

Tomasz JANIAK¹

METODA NUMERYCZNEJ NIELINIOWEJ ANALIZY BELEK ŻELBETOWYCH

W artykule omawia się autorski algorytm nieliniowej analizy belek żelbetowych. Algorytm składa się z dwóch etapów. W pierwszym etapie wyznaczane są funkcje sztywności przekrojów żelbetowych z uwzględnieniem zbrojenia oraz nieliniowych związków konstytutywnych opisujących beton i stal zbrojeniową. Drugi etap obejmuje iteracyjną procedurę dotyczącą analizy statycznej belek przy aktualizacji sztywności w kolejnych krokach obliczeń. W drugiej części artykułu zaprezentowano wyniki obliczeń wykonanych przy pomocy autorskiego programu komputerowego, w którym wykorzystano metodę różnic skończonych (MRS). Przedstawiono trzy przykłady obliczeniowe, w których porównano wyniki analizy nieliniowej belek z wynikami ciągle powszechnie stosowanej analizy liniowo-sprężystej.

Słowa kluczowe: analiza statyczna, belka, żelbet, model nieliniowy, metoda różnic skończonych, Eurokod 2

1. Wprowadzenie

Autor niniejszego artykułu wcześniej brał udział przy opracowaniu numerycznego algorytmu służącego do analizy przekrojów żelbetowych prowadzącego do uzyskania funkcji ich sztywności giętej (przedstawiono to w cyklu artykułów [1, 2]). Wspomniany algorytm uwzględniał zależności konstytutywne dla betonu i stali zbrojeniowej przedstawione w Eurokodzie 2 (EC2) [3]. Możliwość uzyskiwania nieliniowych funkcji sztywności giętej przekrojów żelbetowych stała się podstawą do kontynuowania prac zmierzających do opracowania algorytmu nieliniowej analizy statycznej belek żelbetowych.

Zagadnienie nieliniowej analizy belek żelbetowych nie jest nowe i było przedmiotem wielu prac naukowych, np. [4, 5, 6]. Obecnie obowiązująca norma do projektowania konstrukcji żelbetowych (EC2) oraz wiele powszechnie dostępnych publikacji (np. [7]), daje podstawy do prowadzenia bardziej zaawansowanych sposobów obliczeń konstrukcji żelbetowych, niż analiza liniowo-

¹ Tomasz Janiak, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich w Bydgoszczy, Katedra Mechaniki Konstrukcji, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz; tel. 52 340 84 11; tomasz.janiak@utp.edu.pl

sprężysta. Mimo to projektanci konstrukcji rzadko stosują w obliczeniach analizę nieliniową, zwykle też nie uwzględniają redystrybucji sił wewnętrznych. Przyczyn tego jest zapewne wiele, a jedną z nich jest brak odpowiedniego, przyjaznego dla użytkownika i stosunkowo niedrogiego oprogramowania.

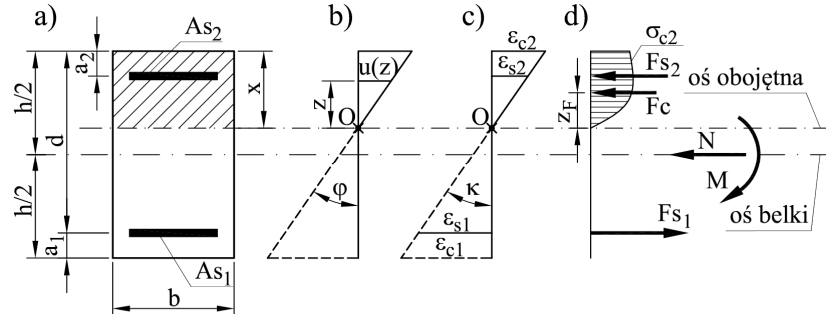
Stan obecny, w którym obliczenia konstrukcji żelbetowych prowadzi się najczęściej na bazie analizy liniowo-sprężystej z uwzględnianiem nierzeczywistych sztywności przekrojów jest archaiczny, niewspółmierny do poziomu wiedzy na temat pracy takich konstrukcji oraz możliwości współczesnych komputerów. Autor podjął prace nad opracowaniem algorytmu nieliniowej analizy belek żelbetowych uwzględniającego zależności fizyczne zgodne z EC2. Pierwsze uzyskane wyniki, w tym wybrane obliczenia wykonane przy pomocy autorskiego programu komputerowego, przedstawiono w niniejszej pracy. Prezentowany algorytm zawiera wybrane elementy wcześniejszego algorytmu obliczania sztywności giętej, w którym dokonano pewnych modyfikacji upraszczających obliczenia i zwiększających efektywność.

2. Opis algorytmu obliczeniowego

Opracowany algorytm obliczeniowy belek żelbetowych składa się z dwóch zasadniczych etapów. Pierwszy etap obejmuje analizę przekrojów żelbetowych stosowanych w obliczeniach danej belki. Kończy się on wyznaczeniem dla każdego charakterystycznego przekroju funkcji sztywności. Funkcje te są wykorzystywane w drugim etapie, w którym prowadzona jest nieliniowa analiza statyczna.

Pierwszy etap algorytmu bazuje na założeniach określonych w EC2. Podstawowymi danymi geometrycznymi dla analizowanego przekroju są (patrz rys. 1a): wymiary przekroju poprzecznego (b i h), pola powierzchni przekroju poprzecznego zbrojenia rozciąganego (A_{s1}) i ściskanego (A_{s2}), odległości środków ciężkości zbrojenia od krawędzi (a_1 i a_2). Poza tym niezbędne są dane materiałowe betonu i stali zbrojeniowej. W przypadku stali są to przypisane klasie wytrzymałości, określone w normie [8], następujące parametry: moduł sprężystości (E_s) oraz granica plastyczności (f_y). Dla betonu to z kolei określone w EC2: moduł sprężystości betonu (E_{cm}), średnia wytrzymałość betonu na ściskanie (f_{cm}), odkształcenie betonu odpowiadające wytrzymałości na ściskanie (ϵ_{c1}) i odkształcenie graniczne przy ścisaniu (ϵ_{cu1}). Dla stali stosowana jest bilinearna zależność naprężenie-odkształcenie określona w EC2 na rys. 3.8. W przypadku betonu zastosowano zależność naprężenie-odkształcenie do nieliniowej analizy konstrukcji, która w EC2 opisana jest wzorem (3.14) i przedstawiona na rys. 3.2.

Przy analizie charakterystycznych przekrojów belki przyjęto założenie o płaskich przekrojach (patrz rys. 1b). Oznaczając przez z odległość punktów



Rys. 1. Dane przekroju żelbetowego (a), stan przemieszczenia (b), stan odkształcenia (c) oraz siły i naprężenia (d)

Fig. 1. Reinforced concrete cross-section data (a), displacement state (b), deformation state (c) as well as forces and strains (d)

od osi obrotu przekroju (śladem tej osi na płaszczyźnie jest punkt O), przemieszczenia $u(z)$ określa znana zależność:

$$u(z) = \varphi z \quad (1)$$

gdzie φ jest kątem obrotu przekroju. Po obustronnym zróżniczkowaniu wyrażenia (1) względem zmiennej X (zmiennej przestrzennej wzdłuż osi belki) uzyskuje się wzór:

$$\frac{\partial u}{\partial X} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} \right) z \quad (2)$$

Ponieważ $\partial u / \partial X = \varepsilon$ – odkształcenia, a $\partial \varphi / \partial X = \kappa$ – krzywizna belki, zależność (2) zapisać można następująco:

$$\varepsilon = \kappa z. \quad (3)$$

Wzór (3) graficznie przedstawia rys. 1c, na którym oznaczono odkształcenia charakterystycznych punktów przekroju.

Naprężenia ściskające wyznaczono z prostego przekształcenia wspomnianego wzoru (3.14) z EC2, uzyskując zależność:

$$\sigma_c = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} f_{cm} \quad (4)$$

gdzie: $\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}$, przy czym ε_c to odkształcenia betonu ($0 < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu1}$), a $k = 1,05 E_{cm} \frac{\varepsilon_{c1}}{f_{cm}}$. Po podstawieniu zależności (3) (tj. $\varepsilon_c = \kappa z$), wzór (4) przyjmie ostateczną postać:

$$\sigma_c(z) = \frac{\kappa z (\varepsilon_{c1} k - \kappa z)}{\varepsilon_{c1} [\varepsilon_{c1} + \kappa z (k - 2)]} f_{cm} \quad (5)$$

Kolejnym krokiem jest obliczenie F_c – wypadkowej naprężeń ściskających $\sigma_{c2} = \sigma_c$ w betonie oraz z_F – odległości tej wypadkowej od punktu O, dookoła którego następuje obrót przekroju poprzecznego, jednocześnie odległości siły F_c od osi obojętnej przekroju (patrz rys. 1d). Wyznaczone funkcje F_c i z_F mają postać:

$$F_c = \int_0^x \sigma_{c2} dz = \frac{bf_{cm}}{2\varepsilon_{c1}\kappa(k-2)^3} [\kappa x(k-2)(2\varepsilon_{c1}(k-1)^2 - \kappa x(k-2) + 2\varepsilon_{c1}^2(k-1)^2(\ln(\varepsilon_{c1}) - \ln(\varepsilon_{c1} + \kappa x(k-2))))] \quad (6)$$

$$z_F = \frac{\int_0^x \sigma_{c2} z dz}{\int_0^x \sigma_{c2} dz} = [6\varepsilon_{c1}^3(k-1)^2(\ln(\varepsilon_{c1} + \kappa x(k-2)) - \ln(\varepsilon_{c1})) - 6\varepsilon_{c1}^2\kappa x(k-2)(k-1)^2 + 3\varepsilon_{c1}\kappa x(k-2)(k-1)^2 - 2\kappa^2 x^2(k-2)^2] \times \\ \times [3\kappa(k-2)(2\varepsilon_{c1}^2(k-1)^2(\ln(\varepsilon_{c1}) - \ln(\varepsilon_{c1} + \kappa x(k-2)))) + \kappa x(k-2)(2\varepsilon_{c1}(k-1)^2 - \kappa x(k-2))]^{-1} \quad (7)$$

W powyższych zależnościach przez x oznaczono wysokość strefy ściskanej przekroju betonowego (patrz rys. 1a, d). Złożoność wzorów (6) i (7) nie komplikuje dalszych obliczeń pierwszego etapu, gdyż są one realizowane numerycznie. Po wprowadzeniu wymaganych danych w pierwszej kolejności tworzony jest wektor argumentów – kolejnych wartości κ uszeregowanych w ciąg arytmetyczny o niewielkim przyroście. Następnie dla poszczególnych wartości κ z wektora argumentów wyznaczana jest wartość x zapewniająca równowagę sił w przekroju na kierunku osi belki:

$$F_{s1} - F_{s2} - F_c - N = 0 \quad (8)$$

przy czym dla uproszczenia wprowadzono założenie, że $N = 0$. Zastosowano przy tym formułę iteracyjną wyznaczającą x z żadaną dokładnością. Dalej obliczana jest wartość momentu zginającego $M(\kappa)$ odpowiadającego danej krzywiźnie. Wykorzystywane jest przy tym równanie sumy momentów względem środka ciężkości zbrojenia rozciąganego:

$$M(\kappa) = N\left(\frac{h}{2} - a_1\right) + F_c(\kappa)(d - x(\kappa) + z_F(\kappa)) + F_{s2}(\kappa)(d - a_2) \quad (9)$$

Następnie na podstawie obliczonego momentu wyznacza się wartość sztywności giętej siecznej $EJ_m(\kappa) = M(\kappa)/\kappa$. Ostatecznie w pierwszym etapie uzyskuje się stabilizowane funkcje sztywności $EJ_m(\kappa)$ dla każdego z rozważanych charakterystycznych przekrojów belki.

Drugi etap obliczeń obejmuje numeryczną analizę statyczną belki. Wykorzystano do tego klasyczny algorytm MRS służący do obliczania belek o zmiennej sztywności. Obliczenia są stosunkowo proste, wykorzystujące formułę iteracyjną. W pierwszej, startowej iteracji wykonuje się obliczenia statyczne belki przy przyjęciu jej sztywności giętnej odpowiadającej niezarysowanemu przekrojowi betonowemu. W iteracji startowej wyznaczane są krzywizny w poszczególnych przekrojach (związanych z dyskretyzacją MRS), które stanowią podstawę do przypisania tym przekrojom nowych, aktualnych sztywności wyznaczanych przy pomocy funkcji $EJ_m(\kappa)$. Druga i następne iteracje prowadzą się do powtórnych obliczenia belki ze zaktualizowanymi sztywnościami. Koniec obliczeń jest uwarunkowany uzyskaniem żądanej dokładności.

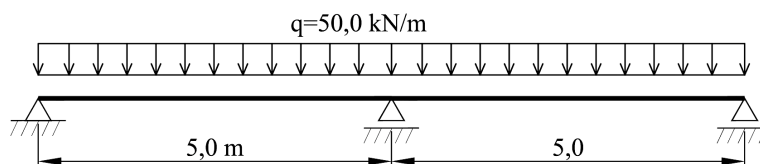
3. Przykłady obliczeniowe

Przedstawione poniżej przykłady obliczeniowe prezentują wyniki obliczeń nieliniowych zgodnych z opisanym powyżej algorytmem oraz wyniki obliczeń liniowo-sprężystych belek przy założeniu ich sztywności odpowiadającej sztywności niezarysowanych przekrojów betonowych. W każdym przypadku zastosowano beton C30/37 oraz stal zbrojeniową 34GS, a wymagane cechy materiałowe wzięto z norm [3, 5]. Wymiary przekrojów poprzecznych analizowanych belek wynoszą $b \times h = 40,0 \times 60,0$ cm. Na wykresach dotyczących belek linią ciągłą przedstawiono wyniki uzyskane przy pomocy algorytmu nieliniowego, a linią punktową – wyniki rozwiązania liniowo-sprężystego. Obliczenia wykonano przy pomocy autorskiego programu komputerowego utworzonego w środowisku Scilab.

Przykład nr 1

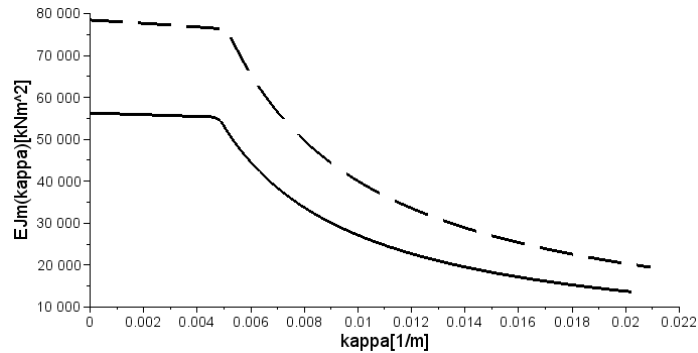
Schemat statyczny belki przedstawiono na rys. 2. Przyjęto dwa charakterystyczne przekroje belki: w strefach momentów dodatnich (rozciąganie włókien dolnych) przyjęto zbrojenie dołem 4 $\varnothing 20$, a w strefach momentów ujemnych – zbrojenie górą 6 $\varnothing 20$. Odległości środków ciężkości zbrojenia od krawędzi belki wynoszą 4,0 cm.

Pierwszy etap algorytmu doprowadził do wygenerowania funkcji sztywności na zginanie dla obu rozpatrywanych charakterystycznych przekrojów. Wykresy tych funkcji przedstawia rys. 3.



Rys. 2. Schemat statyczny belki – przykład nr 1

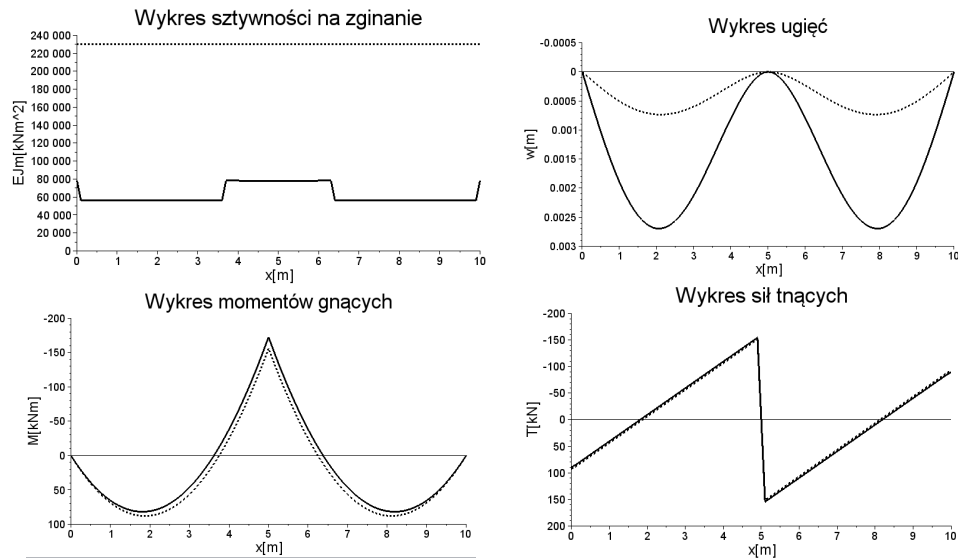
Fig. 2. Static schematic of a beam – example No. 1



Rys. 3. Wykresy funkcji sztywności siecznej przekrojów przy zbrojeniu 6 Ø20 (linia kreskowa) i 4 Ø20 (linia ciągła)

Fig. 3. A graph showing the secant line stiffness using the reinforcement 6 Ø20 (dotted line) and 4 Ø20 (continuous line)

Końcowe wykresy sztywności belki oraz uzyskanych wyników przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Wykres sztywności, ugięć, momentów i sił tnących dla belki z przykładu nr 1

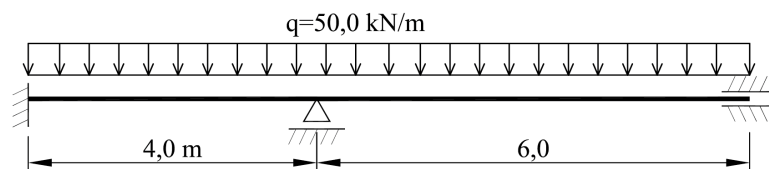
Fig. 4. A graph showing stiffness, bending, moments and shear forces for the beam from example No. 1

Sztywności belki uwzględniane w obliczeniach nieliniowych są różne na długości belki i dużo mniejsze od sztywności przyjmowanej w obliczeniach dla modelu liniowo-sprężystego. Powoduje to znaczne różnice w wykresach ugięć. Ugięcia maksymalne wynoszą ok. 0,7 mm dla modelu liniowego i ok. 2,7 mm

dla nieliniowego, co oznacza 73% niedoszacowanie w modelu liniowym (jako wartości dokładniejsze przyjęto te z obliczeń nieliniowych). Z racji tego, że analizowana belka jest jednokrotnie statycznie niewyznaczalna, zmiana rozkładu sztywności powoduje również różnice na wykresach sił przekrojowych, ale są one dużo mniejsze, niż w przypadku przemieszczeń. Niedoszacowanie momentów ujemnych w modelu liniowym wynosi ok. 10%.

Przykład nr 2

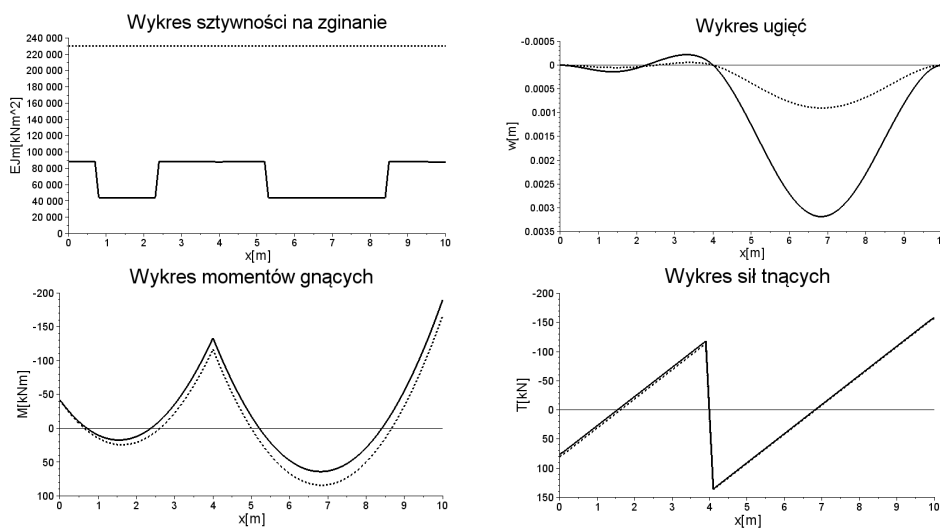
Schemat statyczny belki przedstawiono na rys. 5. W strefach momentów dodatnich przyjęto zbrojenie dołem 3 $\varnothing 20$, a w strefach momentów ujemnych – zbrojenie górną 7 $\varnothing 20$. Odległości środków ciężkości zbrojenia od krawędzi belki wynoszą 4,0 cm.



Rys. 5. Schemat statyczny belki – przykład nr 2

Fig. 5. Static schematic of a beam – example No. 2

Wyniki obliczeń belki w postaci wykresów przedstawiono na rys. 6.



Rys. 6. Wykres sztywności, ugięć, momentów i sił tnących dla belki z przykładu nr 2

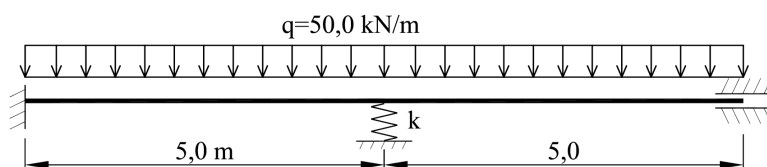
Fig. 6. A graph showing stiffness, bending, moments and shear forces for the beam from example No. 2

Drugi przykład dotyczy również belki dwuprzęsłowej, ale o różnych rozpiętościach przęseł i bardziej przeszywnionej. Maksymalne ugięcia dodatnie wynoszą ok. 0,9 mm dla modelu liniowego i ok. 3,2 mm dla nieliniowego, co daje 72% niedoszacowanie w modelu liniowym. W modelu liniowym niedoszacowanie momentów ujemnych waha się w granicach 12-13% (nad podporą pośrednią i skrajną prawą), a przeszacowanie momentów dodatnich wynosi ok. 31%. Różnice w wykresach sił tnących uzyskanych dla obu modeli są niewielkie i można je uznać za pomijalne.

Przykład nr 3

Schemat statyczny belki przedstawiono na rys. 7. W strefach momentów dodatnich przyjęto zbrojenie dołem 3 $\text{Ø}20$, a w strefach momentów ujemnych – zbrojenie górą 8 $\text{Ø}20$. Odległości środków ciężkości zbrojenia od krawędzi belki wynoszą 4,0 cm. Pośrednia podpora sprężysta ma sztywność 700 MN/m.

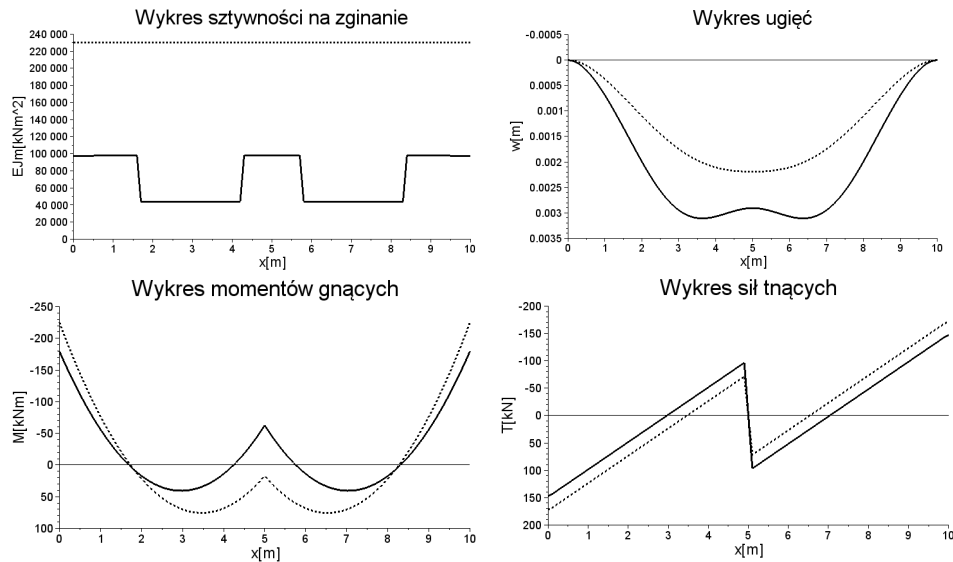
Wyniki obliczeń belki w postaci wykresów przedstawiono na rys. 8.



Rys. 7. Schemat statyczny belki – przykład nr 3

Fig. 7. Static schematic of a beam – example No. 3

W trzecim przykładzie analizie poddano belkę z podporą sprężystą. W tym przypadku różnice pomiędzy porównywanymi modelami są większe i mają one charakter nie tylko ilościowy, ale również jakościowy. Na wykresie ugięć dla modelu nieliniowego pojawiają się dodatkowe ekstrema, czego konsekwencje zaobserwować można na wykresie momentów zginających. W modelu liniowym w strefie podpory pośredniej występują wyłącznie momenty dodatnie, podczas gdy w analizie nieliniowej powstają tam momenty ujemne. Ma to ogromne znaczenia z punktu widzenia właściwego doboru i ukształtowania zbrojenia. W analizowanym schemacie wartość reakcji na podporze pośredniej zależy od ugięć, a tym samym sztywności belki. Ma to odzwierciedlenie na wykresie sił tnących, z którego dla modelu nieliniowego można odczytać wyraźny wzrost wartości reakcji w podporze pośredniej (o 26%) i spadek w podporach skrajnych (o 17%). Przesunięcie miejsc zerowych na wykresach tnących powoduje takie samo, wyraźnie widoczne, przesunięcie miejsc występowania ekstremów na wykresie momentów.



Rys. 8. Wykres sztywności, ugięć, momentów i sił tnących dla belki z przykładu nr 3

Fig. 8. A graph showing stiffness, bending, moments and shear forces for the beam from example No. 3

4. Wnioski i podsumowanie

Wykonane obliczenia potwierdziły przydatność opracowanego algorytmu i jego implementacji komputerowej do przeprowadzania nieliniowej analizy belek żelbetowych. W trzech analizowanych, szczególnych przypadkach belek porównano wyniki uzyskane dla algorytmu nieliniowego i dla powszechnie stosowanego modelu liniowo-sprężystego. Pozwala to sformułować następujące wnioski:

- Stosowanie modelu nieliniowego prowadzi do uzyskania dużo większych (nawet kilkukrotnie) wartości przemieszczeń w porównaniu z modelem liniowo-sprężystym.
- Stosowanie modelu nieliniowego dla belek statycznie niewyznaczalnych prowadzi zazwyczaj (w przypadku zróżnicowania zbrojenia) do istotnych zmian w rozkładzie sił wewnętrznych – przede wszystkim momentów zginających. W porównaniu do modelu liniowego zwiększają się wartości momentów w przekrojach silniej zbrojonych i maleją w mniej zbrojonych. W przykładach nr 1 i 2 różnice te wynosiły od 10% do ponad 30%.
- Wybór modelu obliczeniowego miał szczególnie duży wpływ na wyniki uzyskane w przykładzie nr 3, tj. dla belki z podporą sprężystą. Zaobserwowano tu nie tylko duże różnice w wartościach sił, ale również w charakterze niektórych wykresów. Jest oczywiste, że podobny wpływ modelu wystąpiłby w przypadku analizy belek spoczywających na podłożu sprężystym lub w sytuacji uwzględniania przemieszczeń podpór w obliczeniach.

Podsumowując uzyskane wyniki należy stwierdzić, że niedokładności w wyznaczaniu sił wewnętrznych, wynikające ze stosowania modelu liniowo-sprężystego do analizy statycznej belek żelbetowych, mogą znacznie przekraczać przyjętą powszechnie granicę dopuszczalnego błędu obliczeń inżynierskich, wynoszącą 5%. Szczególnie dużych różnic należy się spodziewać przy analizie belek spoczywających na podporach sprężystych lub podłożu sprężystych, a także współpracujących z innymi belkami (np. w rusztach żelbetowych lub stalowo-żelbetowych). Model liniowo-sprężysty jest obecnie powszechnie stosowany w obliczeniach inżynierskich i mimo jego niedoskonałości nie prowadzi to do powstawania awarii lub katastrof konstrukcji budowlanych. Spowodowane jest to przede wszystkim tym, że w elementach żelbetowych może dochodzić do redystrybucji sił wewnętrznych (nieplanowanych przez projektanta konstrukcji), które niwelują błędy obliczeń statycznych. Może to jednak prowadzić do powstania większych niż zakładane przemieszczeń i zarysowań elementów żelbetowych.

W programach służących do analizy prętowych konstrukcji żelbetowych, przy analizie warunków SGU uwzględniana jest sztywność zarysowanych przekrojów żelbetowych oraz zjawiska skurczu i pełzania. Takie postępowanie jest konieczne, gdyż szacowanie ugięć na podstawie obliczeń opartych na modelu liniowo-sprężystym jest zupełnie nieprzystające do rzeczywistości. Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że zazwyczaj (m.in. w programach obliczeniowych znanych autorowi, np. w Autodesk Robot) sprowadza się to do aktualizowania sztywności i powtórnego wyznaczanie przemieszczeń przy wykorzystaniu wyników liniowo-sprężystej analizy statycznej. W celu dokładniejszego wyjaśnienia tej sytuacji przedstawiona zostanie pokrótce zasada działania takich programów. W zdecydowanej większości przypadków realizują one analizę statyczną wykorzystując metodę elementów skończonych (MES). Na potrzeby obliczeń statycznych tworzony jest model obliczeniowy, w którym elementami skończonymi są najczęściej całe przęsła belek lub odcinki słupów pomiędzy kondygnacjami. Czasami jednak dokonuje się podziału przęseł lub odcinków słupów na mniejsze fragmenty, wprowadzając do modelu dodatkowe węzły i tworząc więcej elementów skończonych (może to być związane np. ze zmianą geometrii przekrojów poprzecznych wzdłuż długości tych elementów). Po wykonaniu analizy statycznej, na bazie uzyskanych w niej wyników przeprowadzane jest wymiarowanie elementów żelbetowych. Odbywa się to zazwyczaj w odrębnych programach, tzw. modułach, najczęściej zintegrowanych z programem głównym np. w zakresie wymiany danych. W module wymiarującym belki żelbetowe analiza odbywa się w obrębie jednego elementu konstrukcyjnego, który w przypadku programów bazujących na MES jest jednym elementem skończonym. Moduł pobiera z wyników analizy statycznej wartości sił wewnętrznych oraz przemieszczenia węzłowe, które traktuje jako warunki brzegowe. Następnie na bazie pobranych wartości obliczane są skorygowane przemieszczenia w obrębie elementu skończonego, uwzględniające sztywność przekrojów zarysowanych oraz zjawiska

reologiczne. Nie można w takim przypadku mówić o nieliniowej analizie statycznej konstrukcji żelbetowych, a jedynie o analizie liniowo-sprężystej z późniejszą korektą przemieszczeń pojedynczych elementów skończonych. Taki algorytm analizy konstrukcji żelbetowych może prowadzić do poważnych błędów w projektowaniu, szczególnie gdy jest ono realizowane przez mniej doświadczonych projektantów. W artykule [9] omówiono przypadek stropu (ze względu na jednokierunkowy charakter pracy był on obliczany przy pomocy programu do analizy konstrukcji prętowych), dla którego niewłaściwa interpretacja wyników uzyskanych w module do projektowania elementów żelbetowych doprowadziła do awarii budowanego budynku.

Algorytm obliczeniowy wykorzystany do analiz w niniejszym artykule potwierdził swoją skuteczność. Jego główne cechy, to:

- Stosowanie rzeczywistych przekrojów żelbetowych (jako betonowej matrycy i zbrojenia podłużnego) z uwzględnieniem nieliniowych charakterystyk materiałowych betonu i stali zbrojeniowej zgodnych z aktualną normą EC2.
- Możliwość natychmiastowego szacowania warunków stanu granicznego nośności na zginanie i stanu granicznego dopuszczalnych ugięć.
- Ze względu na dwuetapowość obliczeń – możliwość uwzględniania innych charakterystyk materiałowych, w tym również pochodzących z badań laboratoryjnych.

Planowane są dalsze prace zmierzające do ulepszenia zaprezentowanego algorytmu, obejmujące m.in. przekształcenie algorytmu do zastosowania metody elementów skończonych zamiast metody różnic skończonych oraz uwzględnienie współpracy betonu i zbrojenia w strefie rozciąganej przekrojów.

Literatura

- [1] Janiak T., Niespodziana A., Grabowski A.: Analiza sztywności zginanych przekrojów żelbetowych z wykorzystaniem nieliniowych zależności konstytutywnych - algorytm numeryczny, Materiały Budowlane, nr 12, 2013, s. 71-73.
- [2] Janiak T., Niespodziana A., Grabowski A.: Analiza sztywności zginanych przekrojów żelbetowych z wykorzystaniem nieliniowych zależności konstytutywnych - przykłady obliczeniowe, Materiały Budowlane, nr 1, 2014, s. 54-56.
- [3] PN-EN 1992-1-1:2008 Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [4] Bąk G., i Adam Stolarski A.: Nieliniowa analiza dynamiczna żelbetowych ustrojów prętowych, Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej 437 (1), 1989, s. 35-69.
- [5] Smarzewski P., Adam Stolarski A.: Modelowanie zachowania niesprężystej belki żelbetowej, Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej VOL LVI Nr 2/2007, s. 147-166.
- [6] Szcześniak (Stolarczuk) A., Stolarski A. 2016.: Analiza niesprężystego zachowania belki żelbetowej, Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej 65 (2), 2016, s. 105-120.
- [7] Praca zbiorowa pod redakcją Knauffa M.: Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2006.

- [8] PN-EN 10080:2007 Stal do zbrojenia betonu. Spajalna stal zbrojeniowa. Postanowienia ogólne.
- [9] Janiak T., Niespodziana A., Grabowski A.: Analiza przyczyn awarii stropu żelbetowego, Materiały Budowlane, nr 5, 2015, s. 33-34.

METHOD OF NUMERICAL NONLINEAR ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS

S u m m a r y

The article discusses an authorial algorithm of nonlinear analysis of reinforced concrete beams. The algorithm comprises of two stages. During the first stage stiffness functions of reinforced concrete cross-sections including the reinforcement as well as nonlinear constitutive relations concerning concrete and steel reinforcements are set. The second stage includes iteration procedure concerning a static analysis of beams with updating the stiffness at each phase of calculations. The other part of the article presents the results of calculations made using an authorial computer software which uses the finite differences method. Three calculation examples have been presented. In these examples the results of a nonlinear beam analysis were compared with the results of still commonly used linear-elastic analysis.

Keywords: static analysis, beam, reinforced concrete, nonlinear model, finite difference method, Eurocode 2

Przestano do redakcji: 22.06.2017 r.

Przyjęto do druku: 01.09.2017 r.