

Jarosław DIAKUN, Marek JAKUBOWSKI

e-mail: jaroslaw.diakun@tu.koszalin.pl

Katedra Procesów i Urządzeń Przemysłu Spożywczego, Wydział Mechaniczny, Politechnika Koszalińska, Koszalin

Skalowanie czasu i prędkości dla kadzi wirowej na podstawie podobieństwa konstrukcyjnego i procesowego

Wstęp

Kadz wirowa (whirlpool) jest aparatem stosowanym w browarnictwie do usuwania osadu gorącego z brzezki piwnej po jej gotowaniu [Kunze, 2010]. Jest to cylindryczny zbiornik, w którym, w wyniku naturalnej separacji grawitacyjnej oraz zespołu przepływów wtórnych spowodowanych ruchem wirowym zawiesiny cieczy, następuje formowanie się stożka osadu na dnie kadzi [Diakun i Jakubowski 2009]. Tworzenie się stożka osadu jest uznawane za *paradoks procesowy* (siła odśrodkowa nie powoduje przemieszczenia cząstek osadu na zewnątrz, tylko następuje zebranie osadu w centrum zbiornika). Zjawisko to Einstein [1926] nazwał *efektem filiżanki herbaty*.

Kadz wirowa jest efektywnym aparatem do klarowania zawiesin sedymentujących. W porównaniu do wirówek charakteryzuje się znacznie mniejszą energią potrzebną na realizację procesu klarowania, natomiast w odniesieniu do kadzi sedymentacyjnych charakteryzuje się krótszym czasem procesu i lepszą skutecznością rozdzielania.

Zjawisko wirowania cieczy w kadzi i proces tworzenia się zawirowań wtórnych jest bardzo złożony pod względem analitycznego opisu matematycznego. Możliwe jest prowadzenie analiz za pomocą symulacyjnych obliczeń komputerowych [Diakun i Jakubowski 2006; Jakubowski i Diakun, 2007; Diakun i Jakubowski 2010]. Jednak nie wyprowadzono dotychczas wzorów umożliwiających prowadzenie obliczeń inżynierskich.

Do złożonych pod względem opisu matematyczno-fizycznego obiektów, przykładowo wymienników ciepła, mieszalników, stosuje się wzory obliczeniowe wyprowadzone z zastosowaniem liczb kryterialnych podobieństwa [Pikoń, 1979]. Podobną metodę autorzy zastosowali do procesu wirowania w kadzi *whirlpool*.

W odniesieniu do cząstkowych prób zastosowania liczb kryterialnych podobieństwa w pracy [Polczyński, 2012] autorzy wyprowadzili zestaw kryterialnych liczb podobieństwa z kompleksowej analizy sił, które wpływają na procesy w kadzi wirowej.

Zakres analizy

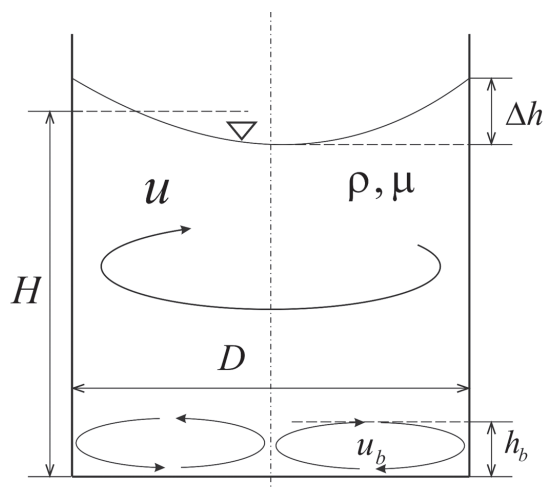
Celem pracy jest wyprowadzenie wzorów umożliwiających obliczenia czasu wirowania i prędkości przepływu namywającego kadzi wirowej *whirlpool*. Zostaną one oparte na zestawie liczb kryterialnych podobieństwa konstrukcji i procesów w kadzi opracowanym przez autorów w poprzednich pracach [Diakun, 2012; Diakun i Jakubowski, 2010]. Wyprowadzone zależności obejmują tylko aspekty ruchu cieczy w kadzi bez uwzględnienia osadu.

Identyfikacja konstrukcyjno-parametryczna

Schemat kadzi *whirlpool* z oznaczeniami wielkości, za pomocą których opisać można zależności konstrukcyjno-procesowe, przedstawiono na rys. 1.

Kadz napełniana jest cieczą poprzez stycznie usytuowane dysze. W wyniku tego ciecz wprowadzana jest w ruch wirowy – tworzy się przepływ główny.

Po napełnieniu kadzi siły hamowania od ścian kadzi i dyssypacja energii ruchu względnego (wewnętrznego cieczy) powoduje wyhamowanie ruchu wirowego do całkowitego zatrzymania. Czas od napełnienia kadzi do zatrzymania ruchu wirowego nazywany jest w technolo-



Rys. 1. Schemat i parametry geometryczno-procesowe kadzi wirowej

gii browarnictwa czasem postoju (następuje oczekiwanie na możliwość prowadzenia dalszych operacji technologicznych).

W trakcie wirowania cieczy w wyniku hamującego oddziaływania ścianek i ruchu względnego wewnątrz cieczy powstają lokalne wewnętrzne przepływy wtórne (drugorzędowe). Dla działania kadzi najistotniejszy jest przepływ przy dnie kadzi o kształcie spłaszczonego torusa (przepływu wtórny w warstwie *Ekmana*). Ten przepływ przydenny ściąga do centrum dna kadzi osad sedymentujący na dnie zbiornika. Oczekiwane jest, aby ten przepływ wtórny (przydenny) był maksymalnie ukształtowany, czyli aby jego prędkość była możliwie duża i był możliwie wysoki, aby mógł ściągać osad z objętości kadzi do centrum na dnie.

Cechy konstrukcyjne i procesowe, o których może decydować konstruktor kadzi obejmują takie wielkości jak:

D – średnica

H – wysokość napełnienia cieczą,

u – prędkość obwodowa wirowania cieczy, która odpowiada maksymalnej początkowej prędkości głównego przepływu cieczy w zbiorniku. Przyjąć można tę wartość jako prędkości strumienia cieczy wypływającej z przewodu napełniania kadzi,

Parametry cieczy określone są przez:

ρ – gęstość,

μ – lepkość.

Wielkości wynikowe procesu czyli właściwości kadzi to:

t – czas wirowania,

oraz parametry przepływu występującego przy dnie zbiornika (w warstwie *Ekmana*) namywającego stożek osadu:

h_b – wysokość stożka osadu

u_b – prędkość przepływu.

Liczby kryterialne podobieństwa

Podstawą rozważań są liczby kryterialne podobieństwa wyprowadzone w oparciu o kompleksową analizę stosunku sił i zaprezentowane na konferencji BEMS 2012 [Diakun, 2012]. Przyjmując średnicę kadzi D oraz maksymalną początkową prędkość przepływu głównego u jako

wielkości odniesienia określono trzy liczby – kryteria podobieństwa – jako ilorazy wielkości podstawowych:

– **liczba proporcji wymiarowej kadzi:**

$$K_H = \frac{H}{D} \quad (1)$$

– **liczba wysokości przepływu przy dnie:**

$$K_{hb} = \frac{h_b}{D} \quad (2)$$

– **liczba prędkości przepływu przy dnie:**

$$K_{ub} = \frac{u_b}{u} \quad (3)$$

Ze stosunku siły bezwładności do siły oddziaływania hamującego od ścianek cylindra i dna wyprowadzono liczbę *Strouhala-Thomsona*. Zmodyfikowaną jej postać dla przepływu w kadzi *whirlpool* określono jako **kryterium czasu postoju**:

$$K_t = \frac{ut}{D(1+K_H)} \quad (4)$$

Jeżeli wyznaczona zostanie K_t na podstawie doświadczenia dla jednej kadzi, to przy zachowaniu kryterium podobieństwa tej liczby można obliczyć prędkość wirowania dla dowolnej kadzi:

$$t = K_t \frac{D}{u} (1 + K_H) \quad (5)$$

Ze stosunku sił oddziaływania hamującego od ścianki cylindra do siły dyssypacji lepkiej głównego wiru (pierwszorzędowego) wyprowadzono klasyczną postać liczby *Reynoldsa*:

$$Re = \frac{uD\rho}{\mu} \quad (6)$$

Uwzględniając jednocześnie oddziaływanie ścianek cylindra i dna kadzi otrzymano **liczbę Reynoldsa dla kadzi wirowej**:

$$Re_w = \frac{uD\rho}{\mu} \left(1 + \frac{1}{K_H}\right) = Re \left(1 + \frac{1}{K_H}\right) \quad (7)$$

W zapisie liczby *Reynoldsa* występują wielkości, które są konstrukcyjnymi, znanymi cechami kadzi i parametrami cieczy, zatem tę wielkość można obliczyć. Z liczby *Reynoldsa* można wyznaczyć prędkość i podstawiając do wzoru na czas wirowania (5) otrzymuje się:

$$t = K_t \frac{D^2 \rho}{Re \mu} (1 + K_H) \quad (8)$$

Wzór ten określa czas trwania głównego wiru w kadzi (czas postoju) w zależności od podobieństwa przepływu określonego liczbą *Reynoldsa*.

Parametry przepływu namywającego osad przy dnie kadzi (przepływu wtórnego w warstwie *Ekmana*) zawarte są w dwóch liczbach kryterialnych podobieństwa:

– liczbie *Reynoldsa* dla przepływu w warstwie *Ekmana*:

$$Re_E = \frac{uD\rho}{\mu} \frac{K_{hE}}{K_{uE}} = Re \frac{K_{hE}}{K_{uE}} \quad (9)$$

– własnej, oryginalnej liczbie – kryterium podobieństwa wynikającego ze stosunku siły bezwładności do siły dyssypacji lepkiej dla przepływu przydennego [*Diakun, 2012*]:

$$K_E = \frac{t\mu}{D^2 \rho} \frac{K_{uE}}{K_H K_{uE}} \quad (10)$$

Wzory (9) i (10) zawierają jednocześnie nieznanne parametry przepływu przydennego ujęte w liczbach: K_{uE} (prędkość odniesiona do prędkości wiru głównego) i K_{hE} (wysokość odniesiona do średnicy). Wyznaczając z tych wzorów liczbę prędkości przepływu występującego przy dnie otrzymuje się:

$$K_{uE} = \frac{Re}{Re_E} K_{hE} \quad (11a)$$

$$K_{uE} = K_E K_{hE} \frac{D^2 \rho}{t\mu} K_H \quad (11b)$$

We wzorach (11a,b) określających wartości prędkości przepływu przy dnie występują liczby kryterialne: Re_E , Re , Re_{hE} . Wyznaczając je z pomiaru dla kadzi doświadczalnej można na ich podstawie i przy zachowaniu warunku podobieństwa określonego tymi liczbami wyliczyć prędkość wiru przydennego. Występujący we wzorach czas t oblicza się ze wzoru (8).

Podsumowanie

W oparciu o wyprowadzone dla kadzi wirowej *whirlpool* liczby kryterialne: zmodyfikowaną liczbę *Reynoldsa*, zmodyfikowaną liczbę *Strouhala-Thomsona* oraz oryginalną liczbę własną podano wzory umożliwiające obliczenie czasu postoju i prędkości przepływu przydennego, przy określonych tymi liczbami warunkach podobieństwa.

Oznaczenia

- D – średnica kadzi, [m]
- H – wysokość napełnienia zbiornika kadzi wirowej, [m]
- h_b – wysokość przepływu przy dnie namywającego stożek osadu, [m]
- t – czas wirowania, [s]
- u – prędkość obwodowa wirowania cieczy [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
- u_b – prędkość przepływu przy dnie namywającego stożek osadu [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
- μ – lepkość dynamiczna cieczy, [Pa·s]
- ρ – gęstość cieczy, [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]
- K_E – liczba przepływu przy dnie zbiornika (w warstwie *Ekmana*)
- K_H – liczba proporcji wymiarowej kadzi
- K_{hE} – liczba wysokości przepływu drugorzędowego przy dnie zbiornika
- K_{uE} – liczba prędkości przepływu drugorzędowego przy dnie zbiornika
- K_t – liczba czasu wirowania (czasu postoju)
- Re – liczba *Reynoldsa*
- Re_E – liczba *Reynoldsa* przepływu drugorzędowego w warstwie *Ekmana*
- Re_w – liczba *Reynoldsa* dla przepływu w kadzi wirowej

LITERATURA

- Denk V., 1998. The Whirlpool state-of-the-art 1997. *Brauwelt International*, nr 1, 31-43
- Diakun J., 2012. Liczby kryterialne podobieństwa konstrukcyjnego i procesowego kadzi wirowo-osadowej. *Materiały konferencji naukowo-technicznej BEMS 2012*, Koszalin – Kołobrzeg, s. 39.
- Diakun J., Jakubowski M., 2010. Analysis of the secondary flow velocities forming a settling cone in a Whirlpool VAT, *Chemical and Process Engineering* **31**, 477-488
- Diakun J., Jakubowski M., 2009. Analiza funkcjonalna konstrukcji kadzi wirowo-osadowych *whirlpool*, *Inż. Ap. Chem.* **48**, nr 1, 22-23
- Diakun J., Jakubowski M., 2006. Symulacja wpływu gęstości i lepkości dynamicznej cieczy na proces wirowania w kadzi wirowej, *Inż. Ap. Chem.* **45**, 4s, 23-24
- Einstein A., 1926. Die Ursache der Mäanderbildung der Flußläufe und des sogenannten Baer'schen Gesetzes, *Naturwissenschaft*, **14**, nr 2, 223-224
- Jakubowski M., Diakun J. 2007. Simulation investigations of the effect Whirlpool dimensional ratios on the state of secondary whirls. *Journal of Food Engineering* **83**, nr 1, 106-110. DOI: 10.1016/j.jfoodeng.2006.12.025
- Kunze W., 2010. *Technology Brewing and Malting*. VLB, Berlin.
- Pikoń J., 1979. *Aparatura chemiczna*. WNT, Warszawa.
- Połyckiński P., 2012. Analiza symulacyjna przepływu zawiesiny i opracowanie założeń konstrukcyjnych dla kadzi wirowej. Praca dyplomowa magisterska, Politechnika Koszalińska, Koszalin
- Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2010–2012 jako projekt badawczy nr N N313 429639.**