

## **EGZAMIN Z MATEMATYKI TYPU OPEN BOOK W KSZTAŁCENIU PRZYSZŁYCH INŻYNIERÓW**

**Marek MAŁOLEPSZY**

Politechnika Łódzka, Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki  
tel.: 42 631 36 19, e-mail: marek.malolepszy@p.lodz.pl

**Streszczenie:** Artykuł porusza problematykę egzaminu typu open book, przedstawione zostały jego cechy charakterystyczne i powody, dla których warto korzystać z tej formy egzaminowania. Zaprezentowano wnioski z ankiety przeprowadzonej wśród studentów dotyczącej ich nastawienia do tego typu egzaminu. Omówiono również wyniki egzaminu, który zawierał zadanie typu open book. Zdaniem autora, egzamin typu open book może być z powodzeniem wykorzystywany do sprawdzania efektów uczenia się w zakresie wiedzy i umiejętności, które student powinien rozumieć i potrafić właściwie wykorzystać mając dostęp do zasobów ze źródeł zewnętrznych.

**Słowa kluczowe:** egzamin, egzamin typu open book, nauczanie matematyki, kształcenie inżynierów.

### **1. WSTĘP**

Jednym z filarów, na których opiera się kształcenie inżyniera jest matematyka będąca narzędziem umożliwiającym zdobywanie wiedzy technicznej. Matematyka jest swoistym językiem, którym posługuje się student studiów technicznych podczas odkrywania wiedzy, zdobywania umiejętności i rozwiązywania zadań stawianych przed nim w procesie kształcenia. Może ona stanowić ogromne wsparcie w trakcie uczenia się fizyki, mechaniki, automatyki i innych przedmiotów kierunkowych. Żeby jednak tak było student nie tylko powinien sprawnie posługiwać się narzędziami matematycznymi, ale przede wszystkim musi umieć rozpoznać sytuację, w której może i powinien je zastosować. Do tego konieczna jest jeszcze umiejętność doboru narzędzia i jego wykorzystania w danych okolicznościach. To zastosowanie dotyczy nie tylko standardowych sytuacji, ale także, a nawet przede wszystkim, nowych z punktu widzenia studenta. Zatem koniecznym jest, aby przyszły inżynier wiedział kiedy i jakie narzędzia powinien zastosować rozwiązując dany problem, jakie ewentualne modyfikacje należy wykonać i jak to zrealizować.

Istotnym problemem, szczególnie w kształceniu zdalnym, jest weryfikacja efektów uczenia się, a w szczególności taka organizacja egzaminu, która zapewni samodzielność pracy studenta (w przypadku, gdy wymagana jest praca indywidualna). Egzamin typu open book w pewnym sensie rozwiązuje ten problem. W artykule zostanie omówiony egzamin typu open book oraz jego zalety i powody dla których warto po niego sięgać. Przedstawione będą wyniki ankiety przeprowadzonej wśród studentów dotyczącej tak realizowanego egzaminu, a mającej na celu zbadanie nastawienia studentów do tej formy weryfikowania

efektów uczenia się. Omówione zostaną także wyniki egzaminu, który miał częściowo charakter egzaminu typu open book.

### **2. PRAWDZIWA MATEMATYCZNA WARTOŚĆ**

W Wielkim Słowniku Języka Polskiego [1] znaleźć możemy dwa wyjaśnienia hasła egzamin: 1. oficjalne sprawdzenie czyjejs wiedzy i czyichs umiejętności w jakiejś dziedzinie, 2. sytuacja, w której ujawnia się prawdziwa wartość kogoś lub czegoś.

Niewątpliwie to pierwsze wyjaśnienie jest nam, nauczycielom akademickim, bliższe i zapewne w ten sposób patrzy na egzamin, choćby ze względów formalnych, podczas każdej sesji egzaminacyjnej. Jednak drugie wyjaśnienie jest bardzo istotne i nie powinniśmy o nim zapominać. Czyż podczas egzaminu z matematyki nie powinna ujawnić się prawdziwa wiedza i umiejętności studenta, jego prawdziwa matematyczna wartość? Odpowiedź na to pytanie jest oczywista: z pewnością powinna. Czym jednak jest owa prawdziwa matematyczna wartość, którą chcielibyśmy odkryć i w jakich okolicznościach może się ona ujawnić?

Jedną z podstawowych umiejętności jakie powinien posiadać współczesny inżynier (i nie tylko on) jest umiejętność uczenia się. W dynamicznie zmieniającym się świecie, gdy przyrost wiedzy jest ogromny, bez tej umiejętności inżynier nie będzie w stanie poradzić sobie w pracy zawodowej. Musi nieustannie uczyć się, aktualizować swoją wiedzę i umiejętności. To jednak za mało. Druga umiejętność, która ma fundamentalne znaczenie, to zdolność wykorzystania dostępnej wiedzy do rozwiązywania rzeczywistych problemów. Problemów, z którymi inżynier spotkał się po raz pierwszy. To często wymaga uzupełnienia wiedzy (tu wracamy do umiejętności uczenia się), co wiąże się z umiejętnością weryfikacji i wykorzystania źródeł, selekcji materiału oraz posługiwania się wiedzą do której ma się dostęp. Coraz częściej i coraz większe znaczenie ma umiejętność wykorzystania i działania w oparciu o dostępną wiedzę niż samo jej posiadanie. To wszystko powoduje, że naturalnym staje się egzamin typu open book.

Podczas klasycznego egzaminu rozumianego jako egzamin typu closed book, studenci muszą pamiętać wszystko co będzie im potrzebne do przygotowania rozwiązań postawionych przed nimi zadań. Nie mogą korzystać z żadnych materiałów zewnętrznych. W szczególności, jeśli zapomną lub pomylą się we wzorze

z którego powinni skorzystać, cały ich wysiłek może spełznąć na niczym. Nawet jeśli rozumieją problem i wypracują ideę rozwiązania, to brak jednego ogniwa rozwiązania w postaci poprawnego wzoru może skazać ich na porażkę. Natomiast podczas egzaminu typu open book dostępne są materiały zewnętrzne. W zależności od jego typu mogą być dopuszczone różne rodzaje materiałów: od standaryzowanych notatek (np. tablice wzorów, notatki przygotowane przez wykładowcę lub przez studentów według ściśle ustalonych kryteriów itd.), poprzez indywidualne notatki studentów z wykładu i ćwiczeń, skrypty, książki, aż po korzystanie ze wszystkich możliwości laptopa łącznie z dostępem do Internetu nie wyłączając forów dyskusyjnych i portali społecznościowych, a nawet współpracy z innymi osobami. Choć korzystanie ze wszystkich dobrodziejstw laptopa wraz z jego oprogramowaniem, czerpanie z zasobów Internetu czy wreszcie pomocy innych osób podczas egzaminu z matematyki może wydawać się dla niektórych kontrowersyjne, to jednak w pracy zawodowej nie jest to nic nadzwyczajnego. Ponadto, gdy praca zespołowa i wspólne rozwiązywanie problemów jest standardem we współczesnym świecie, a coraz częściej metoda pracy zespołowej jest wykorzystywana także w edukacji, dlaczego nie miałby być możliwy egzamin zespołowy. Zagadnienie to wykracza poza ramy niniejszego artykułu i z konieczności nie zostanie tu rozwinięte.

Ponadto, egzamin typu open book może odbywać się w sali egzaminacyjnej, ale możliwy jest także wariant, gdy student ma np. 24 godziny na przygotowanie rozwiązań zadań i przekazanie ich za pośrednictwem Internetu. Oczywiście w tym czasie może przebywać w dowolnym miejscu. Jak widać wariantów jest wiele, a przedstawione przykłady nie wyczerpują całego wachlarza możliwości.

Czym zatem jest wspomniana prawdziwa matematyczna wartość? Z pewnością nie jest to umiejętność zapamiętania dużej liczby wzorów, definicji i twierdzeń, ani nawet zdolność do odtworzenia wielu algorytmów i metod rozwiązania standardowych problemów. Owa „wartość”, to raczej umiejętność logicznego myślenia, kojarzenia faktów, zdolność „dopasowania” metody do problemu, a w jeszcze większym stopniu umiejętność „łączenia” różnych metod. To umiejętność wykorzystania znanych metod, a w razie potrzeby ich modyfikacji, do rozwiązywania nowych problemów. Prawdziwa matematyczna wartość nie dotyczy zapamiętywania ani odtwarzania, ale rozumienia, wnioskowania, kojarzenia, wykorzystania „starej wiedzy” w nowej sytuacji, a w razie potrzeby zdobycie nowej wiedzy. Takie spojrzenie wydaje się szczególnie ważne z punktu widzenia kształcenia przyszłych inżynierów, dla których matematyka powinna być efektywnym narzędziem w procesie kształcenia i w ich przyszłej działalności zawodowej.

Praca zawodowa inżyniera nie polega na byciu „odpytywanym” ze znajomości wzorów, definicji i twierdzeń, ani na obliczaniu całek czy rozwiązywaniu równań różniczkowych. Owszem, wzory, definicje, twierdzenia, całki, równania różniczkowe i inne narzędzia matematyczne są potrzebne i ich znajomość jest ważna, ale ważniejsze jest rozumienie i umiejętność wykorzystania tych narzędzi. Egzamin typu open book wspiera rozumienie, a nie jedynie zapamiętywanie. Oczywiście studenci muszą być odpowiednio przygotowani do tego typu egzaminu, aby jego zalety w pełni mogły być wykorzystane. Trzeba pamiętać, że w realnych sytuacjach przy rozwiązywaniu

problemów ważne jest czy umiemy im podołać mając nawet dostęp do bardzo różnych i bogatych źródeł wiedzy. Jednak sam dostęp do nich nie gwarantuje sukcesu, bo przecież wchodząc do biblioteki, w której znajduje się olbrzymia liczba książek, nasza wiedza ani umiejętności nagle nie wzrastają pomimo, że mamy dostęp do wiedzy zawartej w potężnym księgozbiore. Musimy odszukać to co nam jest potrzebne, zrozumieć to i umieć wykorzystać. Dopiero wtedy jesteśmy w stanie rozwiązać problem z którym się mierzymy. Pod tym względem egzamin typu open book jest znacznie bliższy realnej sytuacji z którą w przyszłości spotkają się studenci niż egzamin typu closed book.

### 3. ZADANIA NA EGZAMINIE TYPU OPEN BOOK

Egzamin typu open book nie oznacza jedynie umożliwienia studentom korzystania z zewnętrznych materiałów. To coś znacznie więcej. Zadawanie pytań/zadań na które odpowiedzi lub których rozwiązania można znaleźć w książce, czy ogólniej w materiałach zewnętrznych, jest bezzasadne. Stawiane problemy powinny zmuszać studentów do głębszej analizy i nie ograniczania się jedynie do odtwórczego powtarzania znanych algorytmów w standardowych sytuacjach. Przygotowując egzamin typu open book powinniśmy zwrócić uwagę, aby zadania nie ograniczały się w sferze kognitywnej jedynie do pierwszych dwóch kategorii taksonomii Blooma, czyli zapamiętywania i rozumienia. Ważnym jest, aby ograniczyć do minimum (a najlepiej całkowicie wyeliminować) zadania, w których studenci niemal automatycznie wykonują obliczenia bez głębszego zastanowienia się i zrozumienia problemu. Stosując matematyczną taksonomię Mathematical Assessment Task Hierarchy (MATH) [2] powinniśmy skupić się na zadaniach z grup B i C, unikając jednocześnie zadań z grupy A.

Tablica 1. Taksonomia MATH (na podstawie [2])

Grupa A	Znajomość faktów, rozumienie, wykorzystanie standardowych metod w typowych sytuacjach.
Grupa B	Transfer informacji. Wykorzystanie wiedzy w nowych sytuacjach.
Grupa C	Interpretacja, porównywanie, ocenianie.

Zatem ograniczamy problemy, których rozwiązanie sprowadza się jedynie do zastosowania znanych algorytmów i wykonania rutynowych czynności realizowanych często bez namysłu. W grupie B znajdują się zadania, których rozwiązanie wymaga wykorzystania znanej wiedzy, ale w nowy sposób lub w nowej sytuacji. Grupa C dotyczy zadań wymagających interpretowania, porównywania i oceniania.

Wybitny szwajcarski psycholog i pedagog Jean Piaget [3] stwierdził, że „głównym celem edukacji jest stworzenie ludzi zdolnych do robienia nowych rzeczy, a nie tylko powtarzania tego, co zrobiły inne pokolenia - ludzi, którzy są kreatywni, pomysłowi i odkrywcy. Drugim celem edukacji jest kształtowanie umysłów, które mogą być krytyczne, mogą weryfikować i nie akceptować wszystkiego, co jest oferowane”. Cele podane przez Piageta wpisują się w grupy B i C taksonomii MATH. Zdaniem autora, to właśnie w tym obszarze ujawnia się prawdziwa matematyczna wartość.

Z praktycznego punktu widzenia, przygotowując zadania do egzaminu typu open book nie należy podawać zadań, które były rozwiązywane na ćwiczeniach, wykładzie

lub których rozwiązania są łatwo dostępne. W przypadku egzaminu przeprowadzanego zdalnie, warto dodatkowo sprawdzić czy postawiony problem daje się łatwo rozwiązać używając popularnych programów matematycznych np. WolframAlpha, Photomath lub czy jego rozwiązanie można szybko znaleźć wykorzystując wyszukiwarkę internetową. Jeśli tak, to z całą pewnością trzeba dokonać odpowiednich zmian w zadaniu.

#### 4. BADANIE 1.: EGZAMIN TYPU OPEN BOOK CZY CLOSED BOOK

##### 4.1. Opis badania

Badanie objęło studentów studiów stacjonarnych pierwszego stopnia Wydziału Mechanicznego Politechniki Łódzkiej i było przeprowadzone w semestrze letnim roku akademickiego 2020/2021 po pierwszej części sesji egzaminacyjnej. Analizie zostały poddane wyniki ankiety, którą wypełniło 67 osób (44 z pierwszego roku oraz 23 z drugiego roku). Badanie było anonimowe oraz dobrowolne i zostało przeprowadzone z wykorzystaniem ankiety wypełnianej online. Ankieta składała się z trzech pytań dotyczących egzaminu typu open book i closed book, a ponadto studenci mogli zamieścić swój komentarz.

Studenci pierwszego roku uczestniczący w ankiecie mieli zajęcia realizowane zdalnie (tylko na początku roku akademickiego część ćwiczeń była zrealizowana stacjonarnie z zachowaniem reżimu sanitarnego). Studenci drugiego roku, pierwszy semestr mieli realizowany w sposób tradycyjny tzn. zajęcia odbywały się w budynkach uczelni, a pozostałe trzy semestry były realizowane zdalnie.

Ankietowani mieli zajęcia z matematyki na pierwszym i drugim semestrze, a studenci tylko jednego z kierunków mieli zajęcia z matematyki także na sem. 3. W pierwszym semestrze wszyscy studenci mieli kolokwia oraz egzamin typu closed book, a w drugim semestrze, kolokwia były także typu closed book, natomiast egzamin był częściowo typu open book.

##### 4.2. Wyniki badania

Spośród 67 osób na pytanie czy egzamin lub kolokwium z matematyki powinny być typu open book, pozytywną odpowiedź udzieliło 46%, negatywną 25%, a 29% ankietowanych wybrało odpowiedź *trudno powiedzieć*. W kolejnym pytaniu studenci wyrazili swoją opinię na temat trudności egzaminów typu open book i closed book. Za egzamin trudniejszy 36% ankietowanych uznało egzamin typu open book, a pozostałe 64% stwierdziły, że trudniejszy jest egzamin typu closed book. W Tabelicy 2. przedstawione zostały szczegółowe dane dotyczące wyników ankiety.

Tabelica 2. Wyniki ankiety (OBE – egzamin typu open book, CBE – egzamin typu closed book)

		powinien być OBE	powinien być CBE	trudno powiedzieć
trudniejszy OBE	24	7	12	5
trudniejszy CBE	43	24	5	14
razem	67	31	17	19

Wyniki ankiety wskazują, że większość studentów jako trudniejszy uznała egzamin zamkniętej książki. Ponadto, między oceną trudności egzaminu typu open book i closed book, a preferencjami studentów dotyczącymi wyboru formy

egzaminu istnieje istotna zależność ( $\chi^2(2, N=67)=12,049$ ;  $p=0,0024$ ). Osoby uznające za trudniejszy egzamin typu open book chciały, aby przeprowadzany był egzamin typu closed book, a osoby uznające za trudniejszy egzamin typu closed book preferowały egzamin typu open book. Widać, że studenci wykazują pragmatyczne podejście i chcą zdawać łatwiejszy egzamin. Należy dodać, że znaczna część ankietowanych (29%) nie było zdecydowanych, która z form egzaminu ich zdaniem jest trudniejsza.

Okazuje się jednak, że egzamin typu open book nie jest wcale łatwiejszy, co wynika z kolejnego badania.

#### 5. BADANIE 2.: EGZAMIN Z MATEMATYKI

##### 5.1. Opis badania

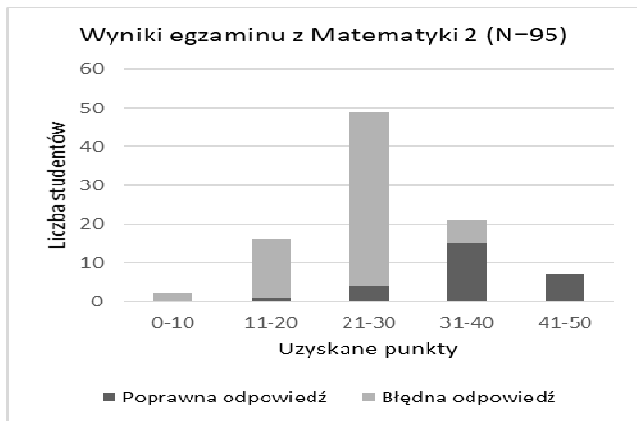
Badanie objęło 95 studentów pierwszego roku studiów stacjonarnych pierwszego stopnia Wydziału Mechanicznego Politechniki Łódzkiej i zostało przeprowadzone w semestrze letnim roku akademickiego 2020/2021. Analizie zostały poddane wyniki egzaminu z Matematyki 2. Egzamin składał się z 20 pytań, obejmował zarówno pytania zamknięte jak i otwarte (pytania krótkiej odpowiedzi) i był przeprowadzony zdalnie z wykorzystaniem platformy Moodle. Z egzaminu można było maksymalnie uzyskać 50 punktów (nie było punktów ujemnych za błędne odpowiedzi). Dla 19 zadań egzamin był typu closed book, a dla jednego był typu open book. Studenci mogli korzystać z materiałów przygotowanych przez wykładowcę, które dotyczyły Transformaty Laplace'a i obejmowały tablice oraz podstawowe wzory z tej tematyki. Dla pozostałych zagadnień studenci nie mieli dostępnych materiałów. W zadaniu obejmującym Transformację Laplace'a (TL) podany był obraz i należało określić oryginał. Rozwiązanie wymagało właściwego przekształcenia obrazu, skorzystania z dostępnych wzorów i odczytania oryginału z tablic.

Na wykładzie rozwiązywane były zadania z zakresu TL, w których należało wyznaczyć oryginał. Takie zadania były także zaprezentowane w notatkach do wykładu. Ponadto, w przykładowym egzaminie udostępnionym studentom także znalazło się zadanie tego typu. Należy jednak zaznaczyć, że zadanie na egzaminie wymagało wykonania innych przekształceń niż te przedstawiane na wykładzie i w materiałach. Jego rozwiązanie wiązało się także z właściwym wykorzystaniem odpowiednich wzorów. Oczywiście dostępne wzory były wystarczające do poprawnego rozwiązania zadania.

##### 5.2. Wyniki badania

Z 95 osób, które uczestniczyły w egzaminie, zadanie TL poprawnie rozwiązało 27 (ciemniejsze zacięniowanie na histogramie), zaś błędnie lub nie przedstawiło rozwiązania aż 68 osób (jaśniejsze zacięniowanie na histogramie). Wskaźnik trudności zadania TL  $q=0,72$  wskazuje, że było to zadanie trudne. Istnieje istotna korelacja pomiędzy wynikami z egzaminu, a poprawnym rozwiązaniem zadania TL ( $R=0,7$ ,  $t=9,45$ ;  $p<0,001$ ). Studenci, którzy uzyskali wysoki wynik z egzaminu zwykle poprawnie rozwiązywali zadanie TL, a osoby z niskim wynikiem nie rozwiązywały go.

Na rysunku 1. przedstawione zostały wyniki studentów uzyskane na egzaminie z Matematyki 2 oraz wyniki uzyskane z zadania TL.



Rys. 1. Wyniki egzaminu z Matematyki 2

## 6. WNIOSKI KOŃCOWE

Egzamin typu open book jest swoistym pretekstem nie tylko do wprowadzenia głębszych zmian w egzaminowaniu, ale do zmodyfikowania całego procesu nauczania matematyki. Chodzi o przesunięcie nacisku z zapamiętywania faktów i stosowania standardowych metod w klasycznych sytuacjach (zadania z grupy A w taksonomii MATH) w stronę transferu informacji, wykorzystywania wiedzy w nowych sytuacjach, interpretacji, porównywania i oceniania (czyli do zadań z grup B i C w taksonomii MATH). Oczywiście działania nie mogą ograniczyć się jedynie do zmiany egzaminu, ale zdecydowanie powinny dotyczyć całego procesu kształcenia. Przeprowadzone badania wskazują, że studenci pomimo, że preferują egzamin ich zdaniem łatwiejszy (badanie 1.), czyli w tym przypadku egzamin typu open book, to wyniki egzaminu (badanie 2.) pokazują, że w praktyce ten typ egzaminu nie okazał się łatwiejszy. Zadanie TL dobrze różnicuje studentów pod względem ich wyników z rozważanego egzaminu. Jeśliby nawet przyjąć, że studenci korzystali z materiałów zewnętrznych podczas rozwiązywania pozostałych zadań na

egzaminie, to rodzaj zadania spowodował, że poradzili sobie z nim ci, którzy z całego egzaminu uzyskali wyższe wyniki.

Podsumowując, egzamin typu closed book powinien być wykorzystywany w sytuacji, gdy sprawdzamy wiedzę podstawową, bazową dla danego przedmiotu, rozumianą jako wiedzę, którą przyszły inżynier powinien być w stanie użyć natychmiast bez potrzeby korzystania ze źródeł zewnętrznych. Natomiast wiedza i umiejętności, które student powinien rozumieć i potrafić właściwie zastosować, ale z wykorzystaniem źródeł zewnętrznych, powinny być weryfikowane poprzez egzamin typu open book. Oczywiście, eksperci z dziedziny powinni określić zakres merytoryczny każdego z tych egzaminów.

Egzamin typu open book może w istotnym stopniu wspierać odkrywanie i ujawnianie się rozważanej wcześniej prawdziwej matematycznej wartości. Na koniec warto przytoczyć słowa, które autor niniejszego artykułu podał w [4], a które nadal pozostają aktualne: „Zastanawiając się nad tym jak powinna wyglądać nowoczesna edukacja, musimy pamiętać, że kształcimy osoby [...], które będą musiały stawić czoła problemom, z których dziś nie zdajemy sobie jeszcze sprawy. Kształcimy przyszłych fachowców pracujących w realiach XXI, a nie XIX wieku”. Zatem musimy ich do tego przygotować.

## 7. BIBLIOGRAFIA

1. <https://wsjp.pl> [dostęp 14.09.2021]
2. Darlington E.: The use of Bloom's taxonomy in advanced mathematics questions, Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics 33(1) March 2013. <https://bsrlm.org.uk/wp-content/uploads/2016/02/BSRLM-IP-33-1-02.pdf>
3. <https://www.britannica.com/biography/Jean-Piaget> [dostęp 14.09.2021]
4. Małolepszy M.: Programy komputerowe w nauczaniu matematyki, Informatyka w dobie XXI wieku. Technologie informatyczne w nauce, technice i edukacji (red.) Jastriebow A., Radom 2009, s. 245-248.

## OPEN BOOK MATHEMATICS EXAM IN EDUCATION OF FUTURE ENGINEERS

The article discusses the issues of the open book exam, presents its characteristics and reasons for using this form of examination. The tasks on such an exam usually require explanation, interpretation, inference, analysis of the given problem and use of knowledge. In this kind of exam problem solving, critical thinking and creativity are supported. So, we come to the higher categories in Bloom's taxonomy and from the mathematics didactics point of view, we consider groups B and C in Mathematical Assessment Task Hierarchy. The conclusions of the survey, conducted among students, concerning the students' attitude to this type of examination are presented. The results of the exam, which was partially open book, are also discussed.

According to the author, knowledge that an engineer should be able to use immediately - without needing to consult outside sources, should be assessed in a closed book exam. Whereas, knowledge that a student should understand and be able to apply properly with the use of reference sources, should be assessed in an open book exam. Teachers and experts decide which knowledge is to be assessed in a closed book exam and which in an open book exam.

The author is convinced that an open book exam can significantly support the discovery and disclosure of the "true mathematical value" considered in the article.

**Keywords:** exam, open book exam, teaching mathematics, education of engineers.