

Norbert MIELCZAREK\*

## **PORÓWNANIE WYNIKÓW BADAŃ FIZYCZNEGO UKŁADU FALOWNIKA PRĄDU Z MODELEM IDEALNYM**

Celem pracy jest sprawdzenie zbieżności wyników symulacyjnych i analitycznych uproszczonego modelu jednofazowego falownika prądu z wynikami otrzymanymi w testach laboratoryjnych układu fizycznego. Dodatkowym celem badań jest sprawdzenie czy wyznaczone analitycznie na gruncie teorii chaosu deterministycznego punkty, w których układ traci swoją stabilność są zgodne z tymi obserwowanymi w układzie fizycznym. W pracy wykonano obliczenia analityczne polegające na wyznaczeniu punktów bifurkacji układu, prowadzące do niestabilnego zachowania chaotycznego. Następnie przeprowadzono szereg symulacji dla parametru kontrolnego będącego wzmocnienie regulatora. Celowo wybrano model idealny przekształtnika a przeprowadzone symulacje skonfrontowano z testami falownika fizycznego.

### **1. WSTĘP**

W czasach, gdy komputery znajdują się na każdym biurku inżyniera projektującego systemy sterowania, programy symulacyjne stały się powszechnym narzędziem. Wielu inżynierów korzysta z tych programów, aby symulować działanie swojego produktu od fazy koncepcyjnej do testów końcowych. Należy mieć przy tym świadomość różnych mankamentów i ograniczeń wynikających z symulacji numerycznej: błędów zaokrągleń, błędów wynikających z zaimplementowanych algorytmów. Ze względu na fakt, że istnieje taka grupa układów, które ze względu na swoją złożoność lub zmienność struktury w czasie wymagają analizy, jako układy chaotyczne [1, 2]. Takie układy wymagają dokładnych symulacji, gdyż są wrażliwe na warunki początkowe.

Zastosowanie do badań symulacyjnych programu MATLAB wiązało się z bardzo długimi czasami obliczeń. Także ograniczona, niewielka liczba zaimplementowanych algorytmów numerycznych metod całkowania równań dynamiki oraz brak narzędzi numerycznych do wyznaczania wielkości charakteryzujących metody dynamiki nieliniowej (np. przekrojów Poincaré, wykładników Lapunowa itp.), przyczyniły się do opracowania własnego programu symulacyjnego [3]. Wymaganiami stawianymi opracowanemu oprogramowaniu były: możliwość kontroli dokładności obliczeń numerycznych, biblioteka metod

---

\* Politechnika Poznańska.

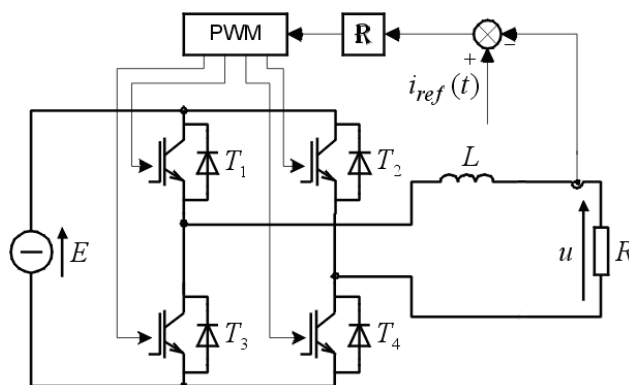
używanych do badania układów chaotycznych oraz większa szybkość obliczeń.

W pracy przedstawiono wyniki symulacji numerycznych jednofazowego falownika prądu o strukturze mostka. Porównanie to zestawiono z obliczeniami analitycznymi oraz z badaniem układu fizycznego (rys. 1).

## 2. MODEL FALOWNIKA PRĄDU

Badania przeprowadzono dla następujących parametrów układu:  $L = 5 \text{ mH}$ ,  $R = 5 \Omega$ ,  $f_s = 2,5 \text{ kHz}$ ,  $U_z = 20 \text{ V}$ . Przyjęto za parametr kontrolny wzmacnienie  $K$ , które jest zmieniane w zakresie  $K = 0 \div 2$ . Symulacje komputerowe przeprowadzono za pomocą opracowanego programu *ChaoPhS*. Celem badań jest nie tylko weryfikacja poprawności obliczeń opisanego programu, ale również samego modelu matematycznego falownika a także możliwości uchwycenia zjawisk chaotycznych w układzie fizycznym jednofazowego falownika z prądowym sprzężeniem zwrotnym sterowanego metodą modulacji PWM [4].

Model matematyczny został zbudowany w oparciu o model tranzystorów jako łączników idealnych. Równanie stanu badanego układu ma postać:



Rys. 1. Schemat badanego falownika o strukturze mostka

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i + \frac{1}{L}E \cdot v \quad (1)$$

przy czym zmienna  $v$  jest zmienną dyskretną o wartości zależnej od stanu przewodzących zaworów:

$$v = \begin{cases} 1 & \Rightarrow t \in \langle t_1; t_2 \rangle \\ -1 & \Rightarrow t \in \langle nT; t_1 \rangle \cup \langle t_2; (n+1)T \rangle \end{cases} \quad (2)$$

Przy tych założeniach jest to układ o zmiennej strukturze, która zależy od stanu poszczególnych zaworów ( $T_1 \div T_4$ ). Struktura pierwsza występuje przy

przewodzących tranzystorach  $T_1$  i  $T_4$  ( $T_2$  i  $T_3$  są wyłączone). Druga struktura występuje, gdy załączone są zawory  $T_2$  i  $T_3$ , podczas gdy  $T_1$  i  $T_4$  są wyłączone. Czasy załączeń zaworów wyznaczone są na początku okresu sygnału taktującego z wzorów:

$$t_1 = 0.5T(1 - d_n), \quad t_2 = 0.5T(1 + d_n) \quad (3)$$

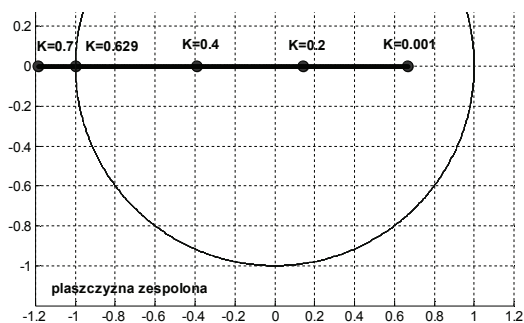
gdzie  $d_n$  jest współczynnikiem wypełnienia impulsu PWM o okresie  $T$ , tzn.  $d_n = t_d/T$ . Względny czas wypełnienia  $d_n$  zawiera się w przedziale  $d_n \in \langle 0;1 \rangle$ . Zależy on od różnicy pomiędzy prądem zadany  $I_{ref}$  a prądem wyjściowym  $i(t)$  i jest zdefiniowany jako:

$$d_n = 0.5 + K(I_{ref} - i_n) \quad (4)$$

gdzie  $K$  jest wzmocnieniem w pętli ujemnego sprzężenia zwrotnego, natomiast  $i_n$  – wartością prądu w chwili przyjscia impulsu taktującego.

### 3. PREZENTACJA WYNIKÓW BADAŃ

W tej części porównano wyniki badań uzyskanych symulacyjnie i analitycznie oraz wyniki z testów laboratoryjnych układu fizycznego. Jako parametr kontrolny, mający wpływ na tryb pracy układu przyjęto wzmocnienie w pętli sprzężenia zwrotnego  $K$ . Zmieniając tę wartość można wprowadzać układ w stan chaosu deterministycznego, bądź pracować w trybie stabilnym. W pracy [5] przeprowadzono za pomocą odwzorowania Poincaré analizę stabilności, która pokazuje jak zmienia się stan pracy układu podczas zmiany parametru kontrolnego  $K$  w zakresie  $K = 0 \div 2$ .



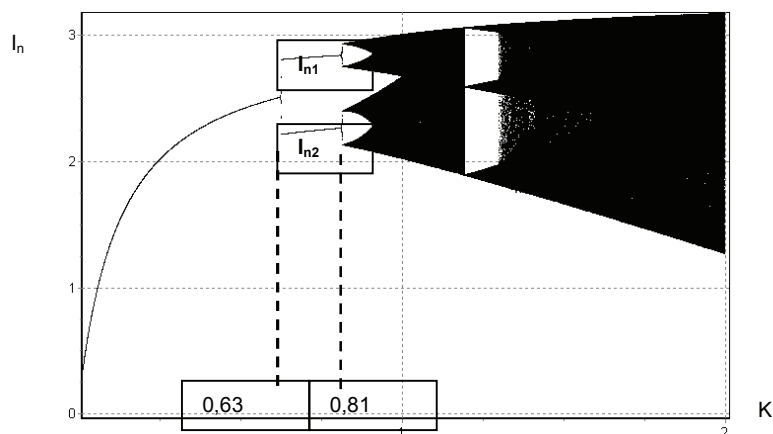
Rys. 2. Wartości własne odwzorowania opisującego model przekształtnika

Na rysunku 2 pokazano zachowanie wartości własnych odwzorowania Poincaré [5] wyznaczonego dla wzoru (1) na płaszczyźnie zespolonej dla badanego układu, przy zwiększaniu parametru  $K$  regulatora typu P. Przy

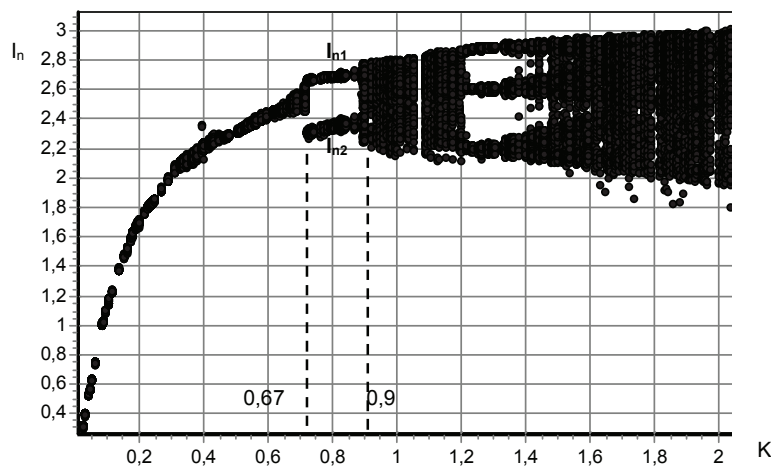
zwiększaniu  $K$  wartość własna  $\lambda$  przesuwa się z prawej strony na lewą i przy wartości  $K = 0,629$  wychodzi poza okrąg jednostkowy tracąc stabilność. Powoduje to pierwszą bifurkację w układzie i podwaja okres przebiegu prądu wyjściowego. Jest to pierwszy etap przejścia układu do pracy chaotycznej.

Następnie pokazano wyniki numerycznego rozwiązania równania (1) opisującego badany przekształtnik, które otrzymano w programie *ChaoPhS* oraz porównano je z pomiarami układu fizycznego. Rysunek 3 przedstawia diagram bifurkacji dla prądu wyjściowego  $i(t)$  dla wzmocnienia  $K$  jako parametr. Tak jak wykazała wcześniej przeprowadzona analiza stabilności pierwsza bifurkacja pojawia się przy wartości  $K \approx 0,629$ . Kolejna bifurkacja występuje przy wartości  $K \approx 0,81$ . Dla większych wartości  $K$  układ zaczyna zachowywać się w sposób chaotyczny.

a)



b)

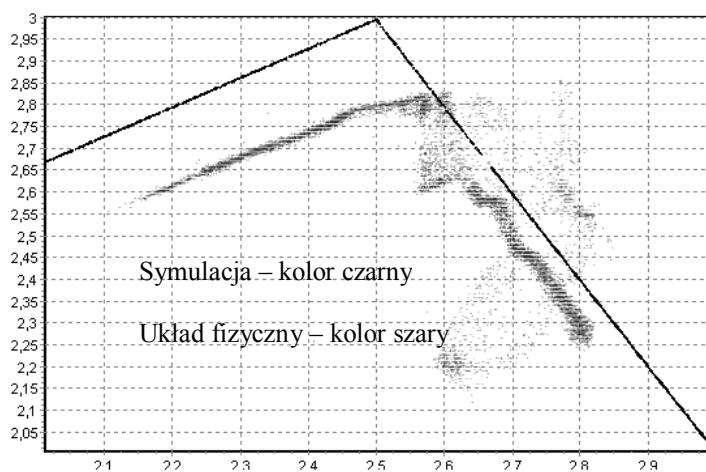


Rys. 3. Diagramy bifurkacji dla prądu  $i(t)$  przy zmianie wzmocnienia  $K$ : a) wyniki symulacji; b) diagram otrzymany z testów układu fizycznego

Na podstawie diagramu 3a można stwierdzić zgodność obliczeń numerycznych z analizą stabilności, która wykazała pojawianie się pierwszej bifurkacji, gdy wartość własna odwzorowania wychodzi poza okrąg jednostkowy (rys. 2). Z diagramu wynika, że mierząc wartość prądu  $i(t)$  z okresem równym okresowi  $T$  modulacji PWM, dla  $K \leq 0,63$  otrzymano za każdym razem wartość  $I_n$  naniesioną na diagram jako jeden punkt. Po przekroczeniu wartości  $K = 0,63$  wynikiem pomiaru prądu z okresem próbkowania  $T$  są na przemian dwie wartości  $I_{n1}$  i  $I_{n2}$  (dwa punkty na diagramie). Następna bifurkacja przy  $K = 0,81$  prowadzi do chaosu, to znaczy, że na diagramie pojawia się więcej punktów o wartościach nieprzewidywalnych.

Na rysunku 3 pokazano także wyniki otrzymane dla przekształtnika fizycznego. Pomimo uproszczonego modelu numerycznego (rys. 3a), na rys. 3b widać dużą zbieżność wyników. Kształt diagramu, wartości prądu i dojście układu do stanu chaotycznego podczas zwiększania wzmocnienia  $K$  odpowiadają wynikom obliczeń numerycznych dla modelu uproszczonego. Maksymalna różnica wartości wzmocnień  $K$  zaznaczonych na diagramie, dla których w układzie następują bifurkacje jest rzędu 10%.

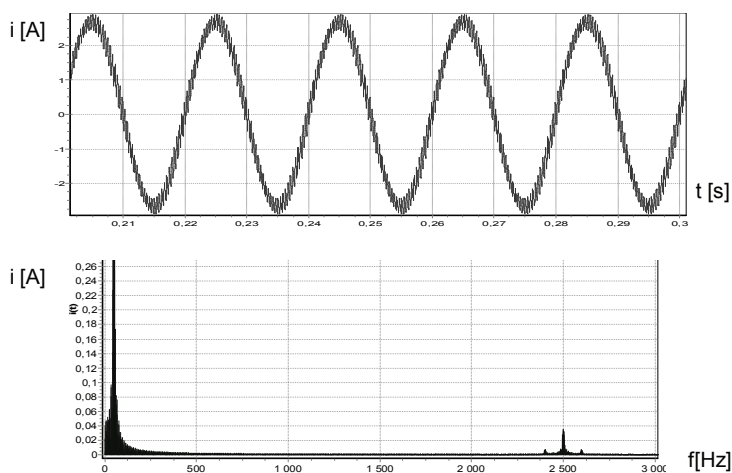
Rozpatrywano dwa przypadki wartości prądu zadanego  $I_{ref}$  – wartość stałą i zmienną. W pierwszym przypadku fазie przyjęto, że prąd zadany  $I_{ref} = 3A$ . Na rysunku 4 porównano atraktory otrzymane na przekroju Poincaré dla pracy chaotycznej dla  $K = 1$  uzyskane symulacyjnie (kolor czarny) i z serii pomiarowej układu fizycznego (kolor szary). Można zauważyć podobieństwo kształtów atraktorów, lecz widoczne są także różnice wartości punktów tworzących te figury.



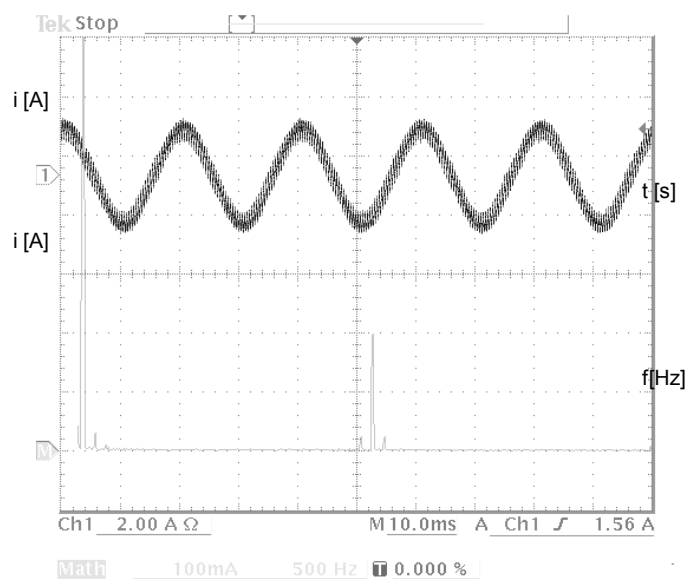
Rys. 4. Przekrój Poincaré dla prądu przekształtnika dla  $K = 1$  dla  $I_{ref} = 3A$

Drugim rozpatrywanym przypadkiem zadanego prądu  $I_{ref}$  jest przebieg sinusoidalny o częstotliwości 50 Hz i amplitudzie 3A. Układ działa wówczas jak falownik prądu.

a)



b)

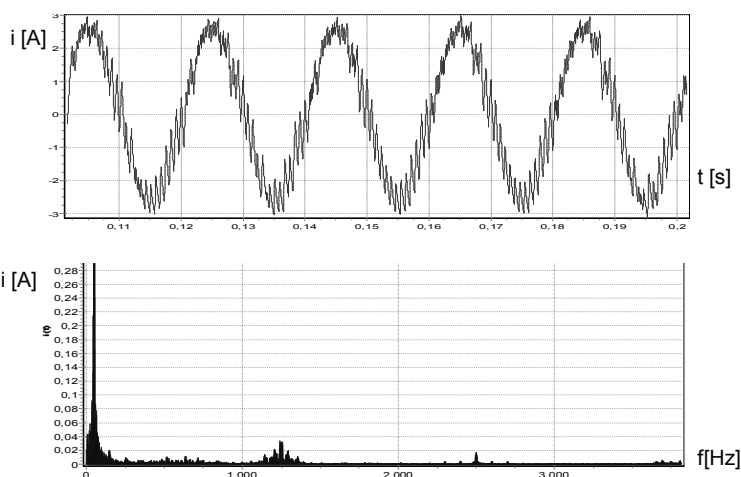


Rys. 5. Przebiegi prądu oraz widmo częstotliwości na wyjściu przekształtnika dla modelu symulacyjnego (a) i układu fizycznego (b) dla pracy okresowej  $K = 0,2$

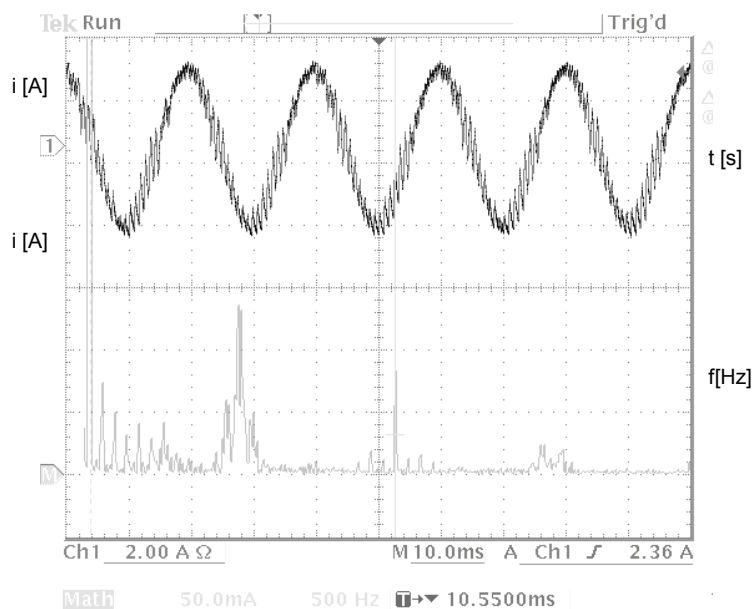
Przebiegi prądów wyjściowych dla pracy stabilnej (rys. 5) i chaotycznej (rys. 6) dla układu symulacyjnego (a) i fizycznego (b) przedstawiono na kolejnych

rysunkach. Pod przebiegami zamieszczono także widmo częstotliwości dla tych przypadków. Dla pracy stabilnej widmo to jest bardziej płaskie i oprócz częstotliwości modulowanej sinusoidy występuje tylko składowa związana z modulacją PWM, natomiast dla pracy chaotycznej występuje więcej składowych częstotliwości.

a)



b)



Rys. 6. Przebiegi prądu oraz widmo częstotliwości na wyjściu przekształtnika dla modelu symulacyjnego(a) i układu fizycznego (b) dla pracy chaotycznej  $K = 1$

#### 4. PODSUMOWANIE

W pracy celowo porównano symulacje przeprowadzone dla modelu układu idealnego z testami falownika fizycznego [5]. Pokazane wyniki pomiarowe są bardzo zbliżone z wynikami uzyskanymi dla modelu z zaworem idealnym. Zaletą zastosowania uproszczonego modelu jest szybszy czas obliczeń symulacyjnych, łatwość wyprowadzenia odwzorowania Poincaré i możliwość analitycznego badania stabilności. Różnice w funkcjonowaniu układu rzeczywistego w stosunku do idealnego najbardziej widoczne są w kształcie atraktory (rys. 4) oraz wartości  $K$ , dla której pojawia się bifurkacja w układzie. Wartość ta różni się tylko o 6,35 procent. Niezgodności te wynikają ze stanów przejściowych pojawiających się podczas załączania oraz wyłączenia zaworów energoelektronicznych. Podczas stabilnej pracy układu rozbieżności modelu idealnego i rzeczywistego zmniejszają się.

Pomimo uproszczonego modelu układu struktura atraktora uzyskanego w pomiarach układu fizycznego nie została zmieniona.

#### LITERATURA

- [1] Schuster H. G.: Chaos deterministyczny. Wprowadzenie. PWN, Warszawa 1995.
- [2] Ott E.: Chaos w układach dynamicznych. WNT, Warszawa 1997.
- [3] Porada R, Mielczarek N.: Modeling of Chaotic Systems in Program ChaoPhS. CMS: Kraków 2005.
- [4] Tunia H. (red.): Układy energoelektroniczne. Obliczanie, modelowanie, projektowanie. WNT, Warszawa, 1982.
- [5] Mielczarek N., Porada R.: Control of power electronics devices using time delayed feedback. CMS: Kraków 2007.

#### COMPARISON OF RESULTS OF LABORATORY TESTS OF CURRENT INVERTER WITH RESULTS OF IDEAL MODEL

The aim of this paper is to verify convergence of simulations and analytical results of simplified model of 1-phase current inverter with results obtained in laboratory tests of physical inverter. The secondary goal was to check, if analytical appointed on the base of theory o deterministic chaos points, where system loses its stability comply with those observes in physical inverter. In paper were used analytical results consisting on appointing points of bifurcation of system conducting to unstable chaotic behaviors. Then it was performed various simulations for control parameter that was a control gain. Intentionally it was chosen ideal model of converter and conducted simulations was compared with tests of physical inverter.