# Krzysztof KUPIEC, Barbara LARWA, Tadeusz KOMOROWICZ, Krzysztof NEUPAUER

e-mail: kkupiec@chemia.pk.edu.pl

Katedra Inżynierii Chemicznej i Procesowej, Wydział Inżynierii i Technologii Chemicznej, Politechnika Krakowska, Kraków

# Profile temperatur w gruncie o niejednorodnych właściwościach fizycznych

### Wstęp

Typowy grunt składa się z trzech faz: stałej, ciekłej i gazowej. Fazy płynne, które stanowią woda i powietrze wypełniają przestrzenie międzyziarnowe. Grunt jest zatem układem wielofazowym [*Al-Khoury, 2012*]. Do modelowania transportu ciepła w gruncie dogodnie jest posługiwać się zastępczym współczynnikiem dyfuzyjności cieplnej uwzględniającym zarówno przewodzenie w ciele stałym jak również transport ciepła w płynie wypełniającym pory. Ze względu na zmienność wilgotności gruntu z położeniem przy modelowaniu transportu ciepła w gruncie powinna być uwzględniana zmienność dyfuzyjności cieplnej.

W pracy wyznaczono profile temperatur w gruncie w warunkach naturalnych oraz w przypadku zainstalowanego poziomego gruntowego wymiennika ciepła. Przyjęto, że dyfuzyjność cieplna gruntu jest zmienna z położeniem. Przeanalizowano w jaki sposób zmiany właściwości fizycznych gruntu wpływają na rozkład temperatur w gruncie, od którego zależy działanie gruntowego wymiennika ciepła sprzężonego z pompą ciepła [*Rubik, 2011*].

# Przewodzenie ciepła w materiałach porowatych

Właściwości cieplne gruntów zmieniają się znacznie przy pozornie niewielkich zmianach czynników mających wpływ na proces przenoszenia ciepła. Proces transportu ciepła w gruncie uwarunkowany jest przewodzeniem ciepła w ziarnach minerałów występujących w gruncie, przewodzeniem przez powietrze lub wodę wypełniające pory, ewentualną konwekcją swobodną wewnątrz porów oraz termicznym oporem na styku ziaren. W gruntach wilgotnych znajdujących się w temperaturach niższych od 0°C proces przewodzenia ciepła komplikuje się jeszcze bardziej na skutek przejścia fazowego części wody w lód.

Russell wyprowadził zależność na efektywną przewodność cieplną porowatego materiału jako funkcję właściwości ciała stałego oraz płynu. Zależność jest następująca [Woodside, 1958]:

$$k = k_s \frac{\varepsilon^{2/3} + \kappa}{\varepsilon^{2/3} \left(1 - \varepsilon^{1/3}\right) + \kappa}$$
(1)

gdzie  $\varepsilon$  jest porowatością, zaś  $\kappa$  jest określone wzorem:

$$=k_{s}/(k_{f}-k_{s}) \tag{2}$$

gdzie k,  $k_s$  i  $k_f$  oznaczają odpowiednio przewodnictwo cieplne materiału porowatego, ciała stałego i płynu.



Rys.1. Interpretacja zależności (1)

Jeżeli płynem wypełniającym pory jest woda, to najczęściej jest  $k_f > k_s$ , a zatem  $\kappa > 0$  co daje ostatecznie  $k > k_s$ . Jeżeli natomiast  $k_f < k_s$ , co zawsze obowiązuje gdy płynem jest gaz, to  $\kappa < 0$  i  $k < k_s$ . W pierwszym przypadku im jest większa porowatość (zawartość cieczy), tym jest większy współczynnik przewodzenia k. W przy-

padku gazu wypełniającego pory im większa porowatość, tym współczynnik przewodzenia układu jest mniejszy. Model *Russella* spełnia następujące warunki: dla  $\varepsilon = 1$  jest  $k = k_f$  zaś dla  $\varepsilon = 0$  jest  $k = k_s$ . Graficzną interpretację zależności (1) przedstawiono na rys.1.

### Zależności obliczeniowe

Grunt potraktowano jako ciało półnieskończone. Założono, że jedynym mechanizmem transportu ciepła w gruncie jest przewodzenie. Równanie przewodzenia ciepła ma postać [*Cengel*, 2010]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ a(x) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{q_v}{c\rho}$$
(3)

gdzie: *T* – temperatura, *t* – czas, *x* – współrzędna położenia (odległość od powierzchni gruntu), *a* (= $k/(c\rho)$ ) – dyfuzyjność cieplna, *c* – ciepło właściwe,  $\rho$  – gęstość,  $q_v$  – wydajność źródła ciepła. Przy pominięciu oporu przenoszenia ciepła pomiędzy powierzchnią gruntu a otoczeniem warunek brzegowy na powierzchni ma postać:

$$x = 0 \qquad T = T_a \tag{4}$$

Temperatura otoczenia T<sub>a</sub> jest zmienna, zgodnie z zależnością:

$$T_a = T_b + B \cdot \cos\left[\omega(t - t_{\max})\right] \tag{5}$$

gdzie:  $T_b$  – temperatura średnia, B – amplituda,  $t_{max}$  – czas, po którym osiągana jest maksymalna temperatura w ciągu roku. Częstotliwość wynosi  $\omega = 2\pi/t_c$  przy czym  $t_c = 365$  dni. W obliczeniach używano następujących wartości:  $T_b = 8,5$ °C, B = 10,4 K,  $t_{max} = 198$  dni.

Drugi warunek brzegowy dotyczy gruntu na dużej głębokości gdzie temperatura jest stała:

$$x \to \infty (h_{\inf}) \qquad T = T_b$$
 (6)

Wyniki obliczeń profili temperatur przedstawiono na rys. 2÷5. We wszystkich przypadkach dyfuzyjność cieplną gruntu opisano funkcją skokową. Na rys. 2 i 4 funkcja a(x) ma postać:

$$a(x) = \begin{cases} 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} & \text{dla} \quad x < 2 \text{ m} \\ 0.2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} & \text{dla} \quad x \ge 2 \text{ m} \end{cases}$$
(7)

Natomiast na rys.3 i 5 zmienność dyfuzyjności cieplnej z głębokością jest następująca:

$$a(x) = \begin{cases} 0, 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} & \text{dla} & x < 1 \text{ m} \\ 1, 0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} & \text{dla} & x \ge 1 \text{ m} \end{cases}$$
(8)

Obliczenia przeprowadzono metoda różnic skończonych.

# Profile temperatur w gruncie w warunkach naturalnych

Rys.2 i 3 dotyczą gruntu w warunkach naturalnych tzn. bez zainstalowanego wymiennika ciepła. W tych warunkach  $q_y = 0$ .

Na pierwszym z tych rysunków dyfuzyjność cieplna w wierzchniej warstwie gruntu (0.2 m) jest duża co powoduje, że gradienty temperatur są niewielkie, czyli linie profili temperatur są strome. Na głębokościach poniżej 2 m linie profili są mniej pochylone. Natomiast na głębokościach poniżej 6 m temperatura gruntu stabilizuje się czyniąc zadość warunkowi brzegowemu (6).

Na rys. 3 dyfuzyjność cieplna w wierzchniej warstwie gruntu (0-1 m) jest niewielka co powoduje, że gradienty temperatur są duże, a linie profili temperatur maja niewielkie nachylenie. Poniżej tej warstwy obserwuje się większe pochylenie profili, charakterystyczne dla gruntu o dużej dyfuzyjności cieplnej. W głębszych warstwach gruntu jego temperatura stabilizuje się zdążając do wartości  $T_b = 8.5$  °C.



Rys.2. Profile temperatur gruntu w warunkach naturalnych. Większa dyfuzyjność cieplna gruntu w warstwie wierzchniej

Stabilizacja ma jednak łagodniejszy przebieg w porównaniu z rys. 2, bowiem im jest większa dyfuzyjność cieplna gruntu, tym większa jest głębokość, przy której temperatura stabilizuje się.



Rys.3. Profile temperatur gruntu w warunkach naturalnych. Mniejsza dyfuzyjność cieplna gruntu w warstwie wierzchniej

# Profile temperatur w gruncie z zainstalowanym wymiennikiem

Wydajność źródła ciepła  $q_v$  w równaniu (3) jest to moc cieplna generowana w jednostkowej objętości ciała V. Wielkość ta jest związana z transportem ciepła pomiędzy cieczą roboczą przepływającą przez gruntowy wymiennik ciepła Q, a gruntem [*Kupiec i in.*, 2015]. Ponieważ źródło (rury wymiennika) są umieszczone w odległości h od powierzchni gruntu, a zatem dla x = h:

$$q_v = -Q/V \tag{9}$$

natomiast dla  $x \neq h$  jest  $q_v = 0$ .

Rys. 4 i 5 dotyczą gruntu z zainstalowanym wymiennikiem ciepła. Przyjęto, ze wymiennik jest podłączony do pompy ciepła o mocy 5000 W, a jego rury są umieszczone na obszarze 500 m<sup>2</sup>. Wymiennik jest załączony gdy średniodobowa temperatura otoczenia jest niższa od 7.5°C, a temperatura gruntu na poziomie zainstalowania rur wymiennika jest większa od 1°C.

Na rys. 4 przedstawiono profile temperatur gruntu, w którym wymiennik jest zainstalowany na głębokości 1 m przy czym w zakresie głębokości 0÷2 m grunt ma większą dyfuzyjność cieplną. Kształty profili temperatur są podobne jak na rys. 2. Wynika to stąd, że ze względu na dobrą dyfuzyjność cieplną i płytkie umiejscowienie wymiennika ciepło jest pobierane głownie z powierzchni gruntu. Warstwa gruntu poniżej 2 m, o niskiej dyfuzyjności cieplnej ma niewielki udział w procesie przenoszenia ciepła.

Na rys. 5 przedstawiono wyniki obliczeń dla przypadku gdy wymiennik gruntowy jest umieszczony na głębokości 2 m przy czym poniżej głębokości 1 m grunt ma wyższą dyfuzyjność cieplną. Wierzchnia warstwa gruntu (0÷1 m) o niewielkiej dyfuzyjności cieplnej stanowi utrudnienie dla ruchu ciepła pomiędzy powierzchnią gruntu a wyziębionym gruntem na poziomie rur wymiennika umieszczonych na dość dużej głębokości.

Ciepło jest zatem transportowane z głębszych warstw gruntu co silnie deformuje profile temperatur w tych warstwach. Na głębokości 10 m temperatura gruntu nie jest stabilna jak w poprzednio rozpatrywanych przypadkach.



Rys.4. Profile temperatur gruntu z zainstalowanym wymiennikiem. Większa dyfuzyjność cieplna gruntu w warstwie wierzchniej

Istotne różnice w przebiegach profili dla pierwszego i piątego roku działania wymienników gruntowych pojawiają się tylko dla przypadku przedstawionego na rys.5.



Rys.5. Profile temperatur gruntu z zainstalowanym wymiennikiem. Mniejsza dyfuzyjność cieplna gruntu w warstwie wierzchniej

W obliczeniach numerycznych należało odpowiednio dobrać wielkość głębokości gruntu, dla której jego temperatura jest ustabilizowana ( $h_{inf}$ ). Konieczne było dobranie wartości  $h_{inf} = 50$  m (w pozostałych przypadkach wystarczające było  $h_{inf} = 20$  m).

### Wnioski

Gdy warstwa gruntu o większej dyfuzyjności cieplnej znajduje się powyżej warstwy o mniejszej dyfuzyjności, górna warstwa nie ma istotnego znaczenia dla rozkładu temperatur w warstwach niższych, ponieważ temperatura w warstwie górnej jest wtedy zbliżona do temperatury powierzchni gruntu.

Gdy warstwa gruntu o większej dyfuzyjności cieplnej znajduje się poniżej warstwy o mniejszej dyfuzyjności, górna warstwa gruntu stanowi bufor oddzielający warstwę dolną od wpływu powierzchni gruntu.

Gdy w gruncie znajduje się wymiennik ciepła, a wierzchnia warstwa gruntu ma niewielką dyfuzyjność cieplną, to profile temperatur w niższych warstwach ulegają znacznym i długotrwałym zmianom czasowym. Po kilku latach działania wymiennika w tych warunkach wychłodzenie gruntu może być znaczne, ponieważ nie jest odpowiednio kompensowane transportem ciepła z otoczenia.

#### LITERATURA

- Al-Khoury R., 2012. Computational Modeling of Shallow Geothermal Systems. CRC Press
- Cengel Y., Ghajar A., 2010. Heat and mass transfer: fundamentals and applications, McGrawHill
- Kupiec K., Larwa B., Gwadera M., 2015. Heat transfer in horizontal ground heat exchangers. *Appl. Therm. Eng.*, **75C**, 270-276. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2014.10.003
- Rubik M., 2011. Pompy ciepła w systemach geotermii niskotemperaturowej, Multico, Warszawa
- Woodside W., 1958. Calculation of the thermal conductivity of porous media. Can. J. Phys., 36, 815-823. DOI: 10.1139/p58-087