KONWENCJONALNEGO KRYTERIUM SYMETRII

Streszczenie

W artykule przedstawiono konwencjonalne kryterium symetrii dla modelu przekształtnikowego układu napędowego. Sformułowano koncepcję oraz scharakteryzowano etapy strojenia regulatora rozmytego. Zaprezentowano uzyskane charakterystyki sterowania dla wybranych wyjściowych funkcji przynależności

WSTĘP

Regulatory rozmyte znajdują coraz szersze zastosowanie w różnorodnych układach regulacji, w tym również w napędach przekształtnikowych. Najbardziej spektakularnym przykładem zastosowania logiki rozmytej był układ sterowania napędem metra wykonany przez firmę Hitachi w latach osiemdziesiątych XX wieku. Układ sterowania realizował funkcje łagodnego przyspieszania, hamowania oraz precyzyjnego zatrzymywania wagonów metra w określonym rejonie stacji. Wciąż aktualne pozostają jednak badania dotyczące algorytmów strojenia regulatorów rozmytych w odniesieniu do napędów trakcyjnych, także z wykorzystaniem klasycznych rozwiązań teorii sterowania.

1. KLASYCZNE KRYTERIUM SYMETRII

Kryterium symetrii może być formułowane dla różnych typów regulatorów. Dla potrzeb prowadzonych badań rozważany będzie regulator proporcjonalno-całkujący. Uwarunkowane jest to rzeczywistą strukturą układu regulacji, który może być zastosowany w napędzie prądu stałego [1, 3]. W celu wyznaczenia zależności matematycznych określających nastawy regulatora typu PI konieczne będzie wykorzystanie schematu blokowego, który zaprezentowano na rys. 1.

Wykorzystując schemat blokowy zamkniętego układu regulacji można zapisać transmitancję $G_O(s)$ układu otwartego w następującej postaci [1, 7]:

$$G_O(s) = K_{RB} \left(1 + \frac{1}{T_{RB}s} \right) \cdot \frac{K_{OB}}{T_{OB}s} \cdot \frac{1}{\tau_{1B}s + 1} \cdot \frac{1}{\tau_{2B}s + 1} \cdot \frac{1}{\tau_{3B}s + 1} \quad (1)$$

gdzie: K_{RB} - współczynnik wzmocnienia regulatora, T_{RB} - czas

zdwojenia regulatora, K_{OB} - współczynnik wzmocnienia obiektu, T_{OB} - stała czasowa członu całkującego, τ_{1B} , τ_{2B} , τ_{3B} - stałe czasowe członów inercyjnych.

Kryterium ma zastosowanie dla obiektów, których transmitancja zawiera jeden człon całkujący oraz kilka członów inercyjnych pierwszego rzędu. Przy czym stałe czasowe τ_{1B} , τ_{2B} , τ_{3B} członów inercyjnych są znacznie mniejsze od stałej czasowej członu całkującego T_{OB} . Wobec tego spełniony jest następujący układ zależności:

$$\begin{cases} \tau_{1B} \ll T_{OB} \\ \tau_{2B} \ll T_{OB} \\ \tau_{3B} \ll T_{OB} \end{cases} \quad (2)$$

Uwzględniając, że stałe czasowe τ_{1B} , τ_{2B} , τ_{3B} są dużo mniejsze od jedności można wprowadzić następujące uproszczenie:

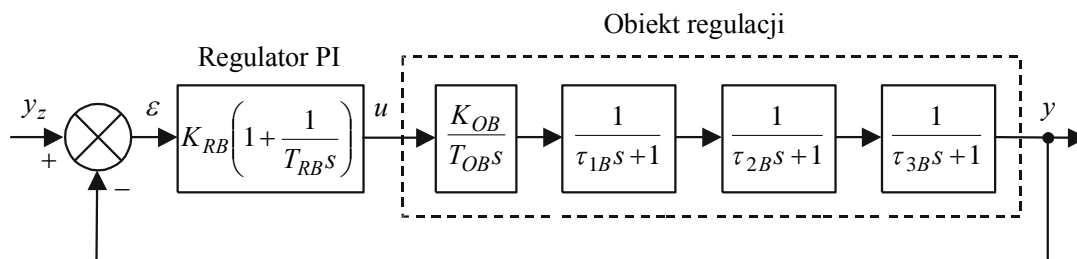
$$\frac{1}{\tau_{1B}s + 1} \cdot \frac{1}{\tau_{2B}s + 1} \cdot \frac{1}{\tau_{3B}s + 1} \approx \frac{1}{\tau_{ZB}s + 1} \quad (3)$$

gdzie: τ_{ZB} - zastępcza stała czasowa obiektu regulacji.

W konsekwencji transmitancja układu otwartego wyrażona jest zależnością:

$$G_O(s) = \frac{K_{RB}T_{RB}s + K_{RB}}{T_{RB}s} \cdot \frac{K_{OB}}{T_{OB}s(\tau_{ZB}s + 1)} \quad (4)$$

Wykorzystując transmitancję $G_O(s)$ układu otwartego można wyznaczyć transmitancję $G_Z(s)$ układu zamkniętego i przedstawić ją w następującej postaci:



Rys. 1. Ogólny schemat blokowy zamkniętego układu regulacji [1, 7]

$$G_Z(s) = \frac{L(s)}{M(s)}$$

$$L(s) = K_{RB} K_{OB} T_{RB} s + K_{RB} K_{OB} \quad (5)$$

$$M(s) = T_{RB} T_{OB} \tau_{ZB} s^3 + T_{RB} T_{OB} s^2 + K_{RB} K_{OB} T_{RB} s + K_{RB} K_{OB}$$

Następnie dokonuje się rozwinięcia funkcji $|G_Z(j\omega)|$ w szereg potęgowy Maclaurina dla $\omega=0$. Wykorzystuje się do tego celu zależność [3, 7]:

$$|G_Z(j\omega)| = |G_Z(j\omega)|_{\omega=0} + \frac{\omega}{1!} \cdot \left. \frac{d|G_Z(j\omega)|}{d\omega} \right|_{\omega=0} + \dots$$

$$+ \frac{\omega^2}{2!} \cdot \left. \frac{d^2|G_Z(j\omega)|}{d\omega^2} \right|_{\omega=0} + \frac{\omega^n}{n!} \cdot \left. \frac{d^n|G_Z(j\omega)|}{d\omega^n} \right|_{\omega=0} \quad (6)$$

Ze względu na konieczności spełnienia warunku optymalnego śledzenia sygnału zadanego y_z przez sygnał wyjściowy y obiektu regulacji należy przyrównać rozwinięcie funkcji $|G_Z(j\omega)|$ do jedności.

Ponieważ pierwszy wyraz szeregu potęgowego jest równy jedności, to pozostałe wyrazy powinny być równe zeru. Wobec tego dla początkowych wyrazów rozwinięcia w szereg Maclaurina otrzymujemy następujący układ równań:

$$\begin{cases} 2K_{RB}K_{OB}T_{RB}T_{OB} - (K_{RB}K_{OB}T_{RB})^2 = 0 \\ 2K_{RB}K_{OB}T_{OB}T_{RB}^2\tau_{ZB} - T_{RB}^2T_{OB}^2 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Uwzględniając, że $T_{RB} \neq 0$ oraz $T_{OB} \neq 0$ z równania drugiego układu (7) można wyznaczyć współczynnik wzmocnienia K_{RB} regulatora,

który wynosi:

$$K_{RB} = \frac{T_{OB}}{2K_{OB}\tau_{ZB}} \quad (8)$$

Po podstawieniu zależności (8) do równania pierwszego układu (7) wyznacza się czas zdwojenia T_{RB} regulatora proporcjonalno-całkującego:

$$T_{RB} = 4\tau_{ZB} \quad (9)$$

2. MODEL UKŁADU NAPĘDOWEGO

Dysponując zależnościami (8) oraz (9), które pozwalają obliczyć wartości: współczynnika wzmocnienia K_{RB} oraz czasu zdwojenia T_{RB} regulatora typu PI można wyznaczyć nastawy regulatora prędkości kątownej układu napędowego. Do tego celu wykorzystany zostanie, schemat blokowy napędu przekształtnikowego, który zaprezentowano rys. 2. oraz zależność opisująca transmitancję $G_{OI}(s)$ otwartego układu regulacji prądu twornika:

$$G_{OI}(s) = K_{RI} \left(1 + \frac{1}{T_{RI}s} \right) \cdot \frac{K_i}{\tau_\mu s + 1} \cdot \frac{1}{T_e s + 1} \quad (10)$$

Przy czym:

$$K_{RI} = \frac{T_e}{2K_i\tau_\mu}$$

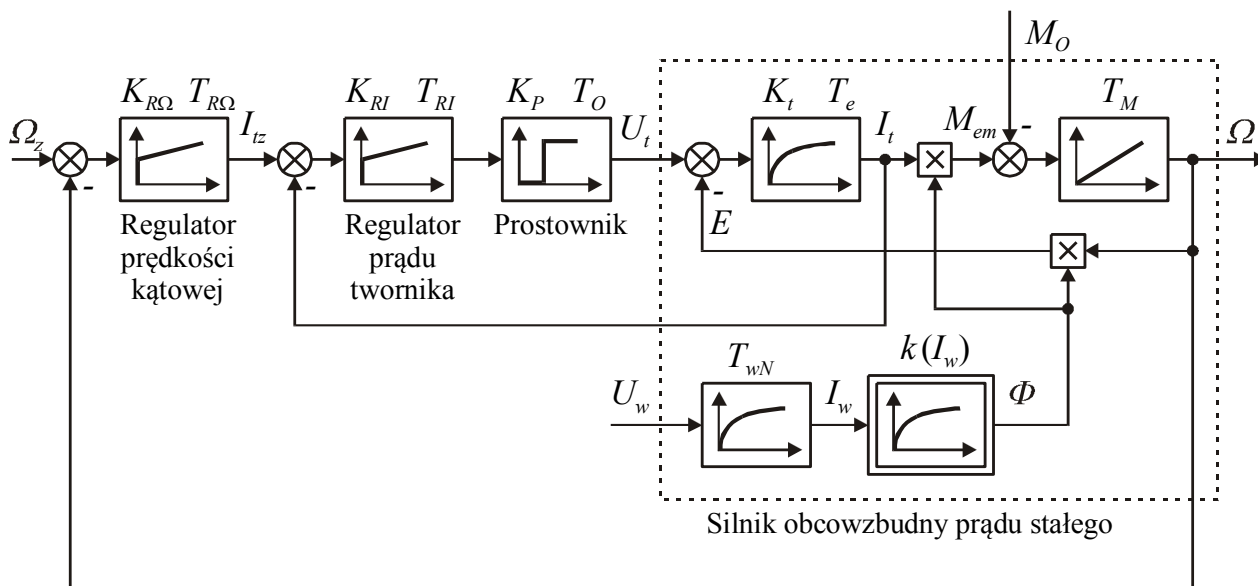
$$T_{RI} = T_e$$

$$K_i = K_i K_p$$

$$\tau_\mu = T_o + T_i + T_t$$

$$T_i \ll T_e \wedge T_t \ll T_e \quad (11)$$

gdzie: K_i - współczynnik wzmocnienia otwartego układu regulacji prądu, τ_μ - zastępcza stała czasowa układu regulacji prądu.



Rys. 2. Schemat blokowy przekształtnikowego napędu prądu stałego [1, 7]

Oznaczenia: $K_{R\Omega}$ - współczynnik wzmocnienia regulatora prędkości kątownej, $T_{R\Omega}$ - czas zdwojenia regulatora prędkości kątownej, K_{RI} - współczynnik wzmocnienia regulatora prądu twornika, T_{RI} - czas zdwojenia regulatora prądu twornika, K_P - współczynnik wzmocnienia prostownika, T_O - średni czas martwy prostownika, K_t - współczynnik wzmocnienia obwodu twornika silnika prądu stałego, T_e - stała czasowa obwodu twornika, T_{wN} - elektromagnetyczna stała czasowa obwodu wzbudzenia określona dla nominalnego prądu wzbudzenia, T_M - stała mechaniczna układu napędowego, U_t - napięcie obwodu twornika, I_t - prąd twornika, M_{em} - moment elektromagnetyczny, M_o - moment obciążenia, Ω - prędkość kątowna, Ω_z - prędkość kątowna zadana, U_w - napięcie obwodu wzbudzenia, I_w - prąd wzbudzenia, $k(I_w)$ - charakterystyka magnesowania maszyny prądu stałego, Φ - strumień wzbudzenia maszyny prądu stałego.

Po przekształceniach transmitancję $G_{OI}(s)$ otwartego układu regulacji prądu można zapisać w następującej postaci:

$$G_{OI}(s) = \frac{T_e}{2K_i \tau_\mu} \cdot \frac{T_e s + 1}{T_e s} \cdot \frac{K_i}{\tau_\mu s + 1} \cdot \frac{1}{T_e s + 1} = \frac{1}{2\tau_\mu s (\tau_\mu s + 1)} \quad (12)$$

Wobec tego transmitancja $G_{ZI}(s)$ zamkniętego układu regulacji prądu twornika wynosi:

$$G_{ZI}(s) = \frac{1}{1 + 2\tau_\mu^2 s^2 + 2\tau_\mu s} \quad (13)$$

Ze względu na to, iż zastępcza stała czasowa τ_μ wynosi kilka milisekund (wartość uśrednioną przyjmuje się na poziomie pięciu milisekund) można, zgodnie z zaleceniami podawanymi w literaturze [1, 7], uprościć zależność opisującą transmitancję $G_{ZI}(s)$ i przedstawić ją w następującej postaci:

$$G_{ZI}(s) \approx \frac{1}{2\tau_\mu s + 1} \quad (14)$$

Wykorzystując zależność, która opisuje transmitancję $G_{ZI}(s)$ zamkniętego układu regulacji prądu twornika oraz schemat zaprezentowany na rys. 2 można wyznaczyć transmitancję $G_{O\Omega}(s)$ otwartego układu regulacji prędkości kątowej. Wyznaczoną transmitancję zapisujemy w postaci:

$$G_{O\Omega}(s) = K_{R\Omega} \left(1 + \frac{1}{T_{R\Omega} s} \right) \frac{1}{2\tau_\mu s + 1} \cdot \frac{1}{T_M s} \quad (15)$$

Uwzględniając zależności (8) i (9) można wyznaczyć współczynnik wzmocnienia $K_{R\Omega}$ oraz czas zdwojenia $T_{R\Omega}$ proporcjonalności regulatora prędkości:

$$K_{R\Omega} = \frac{T_M}{4\tau_\mu} \quad (16)$$

$$T_{R\Omega} = 8\tau_\mu$$

3. STRUKTURA I STROJENIE REGULATORA ROZMYTEGO

Regulator Mamdaniego o strukturze MIMO (multiple-input single-output) można opisać przy zastosowaniu następującego ogólnego zbioru reguł [2, 4]:

$$R^{(1)} : \text{IF } (x_1 \text{ is } LX_1^{(1)}) \text{ AND... AND } (x_n \text{ is } LX_n^{(1)})$$

$$\text{THEN } (u_1 \text{ is } LU_1^{(1)}) \text{ AND...AND } (u_m \text{ is } LU_m^{(1)})$$

.....

$$R^{(k)} : \text{IF } (x_1 \text{ is } LX_1^{(k)}) \text{ AND... AND } (x_n \text{ is } LX_n^{(k)})$$

$$\text{THEN } (u_1 \text{ is } LU_1^{(k)}) \text{ AND...AND } (u_m \text{ is } LU_m^{(k)})$$

gdzie: x_1, \dots, x_n - wejściowe zmienne lingwistyczne; u_1, \dots, u_m - wyjściowe zmienne lingwistyczne; $LX_1^{(1)}, \dots, LX_n^{(1)}, LX_1^{(k)}, \dots, LX_n^{(k)}$ - wartości lingwistyczne zmiennych wejściowych; $LU_1^{(1)}, \dots, LU_m^{(1)},$

$LU_1^{(k)}, \dots, LU_m^{(k)}$ - wartości lingwistyczne zmiennych wyjściowych; k - liczba reguł.

Strojenie regulatora rozmytego jest zagadnieniem złożonym i dlatego uzasadnione jest zastosowanie do tego celu zależności matematycznych uzyskanych na podstawie kryterium symetrii oraz metody sekwencyjnego programowania kwadratowego [6, 8, 9].

W metodzie tej funkcja celu $f(\mathbf{x})$ jest aproksymowana funkcją kwadratową $f_{AP}(\mathbf{x})$, która może być określona za pomocą następującej zależności [6, 9]:

$$f_{AP}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}_0) + \nabla f(\mathbf{x}_0)^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^T \mathbf{H} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \quad (18)$$

gdzie: \mathbf{x}_0 - punkt, w którym badamy funkcję celu, $\nabla f(\mathbf{x}_0)$ - gradient funkcji celu w punkcie \mathbf{x}_0 , \mathbf{H} - macierz kwadratowa zwana hesjanem.

Hesjan występujący w równaniu (18) składa się z wartości pochodnych drugiego rzędu funkcji $f(\mathbf{x})$ obliczonych dla punktu \mathbf{x}_0 , czyli:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_0)}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_0)}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_0)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_0)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_0)}{\partial x_2 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_0)}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_0)}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_0)}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_0)}{\partial x_n \partial x_n} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Dysponując hesjanem funkcji celu można wyznaczyć kierunek poprawy \mathbf{d} . Wykorzystuje się do tego następującą zależność:

$$\mathbf{d}_f = -\mathbf{H}^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_0) \quad (20)$$

Do wyznaczania kierunku poprawy uzasadnione jest korzystanie z metod zmiennej metryki, które do wyznaczenia kierunku poprawy \mathbf{d}_f , wykorzystują zamiast odwrotności hesjanu jej aproksymację. Macierz, która aproksymuje odwrotność hesjanu jest uaktualniana w każdym kroku iteracji. Stosuje się do tego celu określoną metodę matematyczną. Za najbardziej znaną i efektywną uważa się obecnie metodę Broydena-Fletchera-Goldfarba-Shanno (BFGS). Pozwala ona uaktualniać wartość hesjanu w każdej następnej iteracji (\mathbf{H}_{k+1}) w oparciu o wartość bieżącą (\mathbf{H}_k) oraz znajomość gradientu funkcji celu.

Obliczenia numeryczne wykorzystujące metodę programowania nieliniowego z ograniczeniami stanowią zasadniczy fragment procedury strojenia regulatorów rozmytych. Procedura ta jest realizowana w następujących etapach [5]:

- podział przestrzeni wejściowej błędu oraz całki błędu wielkości regulowanych,
- wybór zmiennych, które będą optymalizowane, czyli: współczynnik wzmocnienia oraz czas zdwojenia regulatora rozmytego,
- określenie ograniczeń odnoszących się do przebiegów czasowych wielkości regulowanych,
- przeprowadzenie obliczeń dla poszczególnych fragmentów przestrzeni wejściowej z wykorzystaniem metody sekwencyjnego programowania kwadratowego,

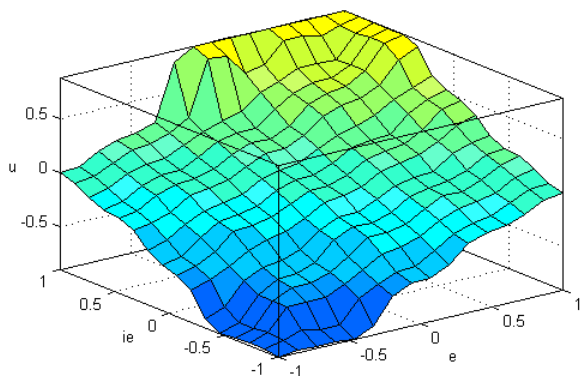
- przygotowanie macierzy złożonej ze współczynników wzmocnienia oraz czasów zdwojenia, które otrzymano dla określonych fragmentów przestrzeni wejściowej błędów oraz całek błędów,
- zastosowanie otrzymanych rezultatów, w postaci odpowiedniej macierzy, do określenia parametrów regulatorów rozmytych typu Mamdaniego.

Wyznaczenie powierzchni sterowania regulatora rozmytego dla przypadku dyskretnego, przy wykorzystaniu metody środka sum (Center of Sums) opisuje następującą zależność [4, 6]:

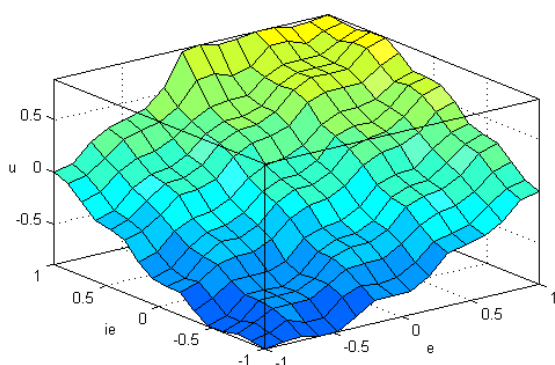
$$u = \frac{\sum_{i=1}^m u_i \cdot \sum_{k=1}^n \mu_{CLU(k)}(u_i)}{\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n \mu_{CLU(k)}(u_i)} \quad (21)$$

gdzie: $\mu_{CLU(k)}$ - ściśnięta funkcja przynależności dla każdej k -tej reguły, u_1, \dots, u_m - wyjściowe zmienne lingwistyczne, u - wartość skalarna sygnału wyjściowego regulatora.

Przykładowe charakterystyki sterowania regulatora rozmytego strojonego z wykorzystaniem sekwencyjnego programowania kwadratowego przy metodzie defuzyfikacji COS przedstawiono na rys. 3-4.



Rys. 3. Zależność sygnału wyjściowego u od sygnałów wejściowych e oraz ie regulatora rozmytego przy zastosowaniu trójkątnych wyjściowych funkcji przynależności



Rys. 4. Zależność sygnału wyjściowego u od sygnałów wejściowych e oraz ie regulatora rozmytego przy zastosowaniu wyjściowych funkcji przynależności Gaussa

PODSUMOWANIE

Uzyskane powierzchnie sterowania regulatora rozmytego wskazują na znaczne możliwości kształtowania poszczególnych segmentów, które otrzymano poprzez podział przestrzeni wejściowej błędu oraz całki błędu wielkości regulowanych. Wzajemne położenie w przestrzeni segmentów wieloliniowych wynika z para-

metrów macierzy uzyskanych w wyniku zastosowania metody sekwencyjnego programowania kwadratowego oraz użytego algorytmu defuzyfikacji, który umożliwia spełnienie warunku ciągłości dla charakterystyki sterowania regulatora rozmytego. Macierz parametrów uzyskiwana z wykorzystaniem metody sekwencyjnego programowania kwadratowego może być w przypadku ogólnym stosowana w odniesieniu do różnych rodzajów funkcji przynależności, przy czym w praktycznych zastosowaniach najlepiej sprawdzają się funkcje trójkątne, trapezowe oraz Gaussa.

BIBLIOGRAFIA

1. Boldea I., Nasar S. A., *Electric Machine Dynamics*. Macmillan Publishing Company, New York 1986.
2. Carvajal J., Chen G., Ogmen H., *Fuzzy PID controller: Design, performance evaluation, and stability analysis*. Information Science 2000, no. 123, pp. 249-270.
3. Dorf R., Bishop R., *Modern Control Systems*. Prentice Hall, 12th Edition, 2010.
4. Kacprzyk J., *Wieloetapowe sterowanie rozmyte*. WNT, Warszawa 2001.
5. Olesiak K., *Application of the fuzzy controller in the speed control system of an induction motor*. Przegląd Elektrotechniczny 2013, R. 89, no. 12, pp. 336-339.
6. Sivanandam S.N., Sumathi S., Deepa S. N., *Introduction to Fuzzy Logic using MATLAB*. Springer-Verlag, Berlin 2006.
7. Szklarski L., Jaracz K., Horodecki A., *Electric Drive Systems Dynamics - Selected Problems*. Polish Scientific Publishers, Warsaw 1990.
8. Xu J. X., Hang C. C., Liu C., *Parallel structure and tuning of a fuzzy PID controller*. Automatica 2000, vol. 36, pp. 673-684.
9. Zhang J., *A New Non-monotone Line Search Algorithm for Nonlinear Programming*. Przegląd Elektrotechniczny 2012, R. 88, No 7b, pp. 265-268.

THE CONCEPT OF SETTING CHOICE AND TUNING FUZZY CONTROLLER USING THE CONVENTIONAL SYMMETRY CRITERION

Abstract

The paper presents the conventional symmetry criterion for the model of the converter drive system. The concept of the fuzzy controller was formulated and the tuning stages were characterized. The obtained control characteristics for the selected output membership function were presented.

Autor:

dr inż. **Krzysztof Olesiak** – Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, Instytut Telekomunikacji i Kompatybilności Elektromagnetycznej, e-mail: koleziak@el.pcz.czest.pl