

Krzysztof WANDACHOWICZ\*

## OPTYMALIZACJA KSZTAŁTU ODBŁYŚNIKA Z WYKORZYSTANIEM RÓŻNYCH POSTACI FUNKCJI CELU

W artykule przedstawiono wyniki badań dotyczących obliczania kształtu zwierciadlanego odbłyśnika, który zapewnia uzyskania jak największej wartości średniego natężenia oświetlenia oraz równomierności oświetlenia. Obliczenia optymalizacyjne przeprowadzono z zastosowaniem dwóch, różnych postaci funkcji celu.

SŁOWA KLUCZOWE: obliczanie opraw oświetleniowych, optymalizacja

### 1. WSTĘP

Algorytmy optymalizacji stosują iteracyjną procedurę wielokrotnej oceny funkcji celu. Poszukiwane jest ekstremum funkcji, która może przybierać wartości światłości lub natężenia oświetlenia albo różnicy pomiędzy aktualnie obliczaną wartością i wartością zakładaną. W trakcie procesu optymalizacji zmienia się kształt elementów optycznych oprawy.

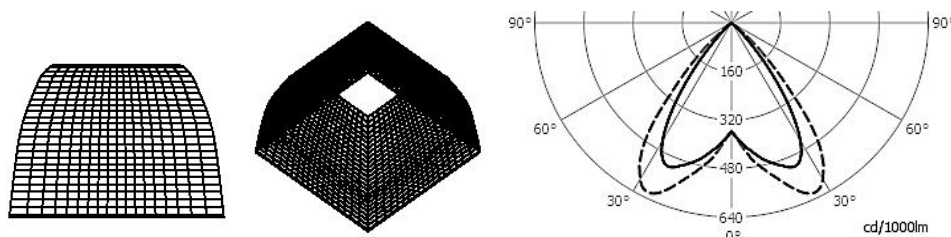
W dotychczas zrealizowanych badaniach przedstawiono metodę oraz przykłady obliczeń w różnych konfiguracjach kształtu i wymiarów odbłyśników jak i powierzchni świecących źródeł światła [1, 2]. Zrealizowano między innymi obliczenia dla odbłyśnika zbudowanego w ten sposób, że jego otwór górny jak i otwór dolny mają kształt kwadratu (rys. 1). Kształt czterech bocznych ścian jest tworzony przez krzywą profilową opisaną za pomocą wielomianu interpolacyjnego Hermite'a [3, 4]. W otworze górnym umieszczony jest model tzw. modułu LED. Moduł ten utworzono na podstawie danych technicznych modułu Fortimo LED DLM 2000. Element świecący modułu stanowi powierzchnia w kształcie koła o średnicy około 6 cm, którą pokryto luminoforem. Powierzchnia ta ma rozsył strumienia świetlnego prawie lambertowski. Strumień świetlny ma wartość 2000 lm. Powierzchniowe źródło światła o średnicy 6 cm ma wymiary zbliżone do wymiarów odbłyśnika, którego górny otwór ma szerokość 6 cm, dolny około 10 cm, a wysokość wynosi około 8 cm.

Projektowany odbłyśnik umieszczony jest na wysokości trzech metrów nad środkiem kwadratowej powierzchni o szerokości trzech metrów i ma za zadanie zapewnić jak największą wartość natężenia oświetlenia (przy założonej równomierności). Sprawność oświetlenia definiowana jako stosunek strumienia

---

\* Politechnika Poznańska.

światłnego, padającego na oświetlaną powierzchnię, do sumy strumieni świetlnych lamp w instalacji oświetleniowej może służyć do oceny właściwości zaprojektowanej oprawy. Biorąc pod uwagę obliczoną, średnią wartość natężenia oświetlenia (116,4 lx) oraz pole oświetlanej powierzchni (9 m<sup>2</sup>), uzyskujemy sprawność oświetlenia równą 52%. Nie jest to zbyt duża wartość. Jednak przy dużej powierzchni świecącej źródła światła, porównywalnej z wymiarami odbłyśnika nie ma możliwości aby w tym przypadku ograniczyć wypromieniowanie strumienia światłnego wyłącznie do przyjętego do oświetlenia obszaru. Strumień świetlny będzie wysyłany również poza ten obszar. Zjawisko to potęguje fakt niedopasowania kształtu powierzchni świecącej źródła światła (koło) z kształtem otworu odbłyśnika (kwadrat). Dla zapewnienia odpowiedniej równomierności natężenia oświetlenia na oświetlanej, kwadratowej powierzchni, otwór wyjściowy powinien mieć również kształt kwadratu. Tworzona na powierzchni odbłyśnika figura jasnych punktów, jeżeli ma wypełniać całą powierzchnię odbłyśnika spowoduje, że część strumienia musi zostać wysłana poza kąt wyznaczony przez kierunek obserwacji. Pomimo trudnego do zrealizowania zadania sprawność eksploatacyjna zaprojektowanej oprawy wynosi 85%.



Rys. 1. Rysunek przedstawiający model odbłyśnika z dolnym i górnym otworem w kształcie kwadratu, uzyskana krzywa światłości (linia ciągła – płaszczyzna C0-C180, linia przerywana – płaszczyzna C45-C225)

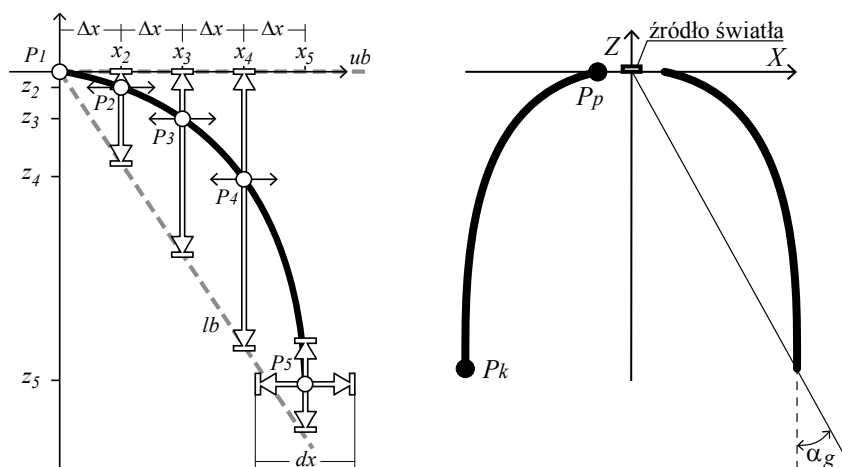
Przedstawione wyżej zadanie było trudne w realizacji ze względu na konieczność uzyskania skomplikowanego kształtu bryły fotometrycznej oraz niedopasowanie kształtu powierzchni świecącej źródła światła i dolnego otworu odbłyśnika. Uzyskana wartość sprawności oświetlenia może wydawać się niewielka. Nie można jej jednak porównać ze sprawnościami produkowanych aktualnie opraw oświetleniowych, które realizują podobne jak projektowana oprawa zadania gdyż nie znaleziono podobnych rozwiązań dostępnych na rynku. Prezentowane są przykłady opraw oświetleniowych z odbłyśnikami, których zadaniem jest oświetlenie powierzchni z zakładaną równomiernością. Jednak najczęściej są tam postawione prostsze wymagania, kiedy światłość w osi odbłyśnika jest równa światłości źródła światła, a odbłyśnik ma na celu zapewnienie odpowiedniej wartości światłości przy większych kątach. W prezentowanym przykładzie światłość w osi odbłyśnika pochodząca od powierzchni świecącej źródła światła zapewnia uzyskanie z odległości trzech metrów natężenia oświetlenia o wartości jedynie 70-ciu luksów. Jest to zbyt mało aby zrealizować

zakładany cel, to znaczy wysoką wartość średniego natężenia oświetlenia (powyżej 100 lx) i równomierność na poziomie 0,7. Odbłyśnik musi brać udział w tworzeniu bryły fotometrycznej zarówno w kątach zbliżonych do zera (oś odbłyśnika) jak i kątach granicznych wyznaczanych przez krawędź oświetlanej powierzchni.

## 2. MODEL ODBŁYŚNIKA ZE ŹRÓDŁEM ŚWIATŁA O MAŁYCH ROZMIARACH

W przykładzie opisanym w poprzednim punkcie zastosowano źródło światła o dużym rozmiarze w stosunku do rozmiaru odbłyśnika. Ponadto kształt źródła światła (koło) był niedopasowany do kształtu otworu wyjściowego odbłyśnika (kwadrat). Konsekwencją tych cech było uzyskanie stosunkowo niewielkiej wartości sprawności oświetlenia. Niniejszy przykład ma za zadanie wykazać, czy zastosowanie źródła światła o mniejszym rozmiarze spowoduje poprawę sprawności oświetlenia.

Krzywa określająca profil odbłyśnika przechodzi przez punkty  $P$ , które tworzą tzw. węzły interpolacji (rys. 2). Pomiędzy węzłami interpolacji kształt profilu odbłyśnika interpoluje się za pomocą wielomianów Hermite'a trzeciego stopnia [3, 4].



Rys. 2. Profil odbłyśnika z węzłami interpolacji  $P_1 \div P_5$ , linie  $ub$  i  $lb$  wyznaczają dopuszczalne granice położenia węzłów interpolacji; kąt graniczny  $\alpha_g$  wypromieniowania strumienia

Model odbłyśnika powstaje poprzez obrót krzywej profilowej wokół osi  $Z$ . Ustalono jako niezmiennie położenie punktu początkowego  $P_1$ . Pozostałe punkty zmieniają zarówno położenia w osi  $Z$  jak również w osi  $X$ . Działanie algorytmu optymalizacji może w tym przypadku prowadzić do zmiany wysokości i szerokości odbłyśnika. Ustalenie położenia węzłów interpolacji w osi  $X$  dokonywane jest za pomocą jednej zmiennej  $dx$ , która odpowiada za zmianę wartości współrzędnej  $X$  ostatniego punktu

$P_5$ . Współrzędne pozostałych punktów obliczane są z uwzględnieniem jednakowego odstępu  $\Delta x$  w osi  $X$  pomiędzy kolejnymi punktami. Stworzono dwa modele odbłyśnika. W pierwszym zastosowano cztery punkty będące węzłami interpolacji, w drugim natomiast zwiększono ich liczbę do pięciu. Zastosowanie zwiększonej liczby węzłów interpolacji pozwoli na dokładniejszą kontrolę kształtu profilu odbłyśnika. Jest to szczególnie istotne, w przypadku źródła o niewielkich rozmiarach gdzie małe różnice w kształcie odbłyśnika mogą powodować stosunkowo duże zmiany w kształcie krzywej światłości. Algorytm optymalizacji operuje na pięciu zmiennych w pierwszym przypadku ( $z_2, z_3, z_4, z_5, dx$ ) oraz na sześciu zmiennych w drugim przypadku ( $z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, dx$ ).

W otworze górnym umieszczono model źródła światła, którego element świecący ma średnicę 6 mm (dziesięciokrotnie mniej niż w poprzednio opisanym przykładzie), a strumień świetlny ma wartość 2000 lumenów. Przyjęto, że powierzchnia źródła światła charakteryzuje się rozsyłem lambertowskim.

Niezwykle istotne, szczególnie w przypadku źródeł o małych rozmiarach jest ustalenie początkowych wymiarów odbłyśnika, które będą poddawane korekcie przez algorytm optymalizacji w procesie obliczeń. Źle dobrane wstępne założenia mogą prowadzić do uzyskania rozwiązania bardzo odbiegającego od optymalnego. Linia tworząca kąt graniczny  $\alpha_g$  wypromieniowania strumienia powinna przecinać się z krawędzią oświetlanej powierzchni (rys. 2).

Tabela 1. Początkowe współrzędne punktów określających wymiary odbłyśnika

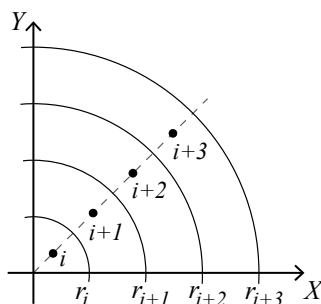
Nazwa	Współrzędne
Punkt początkowy $P_p$	$x = 0.01 \text{ m}$ $z = 0.00 \text{ m}$
Punkt końcowy $P_k$	$x = 0.05 \text{ m} \pm 0.02 \text{ m}$ $z = -0.10 \text{ m} \div -0.80 \text{ m}$

Przyjmując powyższe ustalenia wyznaczone zostały początkowe współrzędne punktów określających wymiary odbłyśnika (tab. 1). Oznaczenie punktu początkowego  $P_p$  odpowiada punktowi  $P_1$  z rysunku 2, a punktu końcowego  $P_k$  punktowi  $P_5$ . Punkt początkowy  $P_p$  nie zmienia swojego położenia w trakcie działania algorytmu optymalizacji, podczas gdy punkt końcowy zmienia zarówno położenie w osi  $X$  jak i w osi  $Z$ . Dzięki temu działanie algorytmu prowadzi do zmiany wymiarów odbłyśnika.

### 3. OPTYMALIZACJA KSZTAŁTU ODBŁYŚNIKA

Zmieniono siatkę punktów obliczeniowych. Poprzednio konstruowane założenia zmierzały do osiągnięcia jak największej wartości natężenia oświetlenia przy założonej równomierności na powierzchni w kształcie kwadratu. Stąd do

takiego zadania wybrano odbłyśnik z kwadratowym otworem wyjściowym. Teraz obliczenia będą dotyczyły odbłyśnika z okrągłym otworem. Taki odbłyśnik nie nadaje się do równomiernego oświetlenia powierzchni kwadratowej. Jego zadaniem jest oświetlenie powierzchni w kształcie koła.



Rys. 3. Ilustracja rozmieszczenia punktów obliczeniowych wzdłuż promienia oświetlanej powierzchni

Model odbłyśnika umieszczony jest na wysokości trzech metrów nad środkiem okrągłej powierzchni o średnicy trzech metrów. Piętnaści punktów obliczeniowych rozmieszczonych jest wzdłuż promienia oświetlanej powierzchni ze skokiem wynoszącym 0,1 metra (od 0,05 m do 1,45 m). Obliczenie średniej arytmetycznej z tak rozmieszczonych punktów nie jest równoznaczne z obliczeniem średniej wartości natężenia oświetlenia na powierzchni koła. Wartość średniego natężenia oświetlenia  $E_{sr}$  obliczana jest wtedy z zależności (1). Przyjmując odstęp między punktami siatki wynoszące 0,1 metra, ułamek we wzorze (1) będący sumą stosunku kwadratów promieni siatki przybierze postać ciągu z wartościami od 1 do 29 zmieniającymi się ze skokiem równym 2.

$$E_{sr} = \sum_{i=1}^n E_i \frac{(r_i - r_{i-1})^2}{r_i^2} \bigg/ \sum_{i=1}^n \frac{(r_i - r_{i-1})^2}{r_i^2} \quad (1)$$

gdzie:  $E_i$  - wartość natężenia oświetlenia w punkcie  $i$ ,  $r_i$  - promień wyznaczający granice siatki,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $r_0 = 0$  (rys. 3).

W dotychczas wykonywanych badaniach stosowano funkcję celu z funkcją kary. Zastosowanie funkcji kary miało na celu odrzucanie rozwiązań nie spełniających przyjętego kryterium równomierności oświetlenia [1]. W opisywanym przykładzie wprowadzono funkcję celu w postaci ważonej sumy kwadratów różnic pomiędzy wartością obliczoną a wartością oczekiwaną (2).

$$F(X) = \sum_{i=1}^n W_i (H_i - H_{ci})^2 \quad (2)$$

gdzie:  $H_i$  - obliczona w wyniku działania algorytmu optymalizacji wartość określonego parametru (np. wartość natężenia oświetlenia),  $H_{ci}$  - oczekiwana

wartość określonego parametru (np. natężenia oświetlenia),  $W_i$  – waga określająca udział danego parametru w wartości funkcji celu.

W tym, konkretnym przypadku nowa postać funkcji celu skonstruowana jest w następujący sposób:

- dla  $i=(1, 2, \dots, 15)$ :  $H_i$  – wartość natężenia oświetlenia w punkcie  $i$ ;  $H_{ci} = 300$ ;  $W_{i+1} = W_i + 2$ ,  $W_1 = 1$ ,
- dla  $i=(16, 17, \dots, 20)$ :  $H_i$  – wartość natężenia oświetlenia w punkcie  $i$ ;  $H_{ci} = 0$ ;  $W_i = 100$ ,
- dla  $i=21$ :  $H_i$  – wartość równomierności oświetlenia obliczona dla punktów  $i=(1, 2, \dots, 15)$ ;  $H_{ci} = 0,7$ ;  $W_i = 1000$  dla  $H_i < H_{ci}$ ,  $W_i = 0$  dla  $H_i > H_{ci}$ .

Pierwszych piętnaście punktów obliczeniowych rozmieszczonych jest ze skokiem 0,1 m w obrębie oświetlanej powierzchni. Kolejne punkty (od 16 do 20) usytuowane są na zewnątrz oświetlanej powierzchni (od 1,55 m do 1,95 m). Celem, do którego dąży algorytm optymalizacji jest uzyskanie takiego kształtu odbłyśnika, który zapewni:

- na oświetlanej powierzchni natężenie oświetlenia o wartości jak najbardziej zbliżonej do 300 luksów,
- poza oświetlaną powierzchnią natężenie oświetlenia o wartości jak najbardziej zbliżonej do 0 luksów,
- dodatkowo premiowane są rozwiązania zapewniające uzyskanie równomierności o wartości co najmniej 0,7.

Obliczenia optymalizacyjne (poszukiwanie minimum funkcji celu) wykonano za pomocą algorytmu genetycznego, w którym zastosowano następujące rozwiązania [5, 6]:

- reprezentacja zmiennoprzecinkowa – pozwala na przybliżenie algorytmu do przestrzeni zadania, dwa punkty leżące blisko siebie w przestrzeni reprezentacji będą także leżały blisko siebie w przestrzeni zadania,
- skalowania funkcji celu metodą nadawania rang wyrównuje punktacje słabiej przystosowanych osobników przy jednoczesnym zachowaniu dużej różnorodności w populacji,
- selekcja elitarna przenosi do następnego pokolenia dwa najlepsze rozwiązania,
- krzyżowanie heurystyczne i mutacja z rozkładem Gaussa (wielkość mutacji zmniejsza się w każdym nowym pokoleniu),
- strategia zmiany różnorodności populacji [7].

W tabeli 2 przedstawiono zestawienie uzyskanych wyników dla modelu z czterema (4p) i pięcioma (5p) węzłami interpolacji.

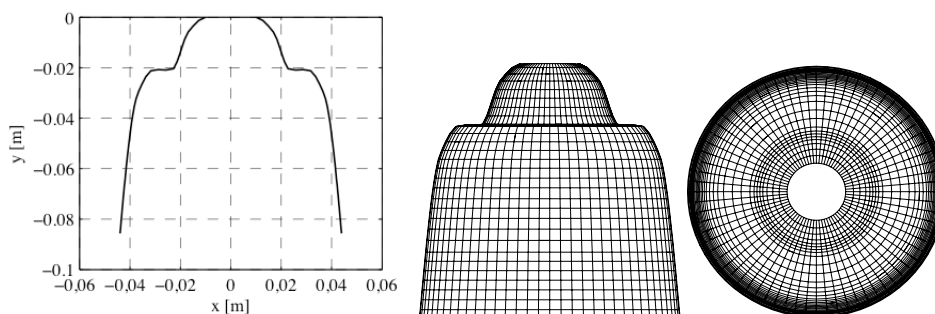
Najlepszy wynik uzyskano dla modelu odbłyśnika z pięcioma węzłami interpolacji kiedy funkcja celu miała postać ważonej sumy kwadratów. Uzyskana wartość średniego natężenia oświetlenia wynosi 251,3 lx, a pole oświetlanej powierzchni 7,1 m<sup>2</sup> (pole koła o średnicy 3 m). Sprawność oświetlenia oprawy z obliczonym odbłyśnikiem o współczynniku odbicia  $\rho = 0,9$  równa się 89%. Jest to wartość

znacząco wyższa od wartości sprawności odbłyśnika z otworem w kształcie kwadratu i źródłem światła o dużej powierzchni. Niniejszym potwierdzone zostały wcześniejsze przypuszczenia dotyczące wpływu dużej powierzchni źródła światła oraz niedopasowania kształtu otworu odbłyśnika do kształtu źródła światła na uzyskaną wartość sprawności oświetlenia. Sprawność oprawy wynosi 91 % co oznacza, że tylko 2 % strumienia wypromieniowana zostaje poza oświetlaną powierzchnię.

Tabela 2. Zestawienie uzyskanych wyników

Opis modelu	Funkcja celu	$E_{\dot{s}r}$ [lx]	Równomierność oświetlenia $E_{min}/E_{\dot{s}r}$
4p	Z funkcją kary	246,9	0,69
4p	Ważona suma kwadratów (2)	246,7	0,75
5p	Z funkcją kary	247,1	0,70
5p	Ważona suma kwadratów (2)	251,3	0,89

W tabeli 3 przedstawiono podsumowanie wyników dla najlepszego rozwiązania. Na rysunku 4 przedstawiono obliczony kształt profilu odbłyśnika. Algorytm optymalizacji doprowadził do uzyskania trójkrzywiznowego profilu, a krzywa profilowa posiada wyraźnie zaznaczone dwie części. Część górną odpowiedzialną za doświetlenie środkowej strefy oświetlanej powierzchni, oraz część dolną odpowiedzialną za doświetlenie stref leżących na skraju oświetlanej powierzchni.



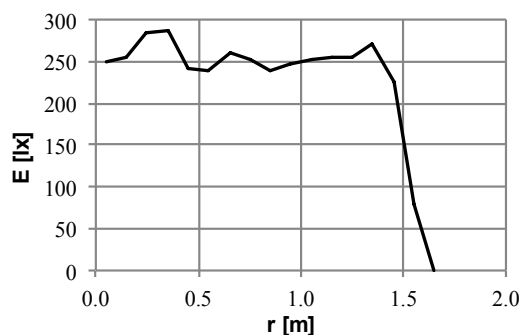
Rys. 4. Rysunek obliczonego profilu odbłyśnika, dyskretyzacja powierzchni odbłyśnika, widok z boku i widok z dołu

Na rysunku 5 przedstawiono rozkład natężenia oświetlenia wzdłuż promienia oświetlanej powierzchni. Na rysunku 6 pokazano krzywą światłości oprawy oświetleniowej z odbłyśnikiem (suma światłości modułu LED i odbłyśnika), którego kształt obliczono w wyniku działania algorytmu optymalizacji. Brak monotoniczności w środkowej części krzywej jest spowodowane skomplikowanym, trójkrzywiznowym

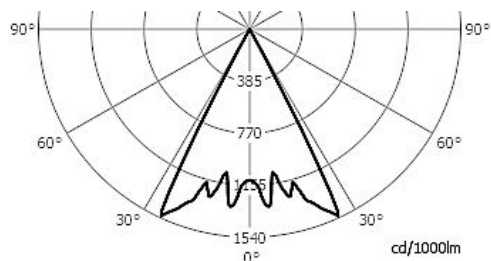
kształtem odbłyśnika. Wyraźnie widać podział na części krzywej, które zapewniają doświetlenie środkowej i skrajnej strefy oświetlanej powierzchni.

Tabela 3. Zestawienie uzyskanych wyników

Nazwa	Wynik
Wartość funkcji celu	9 635 493,1
Najlepsze rozwiązanie	$P_2$ $x = 0,016786$ m $z = -0,005725$ m $P_3$ $x = 0,023571$ m $z = -0,021004$ m $P_4$ $x = 0,030357$ m $z = -0,020719$ m $P_5$ $x = 0,037142$ m $z = -0,030925$ m $P_6$ $x = 0,043928$ m $z = -0,085665$ m $dx$ $-0,006072$ m
$E_{\dot{s}r}$ [lx]	251,3
Równomierność oświetlenia $E_{min}/E_{\dot{s}r}$	0,89
Liczba iteracji / czas obliczeń [s] (Intel Core Duo T2450 2,0 GHz)	0,55



Rys. 5. Rozkład natężenia oświetlenia wzdłuż promienia oświetlanej powierzchni



Rys. 6. Krzywa światłości obliczonej oprawy oświetleniowej



#### 4. WNIOSKI

Przeprowadzone badania pokazują, że nowa postać funkcji celu zapewnia polepszenie skuteczności algorytmu optymalizacji. Jest to szczególnie istotne w przypadkach, kiedy niewielka zmiana danych powoduje dużą zmianę wyniku. Jednocześnie wykazano, że niewielka wartość sprawności oświetlenia jaką osiągnięto ze źródłem światła o dużych rozmiarach nie wynika z niewłaściwego działania algorytmu optymalizacji. Dla źródła światła o małych rozmiarach i kształcie dostosowanym do kształtu odbłyśnika uzyskano dużą wartość sprawności oświetlenia.

#### LITERATURA

- [1] Wandachowicz K.: Optymalizacja kształtu odbłyśnika zapewniającego uzyskanie zakładanego poziomu równomierności oświetlenia. Przegląd Elektrotechniczny 5a/2012. Warszawa, Sigma-Not. 181-183.
- [2] Wandachowicz K., Kuczko W.: Weryfikacja metody obliczania odbłyśników opraw oświetleniowych. Przegląd Elektrotechniczny, nr 1/2014, Warszawa, Sigma-Not, PL ISSN 0033-2097, 281-284.
- [3] Wandachowicz K.: Obliczanie profilu odbłyśnika z wykorzystaniem interpolacji Hermite'a. Materiały konferencyjne: XV Conference Computer Applications in Electrical Engineering, ZKwE'2010, Poznań, 19-21.04.2010, 231-232.
- [4] Fritsch F. N., Carlson R. E.: Monotone Piecewise Cubic Interpolation. SIAM Journal on Numerical Analysis, 17 (1980), 238-246.
- [5] Michalewicz Z.: Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne. WNT Warszawa 2003.
- [6] Global Optimization Toolbox User's Guide. The MathWorks, Inc.
- [7] Wandachowicz K.: Optymalizacja profilu odbłyśnika z zastosowaniem strategii zmiany różnorodności populacji, XXII Krajowa Konferencja Oświetleniowa Technika Świetlna 2013, Warszawa 21-22 listopada 2013, materiały konferencyjne.

#### OPTIMIZATION OF REFLECTOR SHAPE USING DIFFERENT FORMS OF OBJECTIVE FUNCTION

There are presented research results that concern of calculation of mirror reflector profile that is using for obtaining the highest value of average illumination and uniformity ratio on the illuminated surface. The evolutionary algorithm with different forms of objective function was used.