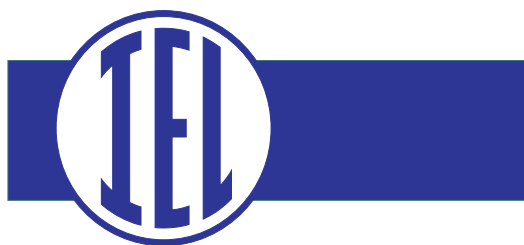


**PRACE
INSTYTUTU
ELEKTROTECHNIKI**

**PROCEEDINGS
OF
ELECTROTECHNICAL
INSTITUTE**

ISSN-0032-6216



WARSZAWA
LXII
Zeszyt 271

REDAKCJA

REDAKTOR NACZELNY:

dr hab. inż. Wojciech Krajewski, prof. IEL
tel.: 22 11 25 347, e-mail: w.krajewski@iel.waw.pl

SEKRETARZ REDAKCJI:

Magdalena Kamińska
tel. 22 11 25 221, e-mail: m.kaminska@iel.waw.pl

RADA PROGRAMOWA

Przewodniczący:

prof. Marian Kaźmierkowski

Polska Akademia Nauk

Członkowie:

prof. Kazimierz Adamiak

prof. Hartmut Brauer

prof. Ivo Doležel

prof. Zenon Hotra

prof. Bill Lionheart

prof. Piotr E. Marszałek

prof. Bolesław Mazurek

prof. Krystyn Pawluk

prof. Henryk Sibilski

prof. Josef Slama

prof. Jan Sokółowski

prof. Jan Sikora

prof. Kazimierz Zakrzewski

University of Western Ontario, Canada

Ilmenau University of Technology, Germany

Czech Technical University, Czech Republic

Narodowy Uniwersytet Techniczny „Lvivska
Politechnika”, Ukraina

University of Manchester, United Kingdom

Duke University, USA

Instytut Elektrotechniki

Instytut Elektrotechniki

Instytut Elektrotechniki

Slovak University of Technology, Slovakia

Université de Lorraine, Campus des Aiguillettes, France

Politechnika Lubelska

Politechnika Łódzka

Redakcja techniczna: Magdalena Kamińska

Wszystkie artykuły publikowane w *Pracach Instytutu Elektrotechniki* są recenzowane. Wersja drukowana jest wersją pierwotną czasopisma.

Prace IEL indeksowane są w następujących bazach: Inspec, Index Copernicus, BazTech oraz Google Scholar.

Wszystkie informacje o czasopiśmie, instrukcje oraz formularze dla autorów i recenzentów znajdują się na stronie www.iel.waw.pl w zakładce Wydawnictwa.

ADRES REDAKCJI:

Instytut Elektrotechniki

Wydawnictwo Naukowo-Techniczne

ul. M. Pożaryskiego 28, 04-703 Warszawa

tel.: 22 11 25 221; fax: 22 11 25 445;

e-mail: m.kaminska@iel.waw.pl

WSZELKIE PRAWA ZASTRZEŻONE

© Copyright by Instytut Elektrotechniki



INSTYTUT
ELEKTROTECHNIKI



Konrad Jacek DĄBAŁA

***HYBRYDOWA METODA
WYZNACZANIA SPRAWNOŚCI
SILNIKÓW INDUKCYJNYCH***



**Prace Instytutu
Elektrotechniki
zeszyt 271, 2015**



OPINIOWALI:

Dr hab. inż. Jakub BERNATT, prof. Inst. KOMEL
Prof. dr hab. inż. Grzegorz KAMIŃSKI

Wyrażam wdzięczność za pomoc merytoryczną nieodżałowanemu Panu Prof. dr hab. inż. Mirosławowi Dąbrowskiemu oraz serdecznie dziękuję koleżankom i kolegom z Zakładu Maszyn Elektrycznych Instytutu Elektrotechniki za pomoc w badaniach, których wyniki przyczyniły się w znacznej części do powstania tej monografii.

Pracę tę dedykuję mojej żonie Grażynie oraz moim synom: Mateuszowi i Łukaszowi.

SPIS TREŚCI

STRESZCZENIE	9
WYKAZ OZNACZEŃ I SKRÓTÓW	10
1. WPROWADZENIE	12
1.1. Zużycie energii przez silniki elektryczne	12
1.2. Definicja sprawności maszyny elektrycznej	17
1.3. Rodzaje metod wyznaczania sprawności	17
1.4. Sytuacja normalizacyjno-prawna dotycząca sprawności silników elektrycznych	18
1.5. Podsumowanie	26
2. HYBRYDOWA METODA WYZNACZANIA SPRAWNOŚCI SILNIKÓW INDUKCYJNYCH	27
2.1. Sprawność bezwarunkowa i warunkowa	27
2.1.1. Klasyfikacja sprawności	29
2.1.2. Metody wyznaczania sprawności	30
2.1.3. Błąd wyznaczania sprawności bezwarunkowej	32
2.1.4. Błąd wyznaczania sprawności warunkowej	34
2.1.5. Porównanie dokładności metod	36
2.1.6. Algorytm do obliczania pochodnej strat mocy względem napięcia zasilającego	37
2.1.7. Algorytm do obliczania pochodnej strat względem częstotliwości napięcia zasilającego	41
2.1.8. Algorytm do obliczania pochodnej strat względem mocy wydawanej ...	41
2.1.9. Wpływ napięcia, częstotliwości i mocy wydawanej na sprawność	44
2.1.9.1. Wyznaczanie sprawności bezwarunkowej	44
2.1.9.2. Wyznaczanie sprawności warunkowej	44
2.1.9.3. Podsumowanie wyników obliczeń	49
2.1.10. Metodyka uwzględnienia wpływu kształtu napięcia zasilającego na sprawność	50
2.1.11. Metodyka uwzględnienia wpływu asymetrii napięcia zasilającego na sprawność	52
2.1.11.1. Zasilanie niesymetryczne silnika z uzwojeniem stojana połączonym w gwiazdę	60
2.1.11.2. Zasilanie niesymetryczne silnika z uzwojeniem stojana połączonym w trójkąt	60
2.1.11.3. Wyniki badań silnika zasilanego niesymetrycznym układem napięć	61
2.1.12. Metodyka uwzględnienia wpływu temperatury powietrza chłodzącego na sprawność silnika	61
2.1.12.1. Metoda według norm amerykańskiej i kanadyjskiej	62
2.1.12.2. Metoda z zastosowaniem zastępczej sieci cieplnej	63
2.1.12.3. Porównanie wyników obliczeń sprawności otrzymanych różnymi metodami	65
2.1.12.4. Podsumowanie wyników obliczeń	67
2.2. Propozycje nowych modeli przepływu mocy w silniku	68
2.2.1. Model przepływu mocy bez uwzględniania strat dodatkowych obciążeniowych	70
2.2.2. Model przepływu mocy z uwzględnieniem strat dodatkowych obciążeniowych	71
2.2.3. Propozycja nowego modelu przepływu mocy z uwzględnieniem rozpływu strat zbliżonego do rzeczywistego	72

2.2.4.	Propozycja 1 nowej metody wyznaczania sprawności	73
2.2.5.	Propozycja 2 nowej metody wyznaczania sprawności	73
2.2.6.	Podsumowanie	74
2.3.	Zastosowanie arytmetyki interwałowej do wyznaczania błędu granicznego sprawności silników indukcyjnych	76
2.3.1.	Oznaczenia interwałów	77
2.3.2.	Elementy algebry abstrakcyjnej	78
2.3.3.	Jak można rozumieć interwał	81
2.3.4.	Arytmetyka interwałowa	81
2.3.5.	Pułapki arytmetyki interwałowej	87
2.3.6.	Przykład zastosowania arytmetyki interwałowej	89
2.3.7.	Analiza porównawcza wyznaczania sprawności	91
2.3.7.1.	Wyznaczenie niepewności typu B – metoda bezpośrednia	91
2.3.7.2.	Wyznaczenie błędu granicznego za pomocą arytmetyki interwałowej – metoda bezpośrednia	94
2.3.7.3.	Porównanie wyników sprawności – metoda bezpośrednia ...	96
2.3.7.4.	Wyznaczenie niepewności typu B – metoda pośrednia	96
2.3.7.5.	Wyznaczenie błędu granicznego za pomocą arytmetyki interwałowej – metoda pośrednia	105
2.3.7.6.	Porównanie wyników sprawności – metoda pośrednia	107
2.3.8.	Podsumowanie	109
2.4.	Przyrządy pomiarowe i urządzenia laboratoryjne używane do wyznaczania sprawności	110
2.4.1.	Obiekty i metody badań	111
2.4.2.	Wyniki pomiarów	111
2.4.3.	Analiza wyników pomiarów i wnioski	124
2.5.	Zastosowanie hybrydowej metody wyznaczania sprawności	126
2.5.1.	Baza danych silników indukcyjnych	126
2.5.2.	Program do wyznaczania sprawności silnika indukcyjnego metodą hybrydową	130
2.5.3.	Arkusze do wyznaczania błędu granicznego metodą klasyczną i z użyciem interwałów	135
3.	PODSUMOWANIE	136
	SPIS LITERATURY	139

CONTENTS

ABSTRACT	9
LIST OF ABBREVIATIONS	10
1. INTRODUCTION	12
1.1 Power consumption by electrical motors	12
1.2 Definition of electrical machine efficiency	17
1.3 Kinds of methods of the efficiency determination	17
1.4 The normalizing-legal situation concerning the efficiency of electrical motors ...	18
1.5 Summary	26
2. HYBRID METHOD OF INDUCTION MOTORS EFFICIENCY DETERMINATION	27
2.1. Unconditional and conditional efficiency	27
2.1.1. Classification of the efficiency	29
2.1.2. Methods of the efficiency determination	30
2.1.3. Error of the unconditional efficiency determination	32
2.1.4. Error of the conditional efficiency determination	34
2.1.5. Comparison of accuracies of methods	36
2.1.6. Algorithm for calculating the derivative of power losses in regard to supply voltage	37
2.1.7. Algorithm for calculating the derivative of losses in regard to frequency of supply voltage	41
2.1.8. Algorithm for calculating the derivative of losses in regard to output power	41
2.1.9. Influence of voltage, frequency and output power on the efficiency	44
2.1.9.1. Determination of unconditional efficiency	44
2.1.9.2. Determination of conditional efficiency	44
2.1.9.3. Summary of calculation results	49
2.1.10. Methodology of taking into account the influence of the voltage shape on the efficiency	50
2.1.11. Methodology of taking into account the influence of the voltage asymmetry on the efficiency	52
2.1.11.1. Asymmetrical supply of the motor with the stator winding connected into the star	59
2.1.11.2. Asymmetrical supply of the motor with the stator winding connected into the triangle	60
2.1.11.3. Tests results of the motor supplied by asymmetrical voltage system	61
2.1.12. Methodology of taking into account the influence of the cooling air temperature on the efficiency	61
2.1.12.1. Method by American and Canadian standarts	62
2.1.12.2. Method with using the equivalent thermal net	63
2.1.12.3. Comparison of the calculation results received from various methods	65
2.1.12.4. Suming up of the calculation results	67
2.2. Proposals of the new models of the power flow in the motor.....	68
2.2.1. Model of the power flow without taking the stray load losses into account	70
2.2.2. Model of the power flow with taking into account the stray load losses.	71
2.2.3. Proposal of the new model of the power flow which takes into consideration the power flow close to the real flow	72
2.2.4. Proposal no. 1 of a new efficiency determination method	73

2.2.5.	Proposal no. 2 of a new efficiency determination method	73
2.2.6.	Summary	74
2.3.	Application of the interval arithmetic to determine the border error of the induction motors efficiency	76
2.3.1.	Interval notation	77
2.3.2.	Elements of abstract algebra	78
2.3.3.	How it is possible to understand the interval	81
2.3.4.	Interval arithmetic	81
2.3.5.	Traps of interval arithmetic	87
2.3.6.	Example of applying interval arithmetic	89
2.3.7.	Comparative analysis of the efficiency determination	91
2.3.7.1.	Determination of the uncertainty of the type B – direct method	91
2.3.7.2.	Determination of the border error with interval arithmetic – direct method	94
2.3.7.3.	Comparison of the efficiency results – direct method	96
2.3.7.4.	Determination of the uncertainty of the type B – indirect method	96
2.3.7.5.	Determination of the border error with interval arithmetic – indirect method	105
2.3.7.6.	Comparison of the efficiency results – indirect method	107
2.3.8.	Summary	109
2.4.	Measuring instruments and laboratory devices used for the efficiency determination	110
2.4.1.	Objects and testing methods	111
2.4.2.	Results of measurements	111
2.4.3.	Analysis of measurements results and conclusions	124
2.5.	Applying the hybrid method of the efficiency determination	126
2.5.1.	Database of induction motors	126
2.5.2.	Program for the efficiency determination of the induction motor by the hybrid method	130
2.5.3.	Sheets for the border error determination with classic method and with intervals using	135
3.	SUMMARY	136
	REFERENCES	139

STRESZCZENIE *W pracy przedstawiono hybrydową metodę wyznaczania sprawności silników indukcyjnych. Jest to system wyznaczania sprawności, w którym uwzględnia się wpływ warunków pomiaru, określonych przez wybrane parametry, według zaproponowanych algorytmów na sprawność silnika indukcyjnego klatkowego budowy zamkniętej. Nazwa „hybrydowa” jest uzasadniona tym, że w metodzie tej proces pomiarowy połączony jest z obliczeniami wymagającymi danych konstrukcyjnych i materiałowych silnika i bazującymi na algorytmach zbliżonych do algorytmów projektowych, z uwzględnieniem jednak danych z pomiarów.*

Poza uwzględnieniem warunków pomiaru zaproponowano nowe modele przepływu mocy w silniku, modyfikacje strat w rdzeniu i mechanicznych oraz związane z tymi modelami i modyfikacjami nowe metody wyznaczania sprawności, zastosowanie arytmetyki interwałowej do wyznaczania błędu systematycznego granicznego sprawności oraz przyrządy pomiarowe i urządzenia laboratoryjne używane do wyznaczania sprawności optymalnych z punktu widzenia wyznaczania sprawności.

Stosowanie tej metody jest korzystne zarówno dla użytkowników silników jak i dla ich producentów. Dla użytkowników – ze względu na to, że otrzymywana tą metodą wartość sprawności jest bardziej zbliżona do rzeczywistej, dla producentów – ze względu na to, że nieuwzględnienie w dostatecznym stopniu warunków pomiaru prowadzi do obniżenia wyznaczonej sprawności wyprodukowanego przez nich silnika.

Słowa kluczowe: *maszyny elektryczne, silniki indukcyjne klatkowe, sprawność, metody wyznaczania sprawności silników indukcyjnych*

WYKAZ OZNACZEŃ I SKRÓTÓW

$[a] = [a^-; a^+]$	– interwał wielkości a , liczba interwałowa wielkości a , liczba przedziałowa wielkości a ; a^- – kraniec dolny interwału, a^+ – kraniec górny interwału,
$\cos \varphi$	– współczynnik mocy,
$I (I_{ph})$	– prąd liniowy (fazowy),
I_s, I_r'	– prąd uzwojenia fazowego odpowiednio stojana oraz wirnika,
I_z	– prąd stały przy pomiarze rezystancji w pomiarach wstępnych („na zimno”),
j	– jednostka urojona,
m_s, m_r	– liczba uzwojeń fazowych odpowiednio stojana i wirnika,
N_s	– prędkość synchroniczna pierwszej harmonicznej,
P_{a0}	– straty dodatkowe jałowe,
P_{al}	– straty dodatkowe obciążeniowe,
P_{alr}	– straty dodatkowe obciążeniowe w wirniku,
P_{als}	– straty dodatkowe obciążeniowe w stojanie,
P_{Fe}	– straty mocy w rdzeniu wyznaczane z próby biegu jałowego,
P_{Fep}	– straty mocy w rdzeniu podstawowe,
P_i	– moc wewnętrzna,
P_{in}	– moc pobierana (wejściowa),
P_m	– straty mocy mechaniczne,
P_{mbe}	– straty mocy mechaniczne w łożyskach,
P_{mv}	– straty mocy mechaniczne wentylacyjne,
P_N	– moc znamionowa silnika,
P_{out}	– moc wydawana (wyjściowa),
P_{wr}	– straty w uzwojeniu wirnika,
P_{ws}	– straty w uzwojeniu stojana,
P_t	– suma strat,
$R (R_{ph})$	– rezystancja uzwojenia stojana międzyprzewodowa (fazowa),
R_s, R_r'	– rezystancja uzwojenia fazowego odpowiednio stojana oraz wirnika,
s	– poślizg wirnika względem podstawowej harmonicznej prądu stojana,
T	– moment silnika,
$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$	– macierz przekształcenia,
$U (U_{ph})$	– napięcie międzyfazowe (fazowe),
$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix}$	– macierz napięć niesymetrycznych,
U_1, I_1	– wartości skuteczne podstawowych harmonicznych napięcia i prądu,

$\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$	– wartości skuteczne zespolone napięć,
$\underline{U}_{Ai}, \underline{U}_{Bi}, \underline{U}_{Ci}$	– wartości skuteczne zespolone składowej symetrycznej i ($i \in \{1,2,0\}$) odpowiednio fazy A, B i C ,
U_{aph}, U_{bph}	– napięcia fazowe pomocnicze,
$U_i (U_{iph})$	– siła elektromotoryczna międzyfazowa (fazowa),
U_k, I_k	– wartości skuteczne k -tych harmonicznnych napięcia i prądu,
U_{mk}, U_m	– amplitudy k -tej i pierwszej harmonicznnej napięcia zasilającego,
U_N	– napięcie znamionowe silnika,
U_r	– napięcie zredukowane,
$\mathbf{U}_s = \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}$	– macierz napięć składowych symetrycznych,
U_z	– napięcie stałe przy pomiarze rezystancji w pomiarach wstępnych („na zimno”),
$X (X_{ph})$	– impedancja uzwojenia stojana międzyprzewodowa (fazowa),
η	– sprawność,
ϑ_o	– temperatura powietrza otaczającego,
ϑ_g	– temperatura uzwojenia stojana podczas obciążenia silnika („na gorąco”),
ϑ_z	– temperatura uzwojenia podczas pomiarów wstępnych („na zimno”),
ϕ_k, θ_k	– kąty fazowe k -tych harmonicznnych napięcia i prądu,
ω_1	– pulsacja podstawowej harmonicznnej,
CEMEP	– European Committee of Manufactures of Electrical Machines and Power Electronics (Europejski Komitet Producentów Maszyn Elektrycznych i Energoelektroniki),
EU	– European Union (Unia Europejska),
IE	– International Efficiency (Sprawność Międzynarodowa)
IEC	– International Electrotechnical Commission (Międzynarodowa Komisja Elektrotechniczna),
NEMA	– National Electrical Manufacturers Association (Narodowe Stowarzyszenie Producentów Urządzeń Elektrycznych),
p.p.	– punkt procentowy,
VDF	– Voltage Distortion Factor (współczynnik odkształcenia napięcia),
ZSC	– Zastępcza Sieć Ciepła.

1. WPROWADZENIE

Zagadnienia związane ze sprawnością silników elektrycznych są obecnie jednym z elementów działań prowadzących do oszczędności energii przetwarzanej przez te silniki. Dotyczy to zarówno wymagań obligatoryjnych poziomów sprawności silników jak i metod wyznaczania ich sprawności. W dalszej części wprowadzenia przedstawiono:

- analizę zużycia energii przez silniki elektryczne z wyodrębnieniem ich rodzajów,
- definicję sprawności i rodzaje metod wyznaczania sprawności,
- opis sytuacji prawno-normalizacyjnej dotyczącej sprawności silników,
- podsumowanie.

1.1. Zużycie energii przez silniki elektryczne

W tabeli 1 przedstawiono **światowe zużycie energii** wg sektorów i końcowych odbiorów ze szczególnym uwzględnieniem silników elektrycznych.

TABELA 1

Szacunkowe zużycie energii elektrycznej na świecie (TWh) wg sektorów i końcowych odbiorów (2006 r.), przy całkowitej produkcji energii 19000 TWh, w tym 15700 TWh energii dla użytkowników i 3300 TWh strat transformatorowych i przesyłowych [87]

Sektor/odbior	Silniki elektr.	Ogrzew.	Oświetl.	Urząd. elektron.	Stan czuwania	Elektroliza	Razem	Udział silników %
Przemysł	4400	800	500	200	100	500	6500	28
Mieszkalnictwo	900	1600	900	700	200	0	4300	6
Usługi	1500	200	1300	500	200	0	3700	9
Rolnictwo	100	200	0	100	0	0	400	1
Transport	200	0	100	0	0	0	300	1
Inne	200	150	100	50	0	0	500	1
Ogółem	7300	2950	2900	1550	500	500	15700	46
Udział %	46	19	19	10	3	3	100	

Z zestawienia tego wynika, że silniki elektryczne zużyły ok. 46% światowej energii elektrycznej dostarczonej odbiorcom i udział ten jest największy ze wszystkich rodzajów odbiorów elektrycznych. Najwięcej energii zużyły silniki pracujące w przemyśle (ok. 28%), co stanowi ok. 68% energii zużytej w przemyśle.

Energia zużyta na świecie przez przemysłowe silniki ogólnego przeznaczenia (silniki indukcyjne klatkowe, prądu stałego, synchroniczne i z magnesami trwałymi) o mocy 0,75 kW – 375 kW (tab. 2) wynosiła 4950 TWh (68% energii zużytej przez wszystkie silniki elektryczne), a ich udział w globalnym zużyciu energii wynosił 31% i jest to ta grupa wielkości silników, która zużywa największą ilość energii dostarczonej.

TABELA 2

Udział w zużyciu energii i ilość silników w zależności od przedziału wielkości (mocy znamionowej) silnika na świecie w 2006 r. [87]

Lp.	Zakres mocy i napięcia	Rodzaj silników	Udział w zużyciu energii pobieranej przez wszystkie silniki elektr./całej energii %	Ilość pracujących silników w mln sztuk
1.	małe 0,01-0,75 kW, $U_N < 240$ V	jednofazowe, indukcyjne, z dzielonym biegunem, bocznikowe itd.	9/4	2000,0
2.	średnie 0,75-375 kW, niskonapięciowe 200-1000 V	asynchroniczne 2, 4, 6, 8-biegunowe, prądu przemiennego, silniki specjalne: prądu stałego, z magnesami trwałymi, reluktancyjne przełączalne, krokowe, servo itd.	68/31	230,2
3.	duże 375-10000 kW, 1-20 kV	indukcyjne, synchroniczne, prądu stałego	23/11	0,6
Razem			100/46	2230,6

Zapotrzebowanie **energii w Europie** wynosiło w 2006 roku 2813 TWh [87], co stanowiło ok. 18% zużycia całej energii elektrycznej światowej dostarczonej do użytkowników (tab. 1). Silniki w Europie zużyły 1303 TWh [87], co stanowiło ok. 46% – podobnie jak udział energii zużytej przez wszystkie silniki na świecie (tab. 1).

Z danych przedstawionych w tabeli 3 wynika, że udział w rynku silników z przedziału (0,75; 375> pod względem średniej mocy sumarycznej w przedziale wynosi ok. 82% (suma poz. 2-5), zaś z przedziału (0,75; 750> ok. 91% (suma poz. 2-6). Na podstawie tabeli 3 i tabeli 2 oraz na podstawie udziału silników prądu przemiennego (96,3%; 3,7% – udział silników prądu stałego) można oszacować, że silniki prądu przemiennego o mocach z przedziału (0,75; 750> zużywają ok. 37% światowej energii elektrycznej dostarczonej odbiorcom ((31% + 7,16%)*96,3%; 7,16% = (11%*9,67%)/(9,67%+5,18%)).

W 2002 roku sprzedano w Europie (24 państw UE – bez Malty ale ze Szwajcarią – razem 25 państw) **9 mln sztuk silników prądu przemiennego (96,3%)** i tylko **0,35 mln silników prądu stałego (3,7%)** o mocy powyżej 0,75 kW, przy czym udział ilości silników prądu stałego z przedziału mocy (0,75 kW; 7,5 kW) wynosił 87,3%, z przedziału (7,5 kW; 75 kW) 11,5%, z przedziału (75 kW; 750 kW) 1,2% [5]. W tabeli 4 przedstawiono również podział rodzajowy silników prądu stałego. Prognozy na dalsze lata przewidują dalsze zmniejszenie udziału w rynku silników prądu stałego [5].

Wśród silników prądu przemiennego udział w planowanych dochodach ze sprzedaży w 2006 r. [5] był następujący:

- silniki indukcyjne 3-fazowe 87%,
- silniki synchroniczne 5%,
- silniki uniwersalne 4%,
- silniki jednofazowe 4%.

TABELA 3

Ilość sprzedanych silników prądu przemiennego wielofazowych w Europie w 2010 r. (EU-27 państw), udział w rynku pod względem ilości sztuk [4] i oszacowany przez autora monografii udział w rynku pod względem mocy znamionowej dla różnych przedziałów mocy

Lp.	Przedział mocy znamionowej	Liczba sprzedanych silników	Udział w rynku %	Średnia moc w przedziale kW	Średnia moc sumaryczna w przedziale kW	Udział pod wzgl. śred. mocy sumarycznej %
1.	$P_N \leq 0,75$ kW	11700000	53,42	0,37	4329000	3,56
2.	$0,75$ kW < $P_N \leq 7,5$ kW	8366000	38,20	4,00	33464000	27,52
3.	$7,5$ kW < $P_N \leq 37$ kW	1512000	6,90	22,00	33264000	27,36
4.	37 kW < $P_N \leq 75$ kW	202000	0,92	56,00	11312000	9,30
5.	75 kW < $P_N \leq 375$ kW (bez silników trakcyjnych)	94000	0,43	225,00	21150000	17,40
6.	375 kW < $P_N \leq 750$ kW (bez silników trakcyjnych)	21000	0,10	560,00	11760000	9,67
7.	750 kW < P_N (bez silników trakcyjnych)	7000	0,03	900,00	6300000	5,18
	Razem	21903000	100,00		121579000	100,00

TABELA 4

Udział dochodów ze sprzedaży w rynku silników prądu stałego o mocy powyżej 0,75 kW w zależności od rodzaju silnika w 2002 r. [5]

Rodzaj silnika prądu stałego	Udział w rynku pod względem dochodów w %
bocznikowy	57
z magnesami trwałymi ze szczotkami	22
z magnesami trwałymi bezszczotkowy	15
szeregowy	3
szeregowo-bocznikowy	3

TABELA 5

Informacje rynkowe dotyczące silników niskonapięciowych prądu przemiennego (EU-15 państw, 2006 r.) [5]

Zakres mocy kW	Rynek w mln sztuk	Udział w rynku pod względem ilości %	Moc GW	Udział w rynku pod względem mocy %
0,75-7,5	7,2	79,1	22,5	28,2
7,5-37	1,5	16,5	30,0	37,6
37-75	0,3	3,3	15,6	19,6
75-200	0,1	1,1	11,6	14,6
Razem	9,1	100	79,7	100

Należy zaznaczyć, że szacowany udział importu w rynku silników niskonapięciowych prądu przemiennego wynosi 15% – 25%, silniki produkowane w UE stanowią więc 85% – 75% rynku [5]. W tabeli 6 przedstawiono udział silników niskonapięciowych prądu przemiennego 3-fazowych w zależności od liczby biegunów. Najwięcej jest silników 4-biegunowych (ok. 60%) a następnie 2-biegunowych (ok. 25%).

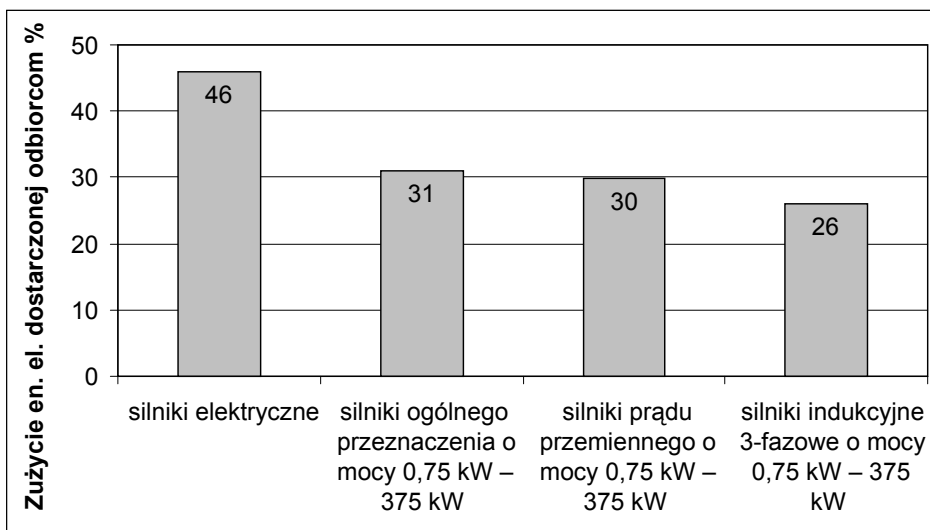
TABELA 6

Udział w rynku silników niskonapięciowych prądu przemiennego 3-fazowych według liczby biegunów (EU-15 and EU-25)

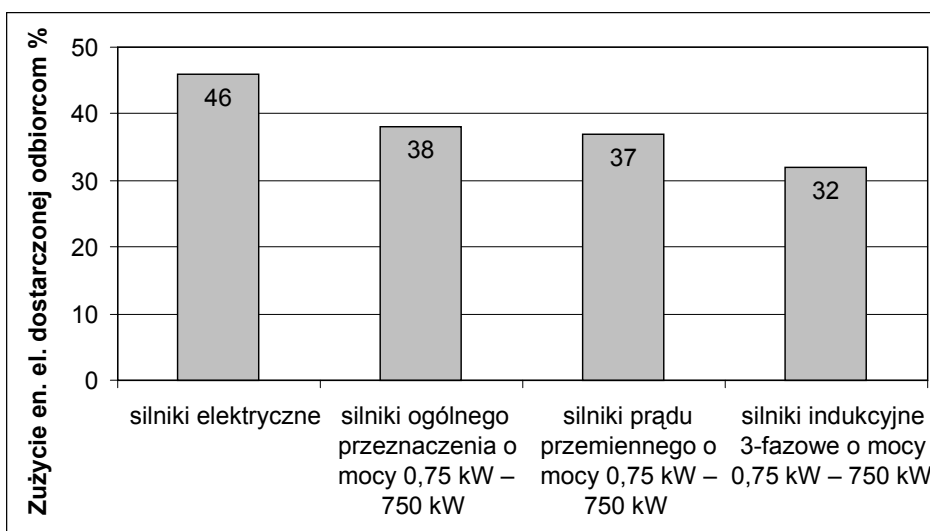
Typ silnika	Udział %	Udział śr. %
2-biegunowy	15-35	25
4-biegunowy	50-70	60
6-biegunowy	7-15	11
8-biegunowy	1-7	4

Wnioski:

- **silniki elektryczne** zużywają ok. 46% światowej energii elektrycznej dostarczonej odbiorcom,
- **silniki ogólnego przeznaczenia** (silniki indukcyjne klatkowe, prądu stałego, synchroniczne i z magnesami trwałymi) o mocy 0,75 kW – 375 kW, których pracuje na świecie 230,2 mln sztuk, zużywają ok. 31% światowej energii elektrycznej dostarczonej odbiorcom,
- na podstawie danych ze sprzedaży silników w Europie można oszacować, że **silniki prądu przemiennego** (bez silników prądu stałego) o mocy 0,75 kW – 375 kW zużywają ok. 29,9% światowej energii elektrycznej dostarczonej odbiorcom (31,0%*96,3%), zaś silniki prądu przemiennego o mocach z przedziału (0,75; 750> zużywają ok. 37% światowej energii elektrycznej dostarczonej odbiorcom,
- na podstawie udziału w planowanych dochodach ze sprzedaży w Europie można oszacować, że **silniki indukcyjne trójfazowe o mocy 0,75 kW – 375 kW** zużywają ok. **26%** światowej energii elektrycznej dostarczonej odbiorcom (29,9%*87,0%), co stanowi ok. 57% zużycia energii przez wszystkie silniki elektryczne na świecie (26%/46%) (rys. 1), natomiast **silniki indukcyjne trójfazowe o mocach z przedziału (0,75; 750>** zużywają ok. **32%** światowej energii elektrycznej dostarczonej odbiorcom (37%*87%), co stanowi ok. 70% zużycia energii przez wszystkie silniki elektryczne na świecie (32%/46%) (rys. 2),
- wśród **silników indukcyjnych trójfazowych** o mocy 0,75 kW – 375 kW największy udział w rynku mają silniki **4-biegunowe (ok. 60%) i 2-biegunowe (ok. 25%)**.



Rys. 1. Zużycie energii elektrycznej dostarczonej odbiorcom na świecie przez silniki elektryczne z uwzględnieniem silników o mocy znamionowej 0,75 kW – 375 kW – oszacowanie autora monografii



Rys. 2. Zużycie energii elektrycznej dostarczonej odbiorcom na świecie przez silniki elektryczne z uwzględnieniem silników o mocy znamionowej 0,75 kW – 750 kW – oszacowanie autora monografii

1.2. Definicja sprawności maszyny elektrycznej

Sprawność w maszynach elektrycznych jest definiowana jako stosunek mocy wydawanej P_{out} do mocy pobieranej P_{in} :

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \quad (1)$$

Ponieważ moc wydawana jest równa mocy pobieranej zmniejszonej o straty P_t występujące w maszynie

$$P_{\text{out}} = P_{\text{in}} - P_t \quad (2)$$

to sprawność można wyrazić jako

$$\eta = \frac{P_{\text{in}} - P_t}{P_{\text{in}}} = 1 - \frac{P_t}{P_{\text{in}}} \quad (3)$$

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{out}} + P_t} = 1 - \frac{P_t}{P_{\text{out}} + P_t} \quad (4)$$

Powyższe zależności słuszne są zarówno dla silników jak i dla prądnic. Wynika z nich, że sprawność można wyznaczyć znając moc wydawaną i pobieraną lub też ze strat w maszynie oraz mocy wydawanej lub pobieranej. Ponieważ w silnikach dogodniej jest mierzyć moc pobieraną (pomiar wielkości elektrycznych), sprawność ich wyznacza się zwykle wg (3). Natomiast – w prądnicach dogodniej jest mierzyć moc wydawaną – dlatego sprawność prądnic wyznacza się zwykle wg (4).

1.3. Rodzaje metod wyznaczania sprawności

W metrologii elektrycznej w zależności od sposobu otrzymywania wartości wielkości mierzonej metody pomiarowe (pomiar) można podzielić na [55, 13] *bezpośrednie*, *pośrednie* i *złożone* [13].

Do *metod bezpośrednich* zalicza się pomiary, w wyniku których wartość wielkości mierzonej otrzymuje się bezpośrednio, bez potrzeby wykonywania dodatkowych obliczeń opartych na zależności funkcjonalnej wielkości mierzonej od innych wielkości. Przykładami takich pomiarów są: pomiar długości linijką; pomiar natężenia prądu amperomierzem.

Do *metod pośrednich* zalicza się pomiary, w wyniku których wartość wielkości mierzonej otrzymuje się pośrednio z pomiarów bezpośrednich innych wielkości związanych zależnością funkcjonalną z wielkością mierzoną. Przykładami takich pomiarów są: pomiar gęstości ciała na podstawie pomiarów jego masy i objętości; pomiar energii elektrycznej na podstawie pomiarów natężenia prądu, napięcia i czasu.

Do *metod złożonych* zalicza się pomiary polegające na bezpośrednim lub pośrednim wyznaczeniu wartości pewnej liczby wielkości związanych ze sobą układem równań algebraicznych. Wyznaczenie wartości wielkości mierzonej wymaga rozwiązania tego układu.

Biorąc pod uwagę powyższe definicje można stwierdzić, że metoda wejście – wyjście (1) jest metodą pośrednią wyznaczania sprawności, natomiast metody z uwzględnieniem strat (3, 4) są metodami złożonymi wyznaczania sprawności. Jednak w dziedzinie badań maszyn elektrycznych tradycyjnie przyjmuje się, że metoda wejście – wyjście (1) jest metodą bezpośrednią, a metody z uwzględnieniem strat (3, 4) są metodami pośrednimi. Takie nazewnictwo używane jest zarówno w literaturze (np. [79]) jak i w niektórych normach (np. [71]). Będzie ono używane także w niniejszej pracy.

1.4. Sytuacja normalizacyjno-prawna dotycząca sprawności silników elektrycznych

Zarówno w publikacjach jak i w normach do wyznaczania sprawności silników indukcyjnych klatkowych przyjmowane są różne modele przepływu mocy. Zwykle wyróżniane są w nich następujące składniki strat:

- straty w uzwojeniu stojana, wyznaczane na podstawie pomiaru prądów i rezystancji,
- straty w rdzeniu otrzymywane zwykle z rozdziału strat z próby biegu jałowego,
- straty w klatce wirnika wyznaczane z mocy wewnętrznej oraz poślizgu,
- straty mechaniczne otrzymywane podobnie jak straty w rdzeniu z rozdziału strat z próby biegu jałowego,
- straty dodatkowe obciążeniowe, które są różnicą mocy pobranej i powyższych czterech składników strat oraz mocy wydawanej.

Istnieje kilka norm, które dotyczą wyznaczania sprawności lub zawierają metody wyznaczania sprawności. Do najważniejszych należą:

- JEC [79],
- IEEE Standard 112-1996 [67],
- IEC 61972:2002 [68],
- IEC 60034-2-1:2007 [72] i IEC 60034-2-1:2014.

Normy krajowe wielu krajów zostały zharmonizowane z którąś z powyższych norm lub przetłumaczone (np. polska norma PN-EN 60034-2-1:2010 z IEC 60034-2-1:2007). Przykładem zharmonizowania z normą IEEE Std. 112 [67] są normy: amerykańska NEMA MG-1-1998 [69] i kanadyjska CSA C390-1998 [66] oraz odpowiednio nowsze.

Metody wyznaczenia sprawności zawarte w powyższych normach można podzielić na **bezpośrednie** i **pośrednie** [72] oraz modyfikowane obu tych grup. **Bezpośrednie** wyznaczenie sprawności polega na bezpośrednim pomiarze mocy wydawanej przez maszynę oraz mocy przez nią pobieranej. **Pośrednie** wyznaczenie sprawności polega na pomiarze strat w maszynie. Odejmując te straty od mocy pobieranej otrzymuje się moc wydawaną przez maszynę (3) lub dodając te straty do mocy wydawanej otrzymuje się moc pobieraną przez maszynę (4). **Pośrednie** wyznaczenie sprawności może być przeprowadzone następującymi metodami:

- metodą wyznaczania **strat poszczególnych** i ich sumowania,
- metodą wyznaczania **strat całkowitych** (jedna wartość np. metodą kalorymetryczną).

Norma JEC

W normie japońskiej JEC pomija się występowanie strat dodatkowych obciążeniowych oraz przyjmuje straty w uzwojeniu stojana dla umownej rezystancji określonej dla temperatury odniesienia związanej z klasą ciepłoodporności izolacji [79]. W związku z pominięciem strat dodatkowych obciążeniowych sprawność silników wyznaczanych tą metodą może być wyższa nawet o 3 pn. % w porównaniu do wyników otrzymanych innymi metodami.

Norma IEEE 112 [67]

Norma ta zawiera pięć podstawowych metod: **A**, **B**, **C**, **E** i **F** oraz dwie odmiany metod **E** i **F**: **E1** i **F1** oraz metody będące kombinacją tych metod (np. **C/F**, **E/F**):

- **Metoda A** to metoda bezpośrednia – z pomierzonych mocy pobranej i wydawanej obliczana jest sprawność, metoda zalecana jest do silników o mocy znamionowej poniżej 1 HP.
- **Metoda B** to metoda pośrednia polegająca na wyznaczeniu strat dodatkowych obciążeniowych na podstawie pomiarów oraz analizy regresji strat resztkowych (różnica między mocą pobraną a mocą wydawaną oraz stratami w uzwojeniu, stratami w rdzeniu, stratami w uzwojeniu wirnika i mechanicznymi), skorygowaniu strat w uzwojeniach dla temperatury otoczenia 25°C, dodaniu strat w rdzeniu i mechanicznych, i w ten sposób wyznaczeniu skorygowanej sumy strat. Moc wydawana jest obliczana jako różnica mocy pobranej i skorygowanej sumy strat. W odróżnieniu jednak od normy IEC 60034-2:2000 (pn. 9.1-metoda strat poszczególnych) straty w uzwojeniu stojana i wirnika są wyznaczane dla temperatury rzeczywistej uzwojenia stojana (przeliczone są tylko na umowną temperaturę otoczenia) a straty dodatkowe obciążeniowe wyznaczone z pomiarów a nie przyjmowane jako umowny udział procentowy liczony od mocy pobranej. Metoda ta zalecana jest dla silników 1-250 HP.
- **Metoda C** to metoda pośrednia – wg IEC 60034-2:2000 (pn. 9.3.3 tej normy) przeciwsobna mechaniczna. W odróżnieniu jednak od normy międzynarodowej wyniki pomiarów mocy pobranej i oddanej w metodzie **C** służą do wyznaczenia strat poszczególnych: strat w uzwojeniach dla temperatury rzeczywistej, strat w rdzeniu i mechanicznych z biegu jałowego, a strat dodatkowych obciążeniowych metodą pośrednią przez odjęcie od różnicy mocy pobranej i oddanej pozostałych czterech składników strat w obu maszynach (silniku i prądnicy). Straty dodatkowe obciążeniowe są obliczane jako proporcjonalne do kwadratu prądu wirnika. Próbę powtarza się dla zamienionych funkcjami maszyn a otrzymane z obu prób straty dodatkowe obciążeniowe – uśrednia się. Sprawność wyznaczana jest na podstawie skorygowanej mocy wydawanej (obliczanej jako różnica między mocą pobraną a skorygowaną (dla umownej temperatury otoczenia) sumą strat) i mocy pobranej.
- **Metoda E** to metoda pośrednia wyznaczenia sprawności. Odpowiada ona metodzie strat poszczególnych w IEC 60034-2:2000 (pn. 9.1 tej normy). Różni się jednak od niej stratami w uzwojeniach w rzeczywistej temperaturze (skorygowanych tylko dla umownej temperatury otoczenia) oraz wyznaczanymi metodą bezpośrednią (metoda

wirowania przeciw polu + próba z wyjętym wirnikiem) stratami dodatkowymi obciążeniowymi. W odmianie tej metody – **E1** przyjmuje się straty dodatkowe obciążeniowe umowne wg tabeli 7.

TABELA 7

Straty dodatkowe obciążeniowe umowne w zależności od mocy znamionowej silnika

Moc znamionowa maszyny	Straty dodatkowe obciążeniowe w procentach mocy znamionowej
1 – 125 HP	1,8
126 – 500 HP	1,5
501 – 2499 HP	1,2
2500 HP i więcej	0,9

- **Metoda F** to metoda, w której używany jest schemat zastępczy silnika w sytuacji, kiedy nie przeprowadzona jest próba obciążenia. Parametry tego schematu mogą być wyznaczone z próby biegu jałowego i m.in. z próby zwarcia przy obniżonej częstotliwości napięcia zasilającego i przy prądzie znamionowym. Straty dodatkowe obciążeniowe wyznaczone są metodą bezpośrednią (metoda wirowania przeciw polu + próba z wyjętym wirnikiem) lub w metodzie **F1** przyjmuje się je umowne wg tabeli 7.

Norma IEC 61972:2002 [68]

W tej międzynarodowej normie dotyczącej metody wyznaczania strat i sprawności trójfazowych silników indukcyjnych zaproponowana jest **metoda 1** oraz jej odmiana **metoda 2**. Metoda 1 jest podobna do metody B w IEEE 112. Różnica występuje w stratach w rdzeniu – w metodzie 1 nie są one stałe tzn. niezależne od obciążenia. Uwzględnia się bowiem spadek napięcia na rezystancji uzwojenia stojana przy obciążeniu i są one wyznaczone dla napięcia zredukowanego

$$U_r = \sqrt{\left(U - \frac{\sqrt{3}}{2} IR \cos \varphi\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} IR \sin \varphi\right)^2} \quad (5)$$

a więc w każdym punkcie obciążenia mają inną wartość. W metodzie 2 straty dodatkowe obciążeniowe nie są wyznaczone z pomiarów metodą regresji (tak jak w metodzie B) a przyjmowane umowne wg tabeli 8.

TABELA 8

Straty dodatkowe obciążeniowe P_{al} umowne, przyjmowane na podstawie mocy pobieranej P_{in} i mocy wydawanej P_{out} w zależności od mocy znamionowej silnika

Moc znamionowa silnika	Straty dodatkowe obciążeniowe
$P_{out} \leq 1 \text{ kW}$	$P_{al} = P_{in} \times 0,025$
$1 \text{ kW} < P_{out} < 10000 \text{ kW}$	$P_{al} = P_{in} \times [0,025 - 0,005 \log_{10}(P_{out})]$
$P_{out} \geq 10000 \text{ kW}$	$P_{al} = P_{in} \times 0,005$

Norma IEC 60034-2:2000 [71]

Norma ta uwzględnia straty dodatkowe obciążeniowe. Dla maszyn indukcyjnych wielofazowych przedstawione są:

- **metody bezpośrednie** (pomiar mocy pobieranej i wydawanej):
 - metoda bezpośredniego obciążenia,
 - metoda maszyny wyzorcowanej,
 - metoda przeciwsobna mechaniczna,
- **metody pośrednie** (pomiar strat):
 - metoda strat całkowitych – metoda przeciwsobna elektryczna,
 - metoda strat poszczególnych (pn. 9.1 tej normy).

Pomimo wymienienia wielu metod, metodą zalecaną w normie jest metoda strat poszczególnych. Cechą charakterystyczną tej metody jest przyjmowanie:

- strat w uzwojeniu stojana wyznaczonych dla rezystancji sprowadzonej do temperatury odniesienia (tab. 9),
- strat dodatkowych obciążeniowych równych: dla silników 0,5% mocy pobieranej przy mocy znamionowej; dla prądnic 0,5% mocy znamionowej.

TABELA 9

Temperatura odniesienia związana z klasą ciepłoodporności izolacji

Klasa ciepłoodporności izolacji	Temperatura odniesienia °C
A, E	75
B	95
F	115
H	130

Straty w uzwojeniu stojana i dodatkowe obciążeniowe w tej metodzie są **stratami umownymi**.

Nowa norma międzynarodowa IEC 60034-2-1:2007 [72]

W roku 2007 została ustanowiona nowa norma międzynarodowa IEC 60034-2-1:2007 [72]. Zawiera ona metody wyznaczania sprawności na podstawie badań maszyn prądu stałego oraz maszyn synchronicznych i indukcyjnych wszystkich wielkości objętych normą podstawową IEC 60034-1:2010 [70].

Norma IEC 60034-2-1:2007 została przyjęta jako norma europejska EN 60034-2-1:2007 pod takim samym tytułem oraz jako norma polska PN-EN 60034-2-1:2008(EN) oraz przetłumaczona na język polski PN-EN 60034-2-1:2010.

Norma IEC 60034-2-1:2007 wprowadza kilka nowych metod dotyczących wyznaczania sprawności silników indukcyjnych i jej dokładności:

- Dotyczy to przede wszystkim większej ilości metod wyznaczania strat obciążeniowych (w uzwojeniach) w metodach pośrednich (strat poszczególnych). Poza wyznaczeniem tych składników strat z próby obciążenia, podano metodę obciążenia przy obniżonym napięciu i metodę schematu zastępczego. Do wyznacza-

nia strat dodatkowych obciążeniowych wprowadzono trzy metody: strat resztkowych, metodę niesymetrycznego zasilania i wirowania przeciw polu wraz z próbą z wyjętym wirnikiem. Nowo wprowadzone metody pochodzą z norm amerykańskich i kanadyjskich oraz z normy IEC 61972. Autor monografii przedstawił w [37] klasyfikację wyznaczania strat mocy a w szczególności strat dodatkowych obciążeniowych, które ze względu na stan pracy silnika badanego można podzielić na:

- metody z zastosowaniem pomiarów w typowych stanach pracy – umownie można je nazwać „**metodami naturalnymi**”,
 - **metody zastępcze** (pomiaru są wykonywane przy sztucznie wymuszonych warunkach pracy silnika) – do takich metod można zaliczyć zaproponowane po raz pierwszy w normie IEC 60034-2-1:2007 metody niesymetrycznego zasilania i wirowania przeciw polu wraz z próbą z wyjętym wirnikiem.
- Po raz pierwszy sklasyfikowano metody wyznaczania sprawności po względem dokładności. Wyróżnia się 3 klasy *niepewności*, określane jako *niska*, *średnia*, *wysoka*; przy czym: *niska* odnosi się do metod opartych wyłącznie na wynikach pomiarów; *średnia* do metod opartych na określonych przybliżeniach; *wysoka* do metod, w których przyjmuje się niektóre umowne wartości strat lub wyznacza się te straty w oddzielnych próbach (np. wartość strat dodatkowych obciążeniowych silników indukcyjnych – z próby wirowania przeciw polu i z próby z wyjętym wirnikiem). Zaleca się, aby metoda badawcza była wybierana z procedur z najniższą niepewnością.
 - Norma nie określa szczegółowych zasad wyboru metody, gdyż zależy to od konkretnej sytuacji: wymaganej dokładności wyniku, rodzaju i wielkości badanego silnika, posiadanego wyposażenia pomiarowego, zaleca jednak, aby zawsze kierować się kryterium jak najniższej niepewności.
 - W normie w rozdziale dotyczącym ogólnych informacji o metodach wyznaczania sprawności znajduje się uwaga „Metody wyznaczania sprawności maszyn opierają się na wielu założeniach. Dlatego nie jest możliwe porównanie wartości sprawności uzyskanych różnymi metodami”. Ta uwaga jest słuszna z praktycznego punktu widzenia. Bardzo często bowiem, ten aspekt porównywania sprawności silników i obliczania efektu energetycznego z zastąpienia silnika standardowego silnikiem energooszczędnym jest nieświadomie nie brany pod uwagę.

Na początku 2015 roku została wprowadzona jako obowiązująca modyfikacja normy IEC 60034-2-1:2007 tzn. IEC 60034-2-1:2014. W normie tej w stosunku do poprzedniego wydania uporządkowano sposoby wyznaczania sprawności w zależności od rodzaju maszyny. Jednakże najważniejszą różnicą jest wprowadzenie modyfikacji strat mechanicznych podczas obciążenia tzn. uwzględnienie zmniejszenia tych strat wyznaczanych z próby biegu jałowego, spowodowanego zmniejszeniem prędkości obrotowej podczas obciążenia. Zastosowano uśrednienie tych strat tzn. przyjęto ich zależność od prędkości obrotowej względnej w potęgze 2,5 (zależność od strat mechanicznych w potęgze 1, a od strat mechanicznych wentylacyjnych w potęgze 3).

Normę IEC 60034-2-1:2007 i jej następne wydanie IEC 60034-2-1:2014 należy uznać za przełomowe ze względu na osiągnięty kompromis z normami północnoamerykańskimi a nawet wprowadzaniem elementów w wyznaczaniu sprawności wyprzedzającymi normy północnoamerykańskie.

Norma IEC 60034-30:2008 [73]

Na świecie jest w użyciu kilkanaście różniących się systemów klasyfikowania poziomu sprawności przemysłowych silników indukcyjnych, co stwarza zamieszanie, tworzy bariery rynkowe i jest dużym problemem dla producentów silników dostarczających wyroby na rynek globalny.

Było to powodem opracowania i ustanowienia międzynarodowej normy IEC 60034-30:2008 [73] dotyczącej klas sprawności silników indukcyjnych.

Norma ta wprowadza klasyfikację i oznakowanie IE (International Efficiency), (Polska Norma PN-EN 60034-30:2009 „Klasy sprawności silników indukcyjnych klatkowych trójfazowych jednobiegowych (kod IE)”.

Nowy sposób klasyfikacji obowiązuje dla silników indukcyjnych 2, 4 i 6-biegowych o mocach od 0,75 do 375 kW i napięciu znamionowym do 1000 V, o częstotliwości 50 lub 60 Hz, przeznaczonych do pracy ciągłej. W normie określono wartości sprawności dla trzech klas:

- IE1 – silniki standardowe (standard),
- IE2 – silniki o wysokiej sprawności (high efficiency),
- IE3 – silniki o bardzo wysokiej sprawności (premium),
- IE4 – silniki o super wysokiej sprawności - wymagania odnośnie poziomu sprawności dla klasy IE4 są określone w następnym wydaniu normy IEC 60034-30 tj. IEC 60034-30-1 (w 2010 roku wydano przewodnik IEC/TS 60034-31 Ed.1: Rotating electrical machines – Part 31: Guide for the selection and application of energy efficient motors including variable-speed applications, w którym zawarte były poziomy sprawności dla IE4). Należy się liczyć z tym, że spełnienie tych wymagań będzie wymagało zastosowania silników o rozwiązaniu innym niż indukcyjne klatkowe. Mogą to być np. silniki z magnesami trwałymi.

Zgodnie z normą na tabliczce znamionowej silnika powinny być umieszczone w sposób trwały: deklarowana przez producenta sprawność znamionowa silnika oraz klasa sprawności IE, przy czym sprawność znamionowa powinna być wyższa lub równa wartości sprawności wymaganej w normie dla danej klasy IE. (Nie dotyczy to silników, których sprawność jest niższa niż wymagana dla klasy standardowej IE1).

Sprawność każdego egzemplarza silnika wyznaczona dla mocy znamionowej, przy znamionowym napięciu i znamionowej częstotliwości nie może być niższa od sprawności znamionowej minus tolerancja według normy podstawowej IEC 60034-1.

Norma IEC 60034-30-1:2014 [74]

W obowiązującej już (od lutego 2015 r.) normie IEC 60034-30-1 “Rotating electrical machines – Part 30-1: „Efficiency classes of line operated AC motors (IE-code)” (Klasy sprawności silników prądu przemiennego zasilanych bezpośrednio z sieci (Kod IE)), (zastępującej IEC 60034-30) podano poziomy sprawności dla klasy IE4. W odróżnieniu od normy IEC 60034-30 nowa norma obejmuje nie tylko silniki indukcyjne klatkowe, ale ogólnie silniki prądu przemiennego zasilane bezpośrednio z sieci. Także zakres silników ulega rozszerzeniu (moce od 0,12 do 1000 kW, napięcia od 50 V do 1000 V, silniki o 2, 4, 6 lub 8 biegunach, przeznaczone do pracy ciągłej przy zasilaniu z sinusoidalnego źródła napięcia).

W normie tej wymienia się też nową klasę sprawności – IE5. Silniki klasy IE5 charakteryzować się będą stratami o ok. 20% mniejszymi w stosunku do strat silników klasy IE4. Obecnie technologie dla osiągnięcia tej klasy sprawności nie są dostatecznie opracowane i powszechnie dostępne.

Dawne klasy silników wg CEMEP/UE: EFF1, EFF2, EFF3 są zastępowane w szybkim tempie przez wielu zagranicznych producentów nowymi międzynarodowymi klasami: IE1, IE2, IE3. Dla porównania w tabeli 10 przedstawiono porównanie nazw klas oznaczania sprawności: europejskich, międzynarodowych i amerykańskich.

TABELA 10

Oznaczenia klas sprawności silników wg CEMEP (European Committee of Manufactures of Electrical Machines and Power Electronics) 1999 r., IEC (International Electrotechnical Commission) 2014 r. i NEMA (National Electrical Manufacturers Association) 2011 r.

Silniki o sprawności	Oznaczenie wg CEMEP	Oznaczenie wg IEC	Oznaczenie wg NEMA [69]
poza klasyfikacją	Eff3		
standardowej	Eff2	IE1	
wysokiej	Eff1	IE2	energy efficient
bardzo wysokiej		IE3	premium efficiency
super wysokiej		IE4	
ekstra wysokiej*		IE5	

* Określenie zaproponowane przez autora monografii.

Rozporządzenie KE Nr 640/2009

W lipcu 2009 roku Komisja Europejska przyjęła Rozporządzenie Nr 640/2009 [80] w sprawie wdrażania Dyrektywy 2005/32/WE Parlamentu Europejskiego i Rady [42] dotyczącej wymogów ekoprojektu dla silników elektrycznych. Oznacza to, że na terenie Unii Europejskiej wprowadzone zostały usankcjonowane prawnie wymogi dotyczące efektywności energetycznej 3-fazowych silników asynchronicznych 2, 4 i 6-biegunowych sprzedawanych na rynku unijnym.

Rozporządzenie wprowadza również harmonogram określający wymagane poziomy sprawności silników, które będą wprowadzane na rynek w kolejnych latach:

- od dnia 16 czerwca 2011 r. silniki o mocy znamionowej w zakresie 0,75–375 kW muszą odpowiadać co najmniej klasie sprawności IE2,
- od dnia 1 stycznia 2015 r. silniki o mocy znamionowej w zakresie 7,5–375 kW muszą odpowiadać co najmniej klasie sprawności IE3, lub odpowiadać klasie sprawności IE2 przy założeniu zastosowania w układzie napędowym o regulowanej prędkości obrotowej,
- od dnia 1 stycznia 2017 r. wszystkie silniki o mocy znamionowej w zakresie 0,75–375 kW muszą odpowiadać co najmniej klasie sprawności IE3, lub odpowiadać klasie sprawności IE2 przy założeniu zastosowania w układzie napędowym o regulowanej prędkości obrotowej.

Podawana przez producentów silników wartość sprawności zależy w znacznym stopniu od metody przyjętej do jej wyznaczenia. Dlatego porównanie ze sobą sprawności katalogowych silników dwóch różnych producentów bez znajomości metody wyznaczenia sprawności może prowadzić do błędnych decyzji odnośnie wyboru danego silnika. Konieczne było więc ujednoclenie całego międzynarodowego systemu określania tak ważnego parametru silnika elektrycznego. Sprawność silników na potrzeby porównania z wymaganiami IE powinna być wyznaczana zgodnie z normą IEC 60034-2-1 (Polska Norma PN-EN 60034-2-1:2010 Maszyny elektryczne wirujące. Część 2-1: Znormalizowane metody wyznaczania strat i sprawności na podstawie badań (z wyjątkiem maszyn pojazdów trakcyjnych)), przy czym dla silników klasy IE1 dopuszcza się metody z niską lub średnią niepewnością, natomiast dla silników wszystkich wyższych klas sprawność powinna być wyznaczana tylko metodami z niską niepewnością. Oznacza to, że w procedurach dotyczących klas sprawności IE nie znajdują w ogóle zastosowania wymienione w normie IEC 60034-2-1:2007 metody z wysoką niepewnością.

W przepisach zwraca uwagę inna niż jest powszechnie rozumiana definicja silnika klatkowego: „*Squirrel cage motor*” means an electric motor with no brushes, commutators, slip rings or electrical connections to the rotor”. Przy przyjęciu takiej definicji silnika klatkowego można rozumieć, że Rozporządzenie nr 640/2009 dotyczy także silników z wirnikiem z magnesami trwałymi i silników reluktancyjnych. Można domniemywać, że taki zapis pojawił się z myślą o rozwiązaniach silników klasy IE4.

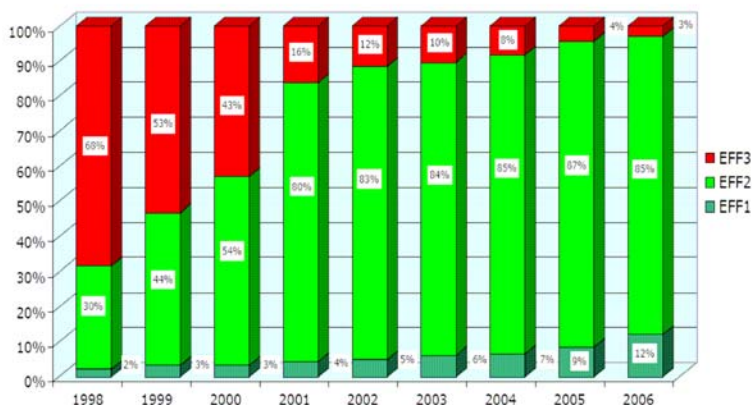
Przepisy zawierają zasady kontroli (weryfikacji) silników pod względem spełniania wymagań odnośnie deklarowanych przez producenta klas sprawności. Kontrola taka przeprowadzana przez instytucje wyznaczane przez władze poszczególnych krajów członkowskich UE polega na następującej procedurze:

1. Badany jest jeden silnik.
2. Silnik uważa się jako spełniający wymagania Rozporządzenia, jeżeli dla pomierzonej sprawności znamionowej silnika η , straty $(1 - \eta)$ nie różnią się od wartości strat wynikającej z wymagań, więcej niż 15% dla silników o mocach 0,75 – 150 kW i więcej niż 10% dla silników o mocach > 150 – 375 kW.
3. Jeżeli nie został osiągnięty pozytywny wynik dotyczący punktu 2 do badań pobiera się losowo trzy silniki (nie dotyczy to silników produkowanych w małych ilościach – mniej niż pięć sztuk w ciągu roku).
4. Dany typ silnika uważa się jako spełniający wymagania, jeżeli dla średniej z pomierzonych sprawności znamionowych η trzech wymienionych w p. 3 silników, straty $(1 - \eta)$ nie różnią się od wartości strat wynikających z wymagań Rozporządzenia, więcej niż 15% dla silników o mocach 0,75 – 150 kW i więcej niż 10% dla silników o mocach > 150 – 375 kW.
5. Jeżeli nie zostały osiągnięte pozytywne wyniki dotyczące punktu 4 dany typ silnika uważa się za niespełniający wymagań.

Rozporządzenie Nr 640/2009 jest spóźnioną o wiele lat w stosunku do prawodawstwa północnoamerykańskiego (USA, Kanada) odpowiedzią Europy na obligatoryjne ustalenie obowiązku wprowadzania na rynek silników o wysokiej sprawności. Jest także wyrazem uznania silników indukcyjnych jako najważniejszego z punktu widzenia ekologii wyrobu pobierającego energię elektryczną, przez co zostały one objęte wymaganiami ekologicznymi (ecodesign) wg Dyrektywy 2005/32/EC a także wyrobem, który niesie ze sobą możliwości oszczędzania energii.

1.5. Podsumowanie

Z przeprowadzonej analizy wynika, że silniki indukcyjne trójfazowe o mocach z przedziału (0,75 kW; 750 kW> zużywają ok. 32% światowej energii elektrycznej dostarczonej odbiorcom, co stanowi ok. 70% zużycia energii przez wszystkie silniki elektryczne na świecie. Nowa norma zawierająca klasy sprawności (IEC 60034-30-1) dotyczy jeszcze większego zakresu silników ((0,12 kW do 1000 kW>). Należy więc spodziewać się, że udział w zużyciu energii tej grupy maszyn elektrycznych jeszcze wzrośnie. Ze względu na znaczny udział tych silników w zużyciu energii dostarczonej odbiorcom, przez zastosowanie silników o wyższych klasach sprawności można uzyskać znaczne oszczędności energii. Przykładem są silniki o starym oznaczeniu EF (CEMEP). W samym tylko **2005 roku**, dzięki zastosowaniu silników o większej sprawności (zmniejszenie sprzedaży silników EF3 (o niskiej sprawności) z 68% w 1998 r. do 4% w roku 2005 i zwiększenie sprzedaży silników EF2 (o standardowej sprawności) odpowiednio z 30% do 87%; zwiększenie sprzedaży silników EF1 (o wysokiej sprawności) zwiększenie wynosiło odpowiednio z 2% do 9% ((rys. 3) [5]) **zaoszczędzono ponad 5 TWh energii** [5].



Rys. 3. Sprzedaż silników indukcyjnych trójfazowych z zakresu porozumienia Komisji Europejskiej i CEMEP (European Committee of Manufactures of Electrical Machines and Power Electronics) w latach 1998-2006 [5]

Należy przy tym wziąć pod uwagę trwałość (żywność) silników elektrycznych (tab. 11), która wynosi średnio kilkanaście lat. To powoduje, że wymiana starych silników na silniki o wysokiej sprawności jest rozciągnięta na stosunkowo długi okres.

TABELA 11
Średnia trwałość silników indukcyjnych
(łącznie z naprawami) [5]

Zakres mocy	Trwałość w latach
1,0 – 7,5 kW	12
7,5 – 75 kW	15
75 – 250 kW	20

Aktualność tematyki dotyczącej sprawności silników indukcyjnych klatkowych jest także usankcjonowana przez ogłaszanie aktów prawnych wprowadzających obligatoryjnie obowiązek dostarczania na rynek silników o coraz wyższej sprawności.

Niezbędną informacją przy podawaniu sprawności silnika jest jaką metodą ta sprawność została wyznaczona. Albowiem różne metody wyznaczania sprawności opierają się na różnych założeniach i porównywanie ich wyników nie może służyć do oceny sprawności silnika, ponieważ ta ocena będzie nieprawidłowa. Można porównywać sprawności silników, których sprawność została wyznaczona taką samą metodą. Z przeglądu metod wyznaczania sprawności zawartych w normach (rozdz. 1.4) widać, że wprowadzane są metody pozwalające wyznaczać sprawność coraz bardziej zbliżoną do **sprawności rzeczywistej** silnika. Ale nadal istnieje potrzeba rozwoju i doskonalenia metod wyznaczania sprawności w trudnym metrologicznie obiekcie pomiarowym jakim jest silnik elektryczny. **Temu celowi służy także niniejsza monografia.**

2. HYBRYDOWA METODA WYZNACZANIA SPRAWNOŚCI W SILNIKACH INDUKCYJNYCH

Hybrydowa metoda wyznaczania sprawności silnika indukcyjnego oznacza system wyznaczania sprawności, w którym uwzględnia się wpływ warunków pomiaru określonych przez wybrane parametry według zaproponowanych algorytmów na sprawność silnika indukcyjnego klatkowego budowy zamkniętej. Nazwa „hybrydowa” jest uzasadniona tym, że w metodzie tej proces pomiarowy połączony jest z obliczeniami wymagającymi danych konstrukcyjnych i materiałowych silnika, i bazującymi na algorytmach zbliżonych do algorytmów projektowych, z uwzględnieniem jednak danych z pomiarów. Można wyróżnić następujące elementy metody:

- wprowadzenie pojęcia sprawności bezwarunkowej i warunkowej,
- opracowanie metodyki uwzględniania wpływu określonych czynników pomiarowych na sprawność,
- propozycje nowych modeli przepływu mocy i metod wyznaczania sprawności;
- zastosowanie arytmetyki interwałowej do wyznaczania błędu granicznego sprawności,
- propozycje zastosowań urządzeń i przyrządów pomiarowych.

2.1. Sprawność bezwarunkowa i warunkowa [40]

Od niemal stu lat rozwijane są badania nad stratami mocy w maszynach elektrycznych i nad sposobami wyznaczania ich sprawności. Aktualność tej problematyki wynika obecnie z opracowywania silników energooszczędnych o coraz wyższych klasach sprawności, a także z szerokiego stosowania silników w układach napędowych o regulowanej prędkości obrotowej oraz o dużym momencie bezwładności. Silniki o regulowanej prędkości obrotowej są z reguły zasilane z przekształtników półprzewodnikowych, które – mimo dużego postępu w tym zakresie – jeszcze nie zapewniają praktycznie sinusoidalnych przebiegów napięcia i prądu. Udział wyższych harmonicznych

napięcia i prądu powoduje zwiększone straty mocy w porównaniu ze stratami w silnikach zasilanych w sposób konwencjonalny tj. bezpośrednio z sieci. W zautomatyzowanych układach napędowych o dużym momencie bezwładności silniki indukcyjne, przy sterowaniu wektorowym, pracują blisko momentu obrotowego krytycznego. Na skutek tego, zwiększa się ryzyko ich termicznych przeciążeń podczas długotrwałych cykli łączeniowych. Stąd zainteresowanie ograniczaniem prądu rozruchowego początkowego oraz obliczaniem strat i sprawności w stanach dynamicznych.

Zainteresowanie obiektywnymi metodami oceny dokładności wyznaczania sprawności maszyny elektrycznej wynika m.in. z potrzeby uzyskiwania znaku jakości przez producentów maszyn oraz akredytacji laboratoriów badawczych. Wynika także z podanej w normach dopuszczalnej odchyłki sprawności od wartości deklarowanej przez wytwórcę. Dokładność wyznaczania sprawności zależy przede wszystkim od: zastosowanego sposobu wyznaczania sprawności; zakresu pomiarowego i klasy aparatury pomiarowej, a także od dokładności pomiarów oraz obliczeń.

W najbardziej ogólnym ujęciu maszyny elektrycznej, jako elektromechanicznego przetwornika energii o k wejściach i l wyjściach, jej sprawność energetyczna w przyjętym czasie pracy T wyraża się wzorem:

$$\eta_e = \frac{\int_0^T \sum_{i=1}^l P_{iout}(t) dt}{\int_0^T \sum_{j=1}^k P_{j in}(t) dt} , \quad (6)$$

w którym:

$P_{iout}(t)$ – zmienna w czasie moc na i -tym wyjściu;

$P_{j in}(t)$ – zmienna w czasie moc na j -tym wejściu.

W przetwornikach o tylko jednym wejściu i jednym wyjściu zależność (6) upraszcza się do postaci:

$$\eta_e = \frac{\int_0^T P_{out}(t) dt}{\int_0^T P_{in}(t) dt} . \quad (7)$$

Jako parametru maszyny, charakteryzującego jej właściwości techniczno-ekonomiczne i istotnego przy podejmowaniu decyzji ofertowych oraz handlowych, stosuje się sprawność warunkową η_{war} tj. w określonych warunkach – zwykle w warunkach znamionowych, wyrażoną stosunkiem mocy użytecznej wydawanej do mocy pobieranej:

$$\eta_{war} = \left(\frac{P_{out}}{P_{in}} \right)_{war} . \quad (8)$$

Jednak do analizy kosztu użytkowania maszyny jest potrzebna charakterystyka sprawności w zależności od jej obciążenia w określonych warunkach, a więc funkcja $\eta_{\text{war}}(P_{\text{out}}) = f(P_{\text{out war}})$. Wartość tej funkcji jest zawarta w stosunkowo szerokim przedziale – od 0 do ok. 0,99. Zarówno sprawność jako parametr maszyny, wyrażany jedną liczbą, jak i charakterystyka sprawności, wyrażana za pomocą funkcji, są weryfikowane doświadczalnie.

Ze względu na wzmagającą się tendencję do zmniejszania łącznych kosztów zakupu i eksploatacji maszyn i na potrzebę ustanowienia obiektywnych podstaw porozumiewania się producentów maszyn z ich użytkownikami – i to w skali globalnej, zwiększa się, zwłaszcza w ostatnim dziesięcioleciu, zakres prac badawczych oraz ustaleń normalizacyjnych w zakresie obliczania oraz wyznaczania strat mocy i sprawności maszyn elektrycznych [3, 8, 43, 76]. Mało natomiast uwagi poświęca się rozważaniom doboru sposobu wyznaczania sprawności, optymalnego ze względu na dokładność uzyskiwanych wyników. Obliczanie dokładności wyznaczania sprawności jest istotne także ze względu na podawane w normach dopuszczalne odchyłki tej wielkości; błąd wyznaczania sprawności musi bowiem być mniejszy niż dopuszczalna odchyłka.

W polskiej wersji normy międzynarodowej IEC 60034-1 z 2010 r. przewiduje się, że jednostronna tolerancja gwarantowanej sprawności wyznaczonej sposobem strat poszczególnych wynosi [70]:

- dla maszyn o mocy nie większej niż 150 kW (lub kVA): $-15(1 - \eta)\%$,
- dla maszyn o mocy większej niż 150 kW (lub kVA): $-10(1 - \eta)\%$.

W normach niektórych krajów podaje się zestawienie wartości minimalnej sprawności w zależności od sprawności gwarantowanej; tak, jak np. w normie [66, 67].

Szczególnie szeroko są rozpatrywane zagadnienia wyznaczania strat mocy, w tym także strat dodatkowych, oraz wyznaczania sprawności najbardziej rozpowszechnionych maszyn elektrycznych, tj. trójfazowych silników indukcyjnych [3, 37]. Również w tym rozdziale skoncentrowano się na zagadnieniach dotyczących tych silników.

2.1.1. Klasyfikacja sprawności

Przy rozpatrywaniu sprawności, a zwłaszcza w analizie dokładności jej wyznaczenia, należy rozróżniać:

- sprawność konwencjonalną (umowną), wynikającą z podanych w normach warunków oraz sposobów jej wyznaczania,
- sprawność rzeczywistą w określonym stanie obciążenia i w zadanych warunkach pracy,
- sprawność obliczaną, tj. przewidywaną przez projektanta maszyny.

Podstawowym zagadnieniem w ustanawianiu standardowych metod wyznaczania sprawności jest jak największe zbliżenie uzyskiwanej sprawności konwencjonalnej do rzeczywistej. W tym samym kierunku, tj. do zbliżenia sprawności obliczanej do rzeczywistej, zmierza doskonalenie metod projektowania maszyn elektrycznych. Należy jednak zauważyć, że zawarte w normach niektóre postanowienia co do wyznaczania

sprawności nie sprzyjają postępowi w budowie nowych generacji maszyn. Dotyczy to np. sposobu uwzględniania strat dodatkowych, jako składnika proporcjonalnego do mocy znamionowej (lub mocy pozornej pobieranej). Proponuje się albo stałą wartość współczynnika proporcjonalności, np. 0,005, albo uzależnia się jego wartość od mocy znamionowej maszyny. Projektanci znają bowiem wiele sposobów zmniejszania strat podstawowych w maszynie kosztem jednoczesnego zwiększania strat dodatkowych. Takie rozstrzygnięcia normalizacyjne pozornie zwiększają sprawność konwencjonalną i zmniejszają zainteresowanie projektantów obniżaniem strat dodatkowych. Także uzależnienie obliczania strat i sprawności od umownej temperatury zależnej od klasy ciepłoodporności izolacji uzwojeń może prowadzić do zaniżenia lub zawyżenia sprawności konwencjonalnej.

Szczególnie istotne w obliczeniach błędu wyznaczania sprawności jest rozróżnienie między:

- **sprawnością bezwarunkową**, tj. bez zadanych warunków pomiaru, albo sprawnością wyznaczaną przy założeniu, że zadane warunki zostały dokładnie spełnione,
- **sprawnością warunkową**, tj. wyznaczaną np. przy zadanej mocy wydawanej, zadanej napięciu zasilania, zadanej częstotliwości, temperaturze uzwojeń i innych zadanych parametrach.

W tej drugiej sytuacji należy uwzględnić bowiem wpływ błędu pomiaru wielkości charakteryzujących warunki wyznaczania sprawności, na błąd samej sprawności. Błąd ten jest zawsze większy, niż błąd sprawności bezwarunkowej wyznaczanej w taki sam sposób.

2.1.2. Metody wyznaczania sprawności

We wcześniejszej pracy [37] przedstawiono szeroki przegląd sposobów wyznaczania strat mocy, zwłaszcza strat dodatkowych, oraz sprawności silników indukcyjnych. W celu ich krytycznej oceny opracowano rozszerzony bilans mocy w silniku [39]. Na jego podstawie można było wykryć kilka okoliczności pomijanych dotychczas w wyznaczaniu sprawności. Dotyczy to zwłaszcza wykazania, że straty mechaniczne w silniku są zależne od napięcia na zaciskach uzwojenia stojana oraz ujawnienia złożonego „obiegu” mocy pokrywającej wysokoczęstotliwościowe straty dodatkowe. W tym podrozdziale przedstawiono klasyfikację sposobów wyznaczania sprawności przydatną do ich porównania pod względem obliczania błędu systematycznego i dokładności uzyskiwanych wyników. Nawiązuje ona do klasyfikacji sposobów wyznaczania sprawności podanej w normie międzynarodowej [70]; rozważania ograniczono jednak do sposobów podstawowych.

Metoda bezpośrednia polega na pomiarze wszystkich jednocześnie pobieranych mocy na k wejściach do maszyny: $P_{in1}; P_{in2}; \dots; P_{ink}$ oraz mocy wydawanej na wyjściu P_{out} . Sprawność oblicza się z zależności:

$$\eta = \frac{P_{out}}{\sum_{j=1}^k P_{jin}} \quad (9)$$

Metody pośrednie polegają albo tylko na pomiarze strat mocy – wówczas suma mocy pobieranych lub moc wydawana na wyjściu jest postulowana, tj. przyjmowana jako znana, albo mierzy się straty mocy i sumę mocy pobieranych lub moc wydawaną. W pierwszym przypadku metodę można nazwać w pełni pośrednią, albo pośrednią postulatywną, w drugim natomiast – nie w pełni pośrednią albo pośrednią empiryczną. Ponadto w metodach tych mierzy się bądź całkowite straty mocy – np. jedną z metod kalorymetrycznych, albo wyznacza się oddzielnie składniki strat.

Ze względu na obliczanie błędu systematycznego należy zatem rozróżnić metodę pośrednią:

- postulatywną z pomiarem strat całkowitych,
- postulatywną z wyznaczaniem strat poszczególnych,
- empiryczną z pomiarem strat całkowitych,
- empiryczną z wyznaczaniem strat poszczególnych.

W metodach pośrednich z pomiarem strat całkowitych sprawność silnika oblicza się ze wzorów:

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{out}} + P_t} \quad \text{lub} \quad \eta = \frac{\mathbf{P}_{\text{out}}}{\mathbf{P}_{\text{out}} + P_t} \quad (10)$$

albo ze wzorów:

$$\eta = \frac{\sum_{j=1}^k P_{j\text{in}} - P_t}{\sum_{j=1}^k P_{j\text{in}}} \quad \text{lub} \quad \eta = \frac{\mathbf{P}_{\text{in}} - P_t}{\mathbf{P}_{\text{in}}} \quad (11)$$

przy czym: P_t – straty całkowite.

Wielkości postulowane zaznaczono w zależnościach (10-11) pogrubioną czcionką (antykwą).

Natomiast w metodach pośrednich z pomiarem składników strat poszczególnych, sprawność oblicza się ze wzorów:

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{out}} + \sum_{l=1}^m P_l} \quad \text{lub} \quad \eta = \frac{\mathbf{P}_{\text{out}}}{\mathbf{P}_{\text{out}} + \sum_{l=1}^m P_l} \quad (12)$$

albo ze wzorów:

$$\eta = \frac{\sum_{j=1}^k P_{j\text{in}} - \sum_{l=1}^m P_l}{\sum_{j=1}^k P_{j\text{in}}} \quad \text{lub} \quad \eta = \frac{\mathbf{P}_{\text{in}} - \sum_{l=1}^m P_l}{\mathbf{P}_{\text{in}}} \quad (13)$$

przy czym: P_l – l -ty składnik strat mocy.

Podobnie, jak w zależnościach (10-11), tłustą czcionką zapisano wielkości postulowane.

2.1.3. Błąd wyznaczania sprawności bezwarunkowej

W ocenie błędu metody postępowano się błędem systematycznym granicznym względnym obliczonym za pomocą różniczki zupełnej funkcji sprawności [13]. Błąd graniczny względny $\delta_{\eta^{gr}}$ obliczano ze wzoru:

$$\delta_{\eta^{gr}} = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{X_i}{\eta} \delta_{X_i} \right| \quad (14)$$

w którym:

- η – wyznaczana sprawność;
- X_i – i -ta wielkość mierzona we wzorze na sprawność;
- δ_{X_i} – błąd systematyczny względny i -tej wielkości mierzonej,
- n – liczba zmiennych.

Dla uproszczenia zapisów przyjęto, że maszyna pobiera moc tylko z jednego źródła, a zatem w zależnościach (9), (11) oraz (13) jest $k = 1$. Z tego samego powodu przyjęto, że straty całkowite P_t uzyskuje się jako jedną liczbę z tylko jednego pomiaru. Oznacza to np., że przy zastosowaniu metody kalorymetrycznej maszyna miała jeden obwód wentylacyjny jednoczynnikowy.

Po podstawieniu sprawności ze wzoru (9) do zależności (14) otrzymuje się błąd metody bezpośredniego wyznaczania sprawności:

$$\delta_{\eta^b} = \left| \frac{\Delta P_{out}}{P_{out}} \right| + \left| \frac{\Delta P_{in}}{P_{in}} \right| = \delta_{P_{out}} + \delta_{P_{in}} \quad (15)$$

przy czym: ΔP_{out} ; ΔP_{in} ; $\delta_{P_{out}}$ i $\delta_{P_{in}}$ – odpowiednio błąd bezwzględny oraz błąd względny pomiaru mocy wydawanej oraz mocy pobieranej.

Błąd metody pośredniej postulatywnej z pomiarem strat całkowitych, obliczony z uwzględnieniem wzoru (10) oraz warunku $\delta_{P_{out}} = 0$, wynika ze wzoru:

$$\delta_{\eta^b} = \left| -\frac{P_{out}}{(P_{out} + P_t)^2} \frac{P_{out} + P_t}{P_{out}} \Delta P_t \right| = \left| \frac{\Delta P_t}{P_{out}} \right| = \delta_{P_t} \frac{P_t}{P_{in}} \quad (16)$$

przy czym: ΔP_t oraz δ_{P_t} – odpowiednio błąd bezwzględny oraz błąd względny pomiaru strat całkowitych przy postulowanej wartości mocy wydawanej P_{out} .

Natomiast błąd ten obliczony z uwzględnieniem wzoru (11) wyraża się zależnością:

$$\delta_{\eta^b} = \left| -\frac{1}{P_{in}} \frac{P_{in}}{P_{in} - P_t} \Delta P_t \right| = \left| \frac{\Delta P_t}{P_{out}} \right| = \delta_{P_t} \frac{P_t}{P_{out}} \quad (17)$$

przy czym: ΔP_t oraz δ_{P_t} – odpowiednio błąd bezwzględny oraz względny pomiaru strat całkowitych przy postulowanej wartości mocy pobieranej P_{in} .

Podobnie otrzymuje się wyrażenia na błędy metody pośredniej postulatywnej z pomiarem strat poszczególnych. Ze wzoru (12) otrzymuje się zależność na błąd:

$$\delta_{\eta b} = \sum_{l=1}^m \left| \frac{\Delta P_l}{P_{in}} \right| = \sum_{l=1}^m \left| \delta_{P_l} \frac{P_l}{P_{in}} \right| \quad (18)$$

w której: ΔP_l oraz δ_{P_l} – odpowiednio błąd bezwzględny oraz względny pomiaru l -tego składnika strat przy postulowanej mocy wydawanej P_{out} .

Natomiast ze wzoru (13) otrzymuje się zależność na błąd:

$$\delta_{\eta b} = \sum_{l=1}^m \left| \frac{\Delta P_l}{P_{out}} \right| = \sum_{l=1}^m \left| \delta_{P_l} \frac{P_l}{P_{out}} \right| \quad (19)$$

w której: ΔP_l oraz δ_{P_l} – odpowiednio błąd bezwzględny oraz względny pomiaru l -tego składnika strat przy postulowanej mocy pobieranej P_{in} .

Bardziej złożone wyrażenie na błąd otrzymuje się w metodzie pośredniej empirycznej z pomiarem strat całkowitych i mocy wydawanej P_{out} :

$$\delta_{\eta b} = (1 - \eta) \left(\left| \frac{\Delta P_{out}}{P_{out}} \right| + \left| \frac{\Delta P_t}{P_t} \right| \right) = (1 - \eta) (\delta_{P_{out}} + \delta_{P_t}) \quad (20)$$

Oznaczenia, jak w poprzednich zależnościach.

Jeśli natomiast pomiarowo wyznacza się straty całkowite oraz moc pobieraną P_{in} , to wstawiając sprawność z zależności (11) do wzoru (14) otrzymuje się wzór na błąd graniczny względny:

$$\delta_{\eta b} = \frac{1 - \eta}{\eta} (\delta_{P_{in}} + \delta_{P_t}) \quad (21)$$

Wstawiając we wzorach (20) i (21) wyrażenie

$$\frac{1}{P_t} \sum_{l=1}^m \delta_{P_l} P_l \quad (22)$$

w miejsce błędu pomiaru strat całkowitych δ_{P_t} , otrzyma się zależność na błędy metody pośredniej empirycznej z pomiarem strat poszczególnych oraz odpowiednio z pomiarem mocy wydawanej P_{out} lub mocy pobieranej P_{in} .

W metodzie z pomiarem strat poszczególnych każdy składnik jest zwykle wyznaczony z inną dokładnością. Można jednak zawsze obliczyć błąd efektywny δ_{ef} określający dokładność wyznaczenia sumy strat. Błąd ten wynika z zależności:

$$\delta_{\text{ef}} = \frac{\sum_{l=1}^m \delta_{P_l} P_l}{\sum_{l=1}^m P_l} \quad (23)$$

Posługując się tak wyrażonym błędem efektywnym można przy wyznaczaniu sprawności wg metody strat poszczególnych korzystać z zależności (20) i (21), dotyczących błędu metod pośrednich z pomiarem strat całkowitych.

2.1.4. Błąd wyznaczania sprawności warunkowej

W obliczeniach błędu systematycznego granicznego wyznaczania sprawności bezwarunkowej można się ograniczyć tylko do uwzględnienia błędów pomiaru wielkości pomocniczych, takich jak moc wejściowa P_{in} , moc wydawana P_{out} , całkowite straty mocy P_t lub składniki sumy strat, na podstawie których oblicza się sprawność – zależności (9) ÷ (13). Natomiast w obliczeniach błędu wyznaczania sprawności warunkowej trzeba ponadto uwzględnić błąd nastawiania wielkości charakteryzujących wymagane warunki pomiaru wielkości pomocniczych wykorzystywanych w obliczaniu sprawności według wybranej metody. W tym celu trzeba znać fizyczne zależności między mierzonymi wielkościami pomocniczymi a wielkościami nastawianymi (lub występującymi podczas pomiaru) takimi jak:

- a) napięcie,
- b) częstotliwość,
- c) moc wydawana,
- d) współczynnik kształtu napięcia,
- e) asymetria napięć zasilających,
- f) temperatura powietrza chłodzącego silnik.

Jeżeli warunki pomiaru są określone przez zbiór n wartości $X_{1w}, X_{2w}, \dots, X_{mw}$ wielkości nastawianych X_1, X_2, \dots, X_n to w ogólnym przypadku trzeba znać funkcje:

$$P_{\text{in}} = f_{\text{in}}(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (24)$$

$$P_{\text{out}} = f_{\text{out}}(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (25)$$

$$P_i = f_i(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (26)$$

$$\sum_{l=1}^k P_l = f_p(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (27)$$

Na ich podstawie otrzymuje się, wg przyjętej metody obliczania sprawności, jej zależność od wielkości nastawianych:

$$\eta = f_\eta(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (28)$$

Błąd względny każdej wielkości określającej warunki pomiaru:

$$\delta X_i = \frac{\Delta X_i}{X_{iw}} \quad (29)$$

gdzie $i = 1, \dots, n$, oraz ΔX_i oznacza błąd bezwzględny pomiaru i -tej wielkości nastawianej, spowoduje błąd względny sprawności warunkowej:

$$\delta_{\eta_i} = \left(\frac{\partial f_\eta}{\partial X_i} \right)_{X_{1w}, X_{2w}, \dots, X_{nw}} \frac{X_{iw}}{\eta_w} \delta X_i \quad (30)$$

przy czym: $\left(\frac{\partial f_\eta}{\partial X_i} \right)_{X_{1w}, X_{2w}, \dots, X_{nw}}$ oznacza wartość pochodnej funkcji f_η w punkcie okreś-

lonym przez warunki pomiaru. Natomiast η_w jest tzw. wartością poprawną sprawności, w takim stopniu przybliżoną do wartości rzeczywistej, że w obliczaniu błędu δ_{η_i} różnicę między nimi można pominąć. Za wartość η_w można przyjąć wyznaczoną sprawność warunkową.

Przyjmując najbardziej niekorzystną sytuację oddziaływania wszystkich błędów nastawiania na błąd sprawności w tym samym kierunku, otrzymuje się następujące wyrażenie na błąd względny sprawności warunkowej wywołany błędami nastawiania warunków pomiaru:

$$\delta_{\eta_w} = \sum_{i=1}^n \left| \left(\frac{\partial f_\eta}{\partial X_i} \right)_{X_i=X_{iw}} \frac{X_{iw}}{\eta_w} \delta X_i \right| \quad (31)$$

Trudność w obliczaniu błędu δ_{η_w} wynika z niemożliwości analitycznego wyrażenia funkcji (24-27) oraz (28). Wartości tych funkcji oraz ich pochodnych występujących

we wzorach (30) i (31) można obliczyć tylko za pomocą algorytmów, które pod względem złożoności są zbliżone do algorytmu projektowania maszyny.

W najbardziej niekorzystnej sytuacji całkowity błąd systematyczny graniczny sprawności warunkowej jest równy sumie błędów obliczonych wg jednej z zależności (15) ÷ (21) oraz (31). Jednak ze względu na to, że sprawność zależy od wielu wielkości (pomocniczych i określających warunki pomiaru), to jest mało prawdopodobne, żeby wszystkie cząstkowe błędy systematyczne jednocześnie osiągały wartości graniczne i niekorzystnie się sumowały. Błędy cząstkowe rozkładają się bowiem losowo; należy się zatem spodziewać, że błąd wypadkowy jest mniejszy niż błąd systematyczny graniczny. Do oszacowania błędu wypadkowego wielkości obliczanej na podstawie pomiarów pośrednich jest używany rachunek prawdopodobieństwa.

2.1.5. Porównanie dokładności metod

W literaturze są porównane pod względem dokładności metody pośrednie postulatywne z metodą bezpośrednią wyznaczania sprawności [7, 61]. Nie porównywano natomiast pod tym względem metod pośrednich empirycznych z innymi metodami.

Sprawdźmy przy jakiej wartości sprawności błąd metody bezpośredniej będzie mniejszy niż błąd metody pośredniej postulatywnej z zadaną mocą wydawaną P_{out} . Na podstawie wzorów (15) i (16) można napisać nierówność:

$$\delta_{P_{out}} + \delta_{P_{in}} < \delta_{P_t} \frac{P_t}{P_{in}} = (1 - \eta) \delta_{P_t} \quad (32)$$

z której otrzymuje się sprawność graniczną sprawności:

$$\eta < \frac{\delta_{P_t} - \delta_{P_{out}} - \delta_{P_{in}}}{\delta_{P_t}} \quad (33)$$

Podobnie, tworząc nierówność na podstawie wzorów (15) i (17) otrzymuje się warunek:

$$\delta_{P_{out}} + \delta_{P_{in}} < \delta_{P_t} \frac{P_t}{P_{out}} = \frac{(1 - \eta)}{\eta} \delta_{P_t} \quad (34)$$

z którego wynika sprawność graniczna przy metodzie pośredniej postulatywnej z zadaną mocą pobieraną P_{in} :

$$\eta < \frac{\delta_{P_t}}{\delta_{P_{out}} + \delta_{P_{in}} + \delta_{P_t}} \quad (35)$$

Jeżeli sprawność maszyny η spełnia warunek wg wzoru (33) lub (35), to większą dokładność zapewnia bezpośrednia metoda wyznaczenia sprawności. Jeżeli natomiast sprawność jest większa, to mniejszy błąd zapewnia jedna z wymienionych metod pośrednich postulatywnych.

Podobnie można porównać metodę bezpośrednią empiryczną, w której pomierzono straty mocy oraz moc wydawaną. Na podstawie wzorów (12-13) i (20) można napisać warunek:

$$\delta_{P_{out}} + \delta_{P_{in}} < (1 - \eta) (\delta_{P_{out}} + \delta_{P_t}) \quad (36)$$

z którego otrzymuje się sprawność graniczną:

$$\eta < \frac{\delta_{P_{in}} - \delta_{P_t}}{\delta_{P_{out}} + \delta_{P_t}} \quad (37)$$

Tworząc natomiast nierówność na podstawie wzorów (15) i (21) otrzymuje się warunek:

$$\delta_{P_{out}} + \delta_{P_{in}} < \frac{(1 - \eta)}{\eta} (\delta_{P_{in}} + \delta_{P_t}) \quad (38)$$

z którego wynika sprawność graniczna przy metodzie pośredniej z pomiarem strat mocy oraz mocy pobieranej. Po przekształceniu otrzymuje się:

$$\eta < \frac{\delta_{P_{in}} + \delta_t}{2\delta_{P_{in}} + \delta_{P_{out}} + \delta_t} \quad (39)$$

Jeżeli sprawność maszyny η spełnia warunek wg wzoru (37) lub (39), to większą dokładność zapewnia bezpośrednia metoda wyznaczenia sprawności. Jeżeli natomiast sprawność jest większa, to mniejszy błąd zapewniają metody pośrednie, w których mierzy się straty mocy oraz moc wydawaną lub moc pobieraną.

W niektórych normach dotyczących badania maszyn elektrycznych są podane wartości granicznej sprawności, poniżej której zaleca się jej wyznaczenie w sposób pośredni. Te graniczne wartości są zawarte jednak w szerokim przedziale: od 0,5 (norma GOST) aż do 0,9 (norma USA).

2.1.6. Algorytm do obliczania pochodnej strat mocy względem napięcia zasilającego

W celu obliczenia pochodnej strat mocy silnika względem nastawianego napięcia zasilającego, podczas wyznaczania jego sprawności, należy opracować algorytm obliczania poszczególnych składników strat od parametrów schematu zastępczego, parametrów stanu pracy – tj. mocy wydawanej, napięcia, częstotliwości, prądów w uzwojeniach i indukcji w elementach obwodu magnetycznego.

Przy obliczaniu błędu sprawności warunkowej pominięto wpływ napięcia, częstotliwości i innych nastawianych parametrów na zmianę strat dodatkowych obciążen-

wych. Straty te są bowiem małe – w skrajnym przypadku nie przekraczają 3% mocy znamionowej silnika. Przy małych błędach nastawiania napięcia i częstotliwości nie przekraczających 1% wartości nastawianej, błąd wynikający z pominięcia korekty strat dodatkowych obciążeniowych jest nie większy niż 0,003% mocy znamionowej. Jest to wielkość o niemal dwa rzędy mniejsza niż spodziewany uchyb wyznaczenia sprawności warunkowej. W bilansie strat mocy wszystkie składniki strat dodatkowych są oczywiście uwzględniane, jednak tylko straty dodatkowe w rdzeniu są korygowane, a pozostałe przyjmowane jako stałe, tj. niezależne od zmian napięcia i innych parametrów określających warunki pomiaru.

Podobnie postąpiono ze stratami mechanicznymi. Wprawdzie i one zależą od napięcia i częstotliwości, ale wpływ małych odchyłeń tych wielkości na zmianę strat mechanicznych jest o rząd mniejszy niż na składniki strat podstawowych.

Całkowite straty mocy wyrażają się zależnością

$$P_t = m_s R_s I_s^2 + m_r R_r' I_r'^2 + P_{Fe} + P_m + P_{al} \quad (40)$$

w której:

- m_s, m_r – liczba uzwojeń fazowych odpowiednio stojana i wirnika,
- R_s, R_r' – rezystancja uzwojenia fazowego odpowiednio stojana oraz wirnika,
- I_s, I_r' – prąd uzwojenia fazowego odpowiednio stojana oraz wirnika,
- P_{Fe} – straty w rdzeniu (łącznie podstawowe i dodatkowe jałowe),
- P_m – straty mechaniczne,
- P_{al} – straty dodatkowe obciążeniowe.

Tylko trzy składniki strat występujące po prawej stronie zależności (40) zostaną uzależnione od zmian parametrów określających warunki pomiaru sprawności. Należy zatem przede wszystkim znaleźć relacje między prądem stojana I_s oraz prądem wirnika I_r' , a mocą wydawaną P_{out} , napięciem U_s i częstotliwością f_s . Relacja ta jest złożona i może być przedstawiona tylko za pomocą algorytmu zawierającego obliczenia iteracyjne.

Taki algorytm można opracować na kilka sposobów, w tej pracy rozpoczęto od przyjęcia wstępnej wartości siły elektromotorycznej $E_s = E_r'$, korygowanej w drugiej pętli iteracyjnej. W pierwszej zerowej iteracji oblicza się składową czynną prądu wirnika jako

$$(I_{rcz}')_0 = \frac{P_{out} + P_m + P_{al}}{m_r E_r'} \quad (41)$$

przy czym:

E_r' – siła elektromotoryczna w wirniku.

W kolejnych iteracjach uwzględnia się straty mocy w uzwojeniu wirnika oraz składową bierną wynikającą z reaktancji $X_{r\sigma}'$ uzwojenia wirnika.

Zatem w k-tej iteracji

$$(I'_r)_k = \sqrt{\left[\frac{P_{out} + P_m + P_{al} + m_r R'_r (I'_{r,k-1})^2}{m_r E'_r} \right]^2 + \left[\frac{X'_{r\sigma} (I'_{r,k-1})^2}{E'_r} \right]^2} \quad (42)$$

Obliczenia są kontynuowane aż w dwóch kolejnych iteracjach prądy $(I'_r)_{n-1}$ oraz $(I'_r)_n$ różnią się od siebie o mniej niż zadana wartość $\varepsilon_{I'_r}$.

Do tak otrzymanych składowych prądu I'_r dodaje się składową czynną oraz bierną prądu biegu jałowego obliczone w znany sposób na podstawie strat w rdzeniu oraz napięć magnetycznych w elementach obwodu magnetycznego. W ten sposób otrzymuje się prąd w uzwojeniu stojana I_s przy przyjętej na wstępie sile elektromotorycznej $E_s = E'_r$. Dokładną wartość tej siły elektromotorycznej oblicza się również iteracyjnie w drugiej pętli na podstawie zadanego napięcia U_s , rezystancji R_s , reakcji rozproszczenia stojana $X_{s\sigma}$ a także na podstawie wyznaczonej wartości prądu I_s . Zależność do obliczania siły elektromotorycznej E_s jest powszechnie znana – podano ją np. w pracy [41]. Jeżeli obliczona wartość $(E_s)_0$ różni się od przyjętej E'_r na wstępie obliczeń, to należy przejść do pierwszej pętli iteracyjnej zakładając nową wartość

$$(E'_r)_l = \frac{(E_s)_0 + (E'_r)_{l-1}}{2} \quad (43)$$

Obliczenia są kontynuowane aż w dwóch kolejnych iteracjach różnica między $(E'_r)_l$ a $(E'_r)_{l-1}$ jest mniejsza od zadanej $\varepsilon_{E'_r}$.

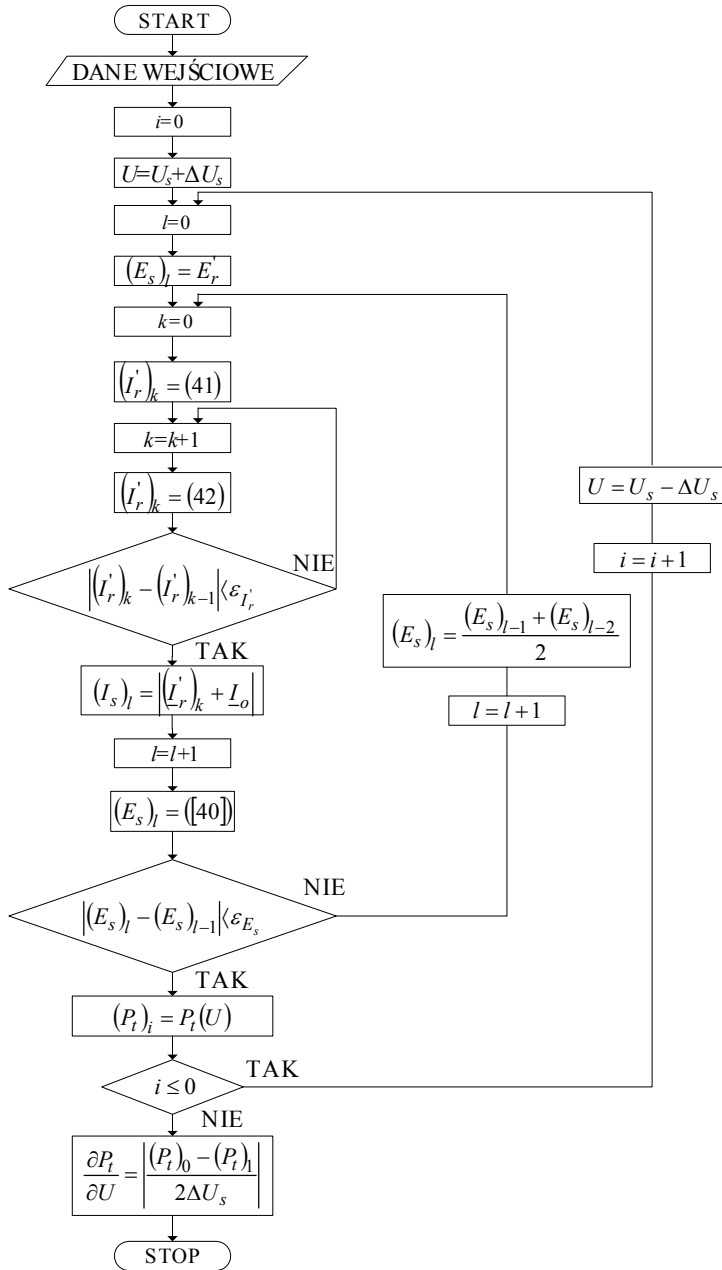
Cały cykl obliczeń powtarza się dla dwóch wartości napięcia stojana $U_s - \Delta U_s$ oraz $U_s + \Delta U_s$, przy czym ΔU_s – dokładność nastawiania napięcia podczas wyznaczania sprawności.

Straty mocy w rdzeniu – zarówno podstawowe jak i dodatkowe – zależą od kwadratu indukcji. Ich zależność od częstotliwości jest bardziej złożona, ale przy małych odchyłkach częstotliwości od wartości znamionowej można przyjąć, że straty te w warunkach pomiaru wyrażają się wzorem

$$P_{Fe} = P_{FeN} \left(\frac{E_{pom}}{E_N} \right)^2 \left(\frac{f_{pom}}{f_N} \right)^{1,6} \quad (44)$$

w której:

- E_{pom} – siła elektromotoryczna w warunkach, dla których obliczana jest sprawność;
- E_N – siła elektromotoryczna występująca w silniku podczas wyznaczania strat P_{FeN} podczas biegu jałowego;
- f_{pom} – częstotliwość w warunkach, dla których obliczana jest sprawność;
- f_N – częstotliwość występująca w silniku podczas wyznaczania strat P_{FeN} podczas biegu jałowego.



Rys. 4. Algorytm obliczania pochodnej strat względem napięcia

Po zsumowaniu strat występujących dla napięcia stojana $U_s - \Delta U_s$ oraz $U_s + \Delta U_s$ można obliczyć pochodną strat względem napięcia jako

$$\frac{\partial P_t}{\partial U} \approx \left| \frac{(P_t)_{U_s + \Delta U_s} - (P_t)_{U_s - \Delta U_s}}{2\Delta U_s} \right| \quad (45)$$

Struktura opisanego algorytmu jest przedstawiona na rysunku 4.

2.1.7. Algorytm do obliczania pochodnej strat względem częstotliwości napięcia zasilającego

Algorytm do obliczania pochodnej strat względem częstotliwości napięcia zasilającego ma strukturę podobną do algorytmu obliczania pochodnej strat względem napięcia. Obliczenia składników strat prowadzone są dla częstotliwości $f_s + \Delta f_s$ oraz $f_s - \Delta f_s$. Straty w rdzeniu obliczane są wg zależności (44). Pochodną strat względem częstotliwości napięcia zasilającego można obliczyć jako

$$\frac{\partial P_t}{\partial f} \approx \left| \frac{(P_t)_{f_s + \Delta f_s} - (P_t)_{f_s - \Delta f_s}}{2\Delta f_s} \right| \quad (46)$$

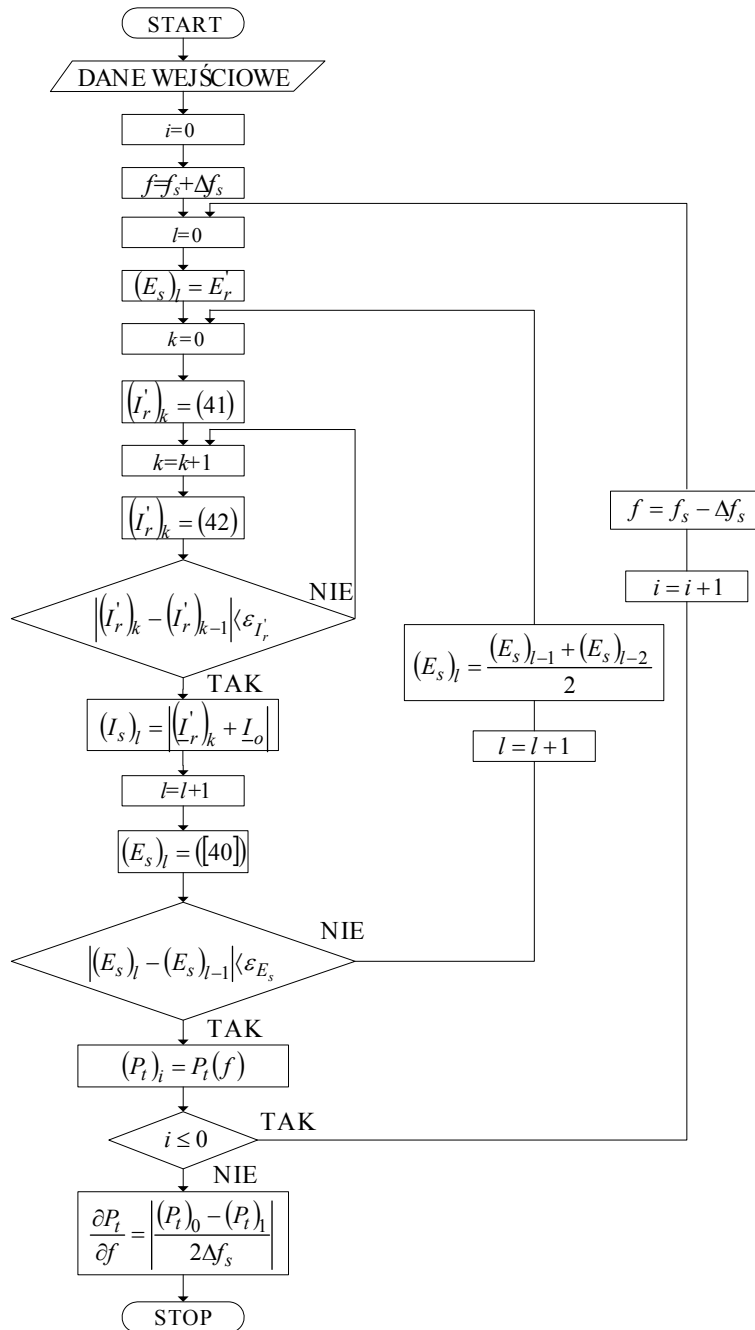
Struktura opisanego algorytmu jest przedstawiona na rysunku 5.

2.1.8. Algorytm do obliczania pochodnej strat względem mocy wydawanej

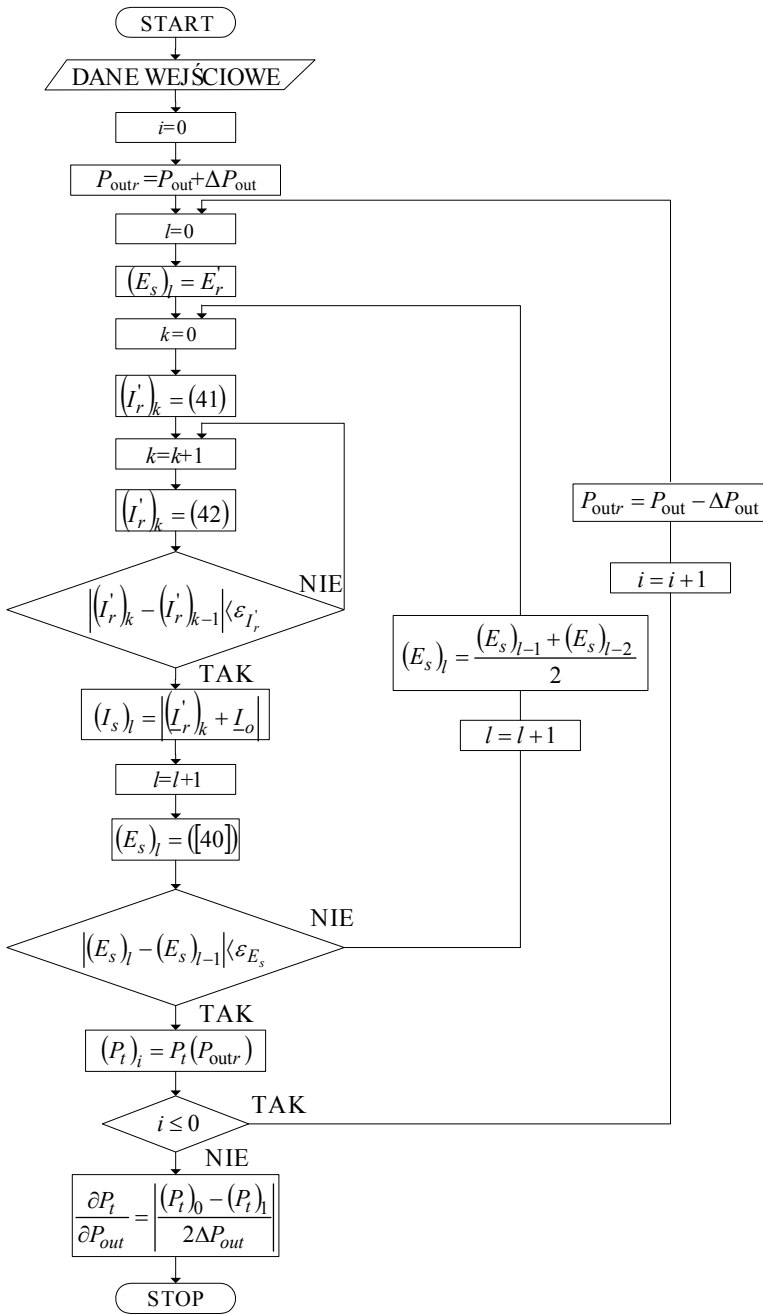
Algorytm do obliczania pochodnej strat względem mocy wydawanej ma strukturę podobną do algorytmu obliczania pochodnej strat względem napięcia. We wzorach (41) i (42) należy zamiast P_{out} wstawić $P_{out} + \Delta P_{out}$. Obliczenia składników strat prowadzone są dla mocy $P_{out} + \Delta P_{out}$ oraz $P_{out} - \Delta P_{out}$. Pochodną strat względem mocy oddanej można obliczyć jako

$$\frac{\partial P_t}{\partial P_{out}} \approx \left| \frac{(P_t)_{P_{out} + \Delta P_{out}} - (P_t)_{P_{out} - \Delta P_{out}}}{2\Delta P_{out}} \right| \quad (47)$$

Struktura opisanego algorytmu jest przedstawiona na rysunku 6.



Rys. 5. Algorytm obliczania pochodnej strat względem częstotliwości napięcia zasilającego



Rys. 6. Algorytm obliczania pochodnej strat względem mocy wydawanej

2.1.9. Wpływ napięcia, częstotliwości i mocy wydawanej na sprawność

W tym rozdziale przedstawiono wpływ pierwszych trzech parametrów ((a)-c) – rozdz. 2.1.4) tj. napięcia, częstotliwości i mocy wydawanej na sprawność silnika indukcyjnego klatkowego budowy zamkniętej. Obliczenia wykonano wg algorytmów przedstawionych w poprzednich podrozdziałach. Dotyczyły one wyznaczenia zarówno sprawności warunkowej jak i bezwarunkowej. Wybrano metodę bezpośrednią wyznaczania sprawności.

2.1.9.1. Wyznaczanie sprawności bezwarunkowej

Sprawność bezwarunkowa np. dla metody bezpośredniej wyznaczania sprawności określana jest z zależności

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \frac{cTn}{P_{\text{in}}} \quad (48)$$

gdzie:

P_{out} – moc wydawana,

P_{in} – moc pobierana, $c = \pi/30$,

T – moment na wale silnika badanego, n – prędkość obrotowa silnika.

Wtedy błąd bezwarunkowy (systematyczny) graniczny względny wynosi

$$\delta_{\eta_b} = \left| \frac{\Delta P_{\text{out}}}{P_{\text{out}}} \right| + \left| \frac{\Delta P_{\text{in}}}{P_{\text{in}}} \right| = \left| \frac{\Delta T}{T} \right| + \left| \frac{\Delta n}{n} \right| + \left| \frac{\Delta P_{\text{in}}}{P_{\text{in}}} \right| = \delta_T + \delta_n + \delta_{P_{\text{in}}} \quad (49)$$

gdzie:

ΔP_{out} , ΔP_{in} , ΔT , Δn – błędy bezwzględne odpowiednich wielkości,

δ_T , δ_n , $\delta_{P_{\text{in}}}$ – błędy względne pomiaru momentu, prędkości obrotowej oraz mocy pobieranej.

2.1.9.2. Wyznaczanie sprawności warunkowej

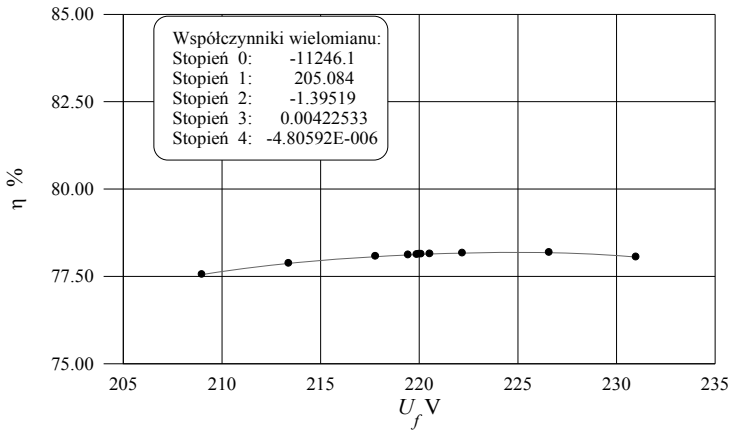
Do określania błędów wyznaczania sprawności warunkowej w zależności od napięcia, częstotliwości i mocy wydawanej wytypowano 5 silników: 90 L-4, 112 M-4, 160 L-4, 225 S-4, 280 M-4 o mocach znamionowych odpowiednio równych: 1,5 kW, 4 kW, 15 kW, 37 kW i 90 kW.

Założono odchyłki napięcia, częstotliwości i mocy wydawanej (tab. 12), dla których obliczono sprawność w funkcji poszczególnych wielkości nastawianych (napięcia, częstotliwości i mocy wydawanej), przy nie zmienianych dwóch pozostałych. Korzystano z algorytmów zbliżonych do stosowanych w procedurach projektowych i opisanych w poprzednich rozdziałach. Otrzymane wyniki zostały aproksymowane (rys. 7-11). Na ich podstawie wyznaczono pochodne cząstkowe w punkcie – wg wzoru (31) i obliczono błędy względne sprawności warunkowej od poszczególnych wielkości.

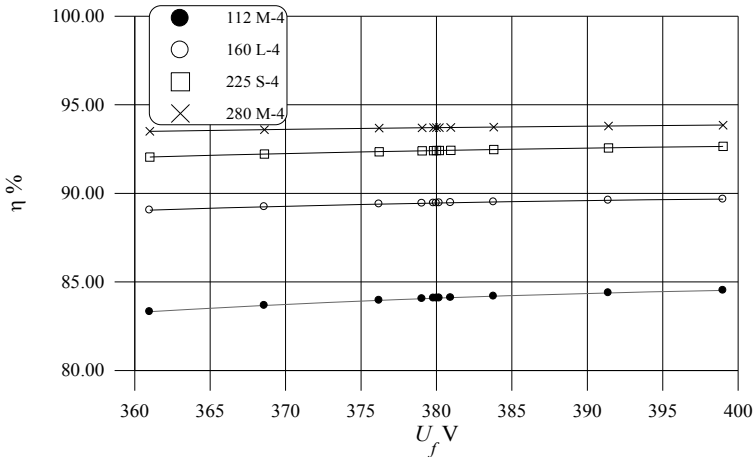
TABELA 12

Odchyłki napięcia, częstotliwości i mocy wydawanej

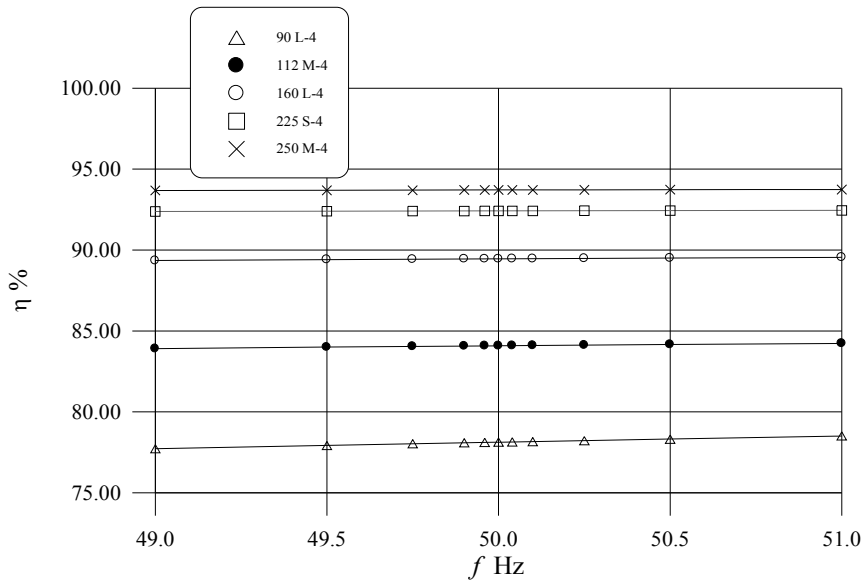
L.p.	ΔU		Δf		ΔP_{out}					
	380 V		50 Hz		90	112	160	225	280	
	%	V	%	Hz	%	kW	kW	kW	kW	
1.	0,05	0,19	0,08	0,04	0,1	0,0015	0,004	0,015	0,037	0,09
2.	0,25	0,95	0,20	0,10	0,2	0,0030	0,008	0,030	0,074	0,18
3.	1,00	3,80	0,50	0,25	0,5	0,0075	0,020	0,075	0,185	0,45
4.	3,00	11,40	1,00	0,50	1,0	0,0150	0,040	0,150	0,370	0,90
5.	5,00	19,00	2,00	1,00	2,0	0,0300	0,080	0,300	0,740	1,80



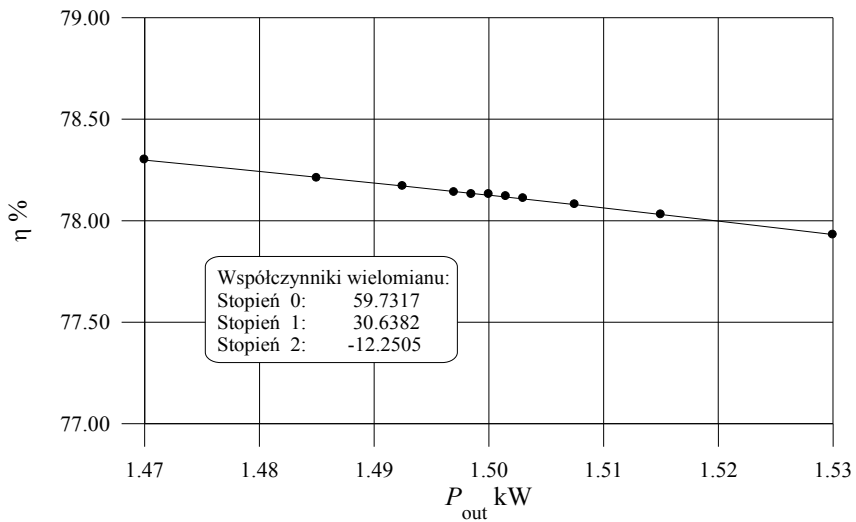
Rys. 7. Sprawność i jej aproksymacja silnika 90 L-4 dla różnych odchyłek napięcia fazowego



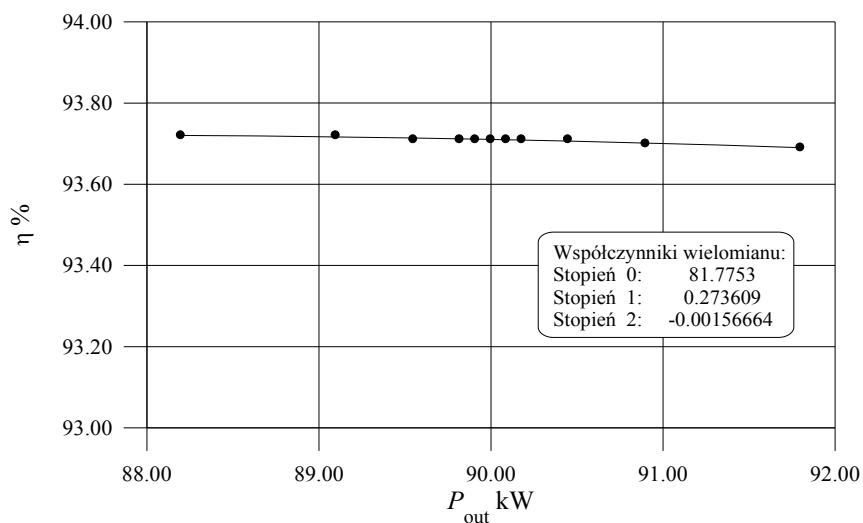
Rys. 8. Sprawności i ich aproksymacje silników 112 M-4, 160 L-4, 225 S-4 oraz 280 M-4 dla różnych odchyłek napięcia fazowego



Rys. 9. Sprawności i ich aproksymacje silników 90 L-4, 112 M-4, 160 L-4, 225 S-4 oraz 280 M-4 dla różnych odchyłek częstotliwości

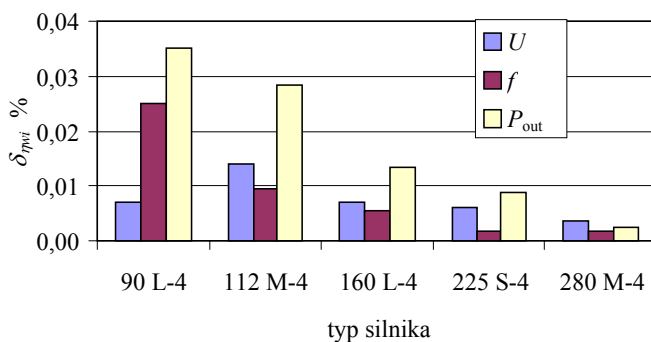


Rys. 10. Sprawność i jej aproksymacja silnika 90 L-4 dla różnych odchyłek mocy wydawanej



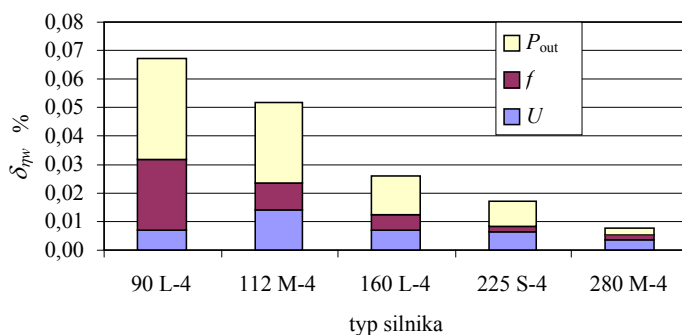
Rys. 11. Sprawność i jej aproksymacja silnika 280 M-4 dla różnych odchylek mocy wydawanej

Wyniki tych obliczeń przedstawiono na rysunkach 12 i 13. Błąd względny warunkowy $\delta_{\eta_{wi}}$ maleje ze wzrostem wielkości silnika nawet ok. siedmiokrotnie.

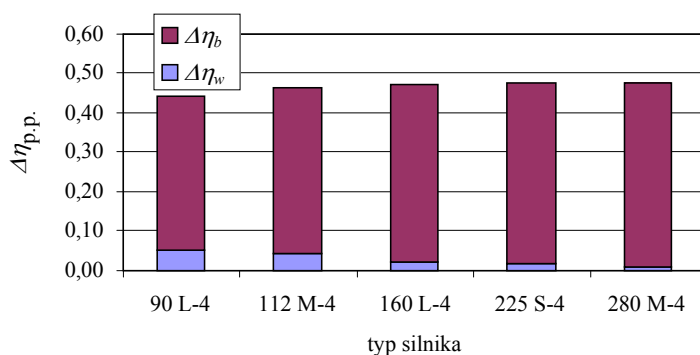


Rys. 12. Błędy względne warunkowe $\delta_{\eta_{wi}}$ od poszczególnych wielkości nastawianych dla różnych silników

Proporcje w udziale poszczególnych składników tego błędu są różne dla silników o różnej wielkości: w czterech pierwszych silnikach największy wpływ na ten błąd ma moc wydawana, w największym silniku – napięcie.



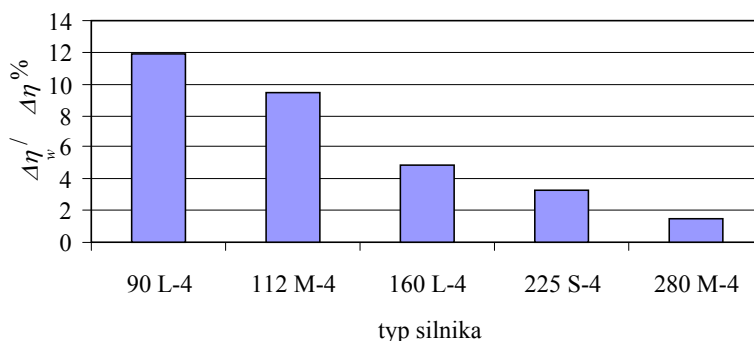
Rys. 13. Błąd względny warunkowy całkowity δ_{η_w} i jego składowe od poszczególnych wielkości nastawianych dla różnych silników



Rys. 14. Błąd bezwzględny całkowity $\Delta\eta$ i jego składowe: błąd bezwzględny warunkowy $\Delta\eta_w$ oraz błąd bezwzględny bezwarunkowy (systematyczny) $\Delta\eta_b$ dla różnych silników

Poza błędem warunkowym sprawności wyznaczono także błąd sprawności bezwarunkowej, tj. błąd systematyczny dla przyjętej metody bezpośredniej wyznaczania sprawności. Przyjmując $\delta_T = 0,1\%$, $\delta_n = 0,1\%$ oraz $\delta_{p_m} = 0,3\%$ otrzymuje się wg wzoru (49) wartość tego błędu $\delta_{\eta_b} = 0,5\%$.

Na rysunku 14 przedstawiono całkowity błąd bezwzględny (graniczny) $\Delta\eta$, który zawiera się w przedziale (0,44 p.p. – 0,48 p.p.) i jego składowe: błąd bezwzględny warunkowy $\Delta\eta_w$ przedział (0,05 p.p. – 0,01 p.p.) oraz błąd bezwzględny bezwarunkowy (systematyczny) $\Delta\eta_b$ przedział (0,39 p.p. – 0,47 p.p.) dla różnych silników. Natomiast na rysunku 15 jest przedstawiony udział błędu bezwzględnego warunkowego $\Delta\eta_w$ w całkowitym błędzie bezwzględnym $\Delta\eta$. Udział ten wynosi od ok. 12% dla najmniejszego silnika do ok. 1,5% dla silnika największego.



Rys. 15. Udział procentowy błędu bezwzględnego warunkowego $\Delta\eta_w$ w błędzie bezwzględnym całkowitym $\Delta\eta$ dla różnych silników.

2.1.9.3. Podsumowanie wyników obliczeń

1. Na podstawie przedstawionych w poprzednich rozdziałach podstaw teoretycznych określono błędy wyznaczania sprawności warunkowej i bezwarunkowej (systematyczny błąd graniczny) dla wybranych silników indukcyjnych klatkowych o mocy od 1,5 kW do 90 kW. W rozważaniach posłużono się metodą bezpośrednią wyznaczania sprawności. Jako wielkości nastawiane przyjęto: napięcie, częstotliwość i moc wydawaną.
2. Na podstawie przeprowadzonych analiz można stwierdzić, że błąd warunkowy całkowity sprawności jest tym mniejszy im większa jest moc silnika. Dla silnika o mocy 1,5 kW jest on ok. siedem razy większy niż dla silnika 90 kW. Udział błędów warunkowych od poszczególnych wielkości nastawianych w całkowitym błędzie warunkowym jest różny dla różnych silników i nie wykazuje związku z wielkością silnika, który można byłoby uogólnić – jest on raczej związany z jego konstrukcją. Z tego powodu błędy warunkowe od poszczególnych wielkości nastawianych silnika powinny być wyznaczane każdorazowo dla maszyn o danej konstrukcji.
3. Całkowity bezwzględny błąd graniczny wynosi od 0,44 p.p. – dla silnika o mocy 1,5 kW do 0,48 p.p. – dla silnika 90 kW.
4. Udział całkowitego bezwzględnego błędu warunkowego w całkowitym bezwzględnym błędzie granicznym jest zależny od wielkości silnika i wynosi od ok. 12% – dla silnika o mocy 1,5 kW do 1,5% – dla silnika o mocy 90 kW.
5. Można stwierdzić, że znaczący wpływ całkowitego bezwzględnego błędu warunkowego na całkowity bezwzględny błąd graniczny sprawności warunkowej zauważa się dla silników małych, tzn. silników o mocy do ok. 15 kW.
6. Przedstawiono czynniki, od których zależy dokładność wyznaczania sprawności silnika indukcyjnego. Podano klasyfikację sprawności. Omówiono metody bezpośrednie oraz pośrednie wyznaczania sprawności, z odpowiednim podziałem metod pośrednich. Wyprowadzono zależności na niepewność wyznaczania sprawności bezwarunkowej oraz warunkowej. W obliczaniu błędu sprawności warunkowej trzeba obliczać pochodną mocy lub strat mocy względem nastawionego parametru charakteryzującego warunki pomiaru.

7. Przedstawiono algorytmy obliczania pochodnej strat względem: napięcia, częstotliwości oraz mocy oddanej. Założono, że pozostałe parametry podczas pomiaru są postulowane, tj. nie są obarczone błędem.

2.1.10. Metodyka uwzględnienia wpływu kształtu napięcia zasilającego na sprawność

Napięcie zasilające sieci jak i z urządzeń zasilających silnik w laboratorium (np. z regulatorów indukcyjnych, prądnic synchronicznych i asynchronicznych) może być niesinusoidalne. Takie napięcie może być rozłożone w szereg Fouriera:

$$u(t) = \sqrt{2}[U_1 \sin \omega_1 t + \sum_{k=2}^{\infty} U_k \sin(k\omega_1 t + \phi_k)] \quad (50)$$

podobnie prąd:

$$i(t) = \sqrt{2}[I_1 \sin \omega_1 t + \sum_{k=2}^{\infty} I_k \sin(k\omega_1 t + \theta_k)] \quad (51)$$

gdzie:

- U_1, I_1 – wartości skuteczne podstawowych harmonicznnych napięcia i prądu,
- U_k, I_k – wartości skuteczne k -tych harmonicznnych napięcia i prądu,
- ϕ_k, θ_k – kąty fazowe k -tych harmonicznnych napięcia i prądu,
- ω_1 – pulsacja podstawowej harmonicznnej.

Poślizg wirnika względem k -tej harmonicznnej prądu stojana [81, 58]

$$s_k = \frac{kN_s \mp (1-s)N_s}{kN_s} = \frac{k \mp (1-s)}{k} = 1 \mp \frac{1-s}{k} \quad (52)$$

gdzie:

- N_s – prędkość synchroniczna pierwszej harmonicznnej,
- s – poślizg wirnika względem podstawowej harmonicznnej prądu stojana.

Znak „-” dotyczy harmonicznnych wirujących zgodnie z 1-szą harmoniczną, znak „+” dotyczy harmonicznnych wirujących przeciwnie do 1-szej harmonicznnej.

Częstotliwość k -tej składowej prądu stojana wynosi kf_1 a k -tej składowej prądu wirnika $kf_1 s_k$. Prędkość synchroniczna k -tej harmonicznnej odpowiadająca częstotliwości kf_1 wynosi kN_s gdzie:

$$N_s = \frac{60f_1}{p}, p - \text{liczba par biegunów silnika.} \quad (53)$$

Harmoniczne napięcia 1, 4, 7, 10, 13,..., $[3n+1]$ przyczyniają się do tworzenia siły magnetomotorycznej wirującej w kierunku zgodnym z ruchem i tworzenia dodatniego momentu.

Harmoniczne napięcia 2, 5, 8, 11, 14,..., $[3n+2]$ przyczyniają się do tworzenia siły magnetomotorycznej wirującej w kierunku przeciwnym do ruchu i tworzenia ujemnego momentu.

Harmoniczne napięcia 3, 6, 9, 12, 15,..., $[3n+3]$ przyczyniają się do tworzenia siły magnetomotorycznej niewirującej i dlatego nie tworzą momentu ($n = 0, 1, 2, \dots$).

Wpływ napięcia zasilania na charakterystyki silnika przedstawiono w publikacji [59]. Sposób analizy silnika zasilanego takim napięciem zaproponowano np. w publikacjach [14 i 50]. Polega on na superpozycji skutków działania poszczególnych harmonicznym tzn. nie uwzględniana jest nieliniowość. Częściowo efekt nasycenia uwzględniany jest w [81] poprzez wprowadzenie współczynnika modyfikującego reaktancję magnesującą.

Przy założeniu, że silnik jest symetryczny dalsze rozważania są prowadzone dla schematu zastępczego jednej fazy silnika. Schemat jest typowy (T), przy czym dla wyższych harmonicznym pomijana jest gałąź poprzeczna, ponieważ wartość jej (kX_m) jest znacznie większa niż impedancja rozproszenia wirnika. Z podobnego względu pomijane są rezystancje reprezentujące straty w rdzeniu i straty mechaniczne, zarówno dla podstawowej jak i wyższych harmonicznym. W schemacie dla podstawowej harmonicznym reaktancja magnesująca jest zmodyfikowana jak już wspomniano powyżej. Przy tych założeniach prąd k -tej harmonicznym:

$$I_k = \frac{U_k}{\sqrt{(R_{sk} + R_{rk} / s_k)^2 + (X_{sk} + X_{rk})^2}} \quad (54)$$

i całkowity prąd wyższych harmonicznym:

$$I_h = \sqrt{\sum_{k=2}^n I_k^2} \quad (55)$$

Bazując na publikacji [81] straty od poszczególnych harmonicznym w uzwojeniu stojana, przy pominięciu efektu naskórkowości, można obliczyć stosując zależność:

$$P_{wsh} = R_s I_h^2, \quad (56)$$

zaś w wirniku efekt wypierania nie może być pominięty, dlatego straty spowodowane przez poszczególne harmoniczne muszą być liczone oddzielnie i dodane:

$$P_{wrh} = \sum_{k=2}^n R_{rk} I_{rk}^2. \quad (57)$$

Autor podaje także przybliżone wzory do obliczenia strat w rdzeniu i strat dodatkowych obciążeniowych.

Bazując na zmierzonym odkształceniu napięcia i stosując wzory (56-57) oraz wzory zawarte w publikacji [81] można oszacować straty od wyższych harmonicznym napięcia zasilającego silnik.

W publikacji [58] autorzy przedstawili interesujące wyniki badań pracy silnika o mocy 2,2 kW zasilanego ze źródła o różnie odkształconym napięciu (harmoniczne od 1 do 13). Ciekawsze wyniki przedstawiono w tab. 13. Największe różnice w sprawności występują dla 2-giej harmonicznym i są odpowiednio równe 2,12 p.p., 3,48 p.p., 6,09 p.p. (odpowiednio dla VDF (Voltage Distortion Factor) = 5, 10, 15%). Nie zawsze rząd harmonicznym przesądza o wielkości dodatkowych strat przez nią spowodowanych. Na przykład dla VDF = 10% porządek harmonicznym powodujących straty od największych do najmniejszych jest następujący: 2, 4, 5, 7, 3, 8, 6, 10, 11, 9, 12, 13. Widać także spory wpływ amplitudy harmonicznym na straty np. dla 2 harmonicznym różnica między 5 a 15% powoduje zmniejszenie sprawności aż o 3,97 p.p.

TABELA 13

Sprawność silnika (w %) w zależności od zawartości harmonicznym w napięciu zasilającym [58]

Harmoniczna	VDF (%)		
	5	10	15
1	83,15	83,15	83,15
1+2	81,03	79,67	77,06
1+3	82,23	82,04	81,28
1+4	81,58	81,14	80,66
1+5	82,02	81,41	80,96
1+6	82,57	82,18	81,97
1+7	82,41	81,96	81,01
1+8	82,24	82,07	81,87
1+9	82,51	82,46	82,11
1+10	82,77	82,33	82,06
1+11	82,82	82,46	82,09
1+12	82,79	82,56	82,17
1+13	82,83	82,64	82,31

gdzie:

$$\text{VDF}(\%) = \frac{U_{mk}}{U_m} 100\% \quad (58)$$

U_{mk}, U_m – amplitudy k -tej i pierwszej harmonicznym napięcia zasilającego.

2.1.11. Metodyka uwzględnienia wpływu asymetrii napięcia zasilającego na sprawność

Jeżeli przyjąć, że występuje niesymetryczny układ napięć sinusoidalnych o następujących wartościach skutecznych zespolonych $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ to można go rozłożyć na trzy układy napięć trójfazowych symetrycznych [10, 12] zgodny, przeciwny i zerowy:

$$\text{zgodny: } \underline{U}_{A1} \quad \underline{U}_{B1} = a^2 \underline{U}_{A1} \quad \underline{U}_{C1} = a \underline{U}_{A1} \quad (59)$$

$$\text{przeciwny: } \underline{U}_{A2} \quad \underline{U}_{B2} = a \underline{U}_{A2} \quad \underline{U}_{C2} = a^2 \underline{U}_{A2} \quad (60)$$

$$\text{zerowy: } \underline{U}_{A0} \quad \underline{U}_{B0} = \underline{U}_{A0} \quad \underline{U}_{C0} = \underline{U}_{A0} \quad (61)$$

gdzie:

$$a = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} = e^{j \frac{2\pi}{3}} \quad (62)$$

$$a^2 = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} = e^{j \frac{4\pi}{3}} = e^{-j \frac{2\pi}{3}} \quad (63)$$

$$a^3 = a \cdot a^2 = 1 \quad (64)$$

$$a + a^2 + 1 = 0 \quad (65)$$

indeks:

- 1 – składowa zgodna,
- 2 – składowa przeciwna,
- 0 – składowa zerowa.

$\underline{U}_{Ai}, \underline{U}_{Bi}, \underline{U}_{Ci}$ – wartości skuteczne zespolone składowej symetrycznej i ($i \in \{1, 2, 0\}$)
odpowiednio fazy A, B i C .

Metoda składowych symetrycznych polega na zastosowaniu przekształcenia liniowego do niesymetrycznego układu napięć dającego w rezultacie trzy układy symetryczne napięć. W rezultacie niesymetryczne źródło zasilania zastępuje się trzema symetrycznymi źródłami i stosując zasadę superpozycji wykonuje obliczenia rozpyły prądów dla każdego układu symetrycznego napięć. Następnie dodaje się obliczone prądy wywołane działaniem każdego źródła niezależnie i otrzymuje się rozpyły wypadkowy.

Ponieważ znane są przesunięcia fazowe pomiędzy wektorami (fazorami) każdego układu symetrycznego (59-61), więc nie ma potrzeby wyznaczania 9 napięć (59-61) lecz wystarczy wyznaczyć wektor podstawowy każdego układu, a więc 3 wektory (fazory). Wektory (fazory) podstawowe każdego układu symetrycznego odniesione np. do fazy A i oznaczone odpowiednio $\underline{U}_0, \underline{U}_1, \underline{U}_2$ ($\underline{U}_{A0}, \underline{U}_{A1}, \underline{U}_{A2}$) nazywane są **składowymi symetrycznymi**: zerową, zgodną i przeciwną.

Niesymetryczne napięcie każdej fazy musi być równe sumie odpowiednich składowych symetrycznych:

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2 \\ \underline{U}_B &= \underline{U}_0 + a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 \end{aligned} \quad (66)$$

$$\underline{U}_C = \underline{U}_0 + a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2$$

lub w postaci macierzowej:

$$\mathbf{U} = \mathbf{S}\mathbf{U}_s \quad (67)$$

gdzie:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} - \text{macierz napięć niesymetrycznych,}$$

$$\mathbf{U}_s = \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} - \text{macierz napięć składowych symetrycznych,}$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} - \text{macierz przekształcenia.} \quad (68)$$

Zwykle interesuje nas zagadnienie odwrotne niż wyrażone równaniem (67) tzn. wyznaczenie składowych symetrycznych przy danym układzie niesymetrycznym. W tym celu mnożymy równanie (67) obustronnie przez macierz odwrotną \mathbf{S}^{-1} :

$$\mathbf{S}^{-1}\mathbf{U} = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{S}\mathbf{U}_s$$

i otrzymujemy:

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{U} \quad (69)$$

gdzie:

$$\mathbf{S}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (70)$$

lub inaczej:

$$\begin{aligned} \underline{U}_0 &= \frac{1}{3}(\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C) \\ \underline{U}_1 &= \frac{1}{3}(\underline{U}_A + a\underline{U}_B + a^2\underline{U}_C) \\ \underline{U}_2 &= \frac{1}{3}(\underline{U}_A + a^2\underline{U}_B + a\underline{U}_C) \end{aligned} \quad (71)$$

Autor monografii proponuje układ napięć zasilających przedstawić jako:

$$\begin{aligned}\underline{U}_A &= kUe^{j(0+\alpha)} \\ \underline{U}_B &= lUe^{-j\left(\frac{2\pi}{3}+\beta\right)} \\ \underline{U}_C &= mUe^{j\left(\frac{2\pi}{3}+\gamma\right)}\end{aligned}\quad (72)$$

gdzie:

$k, l, m \in \mathbf{R}^+$ są współczynnikami zmieniającymi wartości skuteczne napięć U w poszczególnych fazach,

$\alpha, \beta, \gamma \in \left(-\frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right)$ są kątami powodującymi asymetrię fazową układu napięć (72).

Z równań (72) wynika, że przyjęto następujący układ współrzędnych na płaszczyźnie zespolonej:

- oś wartości rzeczywistych zgodna z fazą A , np. skierowana pionowo do góry,
- oś wartości zespolonych przesunięta o 90° w kierunku przeciwnym do kierunku obrotu wskazówek zegara, np. skierowana poziomo w lewą stronę.

Wyznaczono składowe symetryczne dla układu (72) biorąc pod uwagę (71) i (62)-(63)

$$\underline{U}_0 = \frac{1}{3}U \left(ke^{j\alpha} + le^{-j\left(\frac{2\pi}{3}+\beta\right)} + me^{j\left(\frac{2\pi}{3}+\gamma\right)} \right) \quad (73)$$

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3}U (ke^{j\alpha} + le^{-j\beta} + me^{j\gamma}) \quad (74)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3}U \left(ke^{j\alpha} + le^{-j\left(\frac{2\pi}{3}+\beta\right)} + me^{j\left(\frac{2\pi}{3}+\gamma\right)} \right) \quad (75)$$

Należy przypomnieć, że np. \underline{U}_0 – równanie (73) oznacza wartość skuteczną zespoloną składowej symetrycznej zerowej skojarzonej z fazą A , czyli $\underline{U}_0 = \underline{U}_{A0}$, pozostałe wektory (fazory) układu symetrycznego zerowego (\underline{U}_{B0} , \underline{U}_{C0}) łatwo wyznaczyć, ponieważ znane są przesunięcia fazowe pomiędzy nimi.

Analogiczna uwaga dotyczy \underline{U}_1 i \underline{U}_2 w równaniach (74)-(75).

Aby zobrazować otrzymany wynik rozpatrzmy kilka szczególnych przypadków asymetrii.

Przypadek 1. Układ napięć zasilających symetryczny.

$$\begin{aligned}\underline{U}_A &= Ue^{j0} \\ \underline{U}_B &= Ue^{-j\frac{2\pi}{3}}\end{aligned}$$

$$\underline{U}_C = Ue^{j\frac{2\pi}{3}}$$

tzn. $k = l = m = 1$ oraz $\alpha = \beta = \gamma = 0$; na podstawie (73)-(75) otrzymujemy:

$$\underline{U}_{A0} = \underline{U}_0 = 0$$

$$\underline{U}_{A1} = \underline{U}_1 = U$$

$$\underline{U}_{A2} = \underline{U}_2 = \frac{1}{3}U \left(1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right) = \frac{1}{3}U \left(1 - \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0$$

Jak więc widać przy zasilaniu układem napięć symetrycznych tylko układ symetryczny zgodny jest różny od zera, pozostałe tj. zerowy i przeciwny mają składowe równe zero.

Przypadek 2. Występuje asymetria wartości skutecznej napięcia jednej fazy, brak asymetrii fazowej.

$$\underline{U}_A = kUe^{j0}$$

$$\underline{U}_B = Ue^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\underline{U}_C = Ue^{j\frac{2\pi}{3}}$$

tzn. $k \neq 1$, $l = m = 1$ oraz $\alpha = \beta = \gamma = 0$; na podstawie (73)-(75) otrzymujemy:

$$\underline{U}_{A0} = \underline{U}_0 = \frac{1}{3}U(k-1)$$

$$\underline{U}_{A1} = \underline{U}_1 = \frac{1}{3}U(k+2)$$

$$\underline{U}_{A2} = \underline{U}_2 = \frac{1}{3}U(k-1)$$

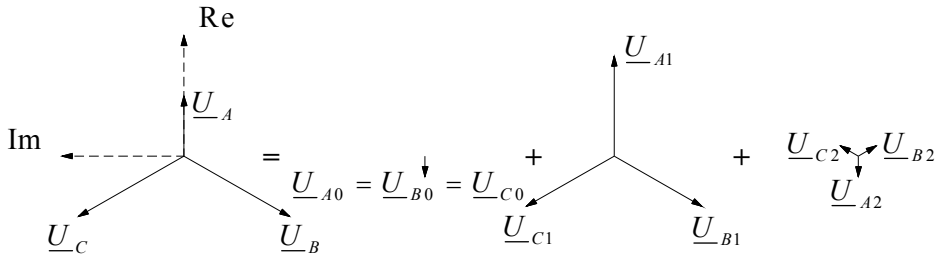
Przykład 1

$$k = 0,5$$

$$\underline{U}_{A0} = \underline{U}_0 = \frac{1}{3}U \left(-\frac{1}{2} \right) = -0,17U$$

$$\underline{U}_{A1} = \underline{U}_1 = \frac{1}{3}U(2,5) = 0,83U$$

$$\underline{U}_{A2} = \underline{U}_2 = \frac{1}{3}U \left(-\frac{1}{2} \right) = -0,17U$$



Rys. 16. Graficzna interpretacja przykładu 1

Przypadek 3. Występuje asymetria fazowa jednej fazy, brak asymetrii wartości skutecznych napięcia.

$$\underline{U}_A = Ue^{j(0+\alpha)}$$

$$\underline{U}_B = Ue^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\underline{U}_C = Ue^{j\frac{2\pi}{3}}$$

tzn. $k = l = m = 1$ oraz $a \neq 0, \beta = \gamma = 0$; na podstawie (73)-(75) otrzymujemy:

$$\underline{U}_{A0} = \underline{U}_0 = \frac{1}{3}U \left(e^{j\alpha} + e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{2\pi}{3}} \right) = \frac{1}{3}U \left(e^{j\alpha} - \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{1}{3}U(e^{j\alpha} - 1)$$

$$\underline{U}_{A1} = \underline{U}_1 = \frac{1}{3}U(e^{j\alpha} + 2)$$

$$\underline{U}_{A2} = \underline{U}_2 = \frac{1}{3}U(e^{j\alpha} - 1)$$

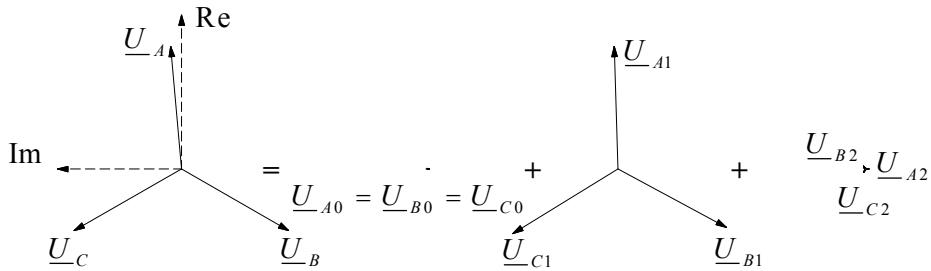
Przykład 2

$$a = \frac{\pi}{36} = 5^\circ$$

$$\underline{U}_{A0} = \underline{U}_0 = 0,029Ue^{-j87,4^\circ}$$

$$\underline{U}_{A1} = \underline{U}_1 = 0,999Ue^{j1,7^\circ}$$

$$\underline{U}_{A2} = \underline{U}_2 = 0,029Ue^{-j87,4^\circ}$$



Rys. 17. Graficzna interpretacja przykładu 2

Przypadek 4. Występuje asymetria wartości skutecznych napięcia, brak asymetrii fazowej.

$$\underline{U}_A = kUe^{j0}$$

$$\underline{U}_B = lUe^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\underline{U}_C = mUe^{j\frac{2\pi}{3}}$$

tzn. $k \neq l \neq m \neq 1$, $\alpha = \beta = \gamma = 0$; na podstawie (73)-(75) otrzymujemy:

$$\underline{U}_{A0} = \underline{U}_0 = \frac{1}{3}U \left(k + le^{-j\frac{2\pi}{3}} + me^{j\frac{2\pi}{3}} \right)$$

$$\underline{U}_{A1} = \underline{U}_1 = \frac{1}{3}U(k + l + m)$$

$$\underline{U}_{A2} = \underline{U}_2 = \frac{1}{3}U \left(k + le^{j\frac{2\pi}{3}} + me^{-j\frac{2\pi}{3}} \right)$$

Przykład 3

$$k = 1,002; l = 1,003; m = 0,997$$

$$\underline{U}_{A0} = \underline{U}_0 = 0,002Ue^{-j63,4^\circ}$$

$$\underline{U}_{A1} = \underline{U}_1 = 1,0003U$$

$$\underline{U}_{A2} = \underline{U}_2 = 0,002Ue^{j63,4^\circ}$$

Powyższe rozważania dotyczą różnych wielkości wektorowych (fazorowych) np. niesymetrycznego układu prądów fazowych lub przewodowych, niesymetrycznego układu impedancji. – wystarczy wtedy zamiast \underline{U}_i w powyższych zależnościach podstawić odpowiedni symbol np. $\underline{I}_{AB}, \underline{I}_A, \underline{Z}_{AB}, \underline{Z}_A$.

Ze względu na to, że przy zasilaniu silnika mamy zawsze dostępne napięcia źródła zasilającego na zaciskach silnika tzn. napięcia międzyfazowe – w dalszej części tego rozdziału zakłada się, że znany jest (zmierzony) niesymetryczny układ napięć międzyfazowych $\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$. Ponadto zawsze jest **układ trójprzewodowy** – z praw Kirchhoffa wynika, że w takim przypadku:

$$\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA} = 0 \quad (76)$$

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0 \quad (77)$$

gdzie:

$\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ – prądy zasilające silnik (przewodowe),
oprócz tego w **układzie trójprzewodowym składowa zerowa prądu przewodowego jest równa zero**, co wynika z pierwszego równania (71) oraz (77). Z tego wynika także, że w **uzwojeniu silnika połączonego w gwiazdę składowa zerowa prądów przewodowych (równych fazowym) jest równa zero**.

W uzwojeniu silnika połączonego w trójkąt może krążyć składowa zerowa prądów fazowych, ale nie może wyjść poza trójkąt. Jest ona przyczyną dodatkowych strat w silniku.

W silniku układ zgodny prądów daje pole wirujące zgodne, natomiast **układ przeciwny prądów daje pole wirujące w przeciwną stronę, które indukuje prądy o podwójnej częstotliwości** i powoduje dodatkowe straty.

2.1.11.1. Zasilanie niesymetryczne silnika z uzwojeniem stojana połączonym w gwiazdę

Zakłada się, że silnik jest symetryczny. Niesymetryczny układ napięć międzyfazowych (liniowych) $\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$ zostaje rozłożony na układ zgodny napięć międzyfazowych oraz przeciwny napięć międzyfazowych wg (71). Układ zerowy napięć międzyfazowych jest równy zero. Otrzymuje się:

$$\underline{U}_{AB1} = \underline{U}_1 = \frac{1}{3}(\underline{U}_{AB} + a\underline{U}_{BC} + a^2\underline{U}_{CA}) \quad (78)$$

$$\underline{U}_{AB2} = \underline{U}_2 = \frac{1}{3}(\underline{U}_{AB} + a^2\underline{U}_{BC} + a\underline{U}_{CA}) \quad (79)$$

oraz:

$$\underline{U}_{BC1} = a^2\underline{U}_{AB1} \quad (80)$$

$$\underline{U}_{BC2} = a\underline{U}_{AB2} \quad (81)$$

$$\underline{U}_{CA1} = a\underline{U}_{AB1} \quad (82)$$

$$\underline{U}_{CA2} = a^2\underline{U}_{AB2} \quad (83)$$

czyli dwa układy symetryczne: zgodny $\underline{U}_{AB1}, \underline{U}_{BC1}, \underline{U}_{CA1}$ i przeciwny $\underline{U}_{AB2}, \underline{U}_{BC2}, \underline{U}_{CA2}$ napięć międzyfazowych.

Ze względu na symetrię silnika w dalsze rozważania ogranicza się do jednej fazy. Jeżeli napięcie $\underline{U}_{AB1} = U_{AB1} e^{j\alpha}$ a $\underline{U}_{AB2} = U_{AB2} e^{j\beta}$ to napięcia fazowe zgodne i przeciwne wynoszą:

$$\underline{U}_{A1} = \frac{U_{AB1}}{\sqrt{3}} e^{j(\alpha - \frac{\pi}{6})} = \frac{U_{AB1}}{\sqrt{3}} e^{j(\alpha - 30^\circ)} \quad (84)$$

$$\underline{U}_{A2} = \frac{U_{AB2}}{\sqrt{3}} e^{-j(\beta + \frac{\pi}{6})} = \frac{U_{AB2}}{\sqrt{3}} e^{-j(\beta + 30^\circ)} \quad (85)$$

Na podstawie publikacji [92] dodatkowe straty spowodowane przeciwnym symetrycznym układem napięć wynoszą:

$$P_{a2} = 3 \left(\frac{U_{A2}}{Z_2} \right)^2 [(Z_2 \cos \theta_2)(2-s) - (1-s)R_{phws}] \quad (86)$$

gdzie:

Z_2 – wartość skuteczna zespolona impedancji składowej przeciwnej. Może być ona wyznaczona eksperymentalnie dla danego silnika podczas próby wirowania przeciw polu, przy symetrycznym zasilaniu tak aby płynął prąd taki jak podczas normalnej pracy przy zasilaniu symetrycznym. Wykonuje się pomiar mocy w fazie P_{ph2} , prądu fazowego I_{ph} oraz napięcia fazowego U_{ph2} . Wtedy:

$$Z_2 = \frac{U_{ph2}}{I_{ph}} e^{j\theta_2} \quad \text{i} \quad \cos \theta_2 = \frac{P_{ph2}}{U_{ph2} I_{ph}}$$

R_{phws} – rezystancja fazy stojana.

Inny sposób wyznaczenia Z_2 to algorytm obliczeniowy przedstawiony w [92].

Przykład [92]

Silnik 7,5 kW, 4-biegunowy, 220 V gwiazda, 60 Hz, poślizg 4%. Jeżeli wartość skuteczna napięcia składowej przeciwnej wynosi 10% napięcia fazowego czyli 12,7 V to dodatkowe straty spowodowane taką asymetrią wynoszą 275 W. Sprawność znamionowa silnika wynosi 90,14% a przy takiej asymetrii 87,26%, różnica wynosi więc 2,88 pn. %.

2.1.11.2. Zasilanie niesymetryczne silnika z uzwojeniem stojana połączonym w trójkąt

Jak wykazano w rozdziale 2.1.11 w takim przypadku występuje dodatkowo składowa symetryczna zerowa, która krążąc w trójkącie powiększa straty. W [54] przedstawiono zarówno eksperymentalny jak i obliczeniowy sposób wyznaczenia prądu i impedancji zerowych.

2.1.11.3. Wyniki badań silnika zasilanego niesymetrycznym układem napięć

W publikacji [88] autor przedstawił bardzo interesujące wyniki badań pracy silnika o mocy 2,2 kW zasilanego w różnych warunkach asymetrycznego zasilania. Ciekawsze wyniki przedstawiono w tab. 14. Z wyników tych widać, że maksymalna różnica w sprawności wynosząca 3,27 p.p. wystąpiła przy asymetrii wartości skutecznych obniżonych (w stosunku do znamionowych) we wszystkich fazach. Sprawność przy asymetriach wartości skutecznych obniżonych jest średnio o 2,8 p.p. niższa niż przy zasilaniu symetrycznym i średnio o 0,4 p.p. niższa przy asymetriach wartości skutecznych podwyższonych. Przy asymetrii fazowej jednej fazy tylko o 6,9° różnica w sprawności wynosi 0,76 p.p., natomiast przy asymetrii fazowej dwóch faz o 8,1° i o 4° aż 1,55 p.p. Można więc wysnuć wniosek, że stosunkowo niewielka asymetria fazowa powoduje dość znaczne obniżenie sprawności silnika. W ostatnim wierszu przedstawiono wyniki przy niewielkiej asymetrii wartości skutecznej w jednej fazie (3,8 V). W tym przypadku sprawność zmalała o 0,48 p.p.

TABELA 14

Wyniki badań silnika przy asymetrycznym zasilaniu [57]

Asymetria	\underline{U}_A	\underline{U}_B	\underline{U}_C	U_1	U_2	η [%]	$\cos \varphi$
ukł. symetr.	$127,0e^{j0^\circ}$	$127,0e^{j240^\circ}$	$127,0e^{j120^\circ}$	127,0	0,0	83,80	0,831
war. skut. w 3 faz.	$110,0e^{j0^\circ}$	$112,0e^{j240^\circ}$	$125,0e^{j120^\circ}$	115,8	4,6	80,53	0,853
war. skut. w 2 faz.	$111,8e^{j0^\circ}$	$114,3e^{j240^\circ}$	$127,0e^{j120^\circ}$	117,7	4,7	81,38	0,847
war. skut. w 1 faz.	$112,4e^{j0^\circ}$	$127,0e^{j240^\circ}$	$127,0e^{j120^\circ}$	122,1	4,9	81,51	0,839
fazy w 2 fazach	$127,0e^{j0^\circ}$	$127,0e^{j231,9^\circ}$	$127,0e^{j116^\circ}$	126,8	5,1	82,25	0,830
fazy w 1 fazie	$127,0e^{j0^\circ}$	$127,0e^{j240^\circ}$	$127,0e^{j113,1^\circ}$	126,8	5,1	83,04	0,829
war. skut. w 1 faz.	$142,9e^{j0^\circ}$	$127,0e^{j240^\circ}$	$127,0e^{j120^\circ}$	132,3	5,3	83,21	0,816
war. skut. w 2 faz.	$145,9e^{j0^\circ}$	$138,3e^{j240^\circ}$	$127,0e^{j120^\circ}$	137,1	5,5	83,40	0,812
war. skut. w 3 faz.	$148,2e^{j0^\circ}$	$139,7e^{j240^\circ}$	$129,0e^{j120^\circ}$	139,0	4,6	83,58	0,808
war. skut. w 1 faz.	$123,2e^{j0^\circ}$	$127,0e^{j240^\circ}$	$127,0e^{j120^\circ}$	125,7	1,3	83,32	0,833

Przedstawione w tym rozdziale wyniki badań wpływu asymetrii zasilania na sprawność silnika dowodzą, że nieuwzględnienie warunków zasilania może powodować znaczne obniżenie wyznaczanej sprawności silnika.

2.1.12. Metodyka uwzględnienia wpływu temperatury powietrza chłodzącego na sprawność silnika

Zaproponowano dwie metody wyznaczenia wpływu temperatury powietrza chłodzącego obiegu zewnętrznego silnika indukcyjnego klatkowego budowy zamkniętej [33].

Jedna nazywana metodą B wg normy amerykańskiej i kanadyjskiej [67, 66] oraz druga z wykorzystaniem Zastępczej Sieci Ciepłej (ZSC) silnika [65].

Problem został sformułowany w następujący sposób: wyznaczyć sprawność silnika η przy temperaturze powietrza otaczającego \mathcal{G}_o gdy znana jest wyznaczona sprawność η_p tego silnika przy zmierzonej temperaturze powietrza otaczającego \mathcal{G}_{op} . Rozwiązanie tego problemu pozwala na określenie sprawności η sprowadzonej do temperatury \mathcal{G}_o , którą można nazwać temperaturą odniesienia dla sprawności η_p wyznaczanych w różnych warunkach termicznych powietrza otaczającego.

2.1.12.1. Metoda według norm amerykańskiej i kanadyjskiej

W metodzie tej zakłada się korekcję dwóch składników strat: w uzwojeniu stojana i klatce wirnika, przy czym nie uwzględnia się zmiany przyrostu temperatury w zależności od temperatury powietrza otaczającego.

Straty w uzwojeniu stojana P_{ws} w temperaturze powietrza otaczającego \mathcal{G}_o wyznacza się z zależności:

$$P_{ws} = P_{wsp} \frac{\Delta \mathcal{G}_{wsp} + \mathcal{G}_o + K}{\Delta \mathcal{G}_{wsp} + \mathcal{G}_{op} + K} \quad (87)$$

gdzie:

- $\Delta \mathcal{G}_{wsp}$ – przyrost temperatury uzwojenia stojana wyznaczony z pomiarów metodą rezystancyjną,
- \mathcal{G}_o – temperatura powietrza otaczającego (odniesienia),
- \mathcal{G}_{op} – temperatura powietrza otaczającego, przy której został wyznaczony przyrost $\Delta \mathcal{G}_{wsp}$ oraz straty w uzwojeniu stojana P_{wsp} ,
- K – współczynnik dla miedzi = 235, dla aluminium = 225.

Straty w uzwojeniu wirnika P_{wr} w temperaturze \mathcal{G}_o wyznacza się z zależności

$$P_{wr} = (P_{inp} - P_{ws} - P_{Fep}) s_p \frac{\Delta \mathcal{G}_{wsp} + \mathcal{G}_o + K}{\Delta \mathcal{G}_{wsp} + \mathcal{G}_{op} + K} \quad (88)$$

gdzie:

- P_{inp} – zmierzona moc pobrana przez silnik,
- P_{ws} – skorygowane (dla temperatury \mathcal{G}_o) straty w uzwojeniu stojana,
- P_{Fep} – straty w rdzeniu z pomiaru podczas biegu jałowego silnika,
- s_p – poślizg zmierzony przy temperaturze \mathcal{G}_{op} , przy której został wyznaczony przyrost $\Delta \mathcal{G}_{wsp}$.

- Za pomocą powyższej metody (metody B) wykonano obliczenia dla dwóch silników:
1. 90 L-2, $P_N = 2,24$ kW, $U_N = 460$ V gwiazda, $f_N = 60$ Hz,
 2. 324 T6, $P_N = 18,64$ kW, $U_N = 575$ V trójkąt, $f_N = 60$ Hz.

Wyniki tych obliczeń przedstawiono w tabeli 15.

Z wyników przedstawionych w tabeli 15 wynika, że maksymalna różnica w sprawności (dla różnicy temperatur $40-5 = 35^\circ\text{C}$) wynosi: dla silnika mniejszego 2-biegowego 1,17 p.p., dla silnika większego 6-biegowego 0,44 p.p. Dla warunków zwykle występujących w laboratorium (dla różnicy temperatur $25-15 = 10^\circ\text{C}$) różnica ta wynosi odpowiednio 0,34 p.p. i 0,13 p.p. Oznacza to, że silnik badany w zimie może mieć wyznaczaną tą metodą sprawność nawet o 0,34 p.p. wyższą niż badany w lecie.

TABELA 15

Wyniki obliczeń sprawności silników η przy różnych wartościach temperatury otoczenia ϑ_o otrzymane przy zastosowaniu metody wg norm amerykańskiej i kanadyjskiej

	90-L2	324 T6
ϑ_o °C	η %	η %
5	85,28	93,12
10	85,12	93,06
15	84,95	93,00
20	84,78	92,93
25	84,61	92,87
30	84,45	92,80
35	84,28	92,74
40	84,11	92,68

2.1.12.2. Metoda z zastosowaniem zastępczej sieci cieplnej

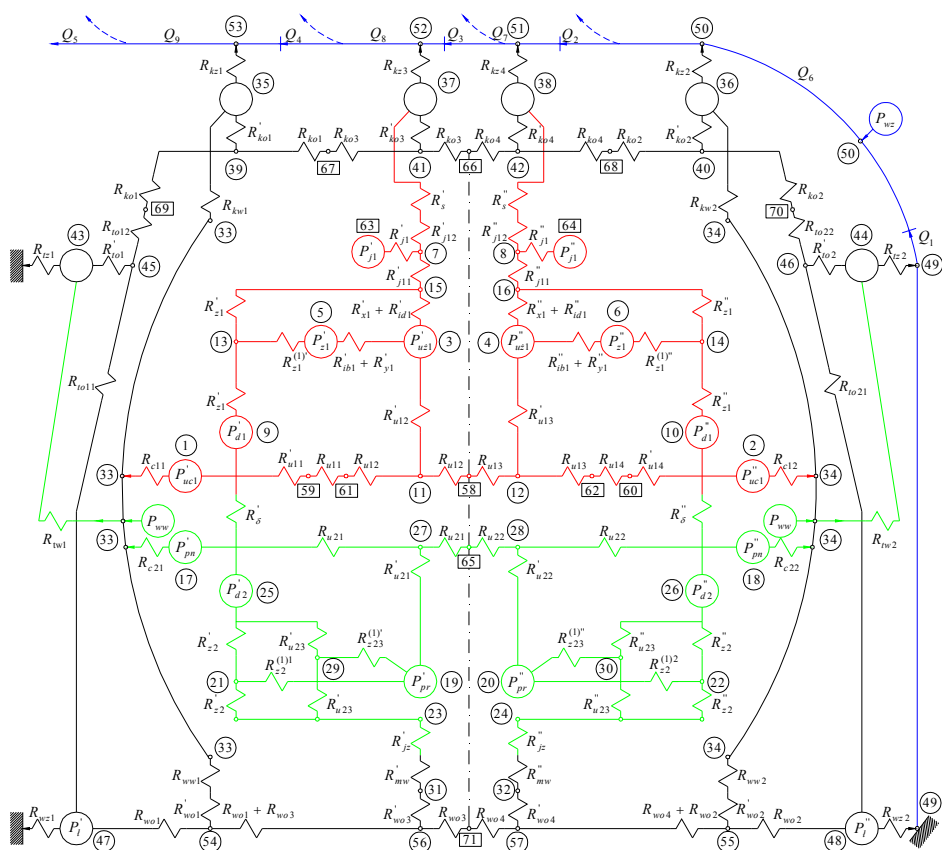
Jest to metoda opracowana w Zakładzie Maszyn Elektrycznych Instytutu Elektrotechniki [65] i służy do obliczeń wentylacyjnych i cieplnych silników indukcyjnych klatkowych budowy zamkniętej z wymianą ciepła przez wał.

Schemat zastępczej sieci cieplnej jest przedstawiony na rysunku 18. Sieć składa się z oporów cieplnych i źródeł ciepła. Można w niej wyróżnić oznaczony na: zielono-wirnik, czerwono-stojan, czarno-wał, tarcze łożyskowe i kadłub, niebiesko-obieg powietrza chłodzącego zewnętrznego.

Metoda umożliwi uwzględnienie wzrostu strat w uzwojeniach wywołanego przez wzrost temperatury uzwojeń, a przez to również uwzględnienie wpływu temperatury otoczenia na nagrzewanie się silnika. Uwzględnia się ponadto podgrzewanie się powietrza chłodzącego silnik wzdłuż drogi przejmowania ciepła z silnika przez to powietrze. Uwzględniana jest także ucieczka powietrza chłodzącego na kilku odcinkach wzdłuż silnika.

Do danych wejściowych metody wchodzi dane: znamionowe, konstrukcyjne, współczynniki cieplne oraz wydzielające się straty wyznaczone z pomiarów lub obliczone. Istotne jest, że metoda ta wymaga rozdziału strat w rdzeniu wyznaczonych z próby biegu jałowego na podstawowe i dodatkowe jałowe, zaś strat podstawowych w rdzeniu na

straty w zębach oraz w jarzmie stojana. Z kolei straty dodatkowe rozdzielone są na straty dodatkowe stojana i wirnika tzn. straty dodatkowe stojana składają się ze strat dodatkowych jałowych w stojanie i strat dodatkowych obciążeniowych w stojanie, zaś straty dodatkowe wirnika składają się ze strat dodatkowych jałowych w wirniku i strat dodatkowych obciążeniowych w wirniku. Straty mechaniczne rozdzielone są na straty w łożyskach, straty wentylatora i straty na wentylację (wentylatora wewnętrznego). Z opisu składników strat wynika, że niezbędne jest ich przygotowanie za pomocą modułu obliczeń elektromagnetycznych i strat dodatkowych, co jest istotnym szczegółem w algorytmie metody. Można zastosować też uproszczoną metodę współczynników określających udział poszczególnych składników strat wyznaczonych na podstawie dużej ilości pomiarów lub użyć strat wyznaczonych z pomiarów.



Rys. 18. Zastępcza sieć cieplna silnika indukcyjnego klatkowego budowy zamkniętej z uwzględnieniem wymiany ciepła przez wał wg [65]

Oznaczenia:

R_i – opory cieplne, P_i – straty, Q_i – wydatki powietrza.

W wyniku rozwiązania sieci cieplnej otrzymuje się temperatury w węzłach, temperatury średnie, maksymalne oraz strumienie cieplne między węzłami.

Wadą opisywanej metody jest duża ilość danych wejściowych, w szczególności konstrukcyjnych. Można jednak stworzyć bazę danych dla danego typu silnika i wtedy możliwe jest ujednoczenie danych do obliczeń elektromagnetycznych i cieplnych tak, że ilość niezbędnych danych będzie mniejsza.

Zaletą opisywanej metody jest dosyć wierne fizyczne odwzorowanie obiektu, co zapewnia uzyskanie wyników obliczeń zgodnych z wynikami pomiarów. Zasadniczą zaletą metody Zastępczej Sieci Ciepłej (ZSC) w stosunku do metody wg norm amerykańskiej i kanadyjskiej jest obliczanie zmiany przyrostu temperatury w zależności od temperatury otoczenia. Oczywiście jest bowiem, że przy temperaturze otoczenia np. wyższej niż ta przy której silnik był badany, oddawanie ciepła jest gorsze co pociąga za sobą zwiększenie przyrostu temperatury uzwojeń silnika.

2.1.12.3. Porównanie wyników obliczeń sprawności otrzymanych różnymi metodami

W celu porównania wyników sprawności wyznaczanych różnymi metodami w zależności od temperatury otoczenia zostały przeprowadzone obliczenia dla silnika 132 M-4, $P_N = 7,5$ kW, $U_N = 380$ V, połączenie uzwojenia stojana w trójkąt. Straty zostały przyjęte z pomiarów.

TABELA 16

Wyniki obliczeń sprawności wykonanych różnymi metodami w zależności od temperatury otoczenia

ϑ_o °C	$\vartheta_o + \Delta\vartheta_{wsp}$ (B) °C	η (B) %	P_{ws} (B) W	P_{wr} (B) W	$\Delta\vartheta_{ws}$ (ZSC) °C	ϑ_{ws} (ZSC) °C	$\Delta\vartheta_{wr}$ (ZSC) °C	ϑ_{wr} (ZSC) °C
5	81,6	86,19	492,3	249,7	76,19	81,19	103,97	108,97
10	86,6	86,07	500,1	253,5	77,27	87,27	105,27	115,27
15	91,6	85,96	507,9	257,3	78,35	93,35	106,58	121,58
20	96,6	85,84	515,7	261,1	79,43	99,43	107,88	127,88
25	101,6	85,73	523,4	264,9	80,52	105,52	109,19	134,19
30	106,6	85,62	531,2	268,7	81,61	111,61	110,51	140,51
35	111,6	85,50	539,0	272,5	82,70	117,7	111,82	146,82
40	116,6	85,39	546,8	276,3	83,79	123,79	113,14	153,14

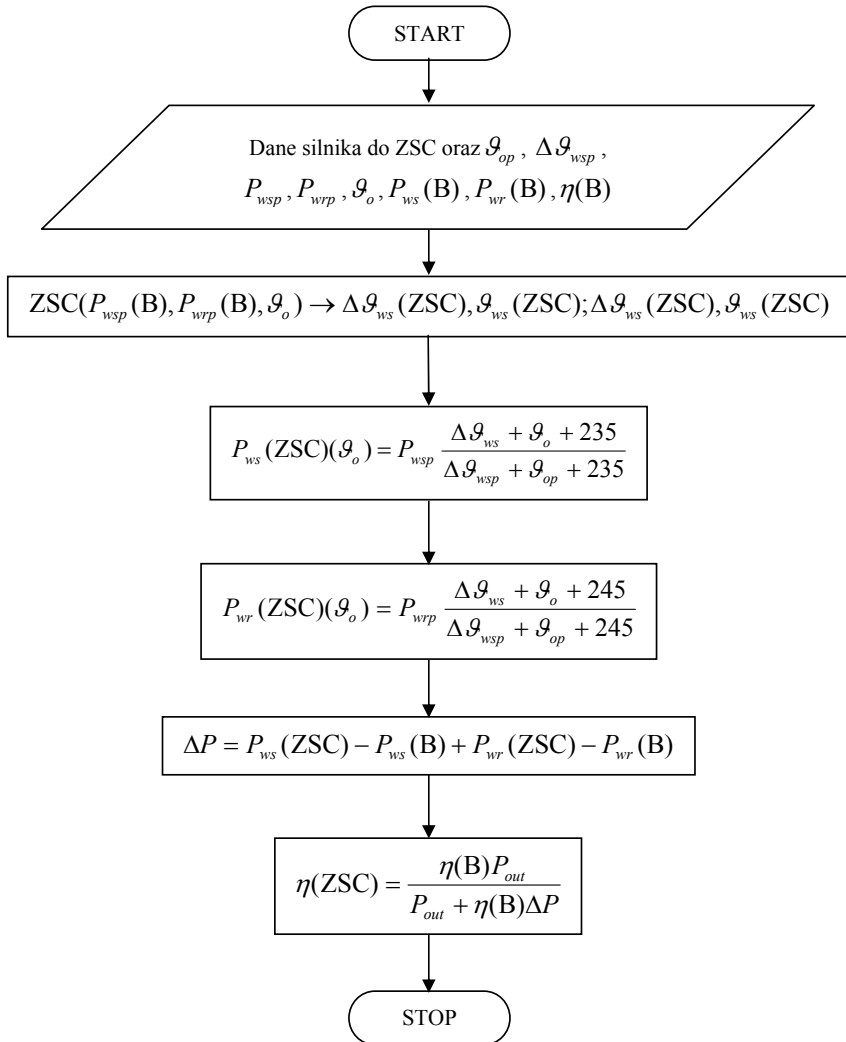
P_{ws} (ZSC) W	P_{wr} (ZSC) W	ΔP (ZSC) W	η (ZSC) %
491,7	249,3	-0,9	86,20
501,2	254,0	1,6	86,05
510,6	258,6	4,1	85,92
520,1	263,3	6,6	85,78
529,6	267,9	9,2	85,64
539,0	272,6	11,7	85,51
548,5	277,2	14,2	85,36
558,0	281,9	16,8	85,23

$$\vartheta_{wsp} = 96,6 \text{ °C}$$

$$P_{wsp} = 515,7 \text{ W}$$

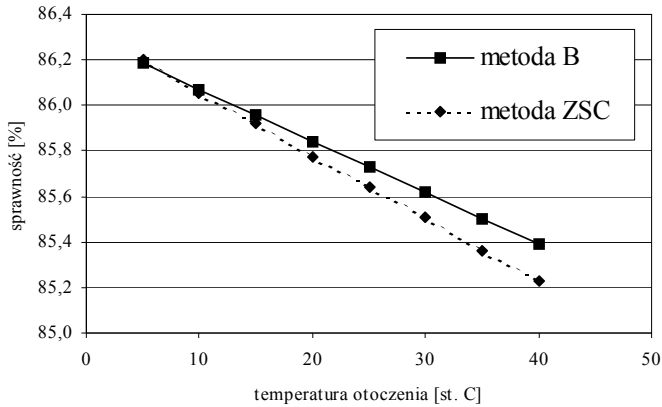
$$P_{wrp} = 261,1 \text{ W}$$

Oznaczenia w tabeli 16: (B) – wyniki obliczeń wg metody B, (ZSC) – wyniki obliczeń wg metody zastępczej sieci ciepłej, ΔP – różnica między sumą strat w uzwojeniach otrzymanych z obliczeń metodą ZSC i metodą B, pozostałe oznaczenia jak w podrozdziale 2.1.12.1.



Rys. 19. Algorytm obliczeń porównawczych sprawności wyznaczonych dwiema metodami

Obliczenia zestawione w tabeli 16 zostały przeprowadzone wg algorytmu przedstawionego na rysunku 19 dla różnych wartości g_o . Z analizy wyników przedstawionych w tabeli 16 wynika, że różnice między sprawnością obliczoną metodą B i metodą zastępczej sieci cieplnej zależne są od temperatury otoczenia i zmieniają się od $-0,01$ p.p. do $0,16$ p.p. (rys. 20) dla analizowanego silnika. Oznacza to, że np. przy $g_o = 20^\circ\text{C}$ (średnia temperatura występująca w laboratorium) nieuwzględnienie zmiany przyrostu temperatury w zależności od temperatury otoczenia (czyli niezastosowanie metody ZSC) prowadzi do zawyżenia sprawności analizowanego silnika o $0,06$ p.p.



Rys. 20. Sprawność silnika w funkcji temperatury otoczenia wyznaczona różnymi metodami

2.1.12.4. Podsumowanie wyników obliczeń

1. Jednym z czynników wpływającym na eksperymentalne wyznaczanie sprawności w silnikach indukcyjnych klatkowych budowy zamkniętej jest temperatura otoczenia. Jej wpływ na sprawność uwzględniają niektóre normy (np. amerykańska i kanadyjska), ale zakładają, że nie następuje zmiana przyrostu temperatury uzwojeń silnika na skutek zmiany temperatury otoczenia. Zaproponowana w tym rozdziale druga metoda – zastępczej sieci cieplnej takiego założenia nie ma i dlatego zapewnia w sposób bardziej poprawny wyznaczenie sprawności silnika w zależności od temperatury otoczenia.

2. Z analizy wyników zależności sprawności wyznaczonej wg norm amerykańskiej i kanadyjskiej wynika, że maksymalna różnica w sprawności (dla różnicy temperatur $40-5 = 35^{\circ}\text{C}$) wynosi: dla silnika 90 L-2 1,17 p.p., dla silnika 324 T6 0,44 p.p. Dla warunków zwykle występujących w laboratorium (dla różnicy temperatur $25-15 = 10^{\circ}\text{C}$) różnica ta wynosi odpowiednio 0,34 p.p. i 0,13 p.p. Oznacza to, że silnik badany w zimie może mieć sprawność wyznaczaną tą metodą nawet o 0,34 p.p. większą niż badany w lecie. Można się spodziewać, że maksymalna różnica sprawności wyznaczonych metodą zastępczej sieci cieplnej dla tych dwóch silników byłaby jeszcze większa (co najmniej o 20%).

3. Sprawności wyznaczone przy różnych temperaturach otoczenia powinny być przeliczane na określoną stałą temperaturę otoczenia, co pozwala sprowadzić sprawności silników wyznaczone w różnych warunkach termicznych do wspólnego poziomu odniesienia, dzięki czemu są one porównywalne. Z przeprowadzonej analizy porównawczej metody z norm amerykańskiej i kanadyjskiej oraz zastępczej sieci cieplnej dla silnika 132 M-4 wynika, że różnica sprawności otrzymanych różnymi metodami dochodzi do 0,16 p.p. Natomiast maksymalna różnica (dla różnicy temperatur $40-5 = 35^{\circ}\text{C}$) dla metody amerykańskiej i kanadyjskiej wynosi 0,80 p.p. a dla metody zastępczej sieci cieplnej 0,97 p.p.

4. Na podstawie wyników przeprowadzonych badań należy stwierdzić, że zależność sprawności od temperatury otoczenia jest zróżnicowana w zależności od silnika – jego

obciążeń cieplnych, prędkości obrotowej, konstrukcji, gabarytu. Dlatego sprawność powinna być wyznaczana dla każdego silnika. Bardziej poprawną do tego celu metodą jest metoda zastępczej sieci cieplnej.

2.2. Propozycje nowych modeli przepływu mocy w silniku

W tabelicy 17 przedstawiono rozkład strat wyznaczonych doświadczalnie w wybranych typach silników różnych wielkości, czterobiegunowych [16, 26]. Na rysunku 21 zobrazowano procentowy udział poszczególnych składników strat w stratach całkowitych wyznaczonych metodą B wg IEEE 112 w tych silnikach. Można zauważyć, że udział procentowy strat w uzwojeniu stojana oraz w klatce wirnika w stratach całkowitych maleje ze wzrostem wielkości silników, odwrotna tendencja dotyczy strat dodatkowych obciążeniowych, których udział w stratach całkowitych ze wzrostem wielkości silników rośnie.

TABELA 17

Składniki strat wyznaczone metodą B wg [67] w pięciu typach silników czterobiegunowych

	Typ silnika	90 L-4	112 M-4	160 L-4	225 S-4	280 M-4
1.	P_N kW	1,5	4	15	37	90
2.	P_{in} W	1777,9	4528,1	16772,9	40499,0	96316,1
3.	P_{Fe} W	60,1	117,6	348,8	860,7	935,2
4.	P_m W	12,0	51,3	58,2	348,0	1284,8
5.	P_{ws} W	121,5	197,2	593,3	1139,8	1863,3
6.	P_{wr} W	68,1	114,8	429,8	583,2	989,2
7.	P_{al} W	15,9	47,3	343,1	580,6	1237,7
8.	P_t W	277,6	528,2	1773,2	3512,3	6310,2

przy czym:

P_N – moc znamionowa silnika,

P_{in} – moc pobierana (wejściowa),

P_{Fe} – straty mocy w rdzeniu wyznaczone z próby biegu jałowego,

P_m – straty mocy mechaniczne,

P_{ws} – straty w uzwojeniu stojana,

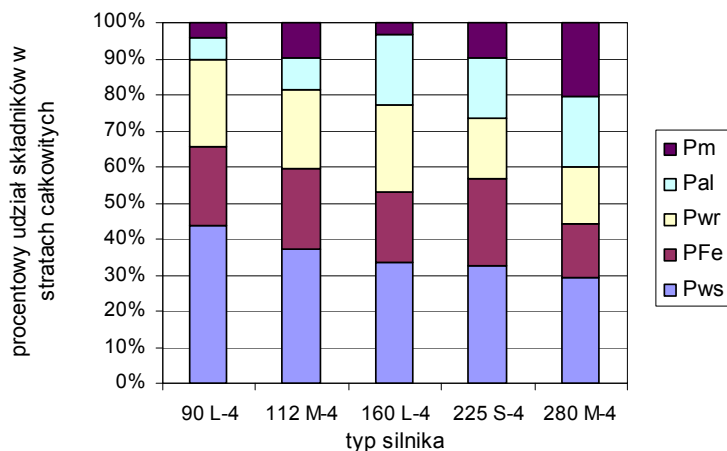
P_{wr} – straty w uzwojeniu wirnika,

P_{al} – straty dodatkowe obciążeniowe,

P_t – suma strat.

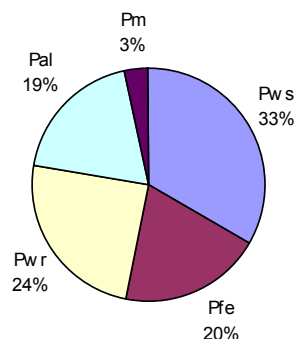
Indeks s – oznacza stojan, r – wirnik.

Na rysunkach 21 i 22 przedstawiono przykładowy procentowy udział składników w stratach całkowitych wyznaczonych metodą B [67] dla silnika 160 L-4. Zwraca uwagę fakt, że w tym silniku występuje dość duży udział strat dodatkowych obciążeniowych (19%). Straty w uzwojeniach stanowią 58%, zaś straty w rdzeniu 20%. Niewielkie są straty mechaniczne (3%).



Rys. 21. Procentowy udział składników w stratach całkowitych wyznaczonych metodą B [67] dla wybranej grupy silników

Rys. 22. Przykładowy procentowy udział składników w stratach całkowitych wyznaczonych metodą B [67] dla silnika 160 L-4



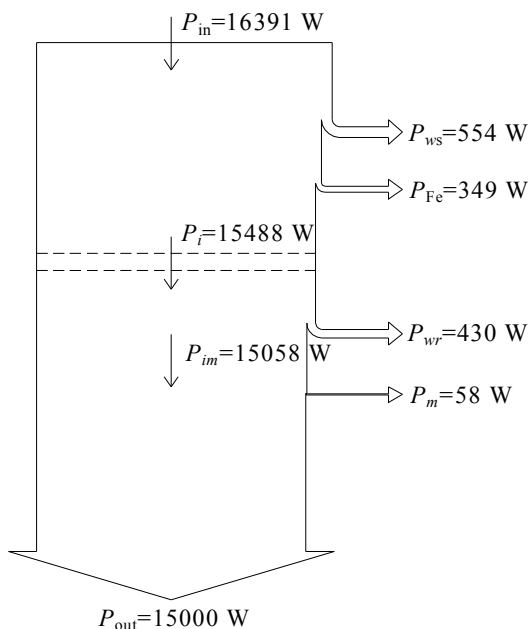
Przyjmowanie różnych modeli przepływu mocy bardziej lub mniej zbliżonych do rzeczywistego rozkładu strat w maszynie wynika z następujących przesłanek:

- potrzeba opracowania metod wyznaczania sprawności możliwych do przeprowadzenia nawet w słabo wyposażonym laboratorium,
- prostota stosowanych metod,
- odrzucanie modeli, w których wyznaczanie składników strat natrafia na trudności związane z niejednoznacznością otrzymywanych wyników otrzymywanych różnymi metodami.

Konsekwencją stosowania metod wyznaczania sprawności odbiegających od rzeczywistego rozkładu strat w maszynie jest otrzymywanie wartości **sprawności umownej** tzn. różnej od wartości **sprawności rzeczywistej**.

W następnych podrozdziałach przedstawiono różne modele przepływu mocy stosowane w normach oraz propozycje nowych modeli autora monografii [22].

2.2.1. Model przepływu mocy bez uwzględnienia strat dodatkowych obciążeniowych



Rys. 23. Schemat przepływu mocy bez uwzględnienia strat dodatkowych obciążeniowych w silniku indukcyjnym klatkowym w znamionowym stanie obciążenia (silnik 160 L-4 o mocy znamionowej 15 kW, $2p = 4$, $\eta = 91,51\%$ (JEC [79])). Szerokość strumieni jest proporcjonalna do poszczególnych mocy

Na rysunku 23 przedstawiono schemat przepływu mocy bez uwzględnienia strat dodatkowych obciążeniowych, który jest przyjmowany w normie japońskiej JEC [79]. Pominięcie tego składnika strat powoduje zawyżenie sprawności do 3 p.p.

Schematowi temu odpowiada układ równań:

$$P_{in} = P_{ws} + P_{Fe} + P_i \quad (89)$$

$$P_i = P_{wr} + P_m + P_{out} \quad (90)$$

$$P_m = P_{mbe} + P_{mv} \quad (91)$$

przy czym:

- P_{in} – moc pobierana (wejściowa),
- P_{ws} – straty w uzwojeniu stojana,
- P_{Fe} – straty mocy w rdzeniu wyznaczane z próby biegu jałowego,
- P_i – moc wewnętrzna,
- P_{wr} – straty w uzwojeniu wirnika,
- P_m – straty mocy mechaniczne,
- P_{out} – moc wydawana (wyjściowa),

P_{mbe} – straty mocy mechaniczne w łożyskach,
 P_{mv} – straty mocy mechaniczne wentylacyjne.
 Dodatkowy indeks s – oznacza stojan, r – wirnik.

2.2.2. Model przepływu mocy z uwzględnieniem strat dodatkowych obciążeniowych

Na rysunku 24 przedstawiono schemat przepływu mocy z uwzględnieniem strat dodatkowych obciążeniowych przyjmowany w kilku normach: IEC 60034-2, IEEE 112, CSA C390, NEMA MG-1, IEC 61972 [71, 67, 66, 69, 68] dla silnika 160 L-4.

Schematowi temu odpowiada układ równań:

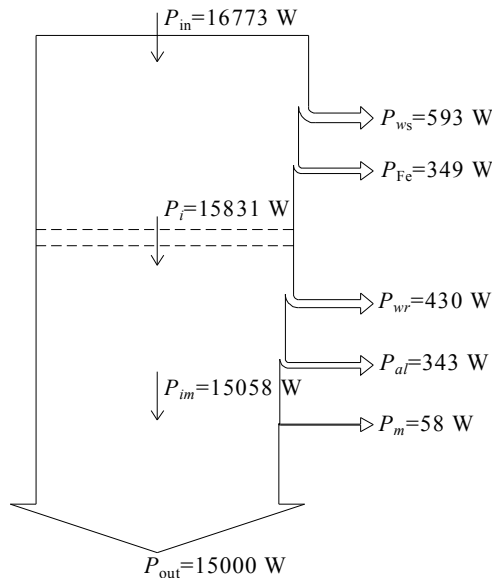
$$P_{in} = P_{ws} + P_{Fe} + P_i \quad (92)$$

$$P_i = P_{wr} + P_{al} + P_m + P_{out} \quad (93)$$

$$P_m = P_{mbe} + P_{mv} \quad (94)$$

przy czym:

P_{al} – straty dodatkowe obciążeniowe.



Rys. 24. Schemat przepływu mocy w silniku indukcyjnym klatkowym w znamionowym stanie obciążenia (silnik 160 L-4 o mocy znamionowej 15 kW, $2p = 4$, $\eta = 89,43\%$ (IEEE 112-metoda B)). Szerokość strumieni jest proporcjonalna do poszczególnych mocy

W przedstawionym modelu przepływu mocy przyjmuje się, że straty w rdzeniu P_{Fe} wyznaczone w czasie próby biegu jałowego wydzielają się tylko w stojanie co nie jest prawdą ponieważ część z nich – straty dodatkowe jałowe P_{a0} zlokalizowane są w wirniku. Straty dodatkowe obciążeniowe P_{al} natomiast mogą mieć różny procentowy rozdział pomiędzy stojanem i wirnikiem, ale przypisanie ich tylko do wirnika też nie jest poprawne.

2.2.3. Propozycja nowego modelu przepływu mocy z uwzględnieniem rozptyłu strat zbliżonego do rzeczywistego

Na rysunku 25 przedstawiono propozycję nowego schematu przepływu mocy w silniku indukcyjnym klatkowym z uwzględnieniem rozdziału strat w rdzeniu na podstawowe i dodatkowe jałowe oraz rozdziału strat dodatkowych obciążeniowych na stojan i wirnik.

Schematowi temu odpowiada układ równań:

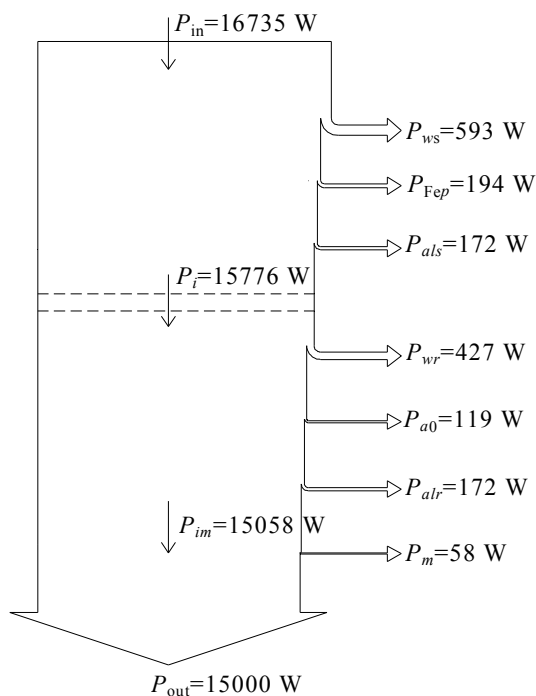
$$P_{in} = P_{ws} + P_{Fep} + P_{als} + P_i \quad (95)$$

$$P_i = P_{wr} + P_{a0} + P_{alr} + P_m + P_{out} \quad (96)$$

$$P_m = P_{mbe} + P_{mv} \quad (97)$$

przy czym:

- P_{Fep} – straty mocy w rdzeniu podstawowe,
- P_{als} – straty dodatkowe obciążeniowe w stojanie,
- P_{a0} – straty dodatkowe jałowe,
- P_{alr} – straty dodatkowe obciążeniowe w wirniku.



Rys. 25. Propozycja nowego schematu przepływu mocy w silniku indukcyjnym klatkowym w znamionowym stanie obciążenia (silnik 160 L-4 o mocy znamionowej 15 kW, $2p = 4$, $\eta = 89,63\%$ (metoda Propozycja 1). Szerokość strumieni jest proporcjonalna do poszczególnych mocy

2.2.4. Propozycja 1 nowej metody wyznaczania sprawności

Propozycja 1 nowej metody wyznaczania sprawności silników indukcyjnych klatkowych polega na przyjęciu schematu rozplywu mocy z rysunku 25. Różnice w stosunku do metody 1 z IEC 61972 polegają na:

- Rozdzieleniu strat w rdzeniu P_{Fe} na straty podstawowe P_{Fep} ulokowane w stojanie i straty dodatkowe jałowe P_{a0} ulokowane w wirniku. Rozdział strat w rdzeniu z biegu jałowego P_{Fe} na te dwa składniki można przyjąć (na podstawie wyników badań własnych autora monografii) jako $P_{Fep} / P_{Fe} = 0,6$ oraz $P_{a0} / P_{Fe} = 0,4$.
- Rozdzieleniu strat dodatkowych obciążeniowych P_{al} na stojan i wirnik w stosunku 1:1. Z danych literaturowych wynika [86], że rozkład tych strat pomiędzy stojan P_{als} i wirnik P_{alr} zależy od cech konstrukcyjnych, materiałowych i technologicznych silnika, np. w silniku o 28 żłobkach wirnika $P_{als} / P_{alr} = 20\% / 80\%$, a w silniku o 44 żłobkach wirnika $P_{als} / P_{alr} = 65\% / 35\%$. Z obliczeń autora monografii (wg [85]) dla silnika 160 L-4 o 28 żłobkach wirnika $P_{als} / P_{alr} = 60\% / 40\%$. Wobec powyższych faktów zdecydowano, że przyjęcie $P_{als} / P_{alr} = 50\% / 50\%$ będzie rozwiązaniem kompromisowym.

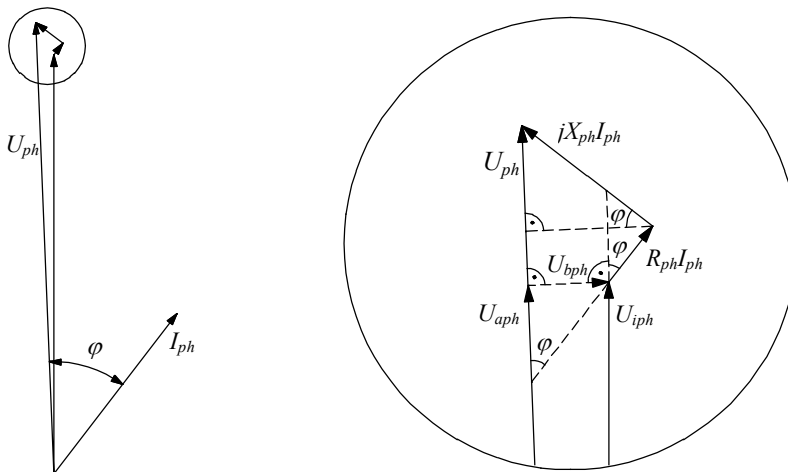
Pozostałe punkty algorytmu są takie same jak w metodzie 1 z IEC 61972.

Odmianą Propozycji 1 jest metoda, w której proporcje rozdziału strat zarówno dodatkowych jałowych P_{a0} jak i obciążeniowych P_{al} nie są przyjmowane a obliczane. Autor monografii jest współautorem algorytmu obliczania strat dodatkowych jak również analiz porównawczych wyników obliczeń i badań tych składników strat [17, 23, 27, 29, 30, 32].

2.2.5. Propozycja 2 nowej metody wyznaczania sprawności

Podobnie jak w Propozycji 1 schemat rozplywu mocy w Propozycji 2 jest ten sam (wg rys. 25). Różnice w stosunku do Propozycji 1 polegają na:

- uwzględnieniu spadku napięcia podczas obciążenia nie tylko na rezystancji uzwojenia stojana ale także jego reaktancji [31]. Na rysunku 26 przedstawiono sposób wyprowadzenia napięcia zredukowanego, przy uwzględnieniu obu wielkości.



Rys. 26. Wykres fazorowy (jednej fazy) dla obciążenia znamionowego silnika indukcyjnego klatkowego

$$U_{aph} = U_{ph} - I_{ph} R_{ph} \cos \varphi - I_{ph} X_{ph} \sin \varphi \quad (98)$$

$$U_{bph} = I_{ph} X_{ph} \cos \varphi - I_{ph} R_{ph} \sin \varphi \quad (99)$$

$$U_{iph} = \sqrt{U_{aph}^2 + U_{bph}^2} \quad (100)$$

$$U_i = \sqrt{\left(U - \frac{\sqrt{3}}{2} IR \cos \varphi - \frac{\sqrt{3}}{2} IX \sin \varphi \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} IX \cos \varphi - \frac{\sqrt{3}}{2} IR \sin \varphi \right)^2} \quad (101)$$

przy czym:

- $U (U_{ph})$ – napięcie międzyfazowe (fazowe),
- $U_i (U_{iph})$ – siła elektromotoryczna międzyfazowa (fazowa),
- $U_{aph} U_{bph}$ – napięcia fazowe pomocnicze,
- U_r – napięcie zredukowane,
- $I (I_{ph})$ – prąd liniowy (fazowy),
- $\cos \varphi$ – współczynnik mocy,
- $R (R_{ph})$ – rezystancja uzwojenia stojana międzyprzewodowa (fazowa),
- $X (X_{ph})$ – impedancja uzwojenia stojana międzyprzewodowa (fazowa),
- j – jednostka urojona.

- straty mechaniczne zostały uzależnione od poślizgu s podczas obciążenia wg wzoru [31]:

$$P_{ms} = P_m (1-s)^2 \text{ lub } P_{ms} = P_m (1-s)^{2,5}, \quad (102)$$

lub gdy znane są straty tarcia w łożyskach P_{mbe} i straty wentylacyjne P_{mv} :

$$P_{ms} = P_{mbe}(1-s) + P_{mv} (1-s)^3. \quad (103)$$

Pozostałe punkty algorytmu są takie same jak w metodzie 1 z IEC 61972 i Propozycji 1.

2.2.6. Podsumowanie

W tabeli 18 przedstawiono wyniki wyznaczania sprawności w silniku indukcyjnym klatkowym 160 L-4 wyznaczone wybranymi metodami opisanymi w rozdziałach 1.4 i 2.2. Największą sprawność wyznaczono wg normy japońskiej (91,51%), następnie wg metody strat poszczególnych (pn. 9.1 normy) wg IEC 60034-2 (91,06%), Propozycji 2 (89,85%), Propozycji 1 (89,63%), metody 1 wg IEC 61972 (89,62%) a najmniejszą metodą B wg IEEE 112 (89,43%).

Rozwój metod wyznaczania sprawności w silnikach indukcyjnych klatkowych i ich aktualność związane są przede wszystkim z powstawaniem silników o wysokiej sprawności. Dotyczy to także silników z nowymi rozwiązaniami konstrukcyjnymi, jak np. silniki indukcyjne z wirnikami z klatką miedzianą zalewaną [23, 34]. W meto-

dach badań widoczne jest dążenie do wyznaczania sprawności coraz bardziej zbliżonej do rzeczywistej. Niemniej nadal powstają propozycje nowych metod i ich modyfikacje, których celem jest jeszcze większe zbliżenie się do sprawności rzeczywistej [18, 22, 25]. Czasami jednak proponowane są metody, które nas od tego celu oddalają.

TABELA 18

Straty i sprawność silnika 160 L-4 ($P_{out} = 15$ kW) wyznaczone różnymi metodami

	Norma	JEC	IEC 60034-2 m. 9.1	IEEE 112 m. B	IEC 61972 m.1	Prop. 1	Prop. 2
1.	η %	91,51	91,06	89,43	89,62	89,63	89,85
2.	P_{in} W	16391,0	16473,4	16773,2	16736,5	16735,1	16694,5
3.	P_{Fe} W	348,8	348,8	348,8	313,0		
3a	P_{Fep} W					194,1	171,1
3b	P_{als} W					171,6	171,6
4.	P_m W	58,2	58,2	58,2	58,2	58,2	55,1
5.	P_{ws} W	554,2	554,2	593,3	593,3	593,3	593,3
6.	P_{wr} W	429,8	429,8	429,8	429,8	427,5	427,1
6a	P_{a0} W					118,9	104,8
7.	P_{al} W	0,0	82,4	343,1	343,1		
7b	P_{air} W					171,5	171,5
8.	P_t W	1391,0	1473,4	1773,2	1737,4	1735,1	1694,5
9.	Model Rys. nr	23	24		25		

W ostatnim czasie zaproponowano na przykład wyznaczanie strat dodatkowych obciążeniowych metodą bezpośrednią tzw. niesymetrycznego zasilania uwzględnianych w metodzie strat poszczególnych (IEC 60034-2 [71]) lub metodą wirowania przeciw polu [64]. Propozycje takie podyktowane są prawdopodobnie zwiększonymi kosztami wyposażenia laboratorium w przypadku stosowania metody 1 wg IEC 61972 [68].

Na podstawie [93, 6] oraz rozdziału 1.4, w tabelicy 19 przedstawiono zestawienie cech charakterystycznych rozpatrywanych metod.

Z analizy danych w tej tabelicy wynika, że wszystkie wymienione cechy ma zaproponowana w tej pracy metoda Propozycja 2, natomiast druga Propozycja 1 nie ma tylko dwóch z wymienionych cech. Na drugim biegunie znajduje się metoda strat poszczególnych pn 9.1 normy IEC 60034-2, która nie ma żadnej z wyspecyfikowanych cech.

TABELA 19

Zestawienie charakterystyk różnych metod

		IEC 60034- 2 m. 9.1	IEEE 112 m. B	IEC 61972 m. 1	Prop. 1	Prop. 2
1.	Straty w uzwojeniach wyznaczone dla temperatury rzeczywistej	NIE	TAK	TAK	TAK	TAK
2.	Uwzględnienie spadku napięcia podczas obciążenia na rezystancji uzwojenia stojana podczas obciążenia	NIE	NIE	TAK	TAK	TAK
3.	Uwzględnienie spadku napięcia podczas obciążenia na reaktancji uzwojenia stojana podczas obciążenia	NIE	NIE	NIE	NIE	TAK
4.	Rozdział strat w rdzeniu na podstawowe i dodatkowe jałowe	NIE	NIE	NIE	TAK	TAK
5.	Straty dodatkowe obciążeniowe wyznaczone z pomiarów (analiza regresji)	NIE	TAK	TAK	TAK	TAK
6.	Rozdział strat dodatkowych obciążeniowych na stojan i wirnik	NIE	NIE	NIE	TAK	TAK
7.	Korekcja strat mechanicznych	NIE	NIE	NIE	NIE	TAK

2.3. Zastosowanie arytmetyki interwałowej do wyznaczania błędu granicznego sprawności silników indukcyjnych [35]

Pierwszą osobą, która opisała interwał (przedział) jako wynik pomiaru był Norbert Wiener (matematyk, twórca cybernetyki): w 1914 roku zastosował interwały przy pomiarze odległości [90] a w 1921 roku przy pomiarze czasu [91].

Arytmetyka interwałowa (przedziałowa) nie jest nowym pomysłem [46]. W roku 1931 Rosalind Cicely Young opublikowała „algebrę wielowartościowych wielkości”, w której podała zasady obliczeń z użyciem interwałów i innych zbiorów liczb rzeczywistych. W roku 1951 w książce poświęconej algebrze liniowej Paul S. Dwyer z Uniwersytetu w Michigan opisał arytmetykę z przedziałami (nazywając je „liczbami przedziałowymi”) przedstawiając ją jako przeznaczoną do potrzeb obliczeń urządzeniami cyfro-

wymi. Kilka lat później podstawowe zasady arytmetyki interwałowej zostały podane niezależnie i prawie równocześnie przez trzech matematyków: Polaka Mieczysława Warmusa [89], Japończyka Teruo Sunaga i Amerykanina Ramona E. Moore'a [62, 63]. Praca Moore'a miała duże znaczenie po części spowodowane zaakcentowaniem rozwiązań problemów związanych z obliczeniami komputerowymi, a po części z kontynuowaniem przez ponad cztery dekady publikacji dotyczących metod interwałowych i promowaniem ich użycia.

Obecnie społeczność zajmującą się metodami interwałowymi stanowią grupy znajdujące się na kilkudziesięciu uniwersytetach w różnych krajach [46]. Na stronie internetowej University of Texas w El Paso (www.cs.utep.edu/interval-comp) można znaleźć linki to tych grup jak również archiwum z historycznymi dokumentami. Intensywne prace prowadzone są w Niemczech, gdzie metody interwałowe znajdują się w programie studiów jako część metod numerycznych. Tu również ukazuje się pierwsze specjalizowane pismo i organizowane są cykliczne konferencje z tej dziedziny.

Od kilku lat zaczęto używać interwałów jako zakresu zdefiniowanego błędu pomiarów [45, 95, 49]. W pracy [49] przeprowadzono modyfikacje interwału do celów metrologicznych.

2.3.1. Oznaczenia interwałów

Zapoznając się z literaturą z dziedziny arytmetyki interwałowej z różnych okresów, można dojść do wniosku, że oznaczenia interwałów (przedziałów) są wprowadzane przez autorów publikacji dość niefrasobliwie. W tabelicy 20 przedstawiono notacje interwałów spotkane w literaturze.

TABELA 20

Notacje liczb interwałowych stosowane przez różnych autorów

Lp.	Nazwisko autora	Rok	Oznaczenie interwału
1.	Warmus	1956	$[a, A]$
2.	Moore Yang	1959 1962	$[a, b]$
3.	Alefeld, Herzberger	1983	$A = [a_1, a_2]$
4.	Marciniak	1997	$[x] = [x_1, x_2]$
5.	Powruk	1998	$\bar{x} = [x^-, x^+]$
6.	Gajda	2000	$X = [\underline{x}, \bar{x}]$
7.	Jokinen	2000	$X = [a, b]$
8.	Gutowski	2002	$x = [\underline{x}, \bar{x}]$
9.	Jakubiec	2002	$x_1 = [\underline{x}_1, \bar{x}_1]$
10.	Hayes	2003	$[\underline{x}, \bar{x}]$

Wśród oznaczeń jednym symbolem liczby interwałowej można wyróżnić stosowanie: litery wielkiej (poz. 3, 6, 7), litery małej: (poz. 8, 9), z indeksem (poz. 9), z górną kreską (poz. 5), w nawiasach kwadratowych (poz. 4) lub bez oznaczenia (liczba z podanymi krańcami w nawiasach kwadratowych – poz. 1, 2, 10).

Zgodnie z najnowszym projektem normy dotyczącej oznaczeń matematycznych i jednostek [75] (Rozdz. 6. Standardowe zbiory liczbowe i przedziały) przedziały są oznaczone jak przedstawiono w tabeli 21.

TABELA 21

Oznaczenia przedziałów wg normy ISO 80000-2

Lp.	Oznaczenie	Opis
1.	$[a, b]$	Przedział domknięty obustronnie ($[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$)
2.	$]a, b]$ używane także $(a, b]$	Przedział domknięty prawostronnie ($]a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$)
3.	$[a, b[$ używane także $[a, b)$	Przedział domknięty lewostronnie ($[a, b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$)
4.	$]a, b[$ używane także (a, b)	Przedział otwarty ($]a, b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$)
5.	$r[a, b]$	Zakres przedziału $[a, b]$ ($r[a, b] = b - a, b > a$)

Należy zaznaczyć, że symbol \bar{x} (Rozdz. 9. Działania [75]) oznacza wartość średnią x , natomiast w tabeli 20 wartość końcową prawą przedziału a więc oznaczenie w tabeli 20 jest sprzeczne z normą [75].

Symbol $[x]$ oznacza tradycyjnie funkcję entier (największa liczba całkowita nie większa od x) a więc znów mamy oznaczenie sprzeczne z ogólnie przyjętymi. W normie [75] funkcja entier jest oznaczana $\lfloor x \rfloor$ i nazywana podłogą (floor).

Po przeanalizowaniu powyższych uwag zdecydowano, że w niniejszej pracy interwały będzie się oznaczać następująco $[x] = [x^-; x^+]$. Taki sposób oznaczania umożliwi używanie małych i wielkich liter (wielkich liter bez nawiasu kwadratowego używa się do oznaczania zbiorów), co ma znaczenie praktyczne w maszynach elektrycznych, gdzie większość wielkości oznaczana jest wielkimi literami np. moment w silniku $[T] = [T^-; T^+]$, indukcja $[B] = [B^-; B^+]$.

2.3.2. Elementy algebry abstrakcyjnej

W rozdziale niniejszym przedstawiono wybrane definicje i twierdzenia algebry abstrakcyjnej [52, 53] w celu przeprowadzenia klasyfikacji interwału i opisanie jego własności.

Definicja 1. **Działaniem** n -argumentowym (n -arnym) (wewnętrzny) w zbiorze A nazywamy każdą funkcję $f: A^n \rightarrow A$, gdzie $A \neq \emptyset$ i $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Gdy $n = 2$ – działanie binarne (algebraiczne) (dwuargumentowe)

Definicja 2. Jeżeli F jest układem działań w zbiorze $A \neq \emptyset$, to parę (A, F) nazywamy **algebrą** (strukturą algebraiczną).

Definicja 3. Załóżmy, że w zbiorze A określone są działania $*$ i \diamond . Mówimy, że działanie $*$ jest:

- **przemienne**, gdy

$$\forall x, y \in A \quad x * y = y * x;$$

– **łącznie**, gdy

$$\forall x, y, z \in A \quad x * (y * z) = (x * y) * z;$$

– **rozdzielne** obustronnie względem \diamond , gdy

$$\forall x, y, z \in A \quad x * (y \diamond z) = (x * y) \diamond (x * z) \text{ i}$$

$$\forall x, y, z \in A \quad (y \diamond z) * x = (y * x) \diamond (z * x).$$

Definicja 4. Element $e \in A$ nazywany jest **elementem neutralnym** obustronnym działania $*$, jeśli:

$$\forall x \in A \quad x * e = e * x = x.$$

W notacji addytywnej działanie nazywane jest dodawaniem i oznaczane $+$, a element neutralny tego działania nazywany jest **zerem**. W notacji multiplikatywnej działanie nazywane jest mnożeniem i oznaczamy $*$, a element neutralny tego działania nazywany jest **jedynką**.

Definicja 5. Niech e będzie elementem neutralnym działania $*$ w A . Element $x \in A$ nazywamy **odwracalnym** obustronnym w A , jeśli istnieje element $y \in A$ taki, że $x * y = y * x = e$, wtedy y nazywany jest **elementem odwrotnym** do x względem działania $*$.

W notacji addytywnej element odwrotny do x oznaczamy $-x$ i nazywany jest elementem przeciwnym, zaś w notacji multiplikatywnej odwrotność x oznaczana jest x^{-1} .

Definicja 6. Mówimy, że algebry (A, f_1, \dots, f_n) i (B, g_1, \dots, g_k) są podobne, jeśli $n = k$ (czyli mają tyle samo działań) oraz f_i i g_i mają tyle samo argumentów.

Definicja 7. Niech (A, f_1, \dots, f_m) i (B, g_1, \dots, g_m) będą algebraami podobnymi. Funkcję $\varphi: A \rightarrow B$ nazywamy **homomorfizmem algebr (morfizmem)**, jeśli

$$\forall j \in \{1, \dots, m\} \quad \forall a_1, \dots, a_n \in A \quad \varphi(f_j(a_1, \dots, a_n)) = g_j(\varphi(a_1), \dots, \varphi(a_n)).$$

Uwaga Przekształcenie jest morfizmem, jeśli „przenosi” działania. Dla działań binarnych homomorfizm $\varphi: (A, *) \rightarrow (B, \diamond)$ oznacza, że $\varphi(x * y) = \varphi(x) \diamond \varphi(y)$.

Uwaga Wyróżniamy szczególne rodzaje homomorfizmów:

- epimorfizm – homomorfizm „na” $\varphi: A \rightarrow B$;
- monomorfizm – homomorfizm różnowartościowy $\varphi: A \rightarrow B$;
- izomorfizm – homomorfizm wzajemnie jednoznaczny $\varphi: A \rightarrow B$;
- endomorfizm – homomorfizm $\varphi: A \rightarrow A$;
- automorfizm – izomorfizm $\varphi: A \rightarrow A$.

Definicja 8. Algebrę $(A, *)$ nazywana jest **pólgrupą**, jeśli $*$ jest działaniem łącznym.

Definicja 9. Pólgrupę $(A, *)$ nazywana jest **monoidem**, jeśli posiada element neutralny.

Definicja 10. Monoid $(A, *)$ nazywamy **grupą**, jeśli każdy element jest odwracalny w A .

Definicja 11. Algebrę $(G, *)$ nazywana jest **grupą**, jeśli:

1. działanie $*$ jest łączne,
2. istnieje element neutralny działania $*$,
3. każdy element $g \in G$ jest odwracalny względem działania $*$.

Gdy działanie $*$ jest przemienne, to grupa $(G, *)$ jest **przemienna (abelowa)**.

Twierdzenia dotyczące grupy.

Twierdzenie 1. W dowolnej grupie $(G, *)$ zachodzi **prawo skracania**:

$$\forall x, y, z \in G \quad [x * y = x * z \Rightarrow y = z] \wedge [y * x = z * x \Rightarrow y = z]$$

Twierdzenie 2. W dowolnej grupie $(G, *)$ zachodzi wzór:

$$\forall x, y \in G \quad (x * y)^{-1} = y^{-1} * x^{-1}$$

Twierdzenie 3. W dowolnej grupie $(G, *)$ można zdefiniować potęgę o wykładniku całkowitym:

$$x^0 = e, \quad x^n = \underbrace{x * x * \dots * x}_{n \text{ razy}}, \quad x^{-n} = (x^n)^{-1}$$

Wówczas prawdziwe są równości:

$$x^{n+m} = x^n * x^m = x^m * x^n, \quad x^{nm} = (x^n)^m = (x^m)^n$$

Definicja 12. Algebrę $(P, +, *)$ nazywamy **pierścieniem**, jeśli spełnione są warunki:

- $(P, +)$ jest grupą przemienną (abelową);
- działanie $*$ jest łączne;
- działanie $*$ jest rozdzielne względem $+$.

Jeżeli działanie $*$ jest przemienne, to $(P, +, *)$ nazywany jest **pierścieniem przemiennym**.

Jeżeli działanie $*$ posiada element neutralny, to nazywany jest jedyнкą a $(P, +, *)$ nazywany jest **pierścieniem z jedyнкą**.

Twierdzenia dotyczące pierścienia. Jeśli $(P, +, *)$ jest pierścieniem, to:

Twierdzenie 4. $a * 0 = 0 * a = 0 \quad \forall a \in P$;

Twierdzenie 5. $(-a) * b = a * (-b) = -(a * b) \quad \forall a, b \in P$;

Twierdzenie 6. $(-a) * (-b) = a * b \quad \forall a, b \in P$;

Twierdzenie 7. Jeżeli $a \neq 0$ nie jest dzielnikiem zera, to zachodzi prawo skracania dla a , czyli:

$$\forall b, c \in P \quad (a * b = a * c \Rightarrow b = c) \wedge (b * a = c * a \Rightarrow b = c)$$

Twierdzenie 8. Jeżeli a i b nie są dzielnikami zera w P , to $a*b$ też nie jest dzielnikiem zera.

Definicja 13. Pierścień przemienny z jedyneką nazywany jest **ciałem**, jeśli są spełnione następujące warunki:

- $0 \neq 1$, czyli ciało ma co najmniej 2 elementy;
- $\forall a \in P (a \neq 0 \Rightarrow \exists b \in P b = a^{-1})$, to znaczy, że wszystkie niezerowe elementy są odwracalne.

Uwaga Wszystkie elementy poza zerem ciała tworzą grupę przemienną ze względu na mnożenie, którą nazywa się **grupą multiplikatywną ciała**.

Uwaga Każdy skończony pierścień przemienny nie posiadający dzielników zera (Element $a \neq 0$ pierścienia P nazywa się **dzielnikiem zera**, jeżeli istnieje taki element $b \neq 0$, że $a*b = 0$) jest ciałem.

2.3.3. Jak można rozumieć interwał

Pomijając formalizm matematyczny, interwał może być rozumiany jako:

1. Zakres zdefiniowany błędów obliczeń lub pomiarów, tzn. interwał $[u^-; u^+]$ może być interpretowany jako zakres wewnątrz którego znajduje się określona ale nieznaną liczbą u taką, że $u^- \leq u \leq u^+$.
2. Zbiór wszystkich liczb rzeczywistych między u^- i u^+ .
3. Nowy rodzaj liczby składający się z dwóch liczb rzeczywistych (podobnie np. do liczb zespolonych $x+jy$).
4. Dogodny opis parametrów technicznych urządzeń, np. wartość rezystancji rezystora wynosi $R \pm t$, gdzie R - wartość nominalna a t – tolerancja wykonania.
5. Zakres zmienności parametrów używanych np. w ekonomii czy medycynie a wykorzystywany w teorii podejmowania decyzji czy w diagnostyce.

2.3.4. Arytmetyka interwałowa

Rozdział ten został napisany na podstawie [82, 63, 62, 2, 9, 44, 77] .

Definicje i działania

Definicja 14. Dla dowolnej pary liczb rzeczywistych a^- , a^+ , gdzie $a^- \leq a^+$, zbiór liczb rzeczywistych $a^- \leq x \leq a^+$ jest nazywany interwałem domkniętym $[a^-; a^+]$, zwany dalej interwałem.

$$[a] = [a^-; a^+] = \{x \in \mathbb{R} \mid a^- \leq x \leq a^+\} \quad (104)$$

Stąd, odpowiednio dla każdej pary a^- , a^+ , ($a^- \leq a^+$) istnieje interwał a zbiór wszystkich interwałów jest nieskończony. Zakłada się, że $[a^-; a^+]$ jest interwałem odpowiadającym parze liczb a^- , a^+ ($a^- \leq a^+$) i że S oznacza zbiór wszystkich interwałów, wtedy można sformułować następującą definicję.

Definicja 15. Dwa interwały są równe tzn. $[a^-; a^+] = [b^-; b^+]$ wtedy i tylko wtedy gdy $a^- = b^-$ i $a^+ = b^+$.

Uwaga Relacja $=$ jest zwrotna ($[a^-; a^+] = [a^-; a^+]$), symetryczna ($[a^-; a^+] = [b^-; b^+] \Rightarrow [b^-; b^+] = [a^-; a^+]$) i przechodnia ($[a^-; a^+] = [b^-; b^+] \wedge [b^-; b^+] = [c^-; c^+] \Rightarrow [a^-; a^+] = [c^-; c^+]$).

Poniżej sformułowano operacje arytmetyczne na interwałach.

Definicja 16. Dodawanie interwałów

$$[a] + [b] = [a^-; a^+] + [b^-; b^+] = [a^- + b^-; a^+ + b^+] \quad (105)$$

Definicja 17. Odejmowanie interwałów

$$[a] - [b] = [a^-; a^+] - [b^-; b^+] = [a^- - b^+; a^+ - b^-] \quad (106)$$

Uwaga Warto zauważyć, że:

$$[a] - [a] \neq [0; 0] \text{ ponieważ } [a] - [a] = [a^- - a^+; a^+ - a^-] \neq [0; 0] \quad [a] - [a] = [0; 0] \Leftrightarrow a^- = a^+; \text{ tzn.} \quad (107)$$

$$[a] = [a; a]$$

można też napisać $[0; 0] \in [a] - [a]$

Definicja 18. Mnożenie interwałów

$$[a][b] = [a^-; a^+][b^-; b^+] = [\min(a^- b^-, a^- b^+, a^+ b^-, a^+ b^+); \max(a^- b^-, a^- b^+, a^+ b^-, a^+ b^+)] \quad (108)$$

Definicja 19. Dzielenie interwałów

$$[a]/[b] = [a^-; a^+]/[b^-; b^+] = [a^-; a^+][1/b^+; 1/b^-]; \quad 0 \notin [b] \quad (109)$$

Uwaga Warto zauważyć, że:

$$\frac{[a]}{[a]} \neq [1, 1], \quad 0 \notin [a] \text{ można też napisać } [1, 1] \in \frac{[a]}{[a]} \quad (110)$$

Chyba, że $a^- = a^+$ albowiem z def. 19 zachodzi:

$$\frac{[a^-, a^+]}{[a^-, a^+]} = [a^-, a^+][\frac{1}{b^+}, \frac{1}{b^-}] = [\min(\frac{a^-}{a^+}, 1, \frac{a^+}{a^-}), \max(\frac{a^-}{a^+}, 1, \frac{a^+}{a^-})] \quad (111)$$

Tylko w przypadku $a^- = a^+$ zachodzi:

$$\frac{[a^-, a^+]}{[a^-, a^+]} = [1, 1] \quad (112)$$

gdy $0 < a^- < a^+$

$$\frac{[a^-, a^+]}{[a^-, a^+]} = [\frac{a^-}{a^+}, \frac{a^+}{a^-}] \quad (113)$$

gdy $a^- < a^+ < 0$

$$\frac{[a^-, a^+]}{[a^-, a^+]} = \left[\frac{a^+}{a^-}, \frac{a^-}{a^+} \right] \quad (114)$$

gdy $a^- < 0 < a^+$ występuje interwał zawierający zero i nie wolno dzielić.

Definicja 20. Częściowy porządek określony przy pomocy relacji zawierania się zbiorów dla dowolnych dwóch interwałów $[a^-; a^+]$; $[b^-; b^+]$ istnieje wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$b^- \leq a^- \leq a^+ \leq b^+ \text{ oznaczenie } [a] = [a^-; a^+] \subseteq [b^-; b^+] = [b] \quad (115)$$

Z definicji powyższej wynika, że:

$$([a] = [a^-; a^+] \subseteq [b^-; b^+] = [b]) \wedge ([b] = [b^-; b^+] \subseteq [a^-; a^+] = [a]) \Leftrightarrow a^- = b^- \wedge a^+ = b^+ \quad (116)$$

$$([a] \subseteq [b]) \wedge ([c] \subseteq [d]) \Rightarrow ([a] + [b] \subseteq [c] + [d]) \wedge ([a][b] \subseteq [c][d]) \quad (117)$$

Chociaż w ogólności nie jest spełnione dla interwałów prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania, to jest spełnione tzw. **słabe prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania**:

Definicja 21. Dla dowolnych interwałów $[a] = [a^-; a^+]$; $[b] = [b^-; b^+]$; $[c] = [c^-; c^+]$ w S

$$[a]([b] + [c]) \subseteq [a][b] + [a][c] \quad (118)$$

Uwaga Prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania jest prawdziwe tylko, gdy $[b][c] > 0$; tzn. końce obu przedziałów mają ten sam znak.

Definicja 22. Dla dowolnego interwał $[a] = [a^-; a^+]$ w S i dowolnej liczby całkowitej $n \geq 0$

$$[a]^n = \underbrace{[a] * [a] * \dots * [a]}_{n \text{ razy}}, \quad [a]^0 = [1, 1] \quad (119)$$

Definicja 23. Suma mnogościowa dwóch interwałów $[a] = [a^-; a^+]$ i $[b] = [b^-; b^+]$ w S jest następująca:

$$[a] \cup [b] = \{x \mid x \in [a] \vee x \in [b]\} \quad (120)$$

Definicja 24. Iloczyn mnogościowy dwóch interwałów $[a] = [a^-; a^+]$ i $[b] = [b^-; b^+]$ w S jest następujący:

$$[a] \cap [b] = \{x \mid x \in [a] \wedge x \in [b]\} \quad (121)$$

Definicja 25. Częściowy porządek określony przy pomocy relacji mniejszości dla dowolnych dwóch interwałów $[a] = [a^-; a^+]$; $[b] = [b^-; b^+]$ w S jest następujący:

$$[a] < [b] \text{ gdzie } \forall x \in [a] \wedge \forall y \in [b] \ x < y \quad (122)$$

Uwaga Relacja mniejszości z def. 25 jest przechodnia tzn.

$$[a] < [b] \wedge [b] < [c] \Rightarrow [a] < [c]$$

Definicja 26. Pierwiastek kwadratowy interwału $[a] = [a^-; a^+]$ w S , gdzie $a^- \geq 0$ jest następujący:

$$\sqrt{[a]} = [\sqrt{a^-}, \sqrt{a^+}] \quad (123)$$

Definicja 27. Wyrażenie interwałowe ułamkowe $F([x_1; x_2], [x_3; x_4], \dots, [x_{n-1}; x_n])$ jest kombinacją zmiennych interwałowych $[x_1; x_2], [x_3; x_4], \dots, [x_{n-1}; x_n]$ i skończonego zbioru stałych interwałowych postaci $[a^-; a^+]$ powiązanych działaniami arytmetyki interwałowej.

Uwaga Ponieważ działania arytmetyki interwałowej są monotoniczne ze względu na zawieranie, jeżeli $[x'_1; x'_2] \subset [x_1; x_2], [x'_3; x'_4] \subset [x_3; x_4], \dots, [x'_{n-1}; x'_n] \subset [x_{n-1}; x_n]$ i jeżeli $F([x_1; x_2], [x_3; x_4], \dots, [x_{n-1}; x_n])$ jest wyrażeniem interwałowym ułamkowym, wtedy:

$$F([x'_1; x'_2], [x'_3; x'_4], \dots, [x'_{n-1}; x'_n]) \subset F([x_1; x_2], [x_3; x_4], \dots, [x_{n-1}; x_n]).$$

Podstawowe twierdzenia

Twierdzenie 9. (Zamknięcie ze względu na dodawanie) Dla każdej pary elementów $[a^-; a^+], [b^-; b^+]$ określonych w S , istnieje jedyny taki element $[c^-; c^+]$ w S , że:

$$[c^-; c^+] = [a^-; a^+] + [b^-; b^+] \quad (124)$$

Twierdzenie 10. (Zamknięcie ze względu na mnożenie) Dla każdej pary elementów $[a^-; a^+], [b^-; b^+]$ określonych w S , istnieje jedyny taki element $[c^-; c^+]$ w S , że:

$$[c^-; c^+] = [a^-; a^+][b^-; b^+] \quad (125)$$

Twierdzenie 11. (Łączność dodawania) Dla każdych elementów $[a^-; a^+], [b^-; b^+]$ i $[c^-; c^+]$ określonych w S , zachodzi:

$$[a^-] + ([b^-] + [c^-]) = ([a^-] + [b^-]) + [c^-] = [a^-; a^+] + ([b^-; b^+] + [c^-; c^+]) = ([a^-; a^+] + [b^-; b^+]) + [c^-; c^+] \quad (126)$$

Twierdzenie 12. (Łączność mnożenia) Dla każdych elementów $[a^-; a^+], [b^-; b^+]$ i $[c^-; c^+]$ określonych w S , zachodzi:

$$[a^-]([b^-][c^-]) = ([a^-][b^-])[c^-] = [a^-; a^+]([b^-; b^+][c^-; c^+]) = ([a^-; a^+][b^-; b^+])[c^-; c^+] \quad (127)$$

Twierdzenie 13. (Przemienność dodawania) Dla każdej pary elementów $[a^-; a^+]$ i $[b^-; b^+]$ określonych w S , zachodzi:

$$[a]+[b]=[b]+[a]=[a^-; a^+]+[b^-; b^+]=[b^-; b^+]+[a^-; a^+] \quad (128)$$

Twierdzenie 14. (Przemienność mnożenia) Dla każdej pary elementów $[a]=[a^-; a^+]$ i $[b]=[b^-; b^+]$ określonych w S, zachodzi:

$$[a][b]=[b][a]=[a^-; a^+][b^-; b^+]=[b^-; b^+][a^-; a^+] \quad (129)$$

Twierdzenie 15. (Element neutralny (zerowy) dodawania) Interwał $[0;0]$ jest elementem neutralnym (zerowym) dodawania:

$$[0; 0]+[a]=[a]+[0; 0]=[a]=[a^-; a^+] \quad (130)$$

Twierdzenie 16. (Element neutralny (zerowy) mnożenia) Interwał $[1;1]$ jest elementem neutralnym (zerowym) mnożenia:

$$[1;1][a]=[a][1;1]=[a]=[a^-; a^+] \quad (131)$$

Uwaga Istnieje **izomorfizm** (def. 7) między ciałem liczb rzeczywistych i interwałami postaci $[a;a]$. Określono zbiór S^* jako zbiór wszystkich interwałów postaci $[a;a]$, gdzie a jest liczbą rzeczywistą. Interwały $[a;a]$ są interwałami o szerokości zero. Oczywiście S^* jest podzbiorem zbioru S i jest nieskończony.

Twierdzenie 17. Zbiór S^* jest izomorfizmem w stosunku do zbioru liczb rzeczywistych.

Definicja 28 Dodawanie liczby rzeczywistej c i interwału $[a^-; a^+]$ w S jest zdefiniowane relacją:

$$c + [a^-; a^+] = [c+a^-; c+a^+].$$

Definicja 29. Mnożenie liczby rzeczywistej c i interwału $[a^-; a^+]$ w S jest zdefiniowane relacją:

$$c[a^-; a^+] = [\min(ca^-, ca^+); \max(ca^-, ca^+)].$$

W ogólności nie istnieją ani addytywne ani multiplikatywne odwrotności w S.

Twierdzenie 18. Nie istnieją odwrotności addytywne w zbiorze S z wyjątkiem podzbioru S^* .

Wyjątkowo przytoczono **dowód** [82].

Zbiór S^* jest izomorfizmem w stosunku do zbioru liczb rzeczywistych na podstawie tw. 17 i odwrotności addytywne istnieją dla wszystkich elementów zbioru liczb rzeczywistych. Dlatego odwrotności addytywne istnieją dla wszystkich elementów zbioru S^* . Niech $[a^-; a^+]$ będzie dowolnym interwałem w S; gdzie $a^- \neq a^+$ (np. $a^- < a^+$). Zakłada się; że istnieje odwrotność $[b^-; b^+]$ addytywne do $[a^-; a^+]$ w S;. Wtedy zgodnie z def. 16:

$$[a^-; a^+] + [b^-; b^+] = [a^-+b^-; a^++b^+] = [0; 0]$$

i stąd

$$a^-+b^- = 0 \quad \text{i} \quad a^++b^+ = 0 \quad \text{oraz}$$

$$a^- = -b^- \quad \text{i} \quad a^+ = -b^+.$$

Na podstawie założenia jest $a^- < a^+$ i stąd:

$$a^- = -b^- < a^+ = -b^+ \quad \text{i} \quad -b^- < -b^+.$$

to implikuje:

$$b^- > b^+.$$

ale na podstawie def. 14 dla $[b^-; b^+]$ wymaga się; aby:

$$b^- \leq b^+.$$

Stąd założenie; że $[a^-; a^+]$ ma odwrotność addytywną prowadzi do sprzeczności, a to dowodzi prawdziwości twierdzenia.

Twierdzenie 19. Nie istnieją odwrotności multiplikatywne w zbiorze S z wyjątkiem podzbioru S^* nie zawierającego $[0; 0]$.

Twierdzenie 20. (Prawo skracania dla dodawania) Dla $[a^-; a^+]; [b^-; b^+]; [c^-; c^+]$ w zbiorze S :

$$[a^-; a^+] + [b^-; b^+] = [a^-; a^+] + [c^-; c^+] \Rightarrow [b^-; b^+] = [c^-; c^+]$$

Twierdzenie 21. Prawo skracania dla mnożenia **nie obowiązuje** dla interwałów, tzn. dla $[a^-; a^+]; [b^-; b^+]; [c^-; c^+]$ w zbiorze S , jeżeli:

$$[a^-; a^+][b^-; b^+] = [a^-; a^+][c^-; c^+]$$

to **nie jest prawdą**, że:

$$[b^-; b^+] = [c^-; c^+].$$

Twierdzenie 22. Prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania **nie obowiązuje** dla interwałów; tzn. dla $[a^-; a^+], [b^-; b^+], [c^-; c^+]$ w zbiorze S

$$[a^-; a^+] ([b^-; b^+] + [c^-; c^+]) \neq [a^-; a^+][b^-; b^+] + [a^-; a^+][c^-; c^+]$$

Natomiast obowiązuje ono dla interwałów postaci $[a; a]$ w S^* .

Twierdzenie 23. Prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania **obowiązuje** dla interwałów o postaci $[a; a]$ w S^* , tzn. dla $[a; a]$ w S^* , $[b^-; b^+], [c^-; c^+]$ w zbiorze S :

$$[a; a] ([b^-; b^+] + [c^-; c^+]) = [a; a][b^-; b^+] + [a; a][c^-; c^+]$$

Uwaga Z twierdzenia 23 wynika, że:

$$x ([b^-; b^+] + [c^-; c^+]) = x[b^-; b^+] + x[c^-; c^+]$$

gdzie x jest liczbą rzeczywistą a $[b]$ i $[c]$ są określone w S.

Poniższe twierdzenia są bardzo przydatne przy obliczeniach numerycznych z interwałami.

Twierdzenie 24. Dla interwałów $[a^-; a^+]$, $[b^-; b^+]$ w zbiorze S:

$$[a^-; a^+] \subset [b^-; b^+] \Rightarrow \exists [c^-; c^+] \in S [b^-; b^+] = [a^-; a^+] + [c^-; c^+]$$

Twierdzenie 25. Dla interwałów $[a^-; a^+]$, $[b^-; b^+]$ w zbiorze S

$$[a^-; a^+] \subset [b^-; b^+] \Rightarrow \forall ([c^-; c^+] \in S \wedge (0 \notin [c^-; c^+] \vee c^- = 0 \vee c^+ = 0) \exists [d^-; d^+] \in S [b^-; b^+] = [a^-; a^+] + [c^-; c^+][d^-; d^+]$$

Poniższe twierdzenia dotyczą faktu, że zbiór interwałów z odpowiednimi działaniami tworzy **półgrupę abelową** (przemienne) (def. 8-11).

Twierdzenie 26. Zbiór interwałów S tworzy z dodawaniem półgrupę abelową.

Dowód Z def.16 wynika, że dodawanie interwałów jest działaniem binarnym; z tw. 9, że dodawanie ma zamknięcie; z tw. 11, że jest działaniem łącznym a z tw. 13, że jest działaniem przemienne a więc jest **półgrupą abelową (przemienne)**.

Uwaga Z tw. 15 wynika, że dla dodawania istnieje element neutralny (zerowy) a więc zbiór interwałów z dodawaniem jest **monoidem** (def. 9) **przemienne**.

Twierdzenie 27. Zbiór interwałów S tworzy z mnożeniem półgrupę abelową.

Dowód Z def. 18 wynika, że mnożenie interwałów jest działaniem binarnym; z tw. 10, że mnożenie ma zamknięcie; z tw. 12, że jest działaniem łącznym a z tw. 14, że jest działaniem przemienne, a więc jest **półgrupą abelową (przemienne)**.

Uwaga Z tw. 16 wynika, że dla mnożenia istnieje element neutralny (zerowy), a więc zbiór interwałów z mnożeniem jest **monoidem** (def. 9) **przemienne**.

Uwaga Ponieważ ani dla dodawania ani mnożenia nie istnieje element odwrotny (tw. 18, 19) **zbiór interwałów nie tworzy z tymi działaniami grupy (def. 11), a tym bardziej pierścienia (def. 12) czy ciała (def. 13)**.

Dowody twierdzeń zawartych w tym podrozdziale znajdują się w publikacji [82].

2.3.5. Pułapki arytmetyki interwałowej

W publikacji [46] przedstawiono ciekawe przypadki stosowania arytmetyki interwałowej. Formuła min-max jest dogodną definicją działań na interwałach, ale nie zawsze jest najlepsza w stosowaniu. Na przykład dla dodawania oczywiste jest, że $u^- + v^-$ będzie zawsze najmniejszą sumą a $u^+ + v^+$ największą, a więc dodawanie interwałów jest proste $[u^-; u^+] + [v^-; v^+] = [u^- + v^-; u^+ + v^+]$ i podobnie odejmowanie $[u^-; u^+] - [v^-; v^+] = [u^- - v^+; u^+ - v^-]$.

Mnożenie już tak dobrze się nie zachowuje, chociaż czasami możliwa jest droga na skróty (w zależności od znaków operandów), w najgorszym przypadku nie ma wyjścia i należy obliczać cztery iloczyny i wybrać z nich wartości ekstremalne.

Przy dzieleniu występuje dodatkowa trudność – dzielenie przez zero. W przypadku liczb np. $2/0$ – błąd jest oczywisty i wychwytywany przez program komputerowy. Dzielenie interwałów np. $[2;4]/[-1;1]$ prowadzi do tego samego problemu, ale jest on ukryty. Nie uwzględnia bowiem faktu, że interwał $[-1;1]$ zawiera 0. Otrzymana wartość dzielenia tych dwóch interwałów ($[-4;4]$) jest niedobra – nie w sensie formalnym (wykonaliśmy działania na wielkościach krańcowych przedziału i jest to zgodne z definicją dzielenia arytmetyki przedziałowej) ale dlatego, że **otrzymany wynik nie zawiera wszystkich możliwych dzieleń**, nawet jeśli wykluczmy liczbę 0 jako dzielnik (np. $2/-0,1=20$ – wartość ta jest poza przedziałem naszego wyniku $[-4,4]$!).

W tradycyjnej arytmetyce korzysta się z oczywistych zależności jak np. $x+-x=0$ i $(a+b)x=ax+bx$. W przypadku interwałów one nie obowiązują. Ogólnie, interwały nie mają elementu odwrotnego dodawania tzn. jeśli mamy interwał $[u^-, u^+]$, to nie istnieje taki interwał $[v^-, v^+]$ dla którego $[u^-; u^+]+[v^-; v^+]=[0;0]$. Podobnie nie istnieje element odwrotny mnożenia ($[u^-; u^+]\times[v^-; v^+]=[1;1]$). Przyczyna jest prosta i podstawowa – nie istnieje operacja, która zmniejsza szerokość interwału a przecież $[0;0]$ i $[1;1]$ są interwałami o szerokości zero!

Podobnie nie obowiązują dla interwałów przemienność. Z wyrażenia np. $[1;2]\times([-3;-2]+[3;4])$ otrzymuje się różne wyniki w zależności od tego czy wykona się najpierw dodawanie a później mnożenie, czy najpierw mnożenie a później dodawanie (w pierwszym przypadku wynik wynosi $[0;4]$ a w drugim $[-3;6]$). Ściśle rzecz biorąc oba wyniki są poprawne, ponieważ zawierają wartości wyrażeń wyjściowych, natomiast węższy interwał jest na pewno lepszy.

Jeśli chodzi o podnoszenie do kwadratu ($[u^-; u^+]^2=[u^-; u^+]\times[u^-; u^+]$), to w niektórych przypadkach wydaje się, że nie ma problemów (np. $[1;2]^2=[1;4]$), ale co z np. $[-2;2]^2=[-4;4]$? Pojawia się problem, ponieważ kwadrat liczby rzeczywistej nie może być ujemny. Źródłem błędu jest traktowanie dwóch takich samych interwałów po prawej stronie równania $[u^-; u^+]^2=[u^-; u^+]\times[u^-; u^+]$ jako zmiennych niezależnych, co w rzeczywistości nie występuje. Podobnie jest z wyrażeniem $2[u^-; u^+]$, np. $[u^-; u^+]=[2;4]$, wtedy automatyczne stosowanie reguł arytmetyki interwałowej prowadzi do wyniku $[1;4]$, a przecież wartością poprawną jest 2 (lub $[2;2]$) dla każdej niezerowej wartości $[u^-; u^+]$ (choć w interwale $[1;4]$ zawarty jest ten wynik).

Porównywanie interwałów jest także nieintuicyjne. Dla liczb rzeczywistych istnieją trzy podstawowe relacje ($<$, $=$ i $>$), dla interwałów osiemnaście i nie zawsze jest oczywiste jaką relację wybrać czy nawet ją nazwać (istnieją nazwy „oczywiste relacje” i „możliwe relacje”).

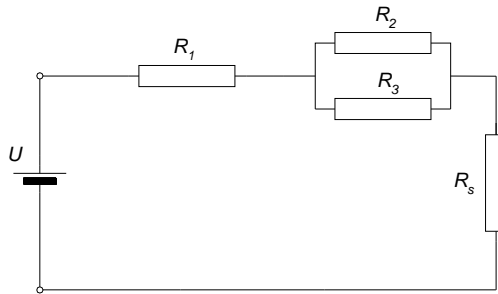
Na koniec zobrazowano co się dzieje z bezkrytycznym zastosowaniem funkcji, np. sinus do interwału. Czasami nie ma z tym problemu np. $\sin([30^\circ; 60^\circ])=[0,5; 0,866]$, ale $\sin([30^\circ; 150^\circ])=[0,5; 0,5]$ co jest wynikiem błędnym, ponieważ prawidłowy jest $[0,5; 1,0]$. Spowodowane jest to znów założeniem, że obliczenia interwałowe przeprowadza się tylko dla jego krańców, co jest prawdą jeżeli funkcja jest monotoniczna w tym interwale. Dla innych funkcji należy zbadać, czy wewnątrz interwału funkcja ma minima i maksima.

2.3.6. Przykład zastosowania arytmetyki interwałowej

Na rysunku 27 przedstawiono przykładowy obwód rezystancyjny o następujących wartościach elementów:

$$\begin{aligned} R_1 &= [100;110] \Omega & R_2 &= [1000;1100] \Omega & U &= [9;11] \text{ V} \\ R_3 &= [2000;2200] \Omega & R_s &= [5;15] \Omega \end{aligned}$$

Należy wyznaczyć spadek napięcia U_1 na rezystorze R_1 .



Rys. 27. Schemat obwodu

Spadek napięcia U_1 wynosi:

$$U_1 = \frac{R_1 U}{R_s + R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}} \quad (132)$$

albo przekształcając wyrażenie na dwa połączone równoległe rezystory R_2 i R_3 :

$$U_1 = \frac{R_1 U}{R_s + R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \quad (133)$$

Stosując arytmetykę interwałową otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \text{dla (132)} \quad U_1 &= [1,05;1,57] \\ \text{dla (133)} \quad U_1 &= [0,97;1,70]. \end{aligned}$$

Policzmy teraz wartości U_1 zwykłą arytmetyką dla dwóch zestawów wartości krańcowych (nie ma znaczenia wg którego wzoru):

$$U_{1\min} = \frac{100 \cdot 9}{15 + 110 + \frac{1100 \cdot 2200}{1100 + 2200}} = 1,05 \quad (134)$$

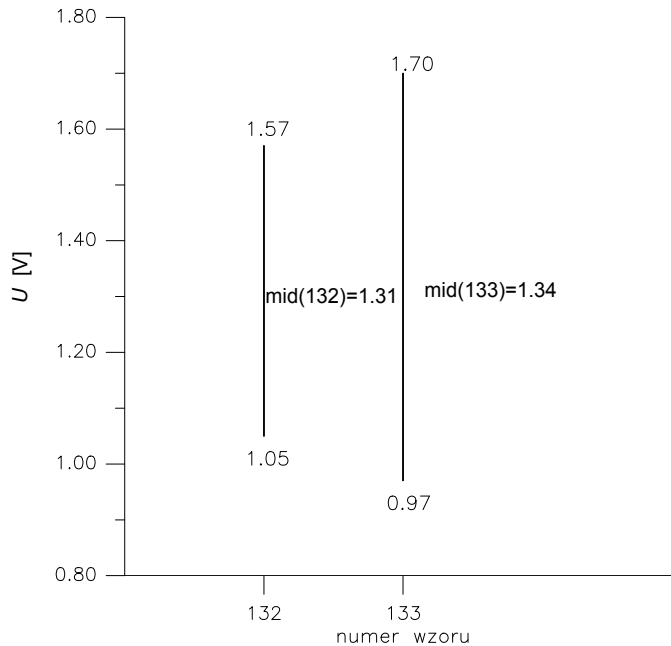
$$U_{1\max} = \frac{110 \cdot 11}{5 + 100 + \frac{1000 \cdot 2000}{1000 + 2000}} = 1,57 \quad (135)$$

Otrzymane wartości są identyczne jak dla (131). Policzmy U_1 dla wartości średnich:

$$U_{1\min \max sr} = \frac{105 \cdot 11}{10 + 105 + \frac{1050 \cdot 2100}{1050 + 2100}} = 1,29 \quad (136)$$

Na rysunku 28 przedstawiono wyniki obliczeń U_1 w formie graficznej. Najszerszy interwał daje wzór przekształcony (133), a różnica między nim a interwałem otrzymanym wg wzoru (132) wynosi ok. 40%. Różnice te policzone są dla tzw. średnic interwału. **Średnica interwału** jest zdefiniowana jako $\dim[\mathbf{a}] = \mathbf{a}^+ - \mathbf{a}^-$. Średnice dla poszczególnych interwałów wynoszą:

- $\dim(132) = 1,57 - 1,05 = 0,52$
- $\dim(133) = 1,70 - 0,97 = 0,73$.



Rys. 28. Porównanie wyników obliczeń U_1 według różnych wzorów (132 i 133)

Identyczne wyniki jak (132) otrzymano ze zwykłych obliczeń dla minimalnych i maksymalnych wartości parametrów obwodu (134-135). Na rysunku 28 zaznaczono także tzw. punkty środkowe interwałów. **Punkt środkowy** przedziału jest zdefiniowany jako $\text{mid}[\mathbf{a}] = (\mathbf{a}^- + \mathbf{a}^+)/2$. Można także wyznaczyć **promień interwału**, który jest zdefiniowany jako $\text{rad}[\mathbf{a}] = (\mathbf{a}^+ - \mathbf{a}^-)/2$. Punkty środkowe otrzymane z (132), (133) i z (136) (1,31; 1,34; 1,29) różnią się o mniej niż 4%.

2.3.7. Analiza porównawcza wyznaczania sprawności

W rozdziale tym przedstawiono analizę porównawczą wyznaczania sprawności silnika indukcyjnego metodą bezpośrednią i pośrednią na podstawie wyników pomiarów. Zastosowano dwie metody wyznaczania błędu granicznego: za pomocą arytmetyki interwałowej oraz metody klasycznej z wyznaczaniem błędu granicznego (14). Wyznaczano także niepewność wyznaczania sprawności typu B na podstawie przewodnika metrologicznego [94].

Metoda bezpośrednia wyznaczania sprawności polega na wyznaczaniu sprawności na podstawie mocy wydawanej P_{out} i mocy pobieranej P_{in}

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \quad (137)$$

Ponieważ moc wydawana P_{out} jest wyznaczana na podstawie pomiaru momentu na wale T w Nm i prędkości obrotowej n w obr/min silnika to ostatecznie wzór na sprawność przyjmuje postać (P_{in} w W)

$$\eta = \frac{0,105 \cdot T \cdot n}{P_{\text{in}}} \quad (138)$$

Pomiary momentu wykonano momentomierzem firmy „Hottinger”, którego błąd graniczny podany przez producenta wynosi $\pm 0,1 \times (\text{zakres} = 500 \text{ N}\cdot\text{m}) \times 0,01 = \pm 0,5 \text{ N}\cdot\text{m}$.

Pomiary prędkości obrotowej wykonano przyrządem IEL, którego błąd graniczny podany przez producenta wynosi $\pm 0,15 \times \text{wartość mierzona} \times 0,01 + 1$ cyfra (0,1).

Pomiary mocy pobranej wykonano analizatorem mocy firmy „Norma”. Dla pomiaru mocy błąd graniczny podany przez producenta dla tego przyrządu wynosi $\pm 0,1 \times \text{wartość mierzona} \times 0,01$.

Oprócz pomiaru mocy wykorzystano wejście analogowe (przetwornik analogowo-cyfrowy) analizatora do rejestracji momentu, którego błąd graniczny podany przez producenta wynosi $\pm 0,1 \times (\text{zakres momentu na „Normie”} = 500 \text{ N}\cdot\text{m}) \times 0,01 = \pm 0,5 \text{ Nm}$; oraz wejście impulsowe do pomiaru i rejestracji prędkości obrotowej, którego błąd graniczny podany przez producenta wynosi $\pm 0,01 \times \text{wartość mierzona} \times 0,01$.

2.3.7.1. Wyznaczenie niepewności typu B – metoda bezpośrednia

Niepewność standardowa typu B jest wywołana przez efekty systematyczne [94]. Jej źródłem jest najczęściej niedoskonałość aparatury pomiarowej, którą wykonywane są pomiary. Oceniając niepewność standardową typu B korzysta się ze znajomości tylko

jednej wartości pomiarowej. Wartość tę traktujemy jako estymator wartości oczekiwanej. Odchylenie standardowe stanowiące niepewność standardową typu B można ocenić różnie w zależności od sytuacji oraz od posiadanych informacji, np.:

- ogólna znajomość zjawisk występujących w pomiarach,
- właściwości przyrządów i metod pomiarowych,
- informacje podane przez producenta,
- dane uzyskane w czasie kalibracji,
- dane z wcześniejszych pomiarów.

Najczęstszą sytuacją z jaką mamy do czynienia w praktyce pomiarowej jest konieczność oceny niepewności standardowej typu B wynikającej z błędów aparatury pomiarowej. W tym podrozdziale wyznaczono niepewność standardową sprawności silnika indukcyjnego typu B. Składowymi tej niepewności są niepewności standardowe: momentu, prędkości obrotowej i mocy pobranej. W poniższych wzorach przedstawiono przykładowe obliczenia dla silnika 2-biegunowego o mocy znamionowej 75 kW i częstotliwości znamionowej 60 Hz.

1. Moment

Błąd graniczny momentu mierzonego momentomierzem

$$\Delta T_{\text{gmom}} = 0,1 \cdot 500 \cdot 0,01 = 0,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Niepewność standardowa momentu wynikająca z własności momentomierza

$$u_{\text{BMmom}} = \frac{\Delta T_{\text{gmom}}}{\sqrt{3}} = \frac{0,5}{\sqrt{3}} \approx 0,2887 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Błąd graniczny momentu przetwarzanego za pomocą przetwornika analogowo-cyfrowego analizatora mocy D 5255 M

$$\Delta T_{\text{gpac}} = 0,1 \cdot 500 \cdot 0,01 = 0,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Niepewność standardowa momentu wynikająca z własności przetwornika analogowo-cyfrowego analizatora mocy D 5255 M

$$u_{\text{BTpac}} = \frac{\Delta T_{\text{gpac}}}{\sqrt{3}} = \frac{0,5}{\sqrt{3}} \approx 0,2887 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Niepewność standardowa łączna momentu

$$u_{\text{BM}} = \sqrt{u_{\text{BMmom}}^2 + u_{\text{BTpac}}^2} = \sqrt{0,2887^2 + 0,2887^2} \approx 0,407 \text{ N} \cdot \text{m}$$

2. Prędkość obrotowa

Błąd graniczny prędkości obrotowej mierzonej analizatorem mocy D 5255 M (wejście impulsowe)

$$\Delta n_{\text{gweimp}} = 0,01 \cdot 3567,8 \cdot 0,01 = 0,35678 \text{ obr/min}$$

Niepewność standardowa prędkości obrotowej wynikająca z własności analizatora mocy D 5255 M (wejście impulsowe)

$$u_{\text{Bn}} = \frac{\Delta n_{\text{gweimp}}}{\sqrt{3}} = \frac{0,35678}{\sqrt{3}} \approx 0,21 \text{ obr/min}$$

Ponieważ pomiar prędkości obrotowej wykonywany jest za pomocą analizatora mocy D 5255 M, nie uwzględnia się miernika prędkości obrotowej IEL, który w tym przypadku dubluje pomiary i dostarcza impulsy do analizatora mocy D 5255 M.

3. Moc

Błąd graniczny mocy pobieranej mierzonej analizatorem mocy D 5255 M

$$\Delta P_{\text{ganal}} = 0,1 \cdot 77790 \cdot 0,01 = 77,79 \text{ W}$$

Niepewność standardowa mocy wynikająca z własności analizatora mocy D 5255 M

$$u_{\text{BP}} = \frac{\Delta P_{\text{ganal}}}{\sqrt{3}} = \frac{77,79}{\sqrt{3}} \approx 44,91 \text{ W}$$

4. Sprawność

Niepewność standardowa sprawności wynosi:

$$u_{\eta} = \sqrt{a_{\text{T}}^2 u_{\text{BM}}^2 + a_{\text{n}}^2 u_{\text{Bn}}^2 + a_{\text{P}}^2 u_{\text{BP}}^2}$$

Na podstawie (137) mamy:

$$a_{\text{M}} = \frac{\partial \eta}{\partial T} = \frac{0,105 \cdot n}{P_{\text{in}}} = \frac{0,105 \cdot 3567,8}{77790} \approx 0,004816 \frac{\text{obr/min}}{\text{W}}$$

$$a_{\text{n}} = \frac{\partial \eta}{\partial n} = \frac{0,105 \cdot T}{P_{\text{in}}} = \frac{0,105 \cdot 197,4}{77790} \approx 0,000266 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{W}}$$

$$a_{\text{P}} = \frac{\partial \eta}{\partial P} = -\frac{0,105 \cdot T \cdot n}{P_{\text{in}}^2} = -\frac{0,105 \cdot 197,4 \cdot 3567,8}{77790^2} \approx -0,000012 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{obr/min}}{\text{W}^2}$$

$$u_{\eta} = \sqrt{0,004816^2 \cdot 0,407^2 + 0,000266^2 \cdot 0,21^2 + 0,000012^2 \cdot 44,91^2} \approx \sqrt{384,0 \cdot 10^{-8} + 0,312 \cdot 10^{-8} + 30,1 \cdot 10^{-8}} = \sqrt{414,4 \cdot 10^{-8}} \approx 0,00203615$$

Niepewność całkowita:

$$u_{c\eta} = k_{\alpha} \cdot u_{\eta}$$

gdzie k_{α} – wartość zmiennej standaryzowanej określonego rozkładu prawdopodobieństwa. Dla rozkładu jednostajnego dla poziomu ufności $\alpha = 0,95$ $k_{\alpha} = 2$.

Tak więc:

$$\eta \approx 0,95063364 \pm 2 \cdot 0,00203615 \approx 0,951 \pm 0,004 = [0,947; 0,955] \quad (139)$$

Obliczając natomiast sprawność, biorąc pod uwagę błąd graniczny (14) (nie uwzględniając losowego rozkładu błędów systematycznych poszczególnych wielkości mierzonych) otrzymujemy:

$$\eta \approx 0,95063364 \pm 0,00586147 \approx 0,9506 \pm 0,0057 \approx 0,951 \pm 0,006 = [0,945; 0,957] \quad (140)$$

2.3.7.2. Wyznaczenie błędu granicznego za pomocą arytmetyki interwałowej – metoda bezpośrednia

Na podstawie informacji zawartych w poprzednich rozdziałach i [95] można stwierdzić, że:

- środek interwału odpowiada wynikowi pomiaru,
- zaś promień interwału odpowiada błędowi granicznemu.

Jednak wielkości wynikowe otrzymywane po obliczeniach na podstawie określonej funkcji przetwarzania metodą interwałową i klasyczną nie muszą być tożsame. W dalszej części tego podrozdziału autor monografii przeprowadził analizę tych zależności.

W przypadku rozpatrywanej funkcji (138) wartość środkowa interwału η_{mid} wynosi:

$$\eta_{mid} = 0,105 \frac{\frac{T^- n^-}{P_{in}^+} + \frac{T^+ n^+}{P_{in}^-}}{2} = 0,105 \frac{1}{2} \frac{P_{in}^- T^- n^- + P_{in}^+ T^+ n^+}{P_{in}^+ P_{in}^-} \quad (141)$$

zaś w metodzie klasycznej wynik pomiaru wynosi:

$$\eta = 0,105 \frac{\frac{T^+ + T^-}{2} \frac{n^+ + n^-}{2}}{\frac{P_{in}^+ + P_{in}^-}{2}} = 0,105 \frac{1}{2} \frac{T^+ n^+ + T^+ n^- + T^- n^+ + T^- n^-}{P_{in}^+ + P_{in}^-} \quad (142)$$

gdzie $T^+, T^-, n^+, n^-, P_{in}^+, P_{in}^-$ – krańce interwałów odpowiednio: momentu $[T]$, prędkości obrotowej $[n]$, mocy pobranej $[P_{in}]$, które w są także \pm błędami granicznymi tych wielkości. **Autor monografii udowodnił [28]**, że współczynnik k (143) będący ilorazem wartości środkowej interwału (141) i wyniku pomiaru (142) jest równy lub większy od 1, co oznacza, że **wartość środkowa interwału jest dla funkcji (138) zawsze równa lub większa niż wynik pomiaru.**

$$k = \frac{P_{in}^- P_{in}^+ T^+ n^+ + P_{in}^- P_{in}^+ T^- n^- + P_{in}^{-2} T^- n^- + P_{in}^{+2} T^+ n^+}{P_{in}^- P_{in}^+ T^+ n^+ + P_{in}^- P_{in}^+ T^- n^- + P_{in}^- P_{in}^+ T^+ n^- + P_{in}^- P_{in}^+ T^- n^+} \quad (143)$$

Promień interwału dla funkcji (138) można przedstawić jako:

$$\text{rad}([\eta]) = \eta_{mid} \frac{\delta_n + \delta_T + \delta_{P_{in}} + \delta_n \cdot \delta_T \cdot \delta_{P_{in}}}{1 - \delta_{P_{in}}^2} \quad (144)$$

zaś błąd bezwzględny graniczny sprawności wg (31) i (49):

$$\Delta_{\eta} = \eta(\delta_T + \delta_n + \delta_{P_{in}}) \quad (145)$$

Z porównania wzorów (144) i (145) wynika, że **promień interwału dla funkcji (138) jest większy niż błąd graniczny**, ponieważ błąd względny wyznaczany dla interwału jest większy i wartość środkowa interwału jest większa niż wynik pomiaru. Warto zauważyć, że pomijając w (144) iloczyn błędów granicznych i kwadrat błędu granicznego mocy pobranej, jako pomijalnie małych, otrzymuje się wyrażenie na błąd względny graniczny sprawności takie same jak (145).

Kontynuując obliczenia dla silnika z poprzedniego podrozdziału, ale tym razem metodą interwałową otrzymuje się:

$$\text{Moment } [T] = 197,4 \text{ N}\cdot\text{m} \pm (0,5 \text{ N}\cdot\text{m} + 0,5 \text{ N}\cdot\text{m}) = [196,4; 198,4] \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\text{Prędkość obrotowa } [n] = 3567,8 \text{ obr/min} \pm 0,4 \text{ obr/min} = [3567,4; 3568,2] \text{ obr/min}$$

$$\text{Moc pobrana } [P_{in}] = 77790 \text{ W} \pm 78 \text{ W} = [77712; 77868] \text{ W}$$

$$\begin{aligned} [\eta] &= \frac{[0,105] \cdot [T] \cdot [n]}{[P_{in}]} \approx 0,95063998 \pm 0,00586148 = \\ &= [0,94477850; 0,95650146] \approx 0,9506 \pm 0,0059 \approx 0,951 \pm 0,006 \end{aligned} \quad (146)$$

Można się przekonać, że wartości minimalna i maksymalna sprawności obliczone dla krańców za pomocą zwykłej arytmetyki są identyczne jak otrzymane za pomocą arytmetyki interwałowej.

$$\eta_{\min} = \frac{0,105 \cdot 196,4 \cdot 3567,4}{77868} \approx 0,94477850 \quad (147)$$

$$\eta_{\max} = \frac{0,105 \cdot 198,4 \cdot 3568,2}{77712} \approx 0,95650146 \quad (148)$$

2.3.7.3. Porównanie wyników sprawności – metoda bezpośrednia

W tabeli 22 przedstawiono zestawienie wyników wyznaczania sprawności typu B oraz za pomocą arytmetyki interwałowej (dla silnika 2-biegunowego o mocy znamionowej 75 kW i częstotliwości znamionowej 60 Hz). Promień przedziału jest, zgodnie z oczekiwaniami w przypadku arytmetyki interwałowej, nieznacznie większy niż błąd graniczny bezwzględny (o ok. 0,000001 p.p.). Punkt środkowy ma też wartość większą (o ok. 0,001 p.p.). W zaokrągleniu do jednego miejsca po przecinku wynik w obu przypadkach jest taki sam. W przypadku metody interwałowej oraz metody klasycznej (błędu granicznego) nie uwzględnia się losowego rozkładu błędów systematycznych poszczególnych wielkości mierzonych, co ma miejsce w przypadku wyznaczania niepewności. Dlatego wynik niepewności pomiaru nie jest porównywalny z dwiema poprzednimi metodami (promień niepewności jest mniejszy o 0,2 p.p., a punkt środkowy taki sam jak przy metodzie klasycznej (błędu granicznego)).

TABELA 22

Zestawienie wartości parametrów do porównania wyników sprawności otrzymanych różnymi metodami w %

Lp.		interwał (146)	typ B (wartość ± błąd graniczny) (140)	typ B (wartość ± niepewność) (139)
1.	promień rad	0,586148	0,586147	0,407230
2.	pn. środ. mid	95,063998	95,063364	95,063364
3.	sprawność	95,063998 ± 0,586148 ≈ ≈ 95,064 ± 0,586 ≈ ≈ 95,1 ± 0,6	95,063364 ± 0,586147 ≈ 95,063 ± 0,586 ≈ ≈ 95,1 ± 0,6	95,063364 ± 0,407230 ≈ 95,063 ± 0,407 ≈ ≈ 95,1 ± 0,4
4.	spr. przedział	[94,477850;95,650146] ≈ [94,5; 95,7]	[94,477217;95,649511] ≈ [94,5; 95,7]	[94,656134;95,470594] ≈ [94,7; 95,5]

2.3.7.4. Wyznaczenie niepewności typu B – metoda pośrednia

Równanie opisujące zależność sprawności od składników strat jest następujące:

$$\eta = 1 - \frac{P_{ws} + P_{Fe} + P_m + P_{wr} + P_{al}}{P_{in}} \quad (149)$$

gdzie:

- P_{ws} – straty w uzwojeniu stojana w kW,
- P_{Fe} – straty w rdzeniu w kW,
- P_m – straty mechaniczne w kW,
- P_{wr} – straty w uzwojeniu wirnika w kW,
- P_{al} – straty dodatkowe w kW,
- P_{in} – moc pobrana w kW,

a równanie uwzględniające wielkości mierzone podczas badań:

$$\eta = 1 - \frac{0,0015I^2 \frac{U_z \vartheta_g + K}{I_z \vartheta_z + K} + P_{Fe} + P_m + P_{wr} + P_{al}}{P_m} \quad (150)$$

gdzie:

- I – prąd obciążenia w A,
- U_z – napięcie stałe przy pomiarze rezystancji w pomiarach wstępnych („na zimno”) w V,
- I_z – prąd stały przy pomiarze rezystancji w pomiarach wstępnych („na zimno”) w A,
- ϑ_g – temperatura uzwojenia stojana podczas obciążenia silnika („na gorąco”) w °C,
- ϑ_z – temperatura uzwojenia podczas pomiarów wstępnych („na zimno”) w °C,
- K – współczynnik temperaturowy uzwojenia zależny od materiału uzwojenia (dla miedzi $K=235^\circ\text{C}$ lub $K=234,5^\circ\text{C}$, dla aluminium $K=225^\circ\text{C}$ lub $K=224,6^\circ\text{C}$).

Ponieważ straty w rdzeniu P_{Fe} oraz straty mechaniczne P_m są wyznaczone podczas innej próby – próby biegu jałowego, autor monografii przyjął, że błąd graniczny ich wyznaczania zostanie wyznaczony oddzielnie. Natomiast straty w uzwojeniu wirnika P_{wr} oraz straty dodatkowe P_{al} są zależne od innych składników strat występujących podczas obciążenia silnika i podobnie błąd graniczny ich wyznaczania zostanie obliczony także oddzielnie.

Straty w rdzeniu P_{Fe} oraz straty mechaniczne P_m – próba biegu jałowego

Równanie opisujące zależności podczas biegu jałowego:

$$P_0 = 0,0015I_0^2 R_{V-W0} + P_{Fe} + P_m \quad (151)$$

gdzie:

- P_0 – moc pobrana podczas biegu jałowego w kW,
- I_0 – prąd podczas biegu jałowego w A,
- P_{Fe} – straty w rdzeniu podczas biegu jałowego w kW,
- P_m – straty mechaniczne podczas biegu jałowego w kW,
- R_{V-W0} – rezystancja mierzona między zaciskami silnika podczas biegu jałowego w Ω .

Oznaczmy:

$$P_l = P_{Fe} + P_m, \text{ wtedy}$$

$$P_l = P_0 - 0,0015I_0^2 \frac{U_z \vartheta_0 + K}{I_z \vartheta_z + K} \quad (152)$$

w którym:

- ϑ_0 – temperatura uzwojenia stojana podczas biegu jałowego silnika w °C.

Błąd graniczny względny wyznaczenia sumy strat P_l w rdzeniu P_{Fe} i strat mechanicznych P_m wynosi:

$$\delta_{P_{lg}} = \left| \frac{\partial P_l}{\partial P_0} \frac{P_0}{P_l} \delta_{P_0} \right| + \left| \frac{\partial P_l}{\partial I_0} \frac{I_0}{P_l} \delta_{I_0} \right| + \left| \frac{\partial P_l}{\partial U_z} \frac{U_z}{P_l} \delta_{U_z} \right| + \left| \frac{\partial P_l}{\partial I_z} \frac{I_z}{P_l} \delta_{I_z} \right| + \left| \frac{\partial P_l}{\partial \vartheta_0} \frac{\vartheta_0}{P_l} \delta_{\vartheta_0} \right| + \left| \frac{\partial P_l}{\partial \vartheta_z} \frac{\vartheta_z}{P_l} \delta_{\vartheta_z} \right| \quad (153)$$

w których pochodne cząstkowe są równe:

$$\frac{\partial P_l}{\partial P_0} = 1, \quad \frac{\partial P_l}{\partial I_0} = -2 \cdot 0,0015 I_0 \frac{U_z}{I_z} \frac{\vartheta_0 + K}{\vartheta_z + K}, \quad \frac{\partial P_l}{\partial U_z} = -0,0015 I_0^2 \frac{1}{I_z} \frac{\vartheta_0 + K}{\vartheta_z + K}, \quad (154)$$

$$\frac{\partial P_l}{\partial I_z} = 0,0015 I_0^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{\vartheta_0 + K}{\vartheta_z + K}, \quad \frac{\partial P_l}{\partial \vartheta_0} = -0,0015 I_0^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{1}{\vartheta_z + K},$$

$$\frac{\partial P_l}{\partial \vartheta_z} = 0,0015 I_0^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{\vartheta_0 + K}{(\vartheta_z + K)^2}$$

zaś δ_{P_0} , δ_{I_0} , δ_{U_z} , δ_{I_z} , δ_{ϑ_0} , δ_{ϑ_z} – błędy graniczne względne poszczególnych mierzonych wielkości.

TABELA 23

Przykładowe wyniki obliczeń błędów granicznych względnych δ_{X_i} poszczególnych wielkości X_i oraz składników błędu granicznego względnego i ich sumy $\delta_{P_{lg}}$ (dla $P_l = P_{Fe} + P_m$) dla silnika o $P_N = 15$ kW i $2p = 4$

Wielkość	Wartość zmierzona	Jednostka	Bł. gr. względny δ_{X_i}	Jednostka	Pochodna wg (154)	Jednostka	Skł. bł. gr. wzgl. wg (153)	Jednostka
P_0	0,48400	kW	0,013876	–	1	kW/kW	0,01739669	–
I_0	12,859	A	0,002555	–	-0,015232	kW/A	0,00129648	–
U_z	0,56350	V	0,000173	–	-0,478378	kW/V	0,00012096	–
I_z	1,55100	A	0,000877	–	0,063145	kW/A	0,00022257	–
t_0	41,6	°C	0,012205	–	-0,000354	kW/°C	0,00046602	–
t_z	19,5	°C	0,038652	–	0,000385	kW/°C	0,00075269	–
P_l	0,3861	kW	0,020255	–			$\delta_{P_{lg}} = 0,02025541$	–
P_{Fe}	0,3208	kW	0,020255	–				
P_m	0,0653	kW	0,020255	–				

Przyjęto, że błąd graniczny względny $\delta_{P_{Fe}}$ wyznaczenia strat w rdzeniu P_{Fe} oraz δ_{P_m} strat mechanicznych P_m jest taki sam jak błąd graniczny wyznaczenia sumy tych dwóch składników strat, tzn. równy δ_{P_l} .

Straty w uzwojeniu wirnika P_{wr}

Równanie opisujące zależność strat w uzwojeniu wirnika P_{wr} podczas obciążenia od wielkości mierzonych i wyznaczanych:

$$\begin{aligned} P_{wr} &= s(P_{in} - P_{ws} - P_{Fe}) = \\ &= \left(1 - \frac{np}{60f}\right) P_{in} - \left(1 - \frac{np}{60f}\right) \cdot 0,0015 I^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{\mathcal{G}_g + K}{\mathcal{G}_z + K} - \left(1 - \frac{np}{60f}\right) P_{Fe} \end{aligned} \quad (155)$$

gdzie:

- s – poślizg podczas obciążenia,
- n – prędkość obrotowa podczas obciążenia w obr/min,
- p – liczba par biegunów silnika,
- f – częstotliwość napięcia zasilającego silnik podczas obciążenia w Hz.

Błąd graniczny względny $\delta_{P_{wr}}$ wyznaczenia strat w uzwojeniu wirnika P_{wr} wynosi

$$\begin{aligned} \delta_{P_{wr}} &= \left| \frac{\partial P_{wr}}{\partial n} \frac{n}{P_{wr}} \delta_n \right| + \left| \frac{\partial P_{wr}}{\partial f} \frac{f}{P_{wr}} \delta_f \right| + \left| \frac{\partial P_{wr}}{\partial P_{in}} \frac{P_{in}}{P_{wr}} \delta_{P_{in}} \right| + \left| \frac{\partial P_{wr}}{\partial I} \frac{I}{P_{wr}} \delta_I \right| + \left| \frac{\partial P_{wr}}{\partial U_z} \frac{U_z}{P_{wr}} \delta_{U_z} \right| + \\ &+ \left| \frac{\partial P_{wr}}{\partial I_z} \frac{I_z}{P_{wr}} \delta_{I_z} \right| + \left| \frac{\partial P_{wr}}{\partial \mathcal{G}_g} \frac{\mathcal{G}_g}{P_{wr}} \delta_{\mathcal{G}_g} \right| + \left| \frac{\partial P_{wr}}{\partial \mathcal{G}_z} \frac{\mathcal{G}_z}{P_{wr}} \delta_{\mathcal{G}_z} \right| + \left| \frac{\partial P_{wr}}{\partial P_{Fe}} \frac{P_{Fe}}{P_{wr}} \delta_{P_{Fe}} \right| \end{aligned} \quad (156)$$

w których pochodne cząstkowe są równe:

$$\frac{\partial P_{wr}}{\partial n} = -\frac{P}{60f} \left(P_{in} - 0,0015 I^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{\mathcal{G}_g + K}{\mathcal{G}_z + K} - P_{Fe} \right), \quad (157)$$

$$\frac{\partial P_{wr}}{\partial f} = -\frac{np}{60f^2} \left(P_{in} - 0,0015 I^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{\mathcal{G}_g + K}{\mathcal{G}_z + K} - P_{Fe} \right),$$

$$\frac{\partial P_{wr}}{\partial P_{in}} = 1 - \frac{np}{60f^2}, \quad \frac{\partial P_{wr}}{\partial I} = -2 \left(1 - \frac{np}{60f} \right) \cdot 0,0015 I \frac{U_z}{I_z} \frac{\mathcal{G}_g + K}{\mathcal{G}_z + K},$$

$$\frac{\partial P_{wr}}{\partial U_z} = -\left(1 - \frac{np}{60f} \right) \cdot 0,0015 I^2 \frac{1}{I_z} \frac{\mathcal{G}_g + K}{\mathcal{G}_z + K}, \quad \frac{\partial P_{wr}}{\partial I_z} = \left(1 - \frac{np}{60f} \right) \cdot 0,0015 I^2 \frac{U_z}{I_z^2} \frac{\mathcal{G}_g + K}{\mathcal{G}_z + K},$$

$$\frac{\partial P_{wr}}{\partial \mathcal{G}_g} = -\left(1 - \frac{np}{60f} \right) \cdot 0,0015 I^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{1}{\mathcal{G}_z + K},$$

$$\frac{\partial P_{wr}}{\partial g_z} = \left(1 - \frac{np}{60f}\right) \cdot 0,0015I^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{g_g + K}{(g_z + K)^2}, \quad \frac{\partial P_{wr}}{\partial P_{Fe}} = -\left(1 - \frac{np}{60f}\right),$$

zaś $\delta_n, \delta_f, \delta_{P_{in}}, \delta_I, \delta_{U_z}, \delta_{I_z}, \delta_{g_g}, \delta_{g_z}, \delta_{P_{Fe}}$ – błędy względne graniczne poszczególnych mierzonych lub wyznaczanych wielkości.

TABELA 24

Przykładowe wyniki obliczeń błędów granicznych względnych δ_{X_i} poszczególnych wielkości X_i oraz składników błędu granicznego względnego i ich sumy $\delta_{P_{wrg}}$ (dla P_{wr}) dla silnika o $P_N = 15$ kW i $2p = 4$

Wielkość	Wartość zmierzona	Jednostka	Bł. gr. względny δ_{X_i}	Jednostka	Pochodna wg (151)	Jednostka	Skł. bł. gr. wzgl. wg (150)	Jednostka
n	1466,7	obr/min	0,00010	–	-0,01045	kW/obr/min	0,004556	–
f	49,963	Hz	0,00010	–	0,30664	kW/Hz	0,004556	–
P_{in}	16,5940	kW	0,00146	–	0,02148	kW/kW	0,001546	–
I	29,770	A	0,00268	–	-0,00089	kW/A	0,000211	–
U_z	0,564	V	0,00017	–	-0,02348	kW/V	0,000007	–
I_z	1,551	A	0,00088	–	0,00853	kW/A	0,000035	–
t_g	89,7	°C	0,01310	–	-0,00004	kW/°C	0,000142	–
t_z	19,5	°C	0,03859	–	0,00005	kW/°C	0,000117	–
P_{Fe}	0,32081	kW	0,02026	–	-0,02148	kW/kW	0,000415	–
P_{wr}	0,3363	kW	0,0116	–			$\delta_{P_{wrg}} = 0,011585$	–

Moc wydawana P_{out}

Równanie zależności mocy wydawanej P_{out} w kW podczas obciążenia od wielkości mierzonych:

$$P_{out} = \frac{2\pi}{60} Tn \cdot 10^{-3} \quad (158)$$

gdzie:

T – moment na wale silnika podczas obciążenia w N·m,

n – prędkość obrotowa podczas obciążenia obr/min.

Względny błąd graniczny wyznaczenia mocy wydawanej P_{out} :

$$\delta_{P_{out}} = \left| \frac{\partial P_{out}}{\partial T} \frac{T}{P_{out}} \delta_T \right| + \left| \frac{\partial P_{out}}{\partial n} \frac{n}{P_{out}} \delta_n \right| \quad (159)$$

zaś pochodne są równe:

$$\frac{\partial P_{out}}{\partial T} = \frac{2\pi}{60} n \cdot 10^{-3}, \quad \frac{\partial P_{out}}{\partial n} = \frac{2\pi}{60} T \cdot 10^{-3} \quad (160)$$

δ_T, δ_n – błędy względne graniczne momentu i prędkości obrotowej.

TABELA 25

Przykładowe wyniki obliczeń błędów granicznych względnych δ_{X_i} poszczególnych wielkości X_i oraz składników błędu granicznego względnego i ich sumy $\delta_{P_{out,g}}$ (dla P_{out}) dla silnika o $P_N = 15$ kW i $2p = 4$

Wielkość	Wartość zmierzona	Jednostka	Bł. gr. względny δ_{X_i}	Jednostka	Pochodna wg (160)	Jednostka	Skł. bł. gr. wzgl. P_{out} wg (159)	Jednostka
M	97,75	Nm	0,00305	–	0,153592	kW/Nm	0,003046	–
n	1466,70	obr/min	0,00010	–	0,010236	kW/obr/min	0,000100	–
P_{out}	15,0243	kW	0,00315	–			$\delta_{P_{out,g}} = 0,003146$	–

Straty dodatkowe P_{al}

Równanie zależności strat dodatkowych P_{al} podczas obciążenia od wielkości mierzonych i wyznaczanych:

$$P_{al} = \frac{np}{60f} \left(P_{in} - 0,0015I^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{g_g + K}{g_z + K} - P_{Fe} \right) - P_{out} - P_m \quad (161)$$

Względny błąd graniczny $\delta_{P_{al}}$ wyznaczenia strat dodatkowych P_{al} podczas obciążenia wynosi:

$$\begin{aligned} \delta_{P_{al,g}} = & \left| \frac{\partial P_{al}}{\partial n} \frac{n}{P_{al}} \delta_n \right| + \left| \frac{\partial P_{al}}{\partial f} \frac{f}{P_{al}} \delta_f \right| + \left| \frac{\partial P_{al}}{\partial P_{in}} \frac{P_{in}}{P_{al}} \delta_{P_{in}} \right| + \left| \frac{\partial P_{al}}{\partial I} \frac{I}{P_{al}} \delta_I \right| + \left| \frac{\partial P_{al}}{\partial U_z} \frac{U_z}{P_{al}} \delta_{U_z} \right| + \\ & + \left| \frac{\partial P_{al}}{\partial I_z} \frac{I_z}{P_{al}} \delta_{I_z} \right| + \left| \frac{\partial P_{al}}{\partial g_g} \frac{g_g}{P_{al}} \delta_{g_g} \right| + \left| \frac{\partial P_{al}}{\partial g_z} \frac{g_z}{P_{al}} \delta_{g_z} \right| + \left| \frac{\partial P_{al}}{\partial P_{Fe}} \frac{P_{Fe}}{P_{al}} \delta_{P_{Fe}} \right| + \left| \frac{\partial P_{al}}{\partial P_{out}} \frac{P_{out}}{P_{al}} \delta_{P_{out}} \right| + \\ & + \left| \frac{\partial P_{al}}{\partial P_m} \frac{P_m}{P_{al}} \delta_{P_m} \right| \end{aligned} \quad (162)$$

w których pochodne cząstkowe są równe:

$$\frac{\partial P_{al}}{\partial n} = \frac{p}{60f} \left(P_{in} - 0,0015I^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{g_g + K}{g_z + K} - P_{Fe} \right), \quad (163)$$

$$\frac{\partial P_{al}}{\partial f} = -\frac{np}{60f^2} \left(P_{in} - 0,0015I^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{\vartheta_g + K}{\vartheta_z + K} - P_{Fe} \right),$$

$$\frac{\partial P_{al}}{\partial P_{out}} = \frac{np}{60f}, \quad \frac{\partial P_{al}}{\partial I} = -2 \frac{np}{60f} 0,0015I^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{\vartheta_g + K}{\vartheta_z + K},$$

$$\frac{\partial P_{al}}{\partial U_z} = -\frac{np}{60f} 0,0015I^2 \frac{1}{I_z} \frac{\vartheta_g + K}{\vartheta_z + K},$$

$$\frac{\partial P_{al}}{\partial I_z} = \frac{np}{60f} 0,0015I^2 \frac{U_z}{I_z^2} \frac{\vartheta_g + K}{\vartheta_z + K}, \quad \frac{\partial P_{al}}{\partial \vartheta_g} = -\frac{np}{60f} 0,0015I^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{1}{\vartheta_z + K}$$

$$\frac{\partial P_{al}}{\partial \vartheta_z} = \frac{np}{60f} 0,0015I^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{\vartheta_g + K}{(\vartheta_z + K)^2}, \quad \frac{\partial P_{al}}{\partial P_{Fe}} = -\frac{np}{60f},$$

$$\frac{\partial P_{al}}{\partial P_{out}} = -1, \quad \frac{\partial P_{al}}{\partial P_m} = -1,$$

zaś $\delta_n, \delta_f, \delta_{P_{in}}, \delta_I, \delta_{U_z}, \delta_{I_z}, \delta_{\vartheta_g}, \delta_{\vartheta_z}, \delta_{P_{Fe}}, \delta_{P_{out}}, \delta_{P_m}$ – błędy względne graniczne poszczególnych mierzonych lub wyznaczanych wielkości.

TABELA 26

Przykładowe wyniki obliczeń błędów granicznych względnych δ_{X_i} poszczególnych wielkości X_i oraz składników błędu granicznego względnego i ich sumy $\delta_{P_{alg}}$ (dla P_{al}) dla silnika o $P_N = 15$ kW i $2p = 4$

Wielkość	Wartość zmierzona	Jednostka	Bł. gr. względny δ_{X_i}	Jednostka	Pochodna wg (163)	Jednostka	Skł. bł. gr. wzgl. $\delta_{P_{alg}}$ wg (162)	Jednostka
n	1466,7	obr/min	0,00010	–	0,01045	kW/obr/min	0,006332	–
f	49,963	Hz	0,00010	–	-0,30664	kW/Hz	0,006332	–
P_{in}	16,5940	kW	0,00146	–	0,97852	kW/kW	0,097928	–
I	29,770	A	0,00268	–	-0,04050	kW/A	0,013353	–
U_z	0,564	U	0,00017	–	-1,06983	kW/V	0,000432	–
I_z	1,551	A	0,00088	–	0,38868	kW/A	0,002186	–
t_g	89,7	oC	0,01310	–	-0,00186	kW/oC	0,009017	–
t_z	19,5	oC	0,03859	–	0,00237	kW/oC	0,007381	–
P_{Fe}	0,32081	kW	0,02026	–	-0,97852	kW/kW	0,026281	–
P_{out}	15,0137	kW	0,00315	–	-1,00000	kW/kW	0,195225	–
P_m	0,06525	kW	0,02026	–	-1,00000	kW/kW	0,005463	–
P_{al}	0,2419	kW	0,3699	–			$\delta_{P_{alg}} = 0,36993$	–

Sprawność silnika η

Równanie uwzględniające wielkości mierzone podczas badań:

$$\eta = 1 - \frac{0,0015I^2 \frac{U_z \mathcal{G}_g + K}{I_z \mathcal{G}_z + K} + P_{Fe} + P_m + P_{wr} + P_{al}}{P_{in}} \quad (164)$$

Względny błąd graniczny δ_η wyznaczenia sprawności η podczas obciążenia wynosi:

$$\begin{aligned} \delta_{\eta g} = & \left| \frac{\partial \eta}{\partial I} \frac{I}{\eta} \delta_I \right| + \left| \frac{\partial \eta}{\partial U_z} \frac{U_z}{\eta} \delta_{U_z} \right| + \left| \frac{\partial \eta}{\partial I_z} \frac{I_z}{\eta} \delta_{I_z} \right| + \left| \frac{\partial \eta}{\partial \mathcal{G}_g} \frac{\mathcal{G}_g}{\eta} \delta_{\mathcal{G}_g} \right| + \left| \frac{\partial \eta}{\partial \mathcal{G}_z} \frac{\mathcal{G}_z}{\eta} \delta_{\mathcal{G}_z} \right| + \\ & + \left| \frac{\partial \eta}{\partial P_{Fe}} \frac{P_{Fe}}{\eta} \delta_{P_{Fe}} \right| + \left| \frac{\partial \eta}{\partial P_m} \frac{P_m}{\eta} \delta_{P_m} \right| + \left| \frac{\partial \eta}{\partial P_{wr}} \frac{P_{wr}}{\eta} \delta_{P_{wr}} \right| + \left| \frac{\partial \eta}{\partial P_{al}} \frac{P_{al}}{\eta} \delta_{P_{al}} \right| + \left| \frac{\partial \eta}{\partial P_{in}} \frac{P_{in}}{\eta} \delta_{P_{in}} \right| \end{aligned} \quad (165)$$

w których pochodne cząstkowe są równe:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial I} = & -\frac{2 \cdot 0,0015I \frac{U_z \mathcal{G}_g + K}{I_z \mathcal{G}_z + K}}{P_{in}}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial U_z} = -\frac{0,0015I^2 \frac{1}{I_z} \frac{\mathcal{G}_g + K}{\mathcal{G}_z + K}}{P_{in}}, \\ \frac{\partial \eta}{\partial I_z} = & \frac{0,0015I^2 \frac{U_z \mathcal{G}_g + K}{I_z^2 \mathcal{G}_z + K}}{P_{in}}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial \mathcal{G}_g} = -\frac{0,0015I^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{1}{\mathcal{G}_z + K}}{P_{in}}, \\ \frac{\partial \eta}{\partial \mathcal{G}_z} = & \frac{0,0015I^2 \frac{U_z}{I_z} \frac{\mathcal{G}_g + K}{(\mathcal{G}_z + K)^2}}{P_{in}}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial P_{Fe}} = -\frac{1}{P_{in}}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial P_m} = -\frac{1}{P_{in}}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial P_{wr}} = -\frac{1}{P_{in}}, \\ \frac{\partial \eta}{\partial P_{al}} = & -\frac{1}{P_{in}}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial P_{in}} = \frac{0,0015I^2 \frac{U_z \mathcal{G}_g + K}{I_z \mathcal{G}_z + K} + P_{Fe} + P_{wr} + P_m + P_{al}}{P_{in}^2} \end{aligned} \quad (166)$$

zaś $\delta_I, \delta_{U_z}, \delta_{I_z}, \delta_{\mathcal{G}_g}, \delta_{\mathcal{G}_z}, \delta_{P_{Fe}}, \delta_{P_m}, \delta_{P_{wr}}, \delta_{P_{al}}, \delta_{P_{in}}$ – błędy względne graniczne poszczególnych mierzonych lub wyznaczanych wielkości.

Zakładamy, że błędy graniczne mają rozkład jednostajny o odchyleniu standardowym $\Delta_{x_i g} / \sqrt{3} = \delta_{x_i} \cdot x_i / \sqrt{3}$, to niepewność standardowa dla tego rozkładu:

$$u_{Bx_i} = \frac{\Delta_{x_i,g}}{\sqrt{3}} \quad (167)$$

gdzie:

- x_i – wielkość mierzona lub wyznaczana tj. $I, U_z, I_z, \vartheta_g, \vartheta_z, P_{Fe}, P_m, P_{wr}, P_{al}, P_{in}$,
 Δ_{xg} – błąd bezwzględny wielkości mierzonej lub wyznaczanej,
 δ_x – błąd względny wielkości mierzonej lub wyznaczanej.

TABELA 27

Przykładowe wyniki obliczeń błędów granicznych względnych δ_{x_i} poszczególnych wielkości X_i oraz składników błędu granicznego względnego i ich sumy $\delta_{\eta g}$ (dla η) oraz niepewności standardowe poszczególnych wielkości (161) dla silnika o $P_N = 15$ kW i $2p = 4$

Wielkość	Wartość zmierzona	Jednostka	Bł. gr. względny δ_{x_i}	Jednostka	Niepewn. std. wg (167)	Jednostka	Pochodna wg (166)	Jednostka	Skł. bł. gr. wzgl. wg (165)	Jednostka
I	29,770	A	0,002680	–	0,046055	A	-0,002494	kW/A	0,000220	–
U_z	0,564	V	0,000173	–	0,000056	V	-0,065886	kW/V	0,000007	–
I_z	1,551	A	0,000877	–	0,000786	A	0,023937	kW/A	0,000036	–
t_g	89,7	°C	0,013101	–	0,678349	°C	-0,000114	kW/°C	0,000148	–
t_z	19,5	°C	0,038590	–	0,435330	°C	0,000146	kW/°C	0,000122	–
P_{Fe}	0,3208	kW	0,020255	–	0,003752	kW	-0,060263	kW/kW	0,000433	–
P_m	0,0653	kW	0,020255	–	0,000763	kW	-0,060263	kW/kW	0,000088	–
P_{wr}	0,3363	kW	0,011585	–	0,002249	kW	-0,060263	kW/kW	0,000259	–
P_{al}	0,2419	kW	0,369930	–	0,051674	kW	-0,060263	kW/kW	0,005961	–
P_{in}	16,5940	kW	0,001459	–	0,013979	kW	0,005739	kW/kW	0,000154	–
η	0,9048	-	0,0074	–				$\delta_{\eta g} = 0,007428$		-

Łączne odchylenie standardowe:

$$u_\eta = \sqrt{\sum_{i=1}^{10} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x_i} \right)^2} u_{Bx_i} = 0,003 \quad (168)$$

Obliczamy niepewność całkowitą:

$$u_c = k_\alpha \cdot u_\eta \quad (169)$$

Dla $\alpha = 0,95$ dla rozkładu jednostajnego współczynnik $k_\alpha = 2$

$$u_c = 2 \cdot u_\eta \quad (170)$$

Wynik wyznaczania sprawności:

$$\eta = 0,905 \pm 0,006 \text{ dla } \alpha = 0,95 \quad (171)$$

2.3.7.5. Wyznaczenie błędu granicznego za pomocą arytmetyki interwałowej – metoda pośrednia

Równanie opisujące zależność sprawności od składników strat dla wielkości interwałowych jest następujące:

$$[\eta] = [1] - \frac{[P_{ws}] + [P_{Fe}] + [P_m] + [P_{wr}] + [P_{al}]}{[P_{in}]} \quad (172)$$

gdzie:

- $[P_{ws}]$ – interwał strat w uzwojeniu stojana w kW,
- $[P_{Fe}]$ – interwał strat w rdzeniu w kW,
- $[P_m]$ – interwał strat mechanicznych w kW,
- $[P_{wr}]$ – interwał strat w uzwojeniu wirnika w kW,
- $[P_{al}]$ – interwał strat dodatkowych w kW,
- $[P_{in}]$ – interwał mocy pobranej w kW,

a równanie uwzględniające wielkości mierzone podczas badań:

$$[\eta] = [1] - \frac{[0,0015][I][I] \frac{[U_z][\mathcal{G}_g] + [K]}{[I_z][\mathcal{G}_z] + [K]} + [P_{Fe}] + [P_m] + [P_{wr}] + [P_{al}]}{[P_{in}]} \quad (173)$$

gdzie:

- $[I]$ – interwał prądu obciążenia w A,
- $[U_z]$ – interwał napięcia stałego przy pomiarze rezystancji w pomiarach wstępnych („na zimno”) w V,
- $[I_z]$ – interwał prądu stałego przy pomiarze rezystancji w pomiarach wstępnych („na zimno”) w A,
- $[\mathcal{G}_g]$ – interwał temperatury uzwojenia stojana podczas obciążenia silnika („na gorąco”) w °C,
- $[\mathcal{G}_z]$ – interwał temperatury uzwojenia podczas pomiarów wstępnych („na zimno”) w °C,
- $[K]$ – interwał współczynnika temperaturowego uzwojenia zależny od materiału uzwojenia (dla miedzi $[K] = [235;235]$ °C lub $[K] = [234,5;234,5]$ °C, dla aluminium $[K] = [225;225]$ °C lub $[K] = [224,6;224,6]$ °C).

Ponieważ straty w rdzeniu $[P_{Fe}]$ oraz straty mechaniczne $[P_m]$ są wyznaczone podczas innej próby (próby biegu jałowego) autor monografii przyjął, że zostaną one wyznaczone oddzielnie. Natomiast straty w uzwojeniu wirnika $[P_{wr}]$ oraz straty dodatkowe $[P_{al}]$ są zależnie od innych składników strat występujących podczas obciążenia silnika i także zostaną obliczone oddzielnie.

Straty w rdzeniu $[P_{Fe}]$ oraz straty mechaniczne $[P_m]$ – próba biegu jałowego

Równanie opisujące zależności wielkości podczas biegu jałowego:

$$[P_0] = [0,0015][I_0][I_0][R_{V-W0}] + [P_{Fe}] + [P_m] \quad (174)$$

gdzie:

- $[P_0]$ – interwał mocy pobranej podczas biegu jałowego w kW,
- $[I_0]$ – interwał prąd podczas biegu jałowego w A,
- $[P_{Fe}]$ – interwał strat w rdzeniu podczas biegu jałowego w kW,
- $[P_m]$ – interwał strat mechanicznych podczas biegu jałowego w kW,
- $[R_{V-W0}]$ – interwał rezystancji mierzonej między zaciskami silnika podczas biegu jałowego w Ω .

Wprowadzono oznaczenie:

$$[P_l] = [P_{Fe}] + [P_m], \text{ wtedy} \quad (175)$$

$$[P_l] = [P_0] - [0,0015][I_0][I_0] \frac{[U_z][g_0] + [K]}{[I_z][g_z] + [K]} \quad (176)$$

w którym:

- $[g_0]$ – interwał temperatury uzwojenia stojana podczas biegu jałowego silnika w $^{\circ}\text{C}$.

Straty w uzwojeniu wirnika $[P_{wr}]$

Równanie opisujące zależność strat w uzwojeniu wirnika $[P_{wr}]$ podczas obciążenia od wielkości mierzonych i wyznaczanych:

$$\begin{aligned} [P_{wr}] &= [s]([P_{in}] - [P_{ws}] - [P_{Fe}]) = \\ &= \left([1] - \frac{[n][p]}{[60][f]} \right) [P_{in}] - \left([1] - \frac{[n][p]}{[60][f]} \right) [0,0015][I][I] \frac{[U_z][g_g]}{[I_z][g_z]} \\ &\quad - \left([1] - \frac{[n][p]}{[60][f]} \right) [P_{Fe}] \end{aligned} \quad (177)$$

gdzie:

- $[s]$ – interwał poślizgu podczas obciążenia,
- $[n]$ – interwał prędkości obrotowej podczas obciążenia w obr/min,
- $[p]$ – interwał liczby par biegunów silnika,
- $[f]$ – interwał częstotliwości napięcia zasilającego silnik podczas obciążenia w Hz.

Moc wydawana $[P_{out}]$

Równanie opisujące zależność mocy wydawanej $[P_{out}]$ podczas obciążenia od wielkości mierzonych:

$$[P_{out}] = \frac{[2][\pi]}{[60]} [T][n] \cdot [10^{-3}] \quad (178)$$

gdzie:

- $[P_{out}]$ – interwał mocy wydawanej w kW,
- $[T]$ – interwał momentu na wale silnika podczas obciążenia w Nm,
- $[n]$ – interwał prędkości obrotowej podczas obciążenia obr/min.

Straty dodatkowe $[P_{al}]$

Równanie opisujące zależność strat dodatkowych $[P_{al}]$ podczas obciążenia od wielkości mierzonych i wyznaczanych

$$[P_{al}] = \frac{[n][P]}{[60][f]} \left([P_{in}] - [0,0015][I][I] \frac{[U_z][g_g] + [K]}{[I_z][g_z] + [K]} - [P_{Fe}] \right) - [P_{out}] - [P_n] \quad (179)$$

Sprawność silnika $[\eta]$

Równanie uwzględniające wielkości mierzone podczas badań

$$[\eta] = [1] - \frac{[0,0015][I][I] \frac{[U_z][g_g] + [K]}{[I_z][g_z] + [K]} + [P_{Fe}] + [P_m] + [P_{wr}] + [P_{al}]}{[P_{in}]} \quad (180)$$

TABELA 28

Przykładowe wyniki obliczeń wielkości interwałowych dla silnika o $P_N = 15$ kW i $2p = 4$

Wielkość	Interwał	Jednostka
$[I]$	[29,69 29,85]	A
$[U_z]$	[0,5634 0,5636]	V
$[I_z]$	[1,5496 1,5523]	A
$[t_g]$	[88,5 90,9]	°C
$[t_z]$	[18,8 20,3]	°C
$[P_{Fe}]$	[0,3143 0,3273]	kW
$[P_m]$	[0,0639 0,0666]	kW
$[P_{wr}]$	[0,3320 0,3405]	kW
$[P_{al}]$	[0,1524 0,3314]	kW
$[P_{in}]$	[16,5698 16,6182]	kW
$[\eta]$	[0,8980 0,9115]	-

2.3.7.6. Porównanie wyników sprawności – metoda pośrednia

W tabeli 29 przedstawiono zestawienie wyników wyznaczania sprawności metodą pośrednią typu B oraz błędu granicznego za pomocą arytmetyki interwałowej

oraz metodą klasyczną. Żółtym kolorem zaznaczono wartości otrzymane metodą interwałową różniące się od wyników otrzymanych z metody klasycznej (błędu granicznego). Specjalnie przedstawiono wyniki eksperymentu obliczeniowego tych wartości z nawet z dokładnością sześciu cyfr po przecinku, aby te różnice pokazać. Analizując składniki strat można stwierdzić, że wyniki nie są jednoznaczne, jeśli chodzi o wartości środkowe i promienie, np. straty w klatce wirnika P_{wr} z metody interwałowej mają zarówno wartość środkową jak i promień większe niż z metody klasycznej, zaś straty w rdzeniu P_{Fe} jak i straty dodatkowe obciążeniowe P_{al} na odwrót – zarówno punkty środkowe jak i promienie z metody interwałowej są mniejsze niż z metody klasycznej. Należy zauważyć jednak, że **po zaokrągleniu wyników strat do trzech miejsc po przecinku wyniki z obu metod są identyczne**. Jeśli chodzi o sprawność, to punkt środkowy z metody interwałowej jest mniejszy niż z metody klasycznej, zaś promień na odwrót – z metody interwałowej jest większy. Niemniej podobnie jak ze stratami – **wyniki wyznaczania sprawności po zaokrągleniu są identyczne**. W przypadku metody interwałowej oraz klasycznej (błędu granicznego) nie uwzględnia się losowego rozkładu błędów systematycznych poszczególnych wielkości mierzonych, co ma miejsce w przypadku wyznaczania niepewności. Dlatego wynik niepewności pomiaru nie jest porównywalny z dwiema poprzednimi metodami (promień niepewności jest mniejszy o 0,1 p.p., a punkt środkowy taki sam jak przy metodzie klasycznej (błędu granicznego)).

Należy zauważyć, że w odróżnieniu od metody bezpośredniej (podrozdział 2.3.7.2) nie można jednoznacznie określić wzajemnej relacji pomiędzy interwałem a błędem granicznym (pomiędzy punktami środkowymi i promieniami) w metodzie pośredniej. Wynika to z różnic w postaciach równań przetwarzania – w przypadku metody bezpośredniej równanie przetwarzania miało postać ilorazu (138), natomiast w metodzie pośredniej równania określające poszczególne straty i sprawność mają postać różnic ((176), (177), (179), (180)).

TABELA 29

Porównanie wyników wyznaczania wartości poszczególnych wielkości wyznaczanych różnymi metodami dla silnika o $P_N = 15$ kW i $2p = 4$. Żółtym kolorem zaznaczono wartości otrzymane metodą interwałową różniące się od wyników otrzymanych z metody klasycznej

Wielkość	Wartość interwałowa	Jednostka	Wartość wg metody klasycznej (wartość \pm błąd graniczny)	Jednostka	Wartość wg metody klasycznej (wartość \pm niepewność)	Jednostka
I	29,77 \pm 0,08	A	29,77 \pm 0,08	A	29,77 \pm 0,09	A
U_z	0,5635 \pm 0,0001	V	0,5635 \pm 0,0001	V	0,5635 \pm 0,0001	V
I_z	1,5510 \pm 0,0014	A	1,5510 \pm 0,0014	A	1,5510 \pm 0,0016	A
t_g	89,7 \pm 1,2	°C	89,7 \pm 1,2	°C	89,7 \pm 1,0	°C
t_z	19,5 \pm 0,8	°C	19,5 \pm 0,8	°C	19,5 \pm 0,6	°C
P_{Fe}	0,32080 \pm 0,00647	kW	0,32081 \pm 0,00650	kW	0,3208 \pm 0,00647	kW
P_m	0,0653 \pm 0,001317	kW	0,0653 \pm 0,001322	kW	0,0653 \pm 0,00132	kW
P_{wr}	0,33625114 \pm 0,0043	kW	0,33625042 \pm 0,0039	kW	0,3363 \pm 0,0026	kW
P_{al}	0,241907 \pm 0,089473	kW	0,241944 \pm 0,089502	kW	0,2419 \pm 0,0617	kW
P_{in}	16,5940 \pm 0,0242	kW	16,5940 \pm 0,0242	kW	16,5940 \pm 0,0161	kW
η	0,904755 \pm 0,00674	–	0,904765 \pm 0,00672	–	0,90476 \pm 0,00626	–
η	0,905 \pm 0,007	–	0,905 \pm 0,007	–	0,905 \pm 0,006	–

2.3.8. Podsumowanie

Arytmetyka interwałowa, a właściwie algebra interwałowa (zbiór interwałów z działaniami binarnymi dodawania i mnożenia to wg def. 2 algebra albo struktura algebraiczna) ma własności opisane twierdzeniami na podstawie których udowodniono, że zbiór interwałów z działaniami binarnymi dodawania i/lub mnożenia jest **półgrupą abelową (przemianą)** (def. 8), a ponieważ dla dodawania/mnożenia istnieje element neutralny (zerowy), a więc zbiór interwałów z dodawaniem/mnożeniem jest **monoidem przemianym** (def. 9). Ponieważ ani dla dodawania ani mnożenia nie istnieje element odwrotny (tw. 18, 19) **zbiór interwałów nie tworzy z tymi działaniami grupy** (def. 11), a tym bardziej **pierścienia** (def. 12) ani **ciała** (def. 13).

Przenoszenie przyzwyczajzeń (twierdzeń) z arytmetyki liczb rzeczywistych na arytmetykę interwałową może prowadzić do błędów np. $[a]-[a] \neq [0,0]$ chyba, że $[a] = [a, a]$; można też napisać, że w ogólności $[0,0] \in [a]-[a]$. Podobnie $\frac{[a]}{[a]} \neq [1,1]$, $0 \notin [a]$ chyba, że $[a] = [a, a]$; można też napisać, że w ogólności $[1,1] \in \frac{[a]}{[a]}$. Zależności powyższe wynikają z **braku elementów odwrotnych zarówno adytywnych jak i multiplikatywnych**.

Podstawową własnością działań arytmetyki interwałowej jest **monotoniczność ze względu na zawieranie** (def. 27) tzn. $[a] \subseteq [b] \wedge [c] \subseteq [d] \Rightarrow [a] \diamond [c] \subseteq [b] \diamond [d]$. Z relacji tej oraz powyższych uzasadnień braku elementów odwrotnych wynikają prawie wszystkie ograniczenia arytmetyki interwałowej.

Z przedstawionej analizy przytoczonego przykładu obwodu elektrycznego wynika, że może wystąpić duża różnica (ok. 40%) w wynikach z użyciem arytmetyki interwałowej, zależna od postaci funkcji wiążącej zmienne, chociaż formalnie wszystko jest poprawne. Należy więc zwracać baczną uwagę, czy istnieje postać funkcji optymalna z punktu widzenia obliczeń interwałowych, gdyż wtedy istnieje możliwość znacznego zawężenia średnicy (szerokości) interwału wynikowego.

W przypadku zastosowania arytmetyki interwałowej jest pewność, że w obliczonym przedziale na pewno znajduje się prawdziwy wynik. Problemem jest natomiast z punktu widzenia praktycznego zbyt duża szerokość (średnica) interwału. Prace nad algorytmami, które zapewniłyby żeby granice interwału były możliwie wąskie są obecnie prowadzone przez różne ośrodki naukowe na świecie.

W podrozdziale dotyczącym metody bezpośredniej wyznaczania sprawności silnika (2.3.7.2) autor monografii przedstawił zależności, z których wynika, że **wartość środkowa interwału jest dla funkcji (138) (czyli dla metody bezpośredniej wyznaczania sprawności) zawsze równa lub większa niż wynik pomiaru oraz, że promień interwału dla funkcji (138) jest większy niż błąd graniczny**.

W odróżnieniu od metody bezpośredniej (podrozdział 2.3.7.2), w metodzie pośredniej (podrozdział 2.3.7.5) nie można jednoznacznie określić wzajemnej relacji pomiędzy interwałem a błędem granicznym (pomiędzy punktami środkowymi i promieniami). Wynika to z różnic w postaciach równań przetwarzania – w przypadku metody bezpośredniej równanie przetwarzania ma postać ilorazu (138), natomiast w metodzie pośredniej równania określające poszczególne straty i sprawność mają postać różnic ((176), (177), (179), (180)).

Zaletą stosowania algebry interwałowej do wyznaczania błędu granicznego sprawności silników indukcyjnych klatkowych w stosunku do metody klasycznej jest brak konieczności wyznaczania pochodnych. Poza tym może ona służyć do weryfikacji poprawności wyników otrzymanych z metody klasycznej. Należy przy tym brać pod uwagę, że otrzymane wyniki błędu granicznego z obu metod mogą się różnić w zależności od postaci funkcji przetwarzania. Wykonane eksperymenty obliczeniowe wskazują jednak, że są to różnice nieznaczne i po zaokrągleniu otrzymywane wartości są identyczne.

2.4. Przyrządy pomiarowe i urządzenia laboratoryjne używane do wyznaczania sprawności

Przy wyznaczaniu sprawności silników indukcyjnych mierzy się wielkości elektryczne (np. moc pobieraną) oraz wielkości mechaniczne takie jak moment na wale silnika i prędkość obrotową. Jednym z podstawowych wymagań w czasie pomiarów jest zapewnienie **jednoczesności pomiaru** tych wielkości. Cyfrowe analizatory mocy jakie współcześnie są używane w laboratoriach, wyznaczają moc na podstawie jej definicji tzn. całkują w określonym czasie iloczyn wartości chwilowych napięcia i prądu silnika. Ten czas to zwykle ok. 0,5 sekundy. Aby zapewnić „jednoczesność pomiaru” w tym czasie należy utrzymać stałe obciążenie. Stabilność obciążenia może zapewnić odpowiednia hamownica. Z doświadczenia autora monografii wynika, że drugim problemem jest pomiar momentu na wale – dotyczy to zarówno samego przyrządu pomiarowego (momentomierza) o odpowiedniej konstrukcji i klasie jak również sposobu jego sprzęgnięcia, tak aby wykluczyć momenty zakłócające pomiar wielkości mierzonej. Dlatego w Zakładzie Maszyn Elektrycznych Instytutu Elektrotechniki w latach 2004-2005 została opracowana i wykonana hamownica prądu stałego o mocy 15 kW [19] wraz z układem energoelektronicznym zapewniającym zwrot energii do sieci. W roku 2006 opracowano i wykonano drugą hamownicę także o mocy znamionowej 15 kW ale tym razem prądu przemiennego również z układem energoelektronicznym zapewniającym zwrot energii do sieci oraz dodatkowo z pomiarem momentu reakcji stojana [20]. W niniejszym rozdziale przedstawiono wyniki szczegółowych badań obu typów hamownic oraz różne sposoby pomiaru momentu [21].



Rys. 29. Widok hamownicy prądu stałego z układem energoelektronicznym



Rys. 30. Widok hamownicy prądu przemiennego z układem energoelektronicznym

2.4.1. Obiekty i metody badań

Do badań wybrano silniki indukcyjne klatkowe o różnej ilości biegunów i takiej mocy, że ich moment znamionowy był zbliżony i wynosił od 36 do 40 Nm.

Były to następujące silniki:

- Sg 160 M-2A nr 1432-P, $P_N = 11$ kW, $U_N = 380$ V,
- Sg 132 S-4 nr E043509, $P_N = 5,5$ kW, $U_N = 380$ V,
- Sg 132 M-6A nr 1553-P, $P_N = 4$ kW, $U_N = 380$ V.

Przy pomocy obu hamownic na powyższych silnikach przeprowadzono próby nagrzewania i wyznaczono charakterystyki obciążenia silników metodą B wg normy amerykańskiej [67]. Moment na wale był mierzony lub wyznaczany równocześnie trzema miernikami:

- momentomierzem (wałkiem skrętnym) o momencie znamionowym 200 N·m,
- czujnikiem siły (pomiar reakcji stojana) o sile znamionowej 500 N,
- wagą (pomiar reakcji stojana) o zakresie 15 kG (147 N).

Do oceny pomiarów momentu trzema sposobami wyznaczono z metody B charakterystyki strat dodatkowych obciążeniowych P_{al} w funkcji kwadratu momentu na wale silnika.

W celu wyznaczenia sprawności poszczególnych elementów układu (silnika badanego, hamownicy, układu energoelektronicznego oddającego energię do sieci) wykonano pomiary mocy pobieranej przez silnik badany (P_1) i dodatkowo mocy oddawanej z hamownicy do układu energoelektronicznego (P_-) oraz mocy oddawanej przez układ energoelektroniczny do sieci (P_2).

W celu oceny utrzymywania stabilności nastaw obu hamownic wyznaczono także zakres wahań mocy pobieranej przez silnik badany.

2.4.2. Wyniki pomiarów

Wyniki pomiarów przedstawiono w tabelach 30-33 i na rysunkach 31-49. Na rysunkach 50-51 przedstawiono przebiegi napięć międzyfazowych i prądów oddawanych do sieci przez obie hamownice pracujące z silnikiem Sg 160 M-2A.

TABELA 30

Straty dodatkowe obciążeniowe znamionowe P_{al} , sprawność znamionowa η oraz współczynnik korelacji r wg IEC 60034-2-1:2007 [72] i IEC 60034-2-1:2014 dla silnika Sg 160 M-2A (11 kW) dla różnych hamownic i różnych sposobów wyznaczania momentu obrotowego silnika

Sposób pomiaru momentu	hamownica prądu przemiennego			hamownica prądu stałego		
	P_{al} W	η %	r	P_{al} W	η %	r
wałek	60,8	89,43	0,90	46,4	89,49	0,96
czujnik	111,8	89,03	0,91	115,8	88,93	0,94
waga	89,3	89,21	0,97	96,3	89,08	0,98
różnica (max-min)	51,0	0,40		69,4	0,56	

TABELA 31

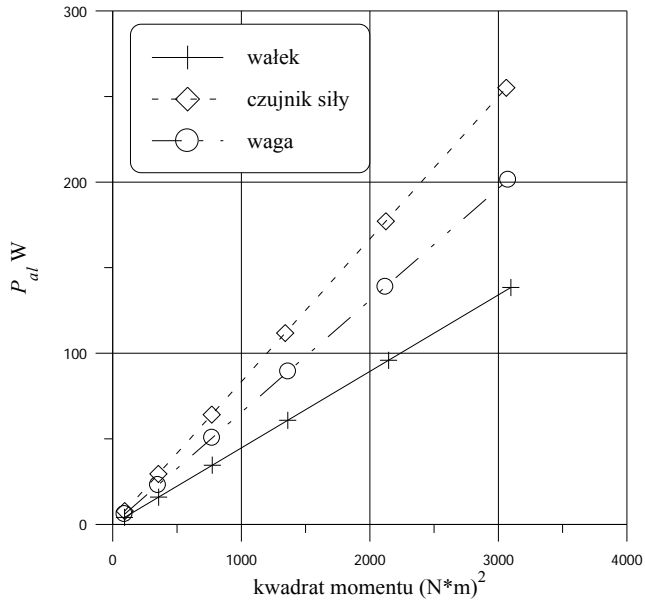
Straty dodatkowe obciążeniowe znamionowe P_{al} , sprawność znamionowa η oraz współczynnik korelacji r dla silnika Sg 132 S-4 (5,5 kW) dla różnych hamownic i różnych sposobów wyznaczania momentu obrotowego silnika

Sposób pomiaru momentu	hamownica prądu przemiennego			hamownica prądu stałego		
	P_{al} W	η %	r	P_{al} W	η %	r
wałek	36,1	85,47	0,92	32,2	85,47	0,95
czujnik	53,4	85,19	0,95	65,7	84,92	0,99
waga	56,0	85,15	0,99	57,6	85,05	0,99
różnica (max-min)	19,9	0,32		33,5	0,55	

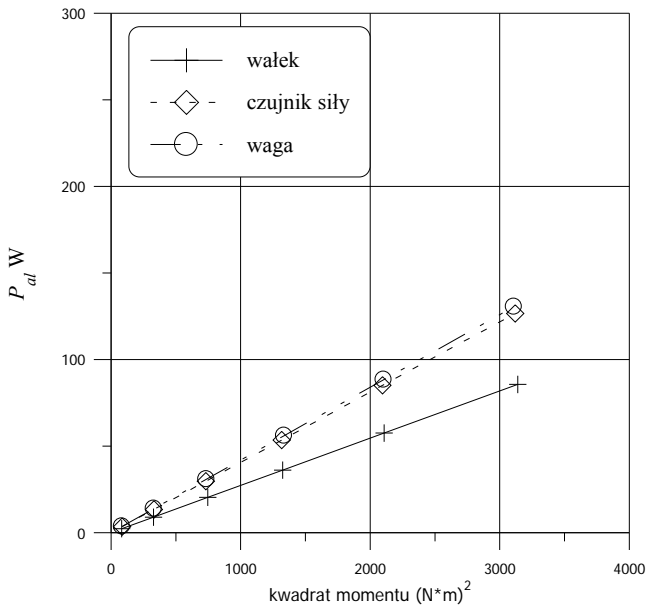
TABELA 32

Straty dodatkowe obciążeniowe znamionowe P_{al} , sprawność znamionowa η oraz współczynnik korelacji r dla silnika Sg 132 M-6A (4 kW) dla różnych hamownic i różnych sposobów wyznaczania momentu obrotowego silnika

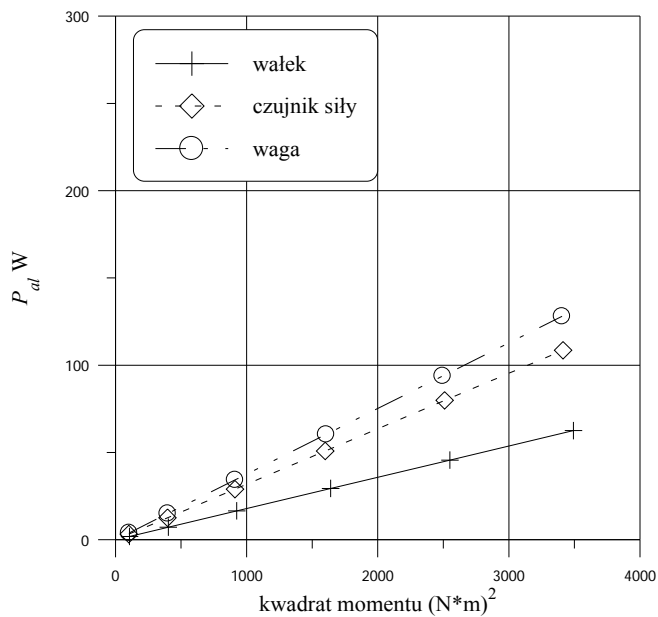
Sposób pomiaru momentu	hamownica prądu przemiennego			hamownica prądu stałego		
	P_{al} W	η %	r	P_{al} W	η %	r
wałek	29,4	84,59	0,95	27,5	84,50	0,98
czujnik	50,8	84,14	0,99	54,0	83,91	0,99
waga	60,4	83,93	0,99	64,5	83,67	0,98
różnica (max-min)	31,0	0,66		37,0	0,83	



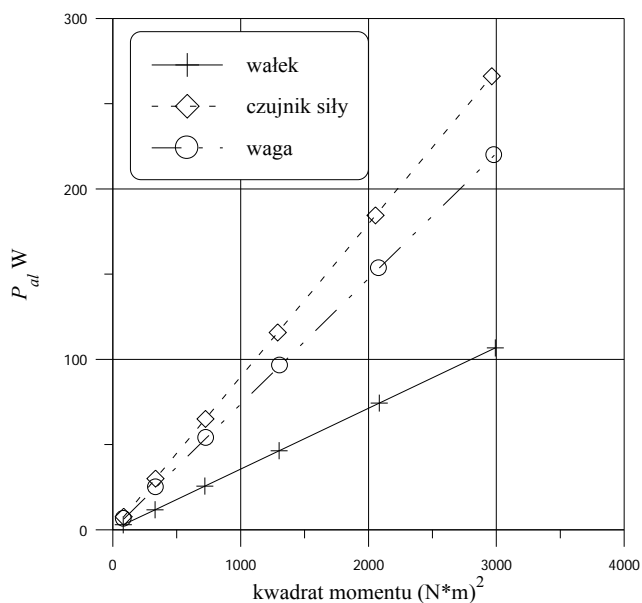
Rys. 31. Straty dodatkowe obciążeniowe P_{al} w funkcji kwadratu momentu wyznaczone dla różnych sposobów pomiaru momentu na wale silnika Sg 160 M-2A; hamownica prądu przemiennego



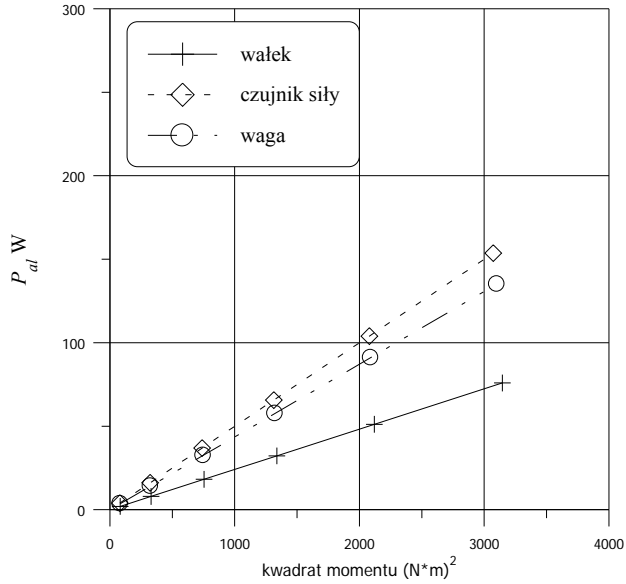
Rys. 32. Straty dodatkowe obciążeniowe P_{al} w funkcji kwadratu momentu wyznaczone dla różnych sposobów pomiaru momentu na wale silnika Sg 132 S-4; hamownica prądu przemiennego



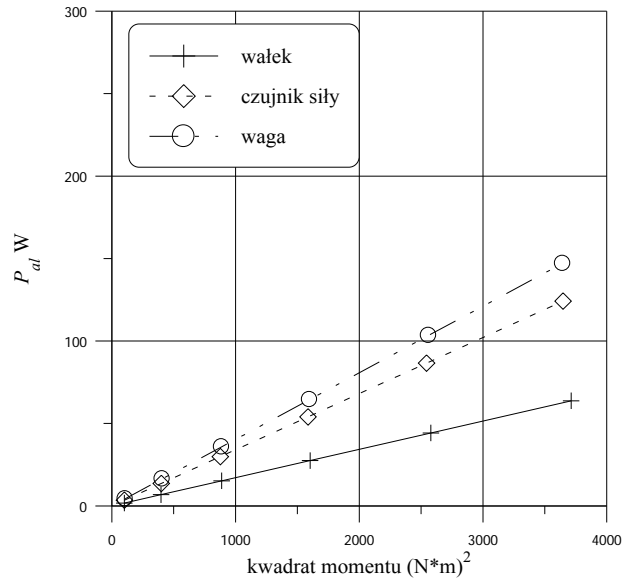
Rys. 33. Straty dodatkowe obciążeniowe P_{al} w funkcji kwadratu momentu wyznaczone dla różnych sposobów pomiaru momentu na wale silnika Sg 132 M-6A; hamownica prądu przemiennego



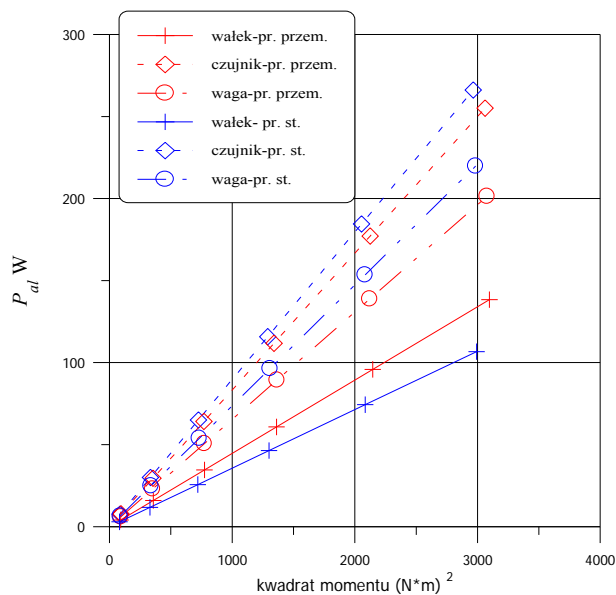
Rys. 34. Straty dodatkowe obciążeniowe P_{al} w funkcji kwadratu momentu wyznaczone dla różnych sposobów pomiaru momentu na wale silnika Sg 160 M-2A; hamownica prądu stałego



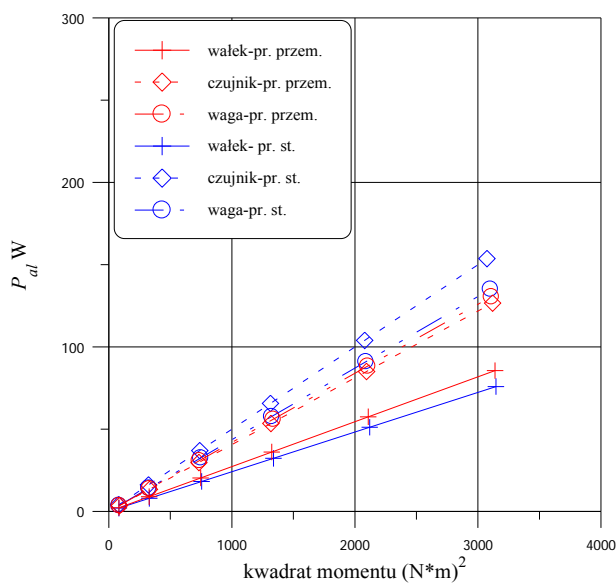
Rys. 35. Straty dodatkowe obciążeniowe P_{al} w funkcji kwadratu momentu wyznaczone dla różnych sposobów pomiaru momentu na wale silnika Sg 132 S-4; hamownica prądu stałego



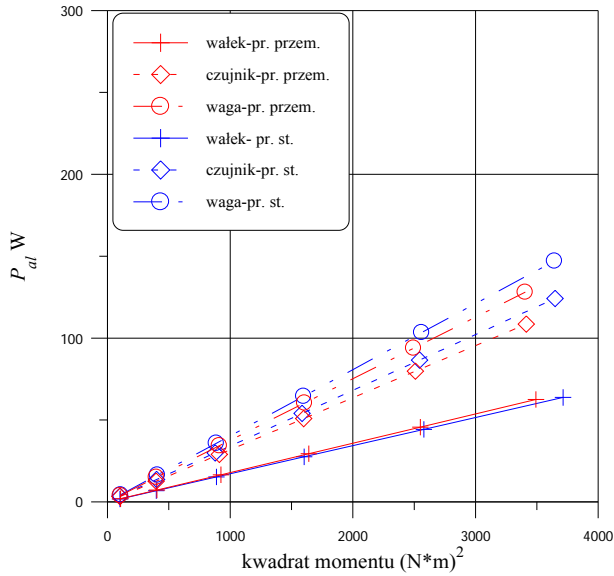
Rys. 36. Straty dodatkowe obciążeniowe P_{al} w funkcji kwadratu momentu wyznaczone dla różnych sposobów pomiaru momentu na wale silnika Sg 132 M-6A; hamownica prądu stałego



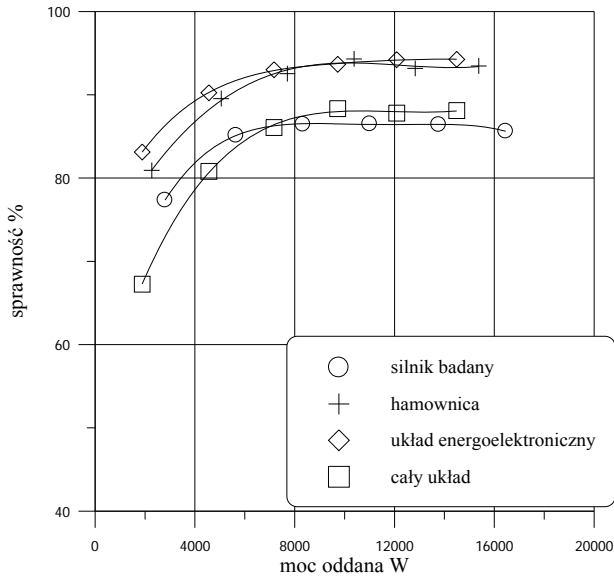
Rys. 37. Straty dodatkowe obciążeniowe P_{al} w funkcji kwadratu momentu wyznaczone dla różnych sposobów pomiaru momentu na wale silnika Sg 160 M-2A i różnych hamownic



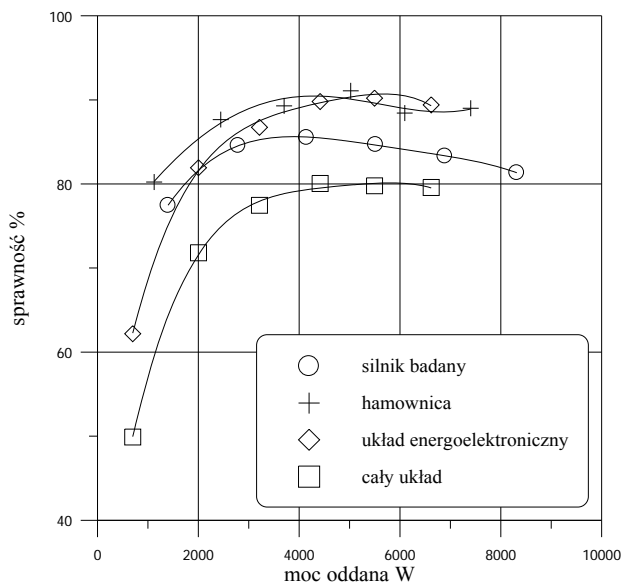
Rys. 38. Straty dodatkowe obciążeniowe P_{al} w funkcji kwadratu momentu wyznaczone dla różnych sposobów pomiaru momentu na wale silnika Sg 132 S-4 i różnych hamownic



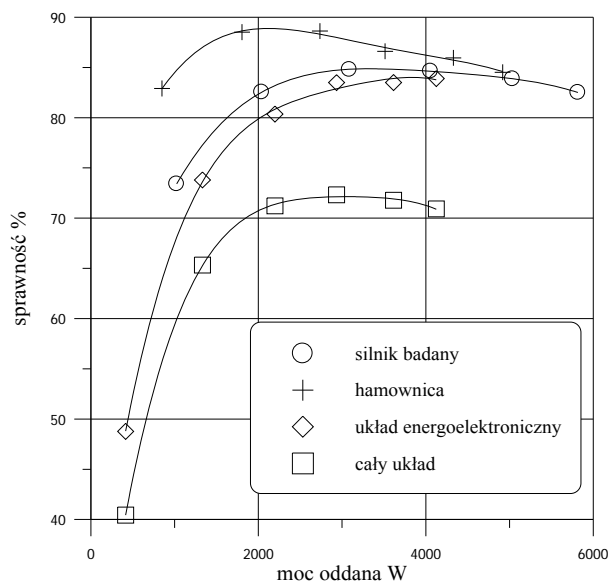
Rys. 39. Straty dodatkowe obciążeniowe P_{al} w funkcji kwadratu momentu wyznaczone dla różnych sposobów pomiaru momentu na wale silnika Sg 132 M-6A i różnych hamownic



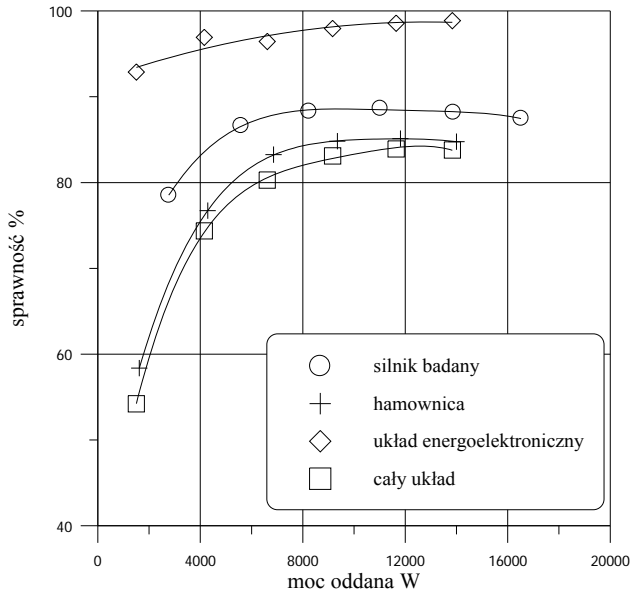
Rys. 40. Sprawność poszczególnych elementów układu oraz całkowita układu dla silnika Sg 160 M-2A ($P_N = 11$ kW); hamownica prądu przemiennego



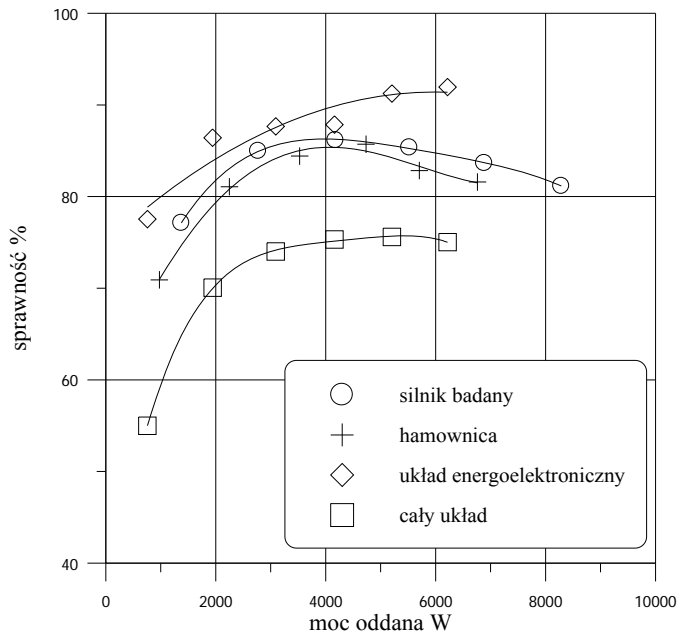
Rys. 41. Sprawność poszczególnych elementów układu oraz całkowita układu dla silnika Sg 132 S-4 ($P_N = 5,5$ kW); hamownica prądu przemiennego



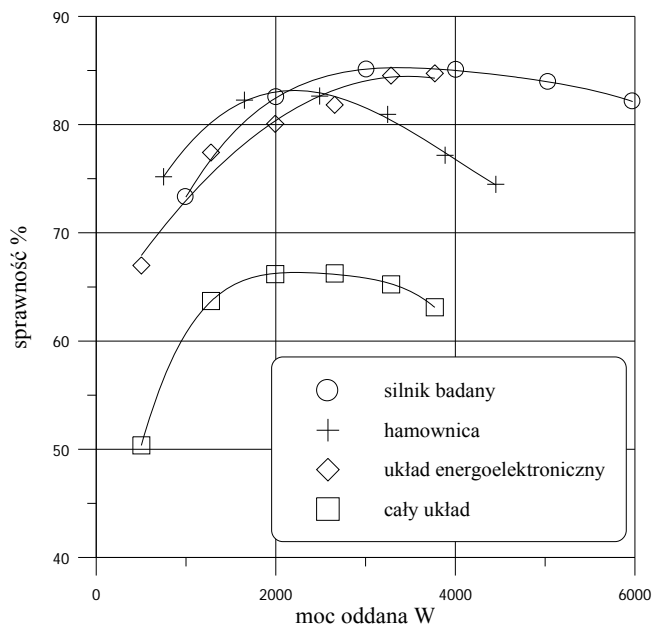
Rys. 42. Sprawność poszczególnych elementów układu oraz całkowita układu dla silnika Sg 132 M-6A ($P_N = 4$ kW); hamownica prądu przemiennego



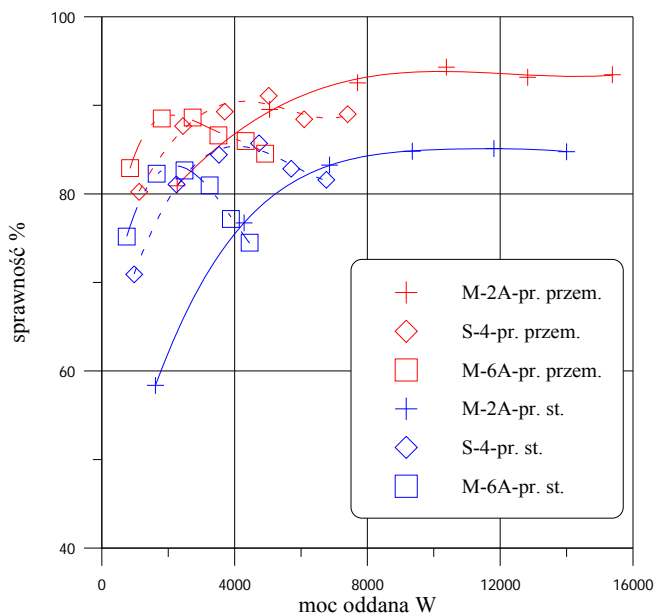
Rys. 43. Sprawność poszczególnych elementów układu oraz całkowita układu dla silnika Sg 160 M-2A ($P_N = 11$ kW); hamownica prądu stałego



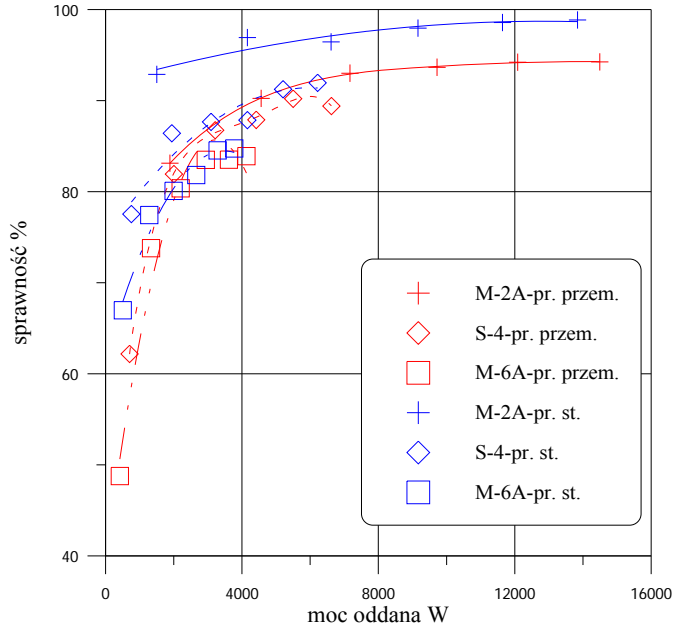
Rys. 44. Sprawność poszczególnych elementów układu oraz całkowita układu dla silnika Sg 132 S-4 ($P_N = 5,5$ kW); hamownica prądu stałego



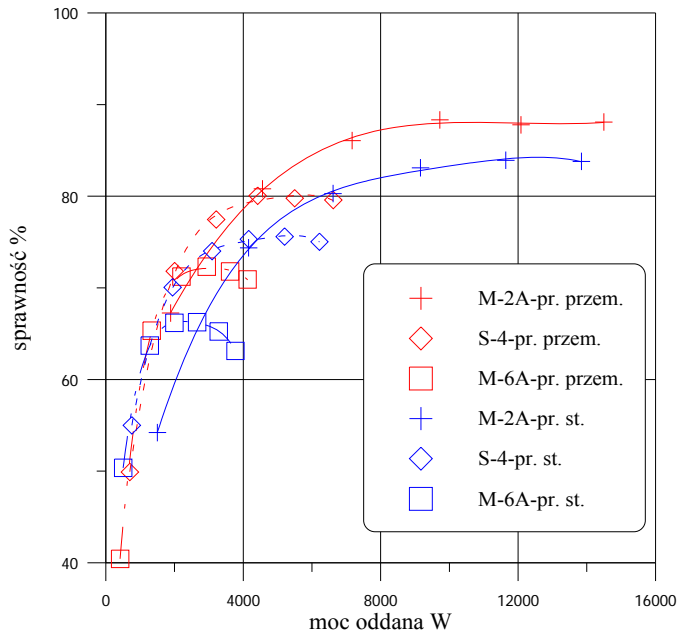
Rys. 45. Sprawność poszczególnych elementów układu oraz całkowita układu dla silnika Sg 132 M-6A ($P_N = 4$ kW); hamownica prądu stałego



Rys. 46. Sprawność hamownic dla różnych silników



Rys. 47. Sprawność układów energoelektronicznych dla różnych silników

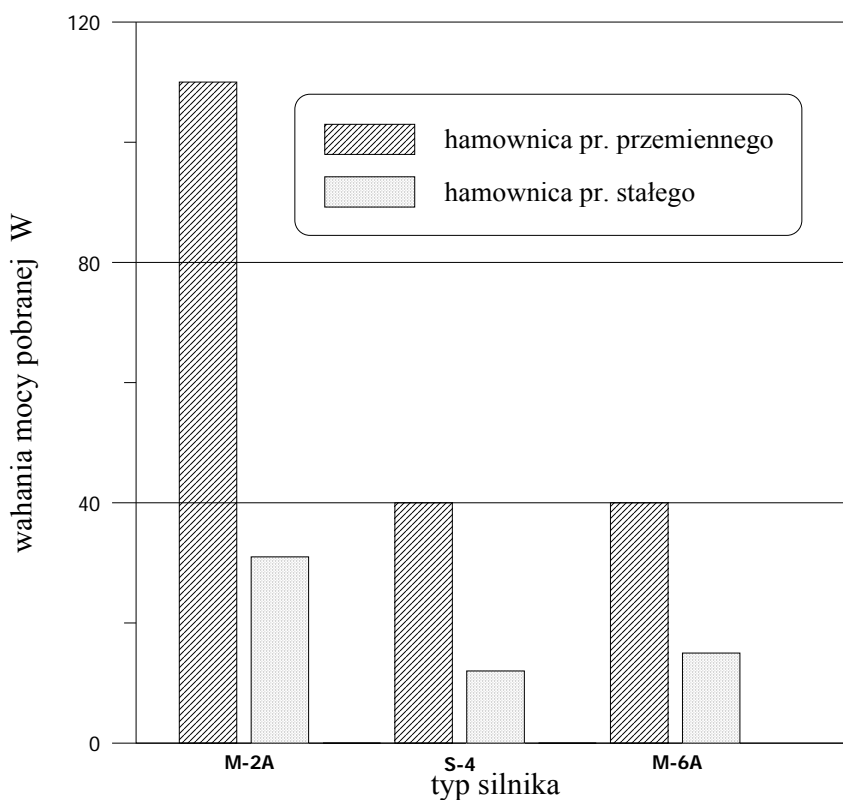


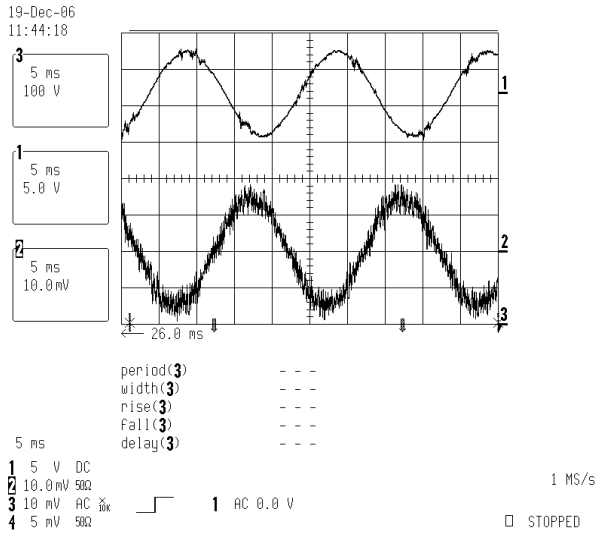
Rys. 48. Sprawność układu hamownica-układ energoelektroniczny dla różnych silników

TABELA 33

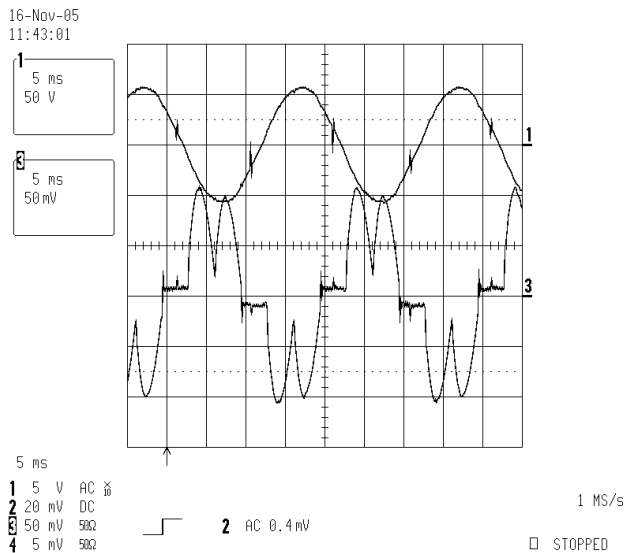
Wahania mocy pobieranej przez silniki badane z różnymi hamownicami

Silnik, typ hamownicy	P_l W	ΔP_l W	ΔP_l %
M-2A, pr. przem.	12676	110	0,87
S-4, pr. przem.	6647	40	0,60
M-6A, pr. przem.	4738	40	0,84
M-2A, pr. st.	12511	31	0,23
S-4, pr. st.	6450	12	0,17
M-6A, pr. st.	4699	15	0,31

**Rys. 49. Wahania mocy pobranej przez różne silniki z różnymi hamownicami**



Rys. 50. Oscylogram napięcia międzyfazowego i prądu fazowego oddawanego przez układ energoelektroniczny do sieci przy obciążeniu silnika Sg 160 M-2A równym 1,25 obciążenia znamionowego-hamownica prądu przemiennego [20]



Rys. 51. Oscylogram napięcia międzyfazowego i prądu fazowego oddawanego przez układ energoelektroniczny do sieci przy obciążeniu silnika Sg 160 M-2A równym 1,25 obciążenia znamionowego-hamownica prądu stałego. Przebiegi typowe dla tego rodzaju przekształtnika (tyrystorowy dwumostkowy)

2.4.3. Analiza wyników pomiarów i wnioski

Straty dodatkowe obciążeniowe

Do analizy porównawczej hamownic wybrano metodę B i jej newralgiczny punkt tj. wyznaczenie strat dodatkowych obciążeniowych. Rozrzut punktów pomiarowych może być kryterium oceny układu pomiarowego. Straty dodatkowe obciążeniowe w metodzie B wg [67] są wyznaczone dwuetapowo. W pierwszym kroku wyznacza się tzw. straty resztkowe, które są różnicą między mocą pobraną przez silnik a mocą oddaną. Moc pobrana jest mocą elektryczną, moc oddana wyznaczana jest z pomierzonych wartości wielkości mechanicznych tzn. momentu obrotowego na wale silnika i prędkości obrotowej silnika. W drugim etapie przeprowadzana jest regresja liniowa strat resztkowych w funkcji kwadratu momentu obrotowego silnika. Do oceny jakości pomiarów służy współczynnik korelacji r . Pomiary są zadawalające, jeżeli $r \geq 0,95$, gdy $r = 1$ wtedy mamy do czynienia z interpolacją. Z doświadczenia wiadomo, że wyniki pomiarów o małych rozrzutach charakteryzują się $r > 0,96$. Na rysunku 31-39 przedstawiono wyniki regresji-strat dodatkowych obciążeniowych w funkcji kwadratu momentu dla trzech silników, obu typów hamownic i różnych sposobach pomiaru (wyznaczania) momentu na wale silnika.

Sposób pomiaru momentu ma zasadnicze znaczenie przy pomiarach metodą B. Może to być pomiar bezpośredni na wale silnika za pomocą wałka skrętnego, lub pośredni przez pomiar siły reakcji stojana hamownicy. Według literatury w tym drugim przypadku należy uwzględnić straty mechaniczne hamownicy i siłę im odpowiadającą odjąć od wskazań czujnika siły. W omawianych pomiarach zastosowano czujnik siły firmy Hottinger oraz równocześnie wagę elektroniczną.

Wyniki przedstawione na rysunkach 31-36 świadczą o tym, że we wszystkich przypadkach straty dodatkowe wyznaczone na podstawie pomiarów wałkiem skrętnym są o ok. 50% mniejsze niż wyznaczone na podstawie pomiarów siły reakcji stojana. Dotyczy to zarówno czujnika jak i wagi (różnica między wskazaniami tych dwóch czujników różni się nie więcej niż 20%). Można by przypuszczać, że różnica ta (wałek a czujniki siły) wynika ze strat mechanicznych hamownicy, ale w metodzie B straty te są wyznaczone w tzw. „korekcji dynamometru” i uwzględniane w wyniku końcowym. Należy też zauważyć, że różnica ta nie jest wartością stałą a zależną od obciążenia, ponieważ współczynniki kierunkowe prostych znacznie się różnią. Należy zauważyć, że „korekcja dynamometru” jest wyznaczana w metodzie B praktycznie przy biegu jałowym (silnik badany napędza niezasiloną hamownicę) i odejmowana od momentu zmierzonego we wszystkich punktach obciążenia jako wartość stała, a przecież jest ona zależna (dla tej wielkości silników) od prędkości obrotowej w trzeciej potęgde (wynika to z pomiarów przeprowadzonych w Zakładzie Maszyn Elektrycznych IEL). Jednak, jak pokazały wyniki obliczeń uwzględnienie korekcji zależnej od prędkości obrotowej też nie tłumaczy tej 50% różnicy między pomiarami z wałka i czujnikami. Prowadzi to do różnic w wyznaczanej sprawności silnika badanego nawet do 0,8 p.p. Uzasadnienia można częściowo upatrywać w rodzaju zastosowanej hamownicy. Na rysunkach 37-39 i z tabel 30-32 widać, że **różnice te są większe dla hamownicy prądu stałego**. Może się to wiązać z bardziej złożoną zależnością strat mechanicznych od prędkości obrotowej (obciążenia) w maszynie komutatorowej. Natomiast przedstawione w tabelach 30-32 wartości współczynników korelacji **świadczą na korzyść hamownicy prądu stałego**, gdyż prawie we wszystkich pomiarach **są znacząco większe dla tej właśnie hamownicy**, co świadczy o mniejszym rozrzucie strat resztkowych w funkcji kwadratu momentu.

Wahania mocy

Na rozrzut wyników pomiarów ma duży wpływ m. in. utrzymywanie stałego momentu na wale silnika. Należy zauważyć, że "jednocześnie" wykonuje się pomiar wielkości elektrycznych i mechanicznych. W rzeczywistych warunkach pomiarowych nawet z układami energoelektronicznymi utrzymującymi stały moment na wale (a takie są oba rozważane układy hamownic tzn. prądu przemiennego i prądu stałego) występują **wahania mocy pobieranej i co za tym idzie mocy oddawanej** i w rezultacie mamy do czynienia z wieloma stanami quasi-ustalonymi, a nie z wyidealizowanym stanem ustalonym. Wahania te są spowodowane głównie zmianami parametrów sieci zasilającej (wartości skutecznej i częstotliwości napięcia sieci) jak również specyfiką układu mechanicznego silnik badany-hamownica (zmiany strat w czasie próby spowodowane docieraniem się części mechanicznych, rozgrzewaniem smaru). Prowadzą one w rezultacie do sytuacji, w której wynikiom pomiaru wielkości elektrycznych odpowiadają wyniki pomiarów wielkości mechanicznych inne niż dla tego właśnie wymuszenia elektrycznego. Ta „nieodpowiedniość” wynika z różnic w stałych czasowych obwodu elektrycznego i mechanicznego. Wyniki przedstawione w tabeli 33 i na rysunku 49 świadczą jednoznacznie, że **w układzie pomiarowym z hamownicą prądu przemiennego występują 3-krotnie większe wahania** mocy pobieranej przez silnik badany niż w układzie z hamownicą prądu stałego. Potwierdzają to pośrednio także wartości współczynnika korelacji r w tabelach 30-32, świadczące o większych rozrzutach strat resztkowych.

Sprawność

Innym kryterium służącym do oceny hamownic z możliwością oddawania energii do sieci jest sprawność urządzeń. Na rysunkach 40-48 przedstawiono charakterystyki sprawności w funkcji mocy oddanej: hamownic, układów energoelektronicznych z nimi współpracującymi oraz całego układu hamownica-układ energoelektroniczny. Oczywiście jest, że hamownica prądu stałego ma sprawność mniejszą o ok. 10 p.p. od sprawności hamownicy wykonanej na bazie silnika indukcyjnego klatkowego. Za to tyrystorowy układ przekształtnikowy prądu stałego ma sprawność wyższą o ok. 5 p.p. od układu prądu przemiennego. Sprawność zaś całego układu hamownica-układ energoelektroniczny, jak łatwo wydedukować, jest korzystniejsza dla układu prądu przemiennego.

Można zauważyć także, że sprawność układów energoelektronicznych dla obciążeń poniżej 0,5 obciążenia znamionowego zaczyna spadać i dla obciążenia równego 0,25 obciążenia znamionowego może się różnić od sprawności znamionowej o 10 p.p.

Kształt prądu oddawanego do sieci

Na rysunkach 50-51 przedstawiono kształt prądu oddawanego do sieci przez układy energoelektroniczne. Układ prądu przemiennego oddaje do sieci prąd sinusoidalny z naniesionymi mikro przebiegami nieustalonymi (przebieg oscylacyjny gasnący), wywołanymi przez mikro zwarcia międzyfazowe podczas przełączania tranzystorów a wytłumiany za pomocą dławika.

Prąd z przekształtnika prądu stałego ma kształt niesinusoidalny, typowy dla układu tyrystorowego dwumostkowego.

Wnioski

Stwierdzono różnice w stratach dodatkowych obciążeniowych przy pomiarach momentu wałkiem skrętnym a czujnikami siły dochodzące do 50%. Prowadzi to do

różnic w wyznaczanej sprawności silnika badanego nawet do 0,8 p.p. Może to być spowodowane wahaniami parametrów sieci zasilającej, niejednoczesnością pomiarów wielkości elektrycznych i mechanicznych, nieuwzględnieniem w „korekcy dynamometru” zależności od prędkości obrotowej silnika.

Wydaje się, że jednym z rozwiązań ograniczających wahania parametrów zasilania mogłoby być zastosowanie stabilizatora napięcia i częstotliwości przemiennej.

W celu ostatecznej oceny hamownic zebrano kryteria i oceny w tabeli 34, z której wynika, że hamownicą wyżej ocenioną jest hamownica prądu przemiennego. W ocenie jej przeważała nowoczesność (kształt prądu sinusoidalny) i wyższa sprawność całego układu. **Jednak z punktu widzenia jakości przeprowadzanych pomiarów zdecydowanie przeważa hamownica prądu stałego, zapewniając stabilniejszą pracę układu i mniejsze wahania mocy pobieranej przez silnik badany.**

TABELA 34

Podsumowanie oceny hamownic

Lp.	Kryterium	Hamownica pr. przemiennego	Hamownica pr. stałego
1.	Różnica między pomiarami z wałka i czujnikami	+	-
2.	Rozrzut strat resztkowych	-	+
3.	Wahania mocy pobieranej przez silnik badany	-	+
4.	Sprawność hamownicy	+	-
5.	Sprawność ukl. energoelektronicznego	-	+
6.	Sprawność całego układu	+	-
7.	Kształt prądu oddawanego do sieci	+	-
	Razem	4+	3+

2.5. Zastosowanie hybrydowej metody wyznaczania sprawności

Biorąc pod uwagę treść i metodykę zawartą w podrozdziałach 2.1-2.4 autor monografii opracował i wykonał zestaw programów, w skład którego wchodzi:

- baza danych pomiarowych i konstrukcyjnych silników indukcyjnych,
- hybrydowa metoda wyznaczania sprawności,
- arkusze do wyznaczania błędu granicznego z użyciem interwałów i metodą klasyczną.

2.5.1. Baza danych silników indukcyjnych

W publikacji autora monografii [24] przedstawiono opis wykonanej bazy danych. Baza ta zawiera dane konstrukcyjne oraz wyniki badań silników indukcyjnych.

Opracowanie bazy danych przebiegało w dwóch etapach:

- pierwszy etap obejmował projekt bazy i jego realizację w języku programowania Delphi 5.0,
- drugi etap – stworzenie obsługi bazy wykorzystując specjalizowany program do tworzenia baz danych Microsoft Access 2000.

Opracowana baza danych silników indukcyjnych wykorzystuje wykonywane od 1994 r. w Zakładzie Maszyn Elektrycznych Instytutu Elektrotechniki wyniki pomiarów wykonywanych ze wspomaganiami komputera [15].

Bazy danych ze względu na sposób zarządzania można podzielić na dwa rodzaje [47]:

- **Operacyjne bazy danych** – ten typ bazy przechowuje *dane dynamiczne*, czyli takie które ulegają ciągłym zmianom i odzwierciedlają aktualny stan jakiegoś obiektu. Przykładami baz operacyjnych są bazy inwentaryzacyjne, bazy obsługi zamówień, bazy informacji o pacjentach czy bazy prenumeratorów czasopism.
- **Analityczne bazy danych** – ten typ bazy przechowuje *dane statyczne*, co oznacza, że bardzo rzadko (jeśli w ogóle) ulegają zmianom i zawsze odzwierciedlają stan obiektów z pewnego ustalonego momentu (nie stan obecny). Przykładami analitycznych baz danych są bazy testów chemicznych, próbek geologicznych czy danych pomiarowych.

Pod względem zastosowanego modelu logicznego do przechowywania i modyfikacji danych, bazy danych można podzielić na takie, w których zastosowano:

- **Model hierarchiczny** – dane w tym modelu mają strukturę, którą można najprościej opisać jako odwrócone drzewo. Jedna z *tabel* pełni rolę „korzenia” drzewa, a pozostałe mają postać „gałęzi” biorących swój początek w korzeniu. Zaletami takiej bazy jest to, że potrzebne dane można bezpośrednio przywołać, ponieważ poszczególne tabele są ze sobą bezpośrednio powiązane oraz to, że mają one wbudowaną *integralność odwołań* co oznacza, że przy skasowaniu *rekordu* w tabeli wyższej zostaną także skasowane automatycznie wszystkie powiązane z nim rekordy w tabelach niższych. Wadą takiej bazy są nadmiarowe dane i możliwość popełnienia błędów przy złożonych relacjach.
- **Model sieciowy** – podobnie jak w modelu hierarchicznym można go sobie wyobrazić jako odwrócone drzewo, różnica polega jednak na tym, że w przypadku modelu sieciowego kilka drzew może dzielić ze sobą gałęzie, a każde drzewo stanowi część ogólnej struktury bazy danych. Zaletą omawianego modelu jest szybkość, z jaką można odczytywać dane oraz tworzenie bardziej złożonych zapytań niż w modelu hierarchicznym. Za wadę modelu sieciowego podobnie jak hierarchicznego można uznać to, że użytkownik musi mieć dobre wyobrażenie o strukturze używanej bazy danych oraz niemożność zmiany struktury bazy danych bez ponownego tworzenia obsługujących ją programów.
- **Model relacyjny** – baza oparta na tym modelu składa się z *tabel*, które z kolei składają się z *rekordów*, które z kolei składają się z *pól*. Fizyczna kolejność pól i rekordów w tabeli jest całkowicie bez znaczenia. Każdy rekord jest wyróżniany przez jedno pole zawierające unikatową wartość. Te dwie cechy modelu relacyjnego umożliwiają egzystencję danych niezależnie od sposobu, w jaki przechowuje je komputer. Innymi słowy użytkownik nie musi znać fizycznego położenia rekordu, który chce odczytać. To odróżnia model relacyjny od hierarchicznego i sieciowego, gdzie bardzo duży nacisk kładziono na struktury, których rozmieszczenie użytkownik musiał opanować, by móc odczytać interesujące go dane. Pomiędzy tabelami występują *relacje*. W relacyjnej bazie danych wyróżnia się relacje: *jeden-do-jednego*, *jeden-do-wielu* oraz *wiele-do-wielu*. Każde dwie tabele, między którymi istnieje relacja, są ze sobą jawnie powiązane, ponieważ dzielone przez nie pola zawierają odpowiadające sobie wartości.

Do zalet relacyjnego modelu logicznego można zaliczyć: wielopoziomową integralność danych, logiczną i fizyczną niezależność od aplikacji bazodanowych, zagwarantowanie dokładności i poprawności danych, łatwy dostęp do danych. Jeszcze do niedawna za główną wadę modelu relacyjnego uważany był fakt, że aplikacje na nim oparte działały wolno. Nie była to jednak wina modelu lecz ówczesnej technologii. Wraz z początkiem lat dziewięćdziesiątych postępy w mikroelektronice i w inżynierii oprogramowania zepchnęły problem mocy obliczeniowej na dalszy plan i umożliwiły producentom oprogramowania pełną implementację modelu relacyjnego.

Na podstawie pojęć zdefiniowanych powyżej przyjęto, że baza danych silników indukcyjnych będzie **analityczną relacyjną bazą danych**. Zaprojektowano 14 tabel (13 tabel związanych z pomiarami i 1 związaną z danymi konstrukcyjnymi i materiałowymi silników) oraz określono pola występujące w tych tabelach.

Po zaprojektowaniu tablic utworzono odpowiednio 14 baz danych za pomocą programu DataBase Desktop firmy Borland [11, 84, 83]. Bazy te utworzono w formacie *dBase for Windows* bez indeksowania. Następnie napisano program do wykonania przeliczeń i zapisu do bazy danych wyników pod nazwą **BazaObZa** za pomocą kompilatora Delphi 5.0 firmy Borland. Program ten można nazwać interfejsem programowym pozwalającym łączyć powstałe bazy z Accessem 2000 firmy Microsoft.

Po przygotowaniu baz *.dbf przystąpiono do realizacji bazy danych za pomocą specjalizowanego programu do tworzenia baz danych Access 2000 firmy Microsoft [78, 51], który jest składnikiem pakietu Office 2000 tej samej firmy. Stworzone w Delphi 5.0 bazy (tabele) zostały zaimportowane do Access i na nich zbudowano całą aplikację.



Rys. 52. Pierwszy ekran programu BazaSInd i dostępne przyciski

ZBIOR	DATA	TAB	TEMAT	TYP	POL	IZDI	MOC	NAPIECIE	PRAD	ETA	COSFI
1004A516	07.12.2001	3.A	504/8930/15/2	CSg 100 L4A nr 895518	trojkat	F	2.2	400	4.8	0.82	0.8
100L897	25.03.1994	1.A	01.20.14.08.015	Sg100L-8A nr 1937P	gwiazda	B	0.75	380	2.4	86	0.1
100L898	25.03.1994	1.A	01.20.14.08.015	Sg100L-8B nr 1938P	gwiazda	B	1.1	380	3.6	86	0.1
100L899	25.03.1994	1.B	01.20.14.08.015	Sg100L-8B nr 1939P	gwiazda	B	1.1	380	3.6	86	0.1
1352B420	26.05.1999	4.1	501/5750/15	SGr 1325-2B nr2420-P	trojkat	B	7.5	400	13.7	0.9	0.88
1352B421	30.06.1999	4.2	501/5750/15	SGr 1325-2B nr2421-P	trojkat	B	7.5	400	13.7	0.9	0.88
1004A519	04.01.1980	3.B	504/8930/15/2	CSg 100 L4A nr 895519	trojkat	F	2.2	400	4.8	0.82	0.8
251EM875	10.10.1994	1	81.01.13.05.015	206 6AA70 200L n. 875	trjkt	B	18.5	380	37.5	90	0.83
E34A6432	25.04.1994	5.2	01.20.15.08.015	Sg 63-4A nr 056432	gwiazda	B	0.12	380	0.4	64	0.72
90L2416	28.06.1999	4.A	501/5750/15	SGr 90L-2 nr2416-P	gwiazda	B	2.2	400	4.05	0.87	0.9
90L2417	28.06.1999	4.B	501/5750/15	SGr 90L-2 nr2417-P	gwiazda	B	2.2	400	4.05	0.87	0.9
90L8_04	25.03.1994	1.A	01.20.14.08.015	Sg90L-8 nr 2004P	gwiazda	B	0.55	380	2.1	86	0.1
90L8_05	25.03.1994	1.B	01.20.14.08.015	Sg90L-8 nr 2005P	gwiazda	B	0.55	380	2.1	61	0.1
90S8_03	25.03.1994	1.B	01.20.14.08.015	Sg90S-8 nr 2003P	gwiazda	B	0.37	380	1.5	86	0.1
ABB90L4	09.03.1994	1.1	01.20.14.08.015	ABB QU 90L-4 n.2224911	gwiazda	B	1.5	380	3.72	78	0.79
1004B516	07.12.2001	3.A	504/8930/15/3	CSg 100 L4B nr 895516	trojkat	F	3	400	6.6	0.815	0.81
BAL1_50	25.03.1994	1.A	41.02.01.05.015	143T-4 nr EM3581T	gwiazda	B	0.746	397.6	1.4	85.5	0.793
BAL160	18.05.1994	2.B	41.02.01.05.015	143T-4 nr EM3581T	gwiazda	B	0.746	460	1.4	85.5	0.78

Rys. 53. Ekran po kliknięciu przycisku *Dane znamionowe*

Na rysunku 52 przedstawiono pierwszy ekran programu **BazaSInd** – Baza Silników Indukcyjnych, a na rysunku 53 przykładowy ekran po kliknięciu przycisku *Dane znamionowe* - formularz w postaci *Tabularyczny*. Widoczne są:

- wyświetlane rekordy z odpowiednimi dla tej tabeli polami,
- na dole – przyciski nawigacyjne po rekordach tabeli (pierwszy, poprzedni, następny, ostatni) pokazywany jest numer aktualnego rekordu i liczba wszystkich rekordów w bazie,
- na dole po prawej stronie przycisk *Zamknij* umożliwiający zamknięcie formularza i powrót do pierwszego ekranu,
- na górze menu umożliwiające m. in. kopiowanie zaznaczonych rekordów do schowka, z możliwością wklejenia do innych aplikacji (np. do Word lub Excel),
- możliwy jest także w menu podgląd wydruku i wydruk formularza,
- z boku i z prawej strony znajdują się paski przewijania.

Baza Silników Indukcyjnych **BazaSInd** ma typowe dla baz możliwości sortowania i filtrowania.

Na obecnym etapie w Bazie Silników Indukcyjnych **BazaSInd** znajduje się:

- 921 rekordów z danymi znamionowymi silników,
- 796 wyników biegu jałowego (ponad 24 000 rekordów),
- 300 wyników zwarć (ok. 9000 rekordów),
- 249 wyników obciążeń metodą strat poszczególnych (ok. 3100 rekordów).

Razem w bazie znajduje się ok. 34 000 rekordów, co daje ok. 340 000 liczb (przy średniej ilości pól równej 10).

Stworzony w pierwszej fazie pracy program do obliczania i wpisywania danych do bazy **BazaObZa** jest używany do uaktualniania tabel o nowe wyniki pomiarów i dane konstrukcyjne silników.

Zaprojektowana i wykonana Baza Silników Indukcyjnych **BazaSInd** charakteryzuje się wszystkimi cechami **analitycznych relacyjnych baz danych**:

- wyświetla dane w postaci **formularzy** o różnym wyglądzie w postaci **rekordów z polami**,
- umożliwia ich **sortowanie**,
- umożliwia ich **filtrowanie**,
- umożliwia **wydruk** z formularza,
- pozwala na **kopiowanie** zaznaczonych rekordów do schowka z możliwością dalszej ich obróbki np. statystycznej lub graficznej (Excel).

Zastosowany w tej bazie relacyjny model logiczny jest oparty na gałęziach matematyki, znanych jako teoria mnogości oraz rachunek predykatów pierwszego rzędu [47]. Fakt zbudowania modelu relacyjnego na podstawach matematycznych czyni go wyjątkowo elastycznym strukturalnie, a nam umożliwia dostęp do poprawnych i dokładnych informacji. Jednocześnie wspomniane dziedziny wiedzy dają nam narzędzie niezbędne do budowy poprawnych struktur baz danych oraz pozwalają na sformułowanie dobrych metodologii projektowania.

2.5.2. Program do wyznaczania sprawności silnika indukcyjnego metodą hybrydową

W zagadnieniach pomiarowych należy odróżniać sprawność jako parametr niezależny od warunków, w których jest ona wyznaczana oraz **sprawność warunkową** (podrozdział 2.1.4), tj. wyznaczoną w postulowanych warunkach, np. przy zadanych:

- a) napięciu (podrozdział 2.1.6),
- b) częstotliwości (podrozdział 2.1.7),
- c) mocy wydawanej (podrozdział 2.1.8),
- d) współczynnika kształtu napięcia (podrozdział 2.1.10),
- e) asymetrii napięć zasilających (podrozdział 2.1.11),
- f) temperaturze powietrza chłodzącego silnik (podrozdział 2.1.12)

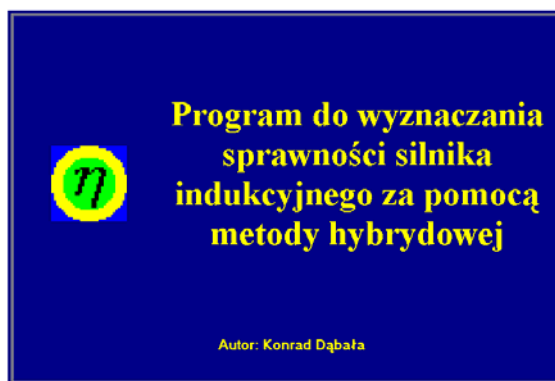
i innych parametrach określających warunki pomiaru [38, 36]. Stwierdzenie spełnienia tych warunków może być osiągnięte tylko z ograniczoną dokładnością. Istotny jest wpływ dokładności nastawiania warunków badań na dokładność pomiaru strat mocy oraz na dokładność wyznaczania sprawności. Oprócz tego, należy stosować **model przepływu mocy** w silniku jak najbardziej zbliżony do rzeczywistego (podrozdział 2.2).

W podrozdziale tym przedstawiono program opracowany przez autora monografii do wyznaczania **sprawności silnika indukcyjnego klatkowego budowy zamkniętej metodą hybrydową**. W metodzie tej proces pomiarowy połączony jest z obliczeniami wymagającymi danych konstrukcyjnych i materiałowych silnika i bazujących na algo-rytmach zbliżonych do algorytmów projektowych z uwzględnieniem jednak danych z pomiarów.

Program nazwany **MetHyb.EXE** został napisany w języku Delphi 5.0 [60, 11]. Program wykonuje pomiary wielkości elektrycznych i mechanicznych (moment na wale, prędkość obrotowa) za pomocą analizatora mocy firmy NORMA – [1] oraz równoczesnego pomiaru kształtu napięć międzyfazowych za pomocą oscyloskopu cyfrowego

LeCroy – [56] i różnicowych sond pomiarowych. Pomiaru wykonywane są poprzez interfejs równoległo-szeregowy IEEE 488 firmy INES – [48], pracujący pod kontrolą systemu WINDOWS.

Program zaczyna się winiętą – rysunek 54. Po kliknięciu na niej przechodzi się do menu, które pozwala na odtworzenie wyników wykonanych uprzednio lub wykonanie pomiarów. Możliwe jest wykonanie pomiarów biegu jałowego oraz obciążenia metodami: amerykańską B, bezpośrednią oraz pośrednią. **Sprawność jest wyznaczana wg tych metod oraz metodą hybrydową.**



Rys. 54. Winieta programu MetHyb.EXE

Okno programu z tytułem "Dane z pomiarow z plikuObciazenieMetoda B" i plikiem "B112M230". Wyświetlona jest tabela wyników pomiarów dla silnika Sg 112M-2-T4 nr2530-P.

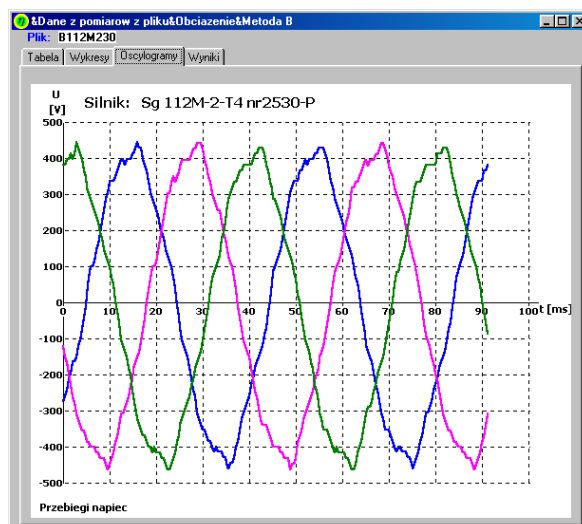
P/Pn	P	P1	I1	s	PF1	Pi	PI2	eta	cos fi
1.0	2000	2339.00	3.95	3.11	131.00	2162.84	67.30	85.47	0.899
1.25	2500	2972.00	5.00	4.13	209.48	2717.19	112.19	84.10	0.903
0.75	1500	1751.00	3.03	2.25	77.06	1628.24	36.56	85.64	0.877
0.5	1000	1191.00	2.22	1.47	41.20	1104.30	16.25	83.92	0.816
0.25	500	656.00	1.55	0.77	20.20	590.41	4.52	76.14	0.643

Rys. 55. Tabela wyników przykładowego silnika

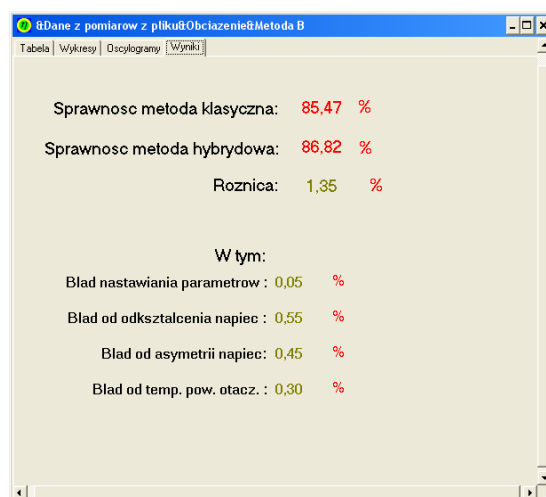
Po wybraniu pliku z pomiarami otrzymuje się cztero-zakładkowe okno – rysunek 55, na którym przedstawiono charakterystyki obciążenia w postaci tabelaryzowanej. Oprócz takiej formy możliwe są one w postaci graficznej. Na rysunku 56 widoczne są przebiegi

napięcie otrzymane z oscyloskopu. Rysunek 57 obrazuje wyniki sprawności otrzymane różnymi metodami: klasyczną i hybrydową. Uwzględnia ona błędy:

1. wynikające z nastawiania: napięcia, częstotliwości, mocy wydawanej,
2. wynikające z odkształcenia napięcia,
3. wynikające z asymetrii wartości skutecznych oraz fazowych napięć zasilających silnik,
4. wynikające z nieuwzględnienia wzrostu strat wraz ze wzrostem temperatury powietrza chłodzącego silnik.



Rys. 56. Oscylogramy napięć silnika zasilanego z regulatora indukcyjnego



Rys. 57. Wyniki sprawności wyznaczone metodą klasyczną i hybrydową

Sprawność uwzględniającą te zmienne nazwano **sprawnością warunkową** zaś system wyznaczania sprawności w taki sposób nazwano **hybrydową metodą wyznaczania sprawności silnika indukcyjnego**. Nazwa „hybrydowa” jest uzasadniona tym, że w metodzie tej proces pomiarowy połączony jest z obliczeniami wymagającymi danych konstrukcyjnych i materiałowych silnika i bazującymi na algorytmach zbliżonych do algorytmów projektowych z uwzględnieniem danych z pomiarów.

Do danych wejściowych tej metody należą:

- dane pomiarowe: wartości skuteczne napięć w trzech fazach, prądów i mocy, zawartość harmonicznych i asymetria napięć (oscylogramy), moment na wale, prędkość obrotowa, rezystancja fazy uzwojenia stojana, temperatura otoczenia,
- dane konstrukcyjne i materiałowe takie jak do programów obliczeń elektromagnetycznych + ograniczona ilość danych do programu zastępczej sieci cieplnej,
- bazy danych: 1. do programu zastępczej sieci cieplnej, 2. z wynikami wyznaczania sprawności uprzednio badanych silników oraz parametrów schematów zastępczych używanych w algorytmach dla poszczególnych zmiennych .

Do danych wyjściowych tej metody należą:

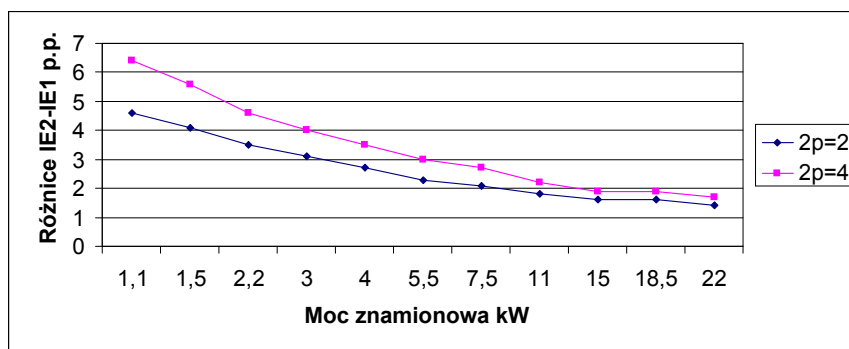
- charakterystyki sprawności w funkcji obciążenia: 1. wyznaczonej wg metody standardowej; 2. warunkowej wraz z odchyłkami sprawności od poszczególnych zmiennych,
- parametrów schematów zastępczych wyznaczanych w poszczególnych algorytmach.

Z pomiarów i obliczeń przeprowadzonych programem dla wybranego silnika wynika, że zmniejszenie sprawności od poszczególnych zmiennych wynosi:

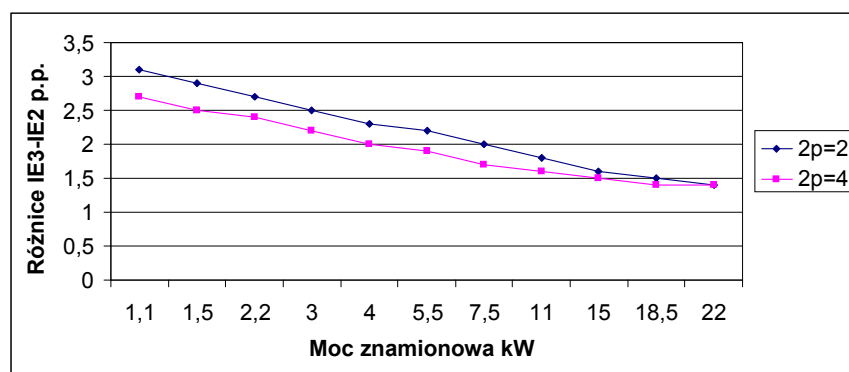
- a) średnia (trzech faz) wartość skuteczna napięcia 0,01 p.p.,
- b) częstotliwości 0,01 p.p.,
- c) mocy wydawanej 0,03 p.p.,
- d) odkształcenia napięcia zasilającego (2 harm. VFD 1%) 0,55 p.p.,
- e) asymetrii napięć zasilających (o 2,77 V, 1 faza 1,0°) 0,35 + 0,10 p.p.,
- f) temperatury powietrza chłodzącego silnik 0,30 p.p.,

co daje w sumie 1,35 p.p. Tak więc sprawność wyznaczona **metodą hybrydową** jest większa w badanym silniku od sprawności wyznaczonej **metodą klasyczną** o 1,35 p.p., ponieważ metoda standardowa nie uwzględnia w sposób dostatecznie dokładny warunków w czasie pomiaru.

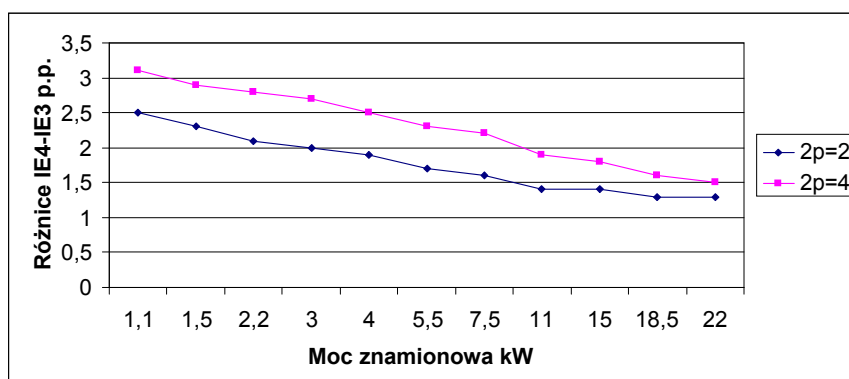
Na rysunkach 58 – 60 przedstawiono różnice między odpowiednio: klasami IE2 (o wysokiej sprawności) i IE1 (standardowy), IE3 (o bardzo wysokiej sprawności) i IE2 oraz IE4 (super wysokiej) i IE3. Jak widać, np. dla silnika o mocy znamionowej 22 kW (rys. 59), badany przez nas silnik może stracić klasę IE3 tylko z powodu niesprzyjających warunków w czasie pomiarów, co jest krzywdzące dla producenta silnika. **Świadczy to o potrzebie stosowania hybrydowej metody wyznaczania sprawności silnika indukcyjnego.**



Rys. 58. Różnice w wartościach sprawności znamionowej między klasami sprawności IE2 i IE1 w zależności od mocy znamionowej silnika na podstawie IEC 60034-30-1 [74]

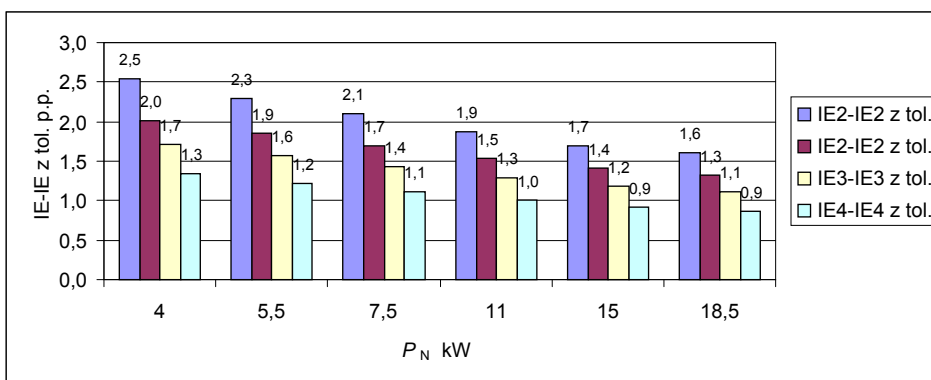


Rys. 59. Różnice w wartościach sprawności znamionowej między klasami sprawności IE3 i IE2 w zależności od mocy znamionowej silnika na podstawie IEC 60034-30-1 [74]



Rys. 60. Różnice w wartościach sprawności znamionowej między klasami sprawności IE4 i IE3 w zależności od mocy znamionowej silnika na podstawie IEC 60034-30-1 [74]

W podrozdziale 2.1 przytoczono z normy IEC 60034-1 [70] wartości jednostronnej tolerancji gwarantowanej sprawności wyznaczonej sposobem strat poszczególnych, która dla maszyn o mocy znamionowej nie większej niż 150 kW (lub kVA) wynosi $-15(1-\eta)\%$ (czyli 15% strat maszyny). Na podstawie tej zależności obliczono różnice (w p.p.) między sprawnością znamionową a sprawnością z uwzględnieniem tolerancji. Wyniki przedstawione są na rysunku 61. Różnice te są tym większe im moc znamionowa silnika jest mniejsza i tym mniejsze im wyższa jest klasa sprawności silnika. Już dla silnika o mocy znamionowej 15 kW różnice dla IE3-IE2-IE1 są mniejsze niż 1,5 p.p. Biorąc pod uwagę wartość błędu spowodowanego warunkami pomiaru z przykładu powyżej (1,35 p.p.), (choć jest to silnik mniejszy (2 kW), to błąd ten może być dla silnika 15 kW o podobnej wartości) nawet 15% tolerancja strat nie kompensuje (dla IE2 i IE1 jest mniejsza) błędu od warunków pomiaru. **Tak więc, nawet uwzględniając wartość tolerancji silnik może nie spełniać wymagań dla danej klasy sprawności. Jest to szczególnie ważne dla producentów silników, którzy powinni być tego świadomi, a także dla badaczy biorących udział w tworzeniu norm, aby nowe metody badań wprowadzać do dokumentów normalizacyjnych.**



Rys. 61. Różnice między sprawnością znamionową a sprawnością z uwzględnieniem tolerancji (IE-IE z tol.) dla różnych klas sprawności silników czterobiegunowych o różnych mocach znamionowych na podstawie IEC 60034-30-1 [74] i IEC 60034-1 [70]

2.5.3. Arkusze do wyznaczania błędu granicznego metodą klasyczną i z użyciem interwałów

Do wyznaczania błędu granicznego sprawności metodą klasyczną oraz wyznaczania niepewności pomiaru sprawności autor monografii wykonał arkusz kalkulacyjny, którego fragment przedstawiony jest na rysunku 62.

Do wyznaczania błędu granicznego sprawności metodą interwałową autor monografii wykonał arkusz kalkulacyjny, którego fragment przedstawiony jest na rysunku 63. Wyniki obliczeń z tych arkuszy przedstawione są w podrozdziale 2.3.7.

Sprawność											
Wielkość	Urz. por.	Wart. zmie.	Jedn.	Bł. gr. wzg.	Bł. bezwz.	Odch. std.	Jedn.	Pochodna	Jedn.	Skł. bł. gr. wzg.	Jedn.
I	AC Pow	29,770	A	0,002680	0,080	0,046055	A	-0,002494	kW/A	0,000220	-
Uz	TTi 190	0,564	U	0,000173	0,0001	0,000056	U	-0,065886	kW/V	0,000007	-
Iz	TTi 190	1,551	A	0,000877	0,0014	0,000786	A	0,023937	kW/A	0,000036	-
tg	Pt100+F	89,7	oC	0,013101	1,2	0,678349	oC	-0,000114	kW/oC	0,000148	-
Iz	Pt100+F	19,5	oC	0,038590	0,8	0,435330	oC	0,000146	kW/oC	0,000122	-
Pfe		0,3208	kW	0,020255	0,00650	0,003752	kW	-0,060263	kW/kW	0,000433	-
Pm		0,0653	kW	0,020255	0,0013217	0,000763	kW	-0,060263	kW/kW	0,000088	-
Pwr		0,3363	kW	0,011585	0,0039	0,002249	kW	-0,060263	kW/kW	0,000259	-
Pal		0,2419	kW	0,369930	0,0895024	0,051674	kW	-0,060263	kW/kW	0,005961	-
Pin	AC Pow	16,5940	kW	0,001459	0,0242	0,013979	kW	0,005739	kW/kW	0,000154	-
eta		0,904765	-		0,00672093	-			Suma=	0,007428	-
										Od. std. łączne	Niep. całk.
										0,003130	0,0062606

Rys. 62. Fragment arkusza kalkulacyjnego do wyznaczania błędu granicznego sprawności metodą klasyczną oraz niepewności pomiaru sprawności

eta						
$\eta = 1 - \frac{0,0015I^2 \frac{U_z \cdot \varrho_g + K}{I_z \cdot \varrho_z + K} + P_{fc} + P_m + P_{wr} + P_{al}}{P_m}$						
x-	x+	y-	y+	x-y+	x+y+	
0,608122	0,624129	0,314331	0,327278	0,922453	0,951407	
$0,0015I^2 \frac{U_z \cdot \varrho_g + K}{I_z \cdot \varrho_z + K} + P_{fc} + P_m$						
x-	x+	y-	y+	x-y+	x+y+	
0,922453	0,951407	0,063936	0,066570	0,986389	1,017977	
$0,0015I^2 \frac{U_z \cdot \varrho_g + K}{I_z \cdot \varrho_z + K} + P_{fc} + P_m + P_{wr}$						
x-	x+	y-	y+	x-y+	x+y+	
0,986389	1,017977	0,331989	0,340513	1,318379	1,358490	
$0,0015I^2 \frac{U_z \cdot \varrho_g + K}{I_z \cdot \varrho_z + K} + P_{fc} + P_m + P_{wr} + P_{al}$						
x-	x+	y-	y+	x-y+	x+y+	
1,318379	1,358490	0,152434	0,331381	1,470813	1,689870	
$(0,0015I^2 \frac{U_z \cdot \varrho_g + K}{I_z \cdot \varrho_z + K} + P_{fc} + P_m + P_{wr} + P_{al}) / P_m$						
x-	x+	y-	y+	min{x-/y+, max{x-/y+, x-/y+}	x-/y-	x+/y-
1,470813	1,689870	16,569787	16,618213	0,0885061	0,101985	0,088506
$1 - (0,0015I^2 \frac{U_z \cdot \varrho_g + K}{I_z \cdot \varrho_z + K} + P_{fc} + P_m + P_{wr} + P_{al}) / P_m$						
x-	x+	y-	y+	x-y+	x+y-	
1,000000	1,000000	0,088506	0,101985	0,8980150	0,9114939	
[eta]=						
eta= 0,9047545 ± 0,0067395						
promień= 0,0067395						

Rys. 63. Fragment arkusza kalkulacyjnego do wyznaczania błędu granicznego sprawności metodą interwałową

3. PODSUMOWANIE

Na podstawie 15 publikacji autorskich, 9 publikacji współautorskich, jednej pracy współautorskiej niepublikowanej, bezpośrednio związanych z tematyką monografii oraz prac własnych niepublikowanych zamieszczonych w monografii, autor przedstawił **hybrydową metodę wyznaczania sprawności silników indukcyjnych**.

Hybrydowa metoda wyznaczania sprawności silnika indukcyjnego oznacza system wyznaczania sprawności, w którym uwzględnia się wpływ warunków pomiaru określonych przez wybrane parametry według zaproponowanych algorytmów na sprawność

silnika indukcyjnego klatkowego budowy zamkniętej. Nazwa „hybrydowa” jest uzasadniona tym, że w metodzie tej proces pomiarowy połączony jest z obliczeniami wymagającymi danych konstrukcyjnych i materiałowych silnika, i bazującymi na algorytmach zbliżonych do algorytmów projektowych, z uwzględnieniem jednak danych z pomiarów.

Metoda ta ma duże znaczenie praktyczne, ponieważ potrzebne są metody służące do weryfikacji wartości sprawności silników, które zapewniają użytkownikom silników sprawdzenie sprawności deklarowanych przez producentów silników i zapewniająca warunek, aby wyznaczana sprawność miała wartość jak najbardziej zbliżoną do sprawności rzeczywistej, ponieważ użytkownicy silników indukcyjnych trójfazowych zainteresowani są konkretnymi korzyściami z zaoszczędzonej energii.

Stosowanie tej metody jest także korzystne dla producentów silników, ponieważ np. niedostateczne uwzględnianie warunków pomiaru (choć zgodne z normami) prowadzi do obniżenia sprawności badanego silnika. Stąd potrzeba rozwijania i udoskonalania metod wyznaczania sprawności tej grupy silników elektrycznych.

Monografia ma charakter interdyscyplinarny. Wykorzystane są następujące dyscypliny nauki:

- teoria maszyn elektrycznych,
- badania maszyn elektrycznych,
- metrologia elektryczna,
- elektrotechnika teoretyczna,
- algebra abstrakcyjna,
- teoria interwałów,
- aplikacje bazodanowe,
- programowanie w języku Delphi.

Monografia, oprócz opisanych metod, metodyki oraz sposobów obliczeń, została wzbogacona o przykłady wyników badań laboratoryjnych i obliczeń konkretnych, istniejących silników. Do obliczeń tych zostały napisane aplikacje lub użyte komercyjne oprogramowanie.

Do oryginalnych osiągnięć autora monografii można zaliczyć:

- **oszacowanie ilości energii elektrycznej dostarczonej odbiorcom zużywanej przez silniki indukcyjne trójfazowe;**

Na podstawie analizy danych oszacowano, że **silniki indukcyjne trójfazowe o mocy 0,75 kW – 375 kW** zużywają ok. **26%** światowej energii elektrycznej dostarczonej odbiorcom, co stanowi ok. 57% zużycia energii przez wszystkie silniki elektryczne na świecie, natomiast **silniki indukcyjne trójfazowe o mocach z przedziału (0,75; 750) kW** zużywają ok. **32%** światowej energii elektrycznej dostarczonej odbiorcom, co stanowi ok. 70% zużycia energii przez wszystkie silniki elektryczne na świecie.

Oszacowanie to dowiodło, że silniki indukcyjne trójfazowe stanowią największą grupę odbiorców. Dlatego zagadnienia związane ze zwiększaniem sprawności tych silników niosą największy potencjał prowadzący do oszczędności energii.

- **wprowadzenie pojęcia sprawności bezwarunkowej i warunkowej;**

Zdefiniowano pojęcie sprawności warunkowej oraz określono sposób wyznaczania błędu tej sprawności. Różnica między sprawnością bezwarunkową a warunkową polega na tym, że trzeba przy jej wyznaczaniu dodatkowo uwzględnić błąd nastawiania wielkości charakteryzujących wymagane warunki pomiaru

wielkości pomocniczych wykorzystywanych w obliczaniu sprawności według wybranej metody. W tym celu trzeba znać fizykalne zależności między mierzonymi wielkościami pomocniczymi a wielkościami nastawianymi (lub występującymi podczas pomiaru).

Trudność w obliczaniu błędu sprawności warunkowej wynika z niemożliwości analitycznego wyrażenia funkcji mocy i strat oraz ich pochodnych zależnych od wielkości nastawianych. Wartości tych funkcji oraz ich pochodnych można obliczyć tylko za pomocą algorytmów, które pod względem złożoności są zbliżone do algorytmu projektowania maszyny. Takie algorytmy zostały także opracowane i przedstawione w monografii.

- **opracowanie metodyki uwzględniania wpływu określonych czynników pomiarowych na sprawność;**

Opracowano i przedstawiono metody pozwalające na wyznaczenie wpływu takich wielkości występujących podczas pomiaru jak:

- a) napięcie,
- b) częstotliwość,
- c) moc wydawana,
- d) kształt napięcia,
- e) asymetria napięć zasilających,
- f) temperatura powietrza chłodzącego silnik

na sprawność warunkową.

- **nowe modele przepływu mocy i metody wyznaczania sprawności;**

Opracowano i przedstawiono nowe modele przepływu mocy w silniku, modyfikacje strat w rdzeniu i strat mechanicznych oraz związane z tym nowe metody wyznaczania sprawności. Odzwierciedlają one zjawiska fizyczne występujące w silniku w sposób bardziej poprawny od dotychczas używanych metod.

- **zastosowanie arytmetyki interwałowej do wyznaczania błędu granicznego sprawności;**

Po raz pierwszy zaproponowano użycie interwałów do wyznaczenia błędu granicznego sprawności. Zaletą stosowania algebry interwałowej do wyznaczania błędu granicznego sprawności silników indukcyjnych klatkowych w stosunku do metody klasycznej jest brak konieczności wyznaczania pochodnych. Poza tym może ona służyć do weryfikacji poprawności wyników otrzymanych z metody klasycznej.

- **proponycje zastosowań urządzeń i przyrządów pomiarowych optymalnych z punktu widzenia wyznaczania sprawności.**

Na podstawie wyników przeprowadzonych badań laboratoryjnych silników zbliżonym momencie znamionowym i o różnej liczbie par biegunów, obciążanych dwoma rodzajami hamownic, z pomiarem momentu w trzech układach określono, że z punktu widzenia wyznaczania sprawności najodpowiedniejszą hamownicą jest hamownica prądu stałego. Charakteryzuje się ona bowiem 3-krotnie mniejszymi wahaniami mocy. Drugim bardzo ważnym elementem w układzie pomiarowym jest zapewnienie jednoczesności pomiaru wielkości elektrycznych i mechanicznych, co jest realizowane za pomocą cyfrowych analizatorów mocy. Trzecim wymaganiem jest stosowanie do pomiaru momentu momentomierzy jak najmniej wrażliwych na zakłócenia pochodzące od sprzęgnięcia silnika z momentomierzem i hamownicą.

Publikacje autorskie i współautorskie związane bezpośrednio z tematyką rozprawy pochodzą z okresu kilkunastu lat. W tym czasie niektóre elementy metody hybrydowej, prezentowane przez autora monografii np. na konferencjach międzynarodowych zostały wprowadzone do norm. Przykładem może być uwzględnianie spadku napięcia na rezystancji stojana do wyznaczenia strat w rdzeniu podczas obciążenia (choć nadal nie uwzględnia się spadku napięcia na impedancji stojana), a z ostatniego okresu (luty 2015 rok) uwzględnienie (w sposób uproszczony) zmniejszenia strat mechanicznych podczas obciążenia na skutek zmniejszenia prędkości obrotowej silnika w tym stanie. Fakty te potwierdzają zasadność prac badawczo-rozwojowych związanych z tą tematyką, stanowią bowiem one podstawę do wprowadzania nowych metod lub ich modyfikacji do praktyki laboratoryjnej poprzez zatwierdzanie ich w dokumentach normalizacyjnych.

LITERATURA

1. AC Power Analyzer D 5255M: Manual.
2. Alefeld G., Herzberger J.: *Introduction to Interval Computation*. Academic Press, 1983.
3. Almeida A.T., Bertoldi P., Leonhard W.: *Energy Efficiency Improvements in Electric Motors and Drives*. Springer Verlag, Berlin, 1997.
4. Almeida A.T., Faulkner H., Fong J., Jugdoyal K. EuP-Lot-30-Task-2-5-Jun-2012-Draft.pdf http://www.eco-motors-drives.eu/Eco/Documents_files/EuP-Lot-30-Task-2-5-Jun-2012-Draft.pdf, Coimbra, 2012.
5. Almeida A.T., Ferreira F.J.T.E., Fong J., Fonseca P.: EUP Lot 11 Final. ISR-University of Coimbra, http://www.ebpg.bam.de/de/ebpg_medien/011_studyf_08-04_motors_updated.pdf, Coimbra, 2008.
6. Almeida A. T., Ferreira T. E., Busch J. F., Angers P.: Comparative Analysis of IEEE 112-B and IEC 34-2 Efficiency Testing Standards Using Stray Load Losses in Low-Voltage Three-Phase Induction Motors. *IEEE Trans. on Industry Applications*. vol. 38, nr 2, March/April 2002, s. 608-614.
7. Basta J., Kudla V., Mericka J. I in.: *Merění na elektrických strojů. 1 Všeobecná část*. SNTL, Praha, 1959.
8. Bertoldi P., Almeida A.T., Falkner H.: *Energy Efficiency Improvements in Electric Motors and Drives*. Springer Verlag, Berlin, 2000.
9. Boche R. E.: An operational interval arithmetic. *Illinois National Electronics Conference*, Chicago, October 28-30 1963, Paper No. CP 62-1431 CD-1.
10. Bolkowski S.: *Obwody elektryczne liniowe w stanie ustalonym*. WNT, Warszawa 1974.
11. Cantu M.: *Delphi 5. Mikom*, Warszawa 2000.
12. Cholewicki T.: *Elektrotechnika teoretyczna. tom I*, WNT, Warszawa 1973.
13. Chwaleba A., Poniński M., Siedlecki A.: *Metrologia elektryczna*. WNT, Warszawa, 1979.
14. Cumming P. G.: Estimating Effects of System Harmonics on Losses and Temperature Rise of Squirrel-Cage Motors. *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. IA-22, nr 6, November/December, 1986, s. 1121-1126.
15. Czempik W., **Dąbala K.**, Kopczyński H.: Wspomagana komputerem (CAT) metoda badań silników indukcyjnych małej mocy. *Wiadomości Elektrotechniczne*, nr 4, 1994 r., s. 139-141.

16. **Dąbala K.:** Analysis of Mechanical Losses in Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motor. Proc. of The Fifth International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS'2001), 18-20 August, 2001, Shenyang, China, s. 39-42.
17. **Dąbala K.:** A Method of Stray No-load Losses Determination in Induction Squirrel-Cage Motors. Proc. of ICEM, Helsinki (Finland), 28-30.08.2000, vol. I, s. 515-518.
18. **Dąbala K.:** Current study concerned induction motor efficiency and its experimental determination. Prace IEL. Nr 223/2005, s. 43-56.
19. **Dąbala K., Dylis W., Zagrajek M.:** Hamownica prądu stałego z oddawaniem energii do sieci. Nowa Elektrotechnika. Nr 2/2006, s. 8-9.
20. **Dąbala K. i in.:** Hamownica prądu przemiennego o mocy 15 kW. Dokumentacja IEL Nr 14/2006.
21. **Dąbala K.:** Hamownice prądu stałego i przemiennego ze zwrotem energii do sieci. Zeszyty Problemowe BOBRME „Komel”, materiały konferencyjne PEMiNE. Nr 80/2008, Ryto 2008, s. 131-136.
22. **Dąbala K.:** Modele przepływu mocy stosowane przy wyznaczaniu sprawności silników indukcyjnych klatkowych. Przegląd Elektrotechniczny, nr 9, 2009, s. 54- 57.
23. **Dąbala K.:** Modified Method to Determine Rotor Bar-Iron Resistance in Three-Phase Copper Casted Squirrel-Cage Induction Motors. Book of Abstracts of XVII ICEM 2006 and CD of XVII ICEM 2006 no 230, Chania, Crete Island (Greece), 2-5 September, 2006, s. 213.
24. **Dąbala K.:** Organizacja bazy danych pomiarowych silników indukcyjnych. Zeszyty Problemowe BOBRME „Komel”, materiały konferencyjne, nr 64/2002, Ustroń 2002, s. 183-188.
25. **Dąbala K.:** Propozycje nowych metod wyznaczania sprawności silników indukcyjnych klatkowych. Zeszyty Problemowe BOBRME „Komel”, materiały konferencyjne PEMiNE, nr 75/2006, Ustroń 2006, s. 107-112.
26. **Dąbala K.:** Reduction of Stray Losses in Three Phase Squirrel-Cage induction Motors. Proc. of The Third Chinese International Conference on Electrical Machines, Xi'an (China), August 29-31, 1999, s. 56- 59.
27. **Dąbala K.:** Rezystancja przejścia pakiet-pręt w wirnikach z klatką miedzianą. Proceedings of XLII International Symposium on Electrical Machines (SME 2006), Kraków, 3-6 lipca 2006, s. 327-330.
28. **Dąbala K.:** Selected elements of a new method of induction motors efficiency determination. Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences. (w druku).
29. **Dąbala K.:** Sprawność w małych silnikach indukcyjnych klatkowych. Archiwum Konferencji Podstawowe Problemy Energoelektroniki i Elektromechaniki, vol. 6, Wisła, 22-25 marca 1999, s. 495-498.
30. **Dąbala K., Śliwiński T.:** Pomiary rozkładu strat w rdzeniu silnika indukcyjnego. Conference proceedings of XXXVIII International Symposium on Electrical Machines (SME'2002), Cedzyna-Kielce, 18-20 czerwca 2002, s. 715-725.
31. **Dąbala K.:** The Influence of Select Losses Components on Induction Squirrel-Cage Motor Efficiency. Energy Efficiency Improvements in Electric Motors and Drives. Springer Verlag Berlin, 2000, s. 102-106.
32. **Dąbala K.:** The Influence of Stray No-Load Losses on Induction Motor Efficiency. Proc. of International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics, Kusadasi (Turcja), 27-29 June, 2001, s. 513-517.

33. **Dąbala K.**: Wpływ temperatury otoczenia na sprawność silnika indukcyjnego klatkowego. Proceedings-summaries of 39th International Symposium on Electrical Machines (SME'2003), Gdańsk-Jurata, 9-11 czerwca 2003, s. 65-65.
34. **Dąbala K.**, Zapaśnik R.: Badania porównawcze silników z miedzianą i aluminium klatką wirnika. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej Nr 62, seria Studia i Materiały nr 28: Zagadnienia maszyn, napędów i pomiarów elektrycznych. Wrocław 2008, s. 128-130.
35. **Dąbala K.**: Zbadanie możliwości zastosowania arytmetyki interwałowej do wyznaczania sprawności silników indukcyjnych. Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne, BOBRME „Komel”, Katowice, czerwiec 2009, nr 84/2009, s. 39-44.
36. **Dąbrowski M.**, **Dąbala K.**: Dokładność wyznaczania sprawności silnika indukcyjnego w zależności od dokładności nastawienia napięcia zasilania. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej nr 48, seria Studia i Materiały nr 20, SME 2000, Szklarska Poręba, 19-22 czerwca 2000, s. 86-96.
37. **Dąbrowski M.**, **Dąbala K.**: Klasyfikacja metod wyznaczania strat mocy silników indukcyjnych. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Elektryka, z. 111, Międzynarodowe Sympozjum Maszyn Elektrycznych, Kazimierz Dolny, 14-16 czerwca 1999, s. 189-200.
38. **Dąbrowski M.**, **Dąbala K.**: Ocena dokładności wyznaczania sprawności maszyny elektrycznej. Przegląd Elektrotechniczny, nr 11, 1999, s. 269-272.
39. **Dąbrowski M.**, **Dąbala K.**: Rozszerzony bilans mocy w silniku indukcyjnym. Przegląd Elektrotechniczny, nr 12, 1997, s. 309-315.
40. **Dąbrowski M.**, **Dąbala K.**: Sprawność warunkowa silników indukcyjnych klatkowych. Conference proceedings of XXXVIII International Symposium on Electrical Machines (SME'2002), Cedyzna-Kielce, 18-20 czerwca 2002, s. 661-669.
41. **Dąbrowski M.**: Projektowanie maszyn elektrycznych prądu przemiennego. WNT, Warszawa 1994.
42. DYREKTYWA 2005/32/WE PARLAMENTU EUROPEJSKIEGO I RADY z dnia 6 lipca 2005 r. ustanawiająca ogólne zasady ustalania wymogów dotyczących ekoprojektu dla produktów wykorzystujących energię oraz zmieniająca dyrektywę Rady 92/42/EWG, oraz dyrektywy Parlamentu Europejskiego i Rady 96/57/WE i 2000/55/WE. Dziennik Urzędowy Unii Europejskiej, L 191, s. 29-58, 2005.
43. El-Ibiary Y.: An accurate low cost method for determining electric motors' efficiency for the purpose of plant energy management. IEEE, Paper No. PCIC-2002-29, 2002, nr 229-235.
44. Gajda K., Marciniak A., Szyszka B.: Three- and Four-stage Implicit Interval Methods of Runge-Kutta Type. Computational Methods in Science and Technology, 6/2000, s. 41-59.
45. Gutowski M. W.: Prosta dostatecznie gruba. Postępy fizyki, Tom 53, 4/2002.
46. Hayes B.: A Lucid Interwał. American Scientist, vol. 91, nr 6, 2003, s. 484-488.
47. Hernandez M. J.: Bazy danych dla zwykłych śmiertelników. Mikom, Warszawa, 1998.
48. Interface IEEE 488: Manual.
49. Jakubiec J.: Redukcyjna arytmetyka interwałowa w zastosowaniu do wyznaczania niepewności algorytmów przetwarzania danych. Wydawnictwa Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2002.
50. Klingshirn E. A., Jordan H. E.: Polyphase Induction Motor Performance and Losses on Nonsinusoidal Voltage Sources. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. 87, nr 3, March 1968, s. 624-631.

51. Kopertowska M.: Zaawansowane możliwości bazy danych Access 2000. Wersja polska. Mikom, Warszawa, 2000.
52. Korn G. A., Korn T. M.: Matematyka dla pracowników naukowych i inżynierów. PWN, Warszawa 1983.
53. Kostrikin A. I.: Wstęp do algebry t. 3. PWN, 2005.
54. Kovacs K. P.: Symmetrische Komponenten in Wechselstrommaschinen. Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart, 1962.
55. Lebson S.: Podstawy miernictwa elektrycznego. WNT, Warszawa, 1970.
56. Le Croy: Manual.
57. Lee Ch-Y.: Effects of Unbalanced Voltage on the Operation Performance of a Three-Phase Induction Motor. IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 14, nr 2, June 1999, s. 202-208.
58. Lee Ch-Y., Lee W-J.: Effects of Nonsinusoidal Voltage on the Operation Performance of a Three-Phase Induction Motor. IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 14, nr 2, June 1999, s. 193-201.
59. Linders J. R.: Effects of Power Supply Variations on AC Motor Characteristics. IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 8, nr 4, July/August 1972, s. 383-400.
60. Marciniak A.: Object Pascal – język programowania w środowisku Borland Delphi 2.0. Wydawnictwo Nakom, Poznań, 1997.
61. Mericka J.: Odvozeni kriteria pro volbu prime a neprime metody mereni ucinnosti s ohledem na presnost mereni. Elektrot. obzor, 1958, s. 460.
62. Moore R. E.: Automatic error analysis in digital computation. Lockheed Missiles and Space Co., Technical Report LMSD-48421, Palo Alto, CA, 1959.
63. Moore R. E., Yang C. T.: Interval analysis. Lockheed Missiles and Space Co., Technical Report LMSD-285875, Palo Alto, CA, 1959.
64. Morgan T.H., Brown W.E., Schurer A.J.: Reverse-rotation test for the determination of stray load loss in induction machines. Electr. Eng. Trans. 58, 1939, s. 319-324.
65. Mukosiej J., Cieślak-Burkot J.: Dostosowanie i udokładnienie metody obliczeń cieplno-wentylacyjnych dla silników zamkniętych serii "g". Dokumentacja IEL Nr 72/1982.
66. Norma Energy Efficiency Test Methods for Three-Phase Induction Motors. CSA Standard C390-M 1998.
67. Norma IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators. IEEE Std 112-1996.
68. Norma Method for determining losses and efficiency of three-phase cage induction motors. IEC 61972:2002.
69. Norma Motors and generators. NEMA Standards Publication No. MG 1-1998.
70. Norma Rotating electrical machines – Part 1: Rating and performance. IEC 60034-1:2010.
71. Norma Rotating electrical machines – Part 2: Methods for determining losses and efficiency of rotating electrical machinery from tests (excluding machines for traction vehicles). IEC 60034-2:2000.
72. Norma Rotating electrical machines – Part 2-1: Methods for determining losses and efficiency of rotating electrical machinery from tests (excluding machines for traction vehicles). IEC 60034-2-1:2007.

73. Norma Rotating electrical machines – Part 30: Rotating electrical machines – Part 30: „Efficiency classes of single speed, three-phase, cage-induction motors (IE-code). IEC 60034-30:2008.
74. Norma Rotating electrical machines – Part 30-1: Efficiency classes of line operated AC motors (IE-code). IEC 60034-30-1:2014.
75. Norma Quantities and units – Part 2: Mathematical signs and symbols to be used in the natural sciences and technology. ISO 80000-2:2009.
76. Parasiliti F., Bertoldi P.: Energy Efficiency in Motor Driven Systems. Springer Verlag, Berlin, 2003.
77. Powruk A.: Zastosowanie teorii zbiorów rozmytych do oceny niezawodności konstrukcji budowlanych. Praca doktorska, Gliwice, 2001.
78. Prague C. N., Irwin M. R.: Biblia Access 2000. RM, Warszawa 2000.
79. Renier B., Hameyer K., Belmans R.: Comparison of Standards for Determining Efficiency of Three Phase Induction Motors. IEEE Trans. on Energy Conversion, August 7, 1998, s. 567-571.
80. ROZPORZĄDZENIE KOMISJI (WE) NR 640/2009 z dnia 22 lipca 2009 r. w sprawie wykonania dyrektywy 2005/32/WE Parlamentu Europejskiego i Rady w odniesieniu do wymogów dotyczących ekoprojektu dla silników elektrycznych. Dziennik Urzędowy Unii Europejskiej, L 191, s. 26-34, 2009.
81. Sen P. K., Landa H. A.: Derating of Induction Motor Due to Waveform Distortion. IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 26, No. 6, November/December, 1990, pp. 1102-1107.
82. Shayer S.: Interval arithmetic with some applications for digital computers. Lockheed Missiles and Space Co., No. 5-13-65-12, Palo Alto, CA, 1965.
83. Snarska A.: Ćwiczenia z Delphi 3.0, 4.0, 5.0. Mikom, Warszawa, 2000.
84. Struzińska-Walczak A., Walczak K.: Nauka programowania systemów baz danych. Delphi. Wydawnictwo W&W, Warszawa 2000.
85. Śliwiński T., Krzywiński L., Owczarska M.: Unificirovannaja serija asinchronnych dvigatelej Interelektro. Énergoatomizdat, Moskva 1990.
86. Taegen F., Walczak R.: Experimental verification of stray losses in cage induction motors under no-load, full-load and reverse rotation test conditions. AFE, nr 70, 1987, s. 255-263.
87. Waide P., Brunner C. U.: Energy efficiency policy opportunities for electric motor driven systems. International Energy Agency, http://www.iea.org/publications/freepublications/publication/EE_for_ElectricSystems.pdf, Paris, 2011.
88. Wang Y-J.: Analysis of Effects of Three-Phase Voltage Unbalanced on Induction Motor with Emphasis on the Angle of the Complex Voltage Unbalanced Factor. IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 16, nr 3, September 2001, s. 270-275.
89. Warmus M.: Calculus of Approximations. Bulletin de l'Academie Polonaise des Sciences, Cl. III-Vol IV, nr 5, 1956.
90. Wiener N.: A contribution to the theory of relative position. Proc. Cambridge Philos. Soc., 1914, vol. 17, s. 441-449.
91. Wiener N.: A new theory of measurement: a study in the logic of mathematics. Proc. Of the London Mathematical Society, 1921.

92. Williams J. E.: Operation of 3-Phase Induction Motors on Unbalanced Voltages. AIEE Trans., Part III-A, Power Apparatus and Systems, vol. 73, April 1986, s. 125-133.
93. Williamson S., Sambath H. P.: Induction Motor Efficiency Measurement. Procc. of ICEM, Helsinki (Finland), 28-30.08.2002, vol. II, s. 1115-1119.
94. Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik. GUM 1999.
95. Zięba A.: Jeszcze o prostej dostatecznie grubej: w odpowiedzi M. W. Gutowskiemu. Postępy fizyki, Tom 54, 3/2003, s. 1-8.

Przyjęto do druku dnia 27.10.2015 r.

HYBRID METHOD OF INDUCTION MOTORS EFFICIENCY DETERMINATION

Konrad Jacek DĄBAŁA

ABSTRACT *In the work the hybrid method for the determination of the efficiency of squirrel-cage induction motors of a closed construction was presented. In this method the influence of measurement conditions that are determined by selected parameters accordingly to the proposed algorithms for the efficiency of the mentioned induction motors is taken into account. The name "hybrid" is justified with the fact that in this method the measuring process is connected with calculations that require the design and material data of the considered motor. These computations are based on the algorithms that are similar to the algorithms used in the designing process, however, with the application of measurement data.*

Moreover, the new models of the power flow in the motor as well as modifications of iron and mechanical losses and new methods associated with these models and modifications for the efficiency determination were elaborated. The interval arithmetic for the estimation of the border systematic error of the efficiency as well as the errors of measuring instruments and laboratory devices used for the efficiency determination was applied.

The application of this method is advantageous for the motor users as well as producers. For the users – because they receive the efficiency value which is more similar to real, for the producers – because the measurement inaccuracies lead to the lowering of the determined efficiency of the motor produced by them.

Keywords: *electrical machines, squirrel-cage induction motors, efficiency, methods of induction motors efficiency determination*

Dr inż. Konrad Jacek DĄBAŁA ukończył Wydział Elektryczny Politechniki Warszawskiej w Warszawie. W roku 1982 rozpoczął pracę w Zakładzie Maszyn Elektrycznych Instytutu Elektrotechniki w Warszawie, gdzie w 1998 roku uzyskał stopień doktora nauk technicznych. W początkowym okresie zajmował się zagadnieniami ciepłno-wentylacyjnymi w silnikach indukcyjnych, a następnie zjawiskami pasożytniczymi w tych maszynach. Jego zainteresowania koncentrują się głównie na badaniach doświadczalnych i modelowych składników strat oraz wyznaczaniu sprawności w silnikach indukcyjnych niskiego napięcia, jak również na zagadnieniach metod projektowania i konstrukcji maszyn elektrycznych z magnesami trwałymi.

Jest autorem lub współautorem ponad 40 publikacji naukowych krajowych i zagranicznych z dziedziny maszyn elektrycznych, a także wykonawcą i kierownikiem projektów badawczych, rozwojowych i celowych. Od 1998 roku pracuje na stanowisku adiunkta, a od 2003 roku do 2014 roku pełnił funkcję kierownika Zakładu Maszyn Elektrycznych IEI. Był członkiem Rady Naukowej Instytutu Elektrotechniki XVI i XVII kadencji.

Pełni funkcję przewodniczącego Komitetu Technicznego Polskiego Komitetu Normalizacyjnego nr 56 ds. Maszyn Elektrycznych Wirujących oraz Narzędzi Ręcznych i Przenośnych o Napędzie Elektrycznym.

Jest prezesem koła nr 601 Stowarzyszenia Elektryków Polskich przy Instytucie Elektrotechniki.

W roku 2006 został odznaczony Brązowym Krzyżem Zasługi za wdrożenia nowych odmian silników indukcyjnych w przemyśle.