

CHALFEN Mieczysław, KAMIŃSKA Joanna

## MODELOWANIE PRZESTRZENNEGO ROZKŁADU GĘSTOŚCI RUCHU SAMOCHODOWEGO W MIEŚCIE O NIEJEDNORODNEJ PRĘDKOŚCI PRZEJAZDU

### *Streszczenie*

*W pracy przedstawiono matematyczny model ruchu samochodowego miście. Obliczenia wykonano na przykładzie hipotetycznego miasta średniej wielkości przy założeniu niejednorodności gęstości sieci ulic i zróżnicowanych rzeczywistych prędkościach poruszania się samochodów w wybranych rejonach miasta. Do określenia optymalnej według czasu przejazdu trasy pojedynczego pojazdu wykorzystano algorytm Dijkstry wyszukiwania najtańszej ścieżki w grafie. Wygenerowano 10000 tras przejazdu z punktami startowymi i docelowymi losowanymi zgodnie z apriori zadaną funkcją gęstości. Na podstawie przebiegu optymalnych trajektorii wygenerowano mapy gęstości ruchu w mieście. Określono strefy o największej gęstości ruchu, które są zgodne z obserwowanymi w rzeczywistości w miastach o analogicznej strukturze sieci ulic i prędkości.*

### WSTĘP

Zagadnienie modelowania ruchu pojazdów jest popularną metodą stosowaną do identyfikacji zjawisk zachodzących w układach komunikacyjnych. Wyróżnia się cztery podstawowe klasy modeli ruchu drogowego w zależności od skali i poziomu szczegółowości opisywanych zjawisk: makroskopowe, mezoskopowe, mikroskopowe oraz submikroskopowe [1,8]. Prezentowany w niniejszej pracy model dotyczy skali makroskopowej i opiera się na teorii grafów oraz rachunku prawdopodobieństwa. Modele mikroskopowe obejmują pojedyncze fragmenty dróg i odnoszą się do analogii przepływu pojazdów do przepływu wody w korycie zamkniętym (w modelach ciągłych) lub automatów komórkowych (w modelach dyskretnych). Podobnie podejście mezoskopowe występuje w wersji ciągłej (z zastosowaniem metody elementów skończonych) lub dyskretnej (z zastosowaniem automatów komórkowych). Zagadnienie, opisywanego w niniejszej pracy, ciągłego modelowania ruchu miejskiego na powierzchni można znaleźć w pracy [6], gdzie modelowano hipotetyczne miasto z jedną założoną prędkością przejazdu oraz przeszkodą w postaci jeziora. Ruch pojazdów na modelowanym w pracy [6] obszarze odbywa się z obwodu do centrum miasta. Prezentowane w niniejszej pracy podejście do modelowania gęstości ruchu drogowego pozwala uwzględniać dowolnie zadane strefy prędkości przejazdu oraz dowolny kierunek ruchu pojazdu. Wyznaczenie rozkładu gęstości ruchu miejskiego na ciągłej powierzchni pozwala przeanalizować zależność rozkładu gęstości od przyjętych strategii wyboru trasy oraz wyznaczyć obszary najbardziej narażone na powstawanie zatorów (korków) dla każdego z założonych rozkładów prędkości przejazdu w mieście.

# 1. MODELOWANIE RUCHU MIEJSKIEGO

## 1.1. Natężenie i gęstość ruchu

W opisanym procesie modelowania ruchu przyjęto następujące definicje oraz zależności:

Gęstością ruchu samochodowego ( $k$ ) określono liczbę pojazdów znajdujących się na rozważanym odcinku drogi w chwili  $t$ , wyrażone w ilości pojazdów na kilometr [ $\text{veh}\cdot\text{km}^{-1}$ ].

Natężeniem ruchu – przepływem ( $Q$ ) określono liczbę pojazdów przejeżdżających przez zadany przekrój poprzeczny drogi w określonym czasie, wyrażony w ilości pojazdów na godzinę [ $\text{veh}\cdot\text{h}^{-1}$ ].

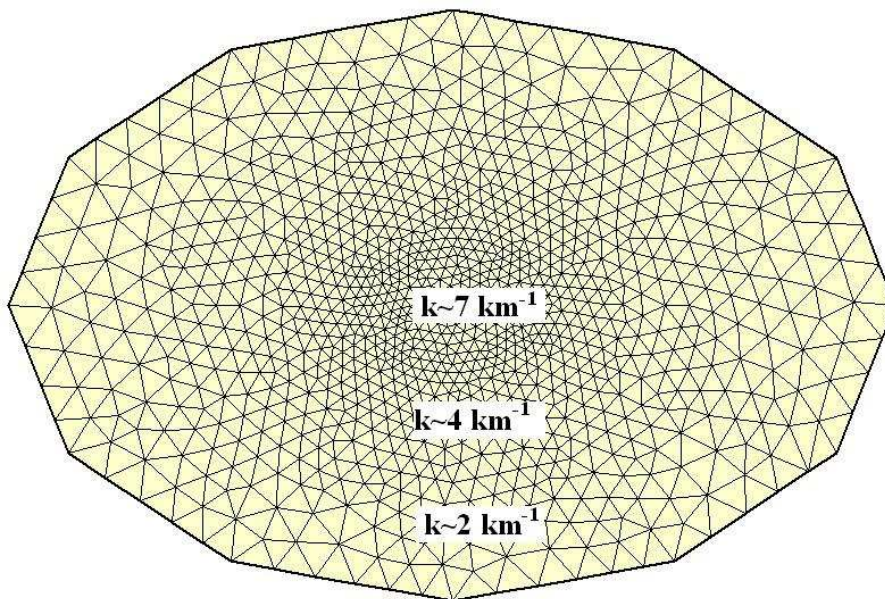
Powyższe pojęcia łączy podstawowe równanie ruchu drogowego [1,3,4,6,8]:

$$Q = kv \quad (1)$$

gdzie  $v$  – przeciętna prędkość ruchu na danym odcinku ruchu [ $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ ].

## 1.2. Hipotetyczne miasto

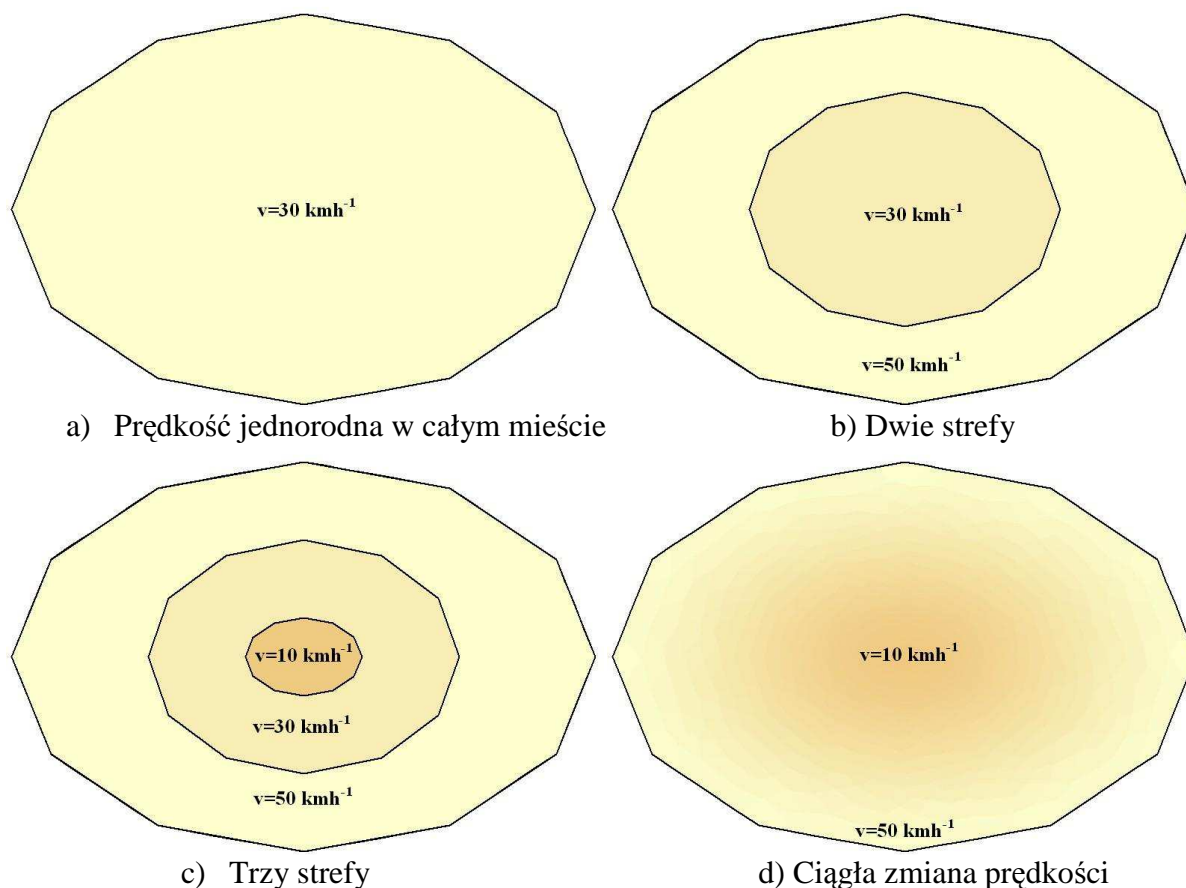
Obliczenia symulacyjne ruchu samochodowego wykonano na przykładzie hipotetycznego miasta średniej wielkości w kształcie elipsy 30 x 20 km i powierzchni ok. 450 km<sup>2</sup>. W modelowanym mieście nie zakłada się konkretnego układu ulic. Ważna jest natomiast przestrzenna zmienność gęstości sieć ulic, reprezentowanych w modelu poprzez siatkę trójkątów o zmiennej wielkości i gęstości: od 7 km<sup>2</sup> w centralnej części miasta, poprzez 4 km<sup>2</sup> w strefie śródmiejskiej do ok. 2 km<sup>2</sup> na peryferiach (rys.1).



Rys.1. Gęstość sieci ulic

Źródło: oprac. własne

W modelu dopuszcza się także przestrzenną zmienność rzeczywistej prędkości poruszania się pojazdów w poszczególnych rejonach miasta. Dzięki temu ma sens rozpatrywanie różnych strategii wyboru przez kierowców trasy optymalnej – kryterium najkrótszej drogi lub najkrótszego czasu przejazdu od punktu startowego do docelowego. W pracy rozważono 4 postacie zmienności prędkości: stała prędkość na całym obszarze, dwie strefy prędkości, trzy strefy prędkości oraz ciągła zmiana prędkości przejazdu w układzie koncentrycznym od prędkości 10 km<sup>h</sup><sup>-1</sup> w ścisłym centrum miasta do 50 km<sup>h</sup><sup>-1</sup> na peryferiach (rys.2).



**Rys.2.** Cztery warianty rozkładu prędkości w mieście

**Źródło:** oprac. własne

Warianty b), c) oraz d) odzwierciedlają rzeczywiste układy stref ruchu w miastach z jednym centrum, wariant a) posłużył do analizy porównawczej. Dla każdego wariantu wyznaczono w dalszej części pracy mapy gęstości ruchu, określono obszary o największych gęstościach oraz obliczono inne charakterystyki ruchu.

### 1.3. Generator porannego ruchu

W pracy analizowano miejski ruch samochodowy podczas porannego szczytu. Badano przejazdy reprezentatywnej liczby pojazdów z domu (punkt startowy S) do pracy (punkt końcowy K) w dni powszednie. Punkty startowe i końcowe losowano, następnie przesuвано do najbliższego węzła sieci (skrzyżowania) eliminując te pary, dla których odległość była mniejsza niż 2 km. Założono, że lokalizacja punktów startowych S ma dwuwymiarowy rozkład normalny ze średnią w centrum miasta i odchyleniami standardowymi wzdłuż osi OX i OY ( $\sigma_x = 6,22 \text{ km}$ ,  $\sigma_y = 4,18 \text{ km}$ ), tak by przyjęty rozkład zbliżony był do jednostajnego. Taki rozkład charakteryzuje zbliżony do równomiernego (jednostajnego) rozkład gęstości zaludnienia z niewielkim wzrostem gęstości w centrum. Rozkład rozrzutu punktów docelowych K również przyjęto jako dwuwymiarowy normalny ze średnią w centralnej części miasta, przy czym, założono mniejsze odchylenia standardowe ( $\sigma_x = 4,95 \text{ km}$ ,  $\sigma_y = 3,37 \text{ km}$ ). Taki rozkład punktów docelowych odpowiada strukturze miejsc pracy w aglomeracji miejskiej ze znaczącym wzrostem zagęszczenia w centrum miasta. W efekcie przyjętych założeń otrzymano w wyniku losowania trasy przejazdu z terenu całego miasta głównie w kierunku centrum [2].

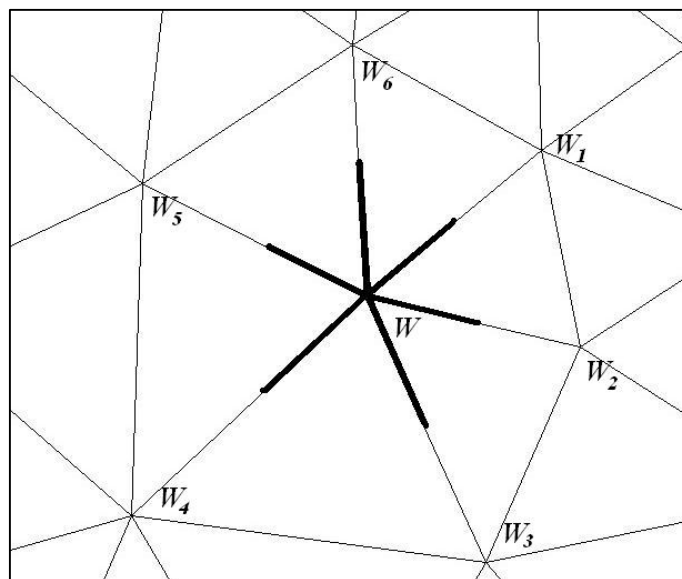
## 1.4. Optymalna trasa przejazdu

Założono, że każdy kierowca (tożsamy z pojazdem, który prowadzi) w momencie rozpoczęcia podróży podejmuje decyzję o wyborze trasy przejazdu w sposób dla siebie optymalny. W pracy rozważono dwie możliwości optymalizacji: czasu przejazdu oraz długości trasy przejazdu. Kierowca podejmując decyzję o wyborze trasy ze względu na czas przejazdu wybiera trasę najkrótszą w czasie (minimalizacja czasu przejazdu). Alternatywą jest wybór trasy najkrótszej pod względem długości (minimalizacji długości trasy) bez względu na czas poświęcony na jej pokonanie. Przyjęto również, że podczas podróży kierowca nie zmienia raz podjętej decyzji. Po założonej trasie pojazd porusza się z prędkością przyjętą w modelu, charakterystyczną dla poszczególnych stref.

W prezentowanym modelu symulującym rzeczywiste postępowanie kierowców, do wyznaczenia tak zdefiniowanej trasy optymalnej wykorzystano algorytm Dijkstry [4] wyszukiwania najtańszego (o najmniejszym koszcie) połączenia dwóch wierzchołków w grafie nieskierowanym. W modelu grafem jest sieć ulic, wierzchołkami – skrzyżowania, ramionami – odcinki ulic łączące skrzyżowania. Koszt połączenia dwóch sąsiadujących ze sobą wierzchołków to czas przejazdu wyznaczony z równania  $t=s \cdot v^{-1}$  przy założonych rzeczywistych prędkościach poruszania się pojazdów dla wersji minimalizacji czasu przejazdu oraz suma długości odcinków (ramion) grafu wyznaczającego trajektorię dla wersji minimalizacji długości trasy. W tak zdefiniowanym zagadnieniu, algorytm Dijkstry [4] w sposób efektywny wyszukuje najtańszą ścieżkę łączącą dwa dowolne punkty [2].

## 2. GĘSTOŚĆ RUCHU

Gęstość ruchu w jednowymiarowym przypadku analizy ruchu na pojedynczej ulicy definiuje się jako liczbę pojazdów przypadających na km biegu ulicy na jednostkę czasu. W prezentowanym modelu gęstość ruchu oblicza się w każdym węźle  $W$  sieci oddzielnie poprzez zsumowanie liczby trajektorii S-K prowadzących przez zadany węzeł sieci (równej liczbie pojazdów przejeżdżających przez zadany węzeł) i podzielenie tej liczby przez „długość węzła”, czyli przez połowę sumy długości odcinków (ulic) łączących węzeł (skrzyżowanie) z węzłami sąsiednimi (rys.3.).



Rys.3. Graficzne przedstawienie „długości węzła”

Źródło: oprac. własne

$$k(W) = \frac{\gamma}{d(W)} \quad [\text{veh} \cdot \text{km}^{-1}] \quad (2)$$

$$d(W) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n d(W, W_i) \quad [\text{km}] \quad (3)$$

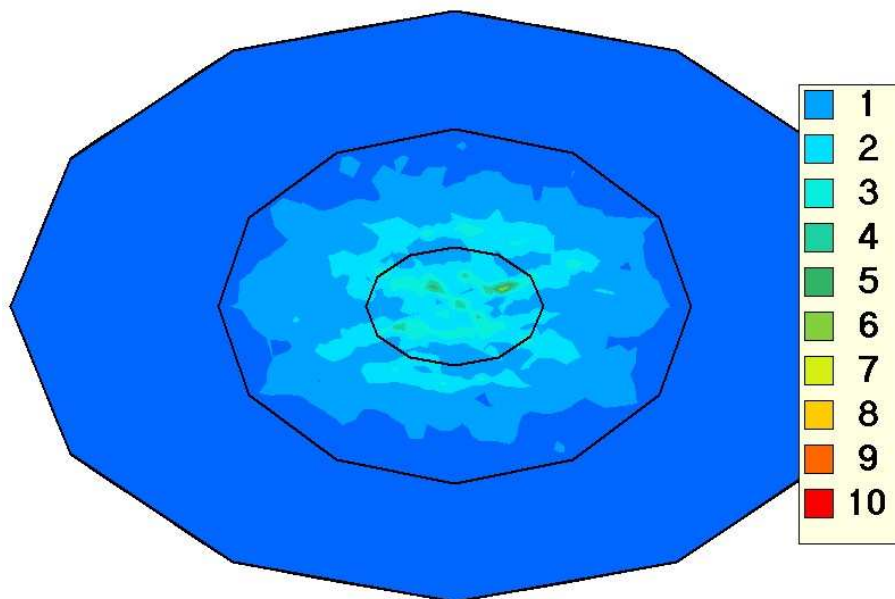
gdzie:  $\gamma$  – liczba pojazdów przejeżdżających przez węzeł  $W$ ,  
 $d(W, W_i)$  – odległość węzłów,  
 $n$  – liczba węzłów sąsiadujących z węzłem  $W$ .

W dalszej części pracy (rys.4-rys.8, tab.1) gęstość ruchu wyrażono w odniesieniu do ogólnej liczby pojazdów w symulowanym miejskim ruchu samochodowym. Tzn. gęstość ruchu obliczoną według wzorów (2)-(3) podzielono przez liczbę pojazdów w ruchu i pomnożono przez 100%. W obliczeniach symulacyjnych zastosowano 10 000 trajektorii „Start-Koniec”. Dalsze zwiększanie liczby trajektorii S-K nie przynosiło istotnych zmian otrzymywanych wyników. Dla przykładu: tak obliczona gęstość w węźle  $W$  wyrażona liczbą 5 oznacza, że na węzeł  $W$  przypada 500 veh·km<sup>-1</sup>. Gdyby rozważano np. 100 000 pojazdów, gęstość 5 oznaczałaby 5000 veh·km<sup>-1</sup>. Przy takim sposobie wyrażania gęstości [%·km<sup>-1</sup>], mapy przedstawione na rys.4-rys.8 nabierają uniwersalnego charakteru, niezależnego od liczby rozważanych pojazdów w ruchu.

### 3. GĘSTOŚĆ RUCHU DLA JEDNORODNEGO ROZKŁADU PRĘDKOŚCI PRZEJAZDU

#### 3.1. Strategia wyboru trasy według najkrótszej drogi

W tym wariantcie obliczeń założono, że każdy kierowca wybiera najkrótszą w sensie odległości trasę łączącą punkt startowy S z punktem końcowym K – trasę przebiegającą po węzłach i ramionach grafu reprezentującego sieć ulic (rys.1). Obliczoną gęstość ruchu przedstawia rys.4.



**Rys.4.** Gęstość ruchu przy jednorodnym polu prędkości – wariant a)

**Źródło:** oprac. własne

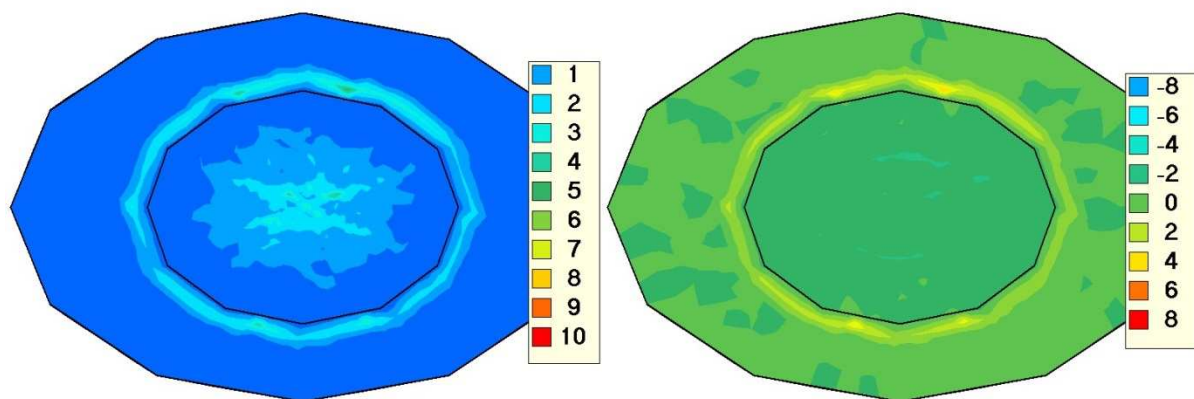
Widoczna w centrum miasta podwyższona koncentracja ruchu wynika z wcześniejszego założenia o położeniu punktów startowych i końcowych z przewagą punktów S i K położonych w pobliżu centrum. Drobne fluktuacje gęstości (na powyższym wykresie, a także na dalszych mapach) wynikają z postaci siatki trójkątów odzwierciedlającej układ ulic i z położenia wylosowanych par punktów Start-Koniec. Identyczne mapy gęstości otrzymano we wszystkich wariantach przestrzennego zróżnicowania prędkości, jako że przy strategii najkrótszej drogi rozkład rzeczywistych prędkości ruchu nie wpływa na przebieg trajektorii ruchu. Kierowca wybierający trajektorię najkrótszej drogi nie zwraca uwagi na zróżnicowanie prędkości poruszania się. Inne obliczone parametry ruchu (tab.1) w postaci średniego czasu podróży, czy średniej prędkości zależą od rozkładu prędkości, lecz trajektorie ruchu, a co za tym idzie mapy gęstości są zawsze jednakowe we wszystkich wariantach przyjętych stref ruchu.

### 3.2. Strategia wyboru trasy według najkrótszego czasu przejazdu

W przypadku jednorodnego pola prędkości poruszania się po mieście strategia wyboru trasy najkrótszej w czasie jest równoważna strategii wyboru trasy najkrótszej względem odległości, trajektorie ruchu są dla obu strategii identyczne. Stąd mapy gęstości oraz inne parametry ruchu (tab.1) są w obu wariantach jednakowe.

## 4. GĘSTOŚĆ RUCHU DLA DWÓCH STREF PRĘDKOŚCI PRZEJAZDU

Rozważano jedynie strategię wyboru trasy najkrótszej w czasie, gdyż jak wykazano powyżej strategia wyboru trasy najkrótszej względem dystansu daje rozkład gęstości ruchu jak na rys.4. Na rys.5 przedstawiono mapę gęstości ruchu oraz mapę różnic gęstości w stosunku do wariantu a).



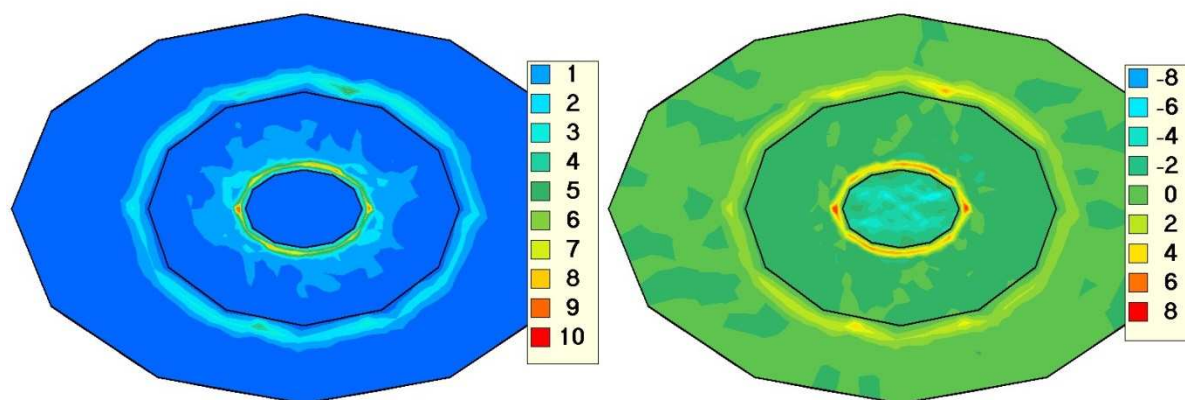
**Rys.5.** Mapa gęstości ruchu dla dwóch stref prędkości w mieście (wariant b) – po lewej; mapa różnic gęstości w stosunku do wariantu a) – po prawej

**Źródło:** oprac. własne

Uwidacznia się większa gęstość ruchu na zewnętrznej granicy obu stref i w konsekwencji mniejsza, w porównaniu z gęstością obliczoną dla wariantu a), gęstość w centralnej części miasta. Wynika to z faktu, że część wyznaczonych trajektorii omija centralną strefę miasta z mniejszą prędkością poruszania się wykorzystując strefę peryferyjną z większą założoną prędkością przemieszczania. Gęstość ruchu na granicy stref wzrosła, w centrum spadła, gęstość maksymalna zmniejszyła się (tab.1).

## 5. GĘSTOŚĆ RUCHU DLA TRZECH STREF PRĘDKOŚCI PRZEJAZDU

Dla zdefiniowanych trzech stref prędkości w mieście również przeprowadzono symulację ruchu przy podanych wyżej założeniach i określono gęstość ruchu (rys.6.).



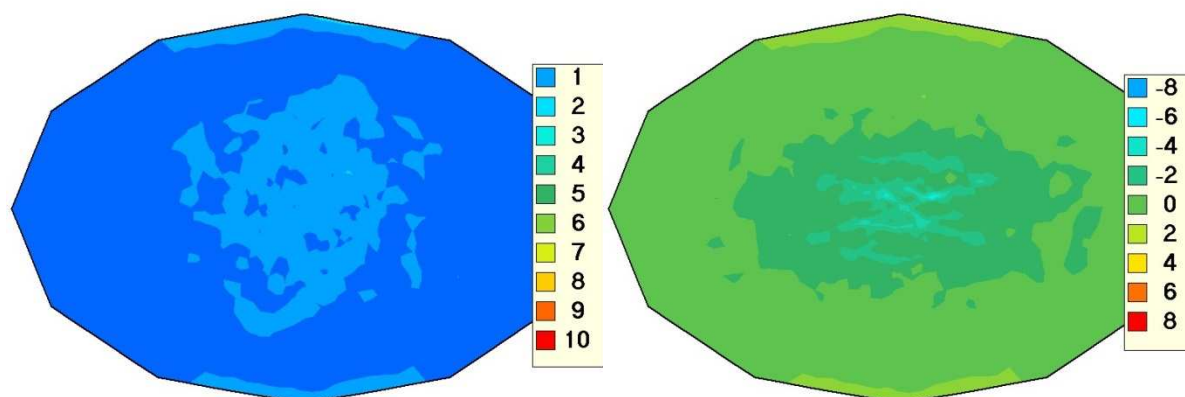
**Rys.6.** Mapa gęstości ruchu dla trzech stref prędkości w mieście (wariant c) – po lewej; mapa różnic w stosunku do wariantu a) – po prawej

**Źródło:** oprac. własne

W tym wariantcie obliczeń także obserwuje się powstanie rejonów zwiększonej gęstości na granicach stref, szczególnie na granicy strefy centralnej i śródmiejskiej. Wynika to między innymi z dużej względnej różnicy pomiędzy prędkościami w obu strefach:  $10\div 30 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ . Gęstość ruchu zdecydowanie zmalała w centrum i wyraźnie wzrosła na granicy strefy I i II (tab.1).

## 6. GĘSTOŚĆ RUCHU DLA CIĄGŁEJ ZMIANY PRĘDKOŚCI PRZEJAZDU

W przypadku ciągłej zmiany prędkości przejazdu w mieście otrzymano rozkład gęstości ruchu przedstawiony na rysunku 7.



**Rys.7.** Mapa gęstości ruchu dla ciągłej zmiany prędkości przejazdu w układzie koncentrycznym (wariant d) – po lewej; mapa różnic w stosunku do wariantu a) – po prawej

**Źródło:** oprac. własne

W tym wariantcie obliczeń nie ma wyraźnej granicy różnicującej pole prędkości. W konsekwencji nie ma wyraźnej granicy zmienności gęstości ruchu. Jest ona największa w centrum miasta, ale mniejsza niż w wariantcie a) dla jednorodnego pola prędkości.

## 7. PORÓWNANIE

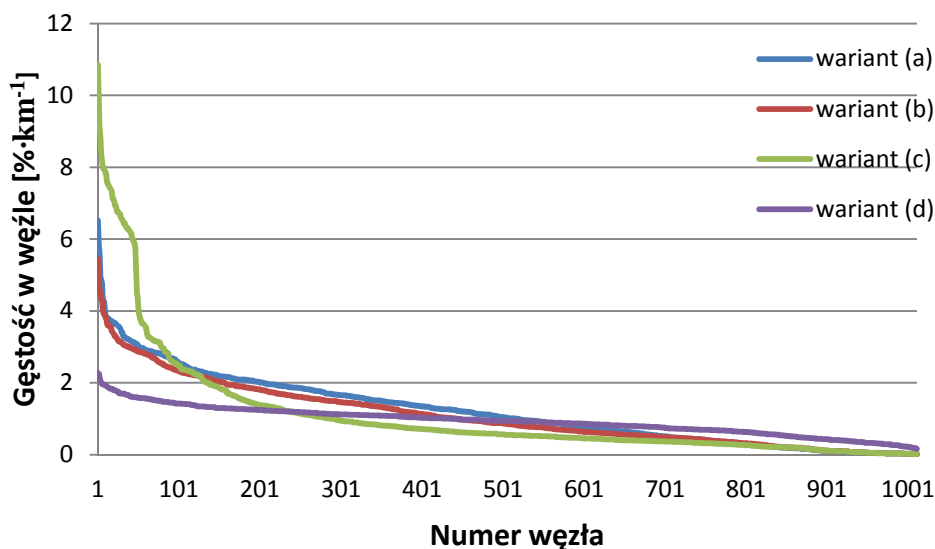
W tab.1 zestawiono charakterystyki ruchu pojazdów i obliczonych gęstości ruchu w czterech wariantach założonych prędkości poruszania się i przy dwóch strategiach wyboru trasy przejazdu: najkrótszy dystans, najkrótszy czas.

**Tab.1.** Charakterystyki ruchu i gęstości dla czterech rozważanych schematów miasta (a,b,c,d) oraz obu rozważanych strategii wyboru trasy (minimalizacja dystansu, minimalizacja czasu)

Parametr	I strefa – wariant (a)		II strefy – wariant (b)		III strefy – wariant (c)		Ciągłe pole v - wariant (d)	
	Min.dyst.	Min.czas	Min.dyst.	Min.czas	Min.dyst.	Min.czas	Min.dyst.	Min.czas
$t_{sr}$	0,30	0,30	0,28	0,26	0,39	0,29	0,58	0,52
$t_{max}$	0,95	0,95	0,76	0,60	1,15	0,64	1,59	0,98
$v_{sr}$	30,00	30,00	32,92	36,41	26,76	34,99	16,62	21,40
$k_{sr}$	1,21	1,21	1,21	1,08	1,21	1,09	1,21	0,94
$k_{max}$	6,52	6,52	6,52	5,44	6,52	10,85	6,52	2,28

**Źródło:** oprac. własne

W I strefie parametry są identyczne niezależnie od wybranej strategii ruchu co w sposób oczywisty wynika z założenia jednorodnego rozkładu prędkości na całym obszarze miasta. W pozostałych wariantach czas średni  $t_{sr}$  i czas maksymalny  $t_{max}$  pojedynczej trajektorii są mniejsze dla strategii najkrótszego czasu. Zjawisko to wynika z omijania stref z najmniejszą prędkością przejazdu kosztem zwiększenia dystansu ale skrócenia czasu. Zwraca uwagę duży wzrost maksymalnej gęstości w wariantcie c) – wzrost na granicy I i II strefy ruchu.



**Rys.8.** Obliczone gęstości ruchu dla rozważanych 4 wariantów układu stref prędkości w mieście

**Źródło:** oprac. własne

Na wykresie 8 przedstawiono obliczone i posortowane od największej gęstości ruchu we wszystkich węzłach, skrzyżowaniach, w zależności od przyjętego wariantu układu stref prędkości w mieście. Najmniejsze gęstości obserwuje się w wersji z ciągłą zmiennością prędkości w mieście (wariant d), a największe w wariantcie (c) – trzech stref prędkości. Z drugiej strony należy zauważyć, że w tym właśnie wariantcie obliczeń uzyskano największą redukcję średniego czasu przejazdu  $t_{sr}$  w stosunku do strategii najkrótszej drogi (tab.1). Na



rys. 5 i 6 widać, że największe obserwowane gęstości występują na granicach obszarów, a w szczególności na granicy centrum i strefy śródmiejskiej.

## PODSUMOWANIE

1. Gęstość ruchu zależy przede wszystkim od założonej przez kierowców strategii wyboru optymalnej trasy.
2. Dla strategii drogi najkrótszej w sensie odległości rejon największej gęstości pokrywa się z centrum miasta.
3. Dla strategii trasy najszybszej (tj. najkrótszej w czasie) powstają rejony zwiększonej gęstości na granicach stref rzeczywistej prędkości poruszania się. Szczególnie istotny wzrost gęstości obserwuje się na styku stref o dużej różnicy dopuszczalnych prędkości.
4. Prezentowany model gęstości ruchu w mieście może być wykorzystany do optymalizacji układu ulic i dopuszczalnych prędkości w celu zmniejszenia gęstości maksymalnych i co za tym idzie zmniejszenia lub likwidacji zatorów.
5. Prezentowana w pracy metoda umożliwia modelowanie ruchu w mieście o dowolnym układzie ulic i dowolnym przestrzennym zróżnicowaniu prędkości poruszania się pojazdów.

## BIBLIOGRAFIA

1. Biham O., Middleton A.A., Levine D., 1992. Self-organization and a dynamical transition in traffic-flow models. *Physical Review A* vol.46 nr 10 6124-6127
2. Chalfen M., Kamińska J., 2013. Algorytm Dijkstry w modelowaniu samochodowego ruchu miejskiego. *Autobusy Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe* 3/2013 p. 1885-1893
3. Cuesta J.A., Martinez F.C., Molera J.M., Sanchez A., 1993. Phase transitions in two-dimensional traffic-flow models. *Physical Review E* vo.48 nr 6 4175-4178.
4. Dijkstra E. W., 1959. *A note on two problems in connection with graphs*. In *Numerische Mathematik*, 1, s. 269–271.
5. Herman R., Prigogine I., *A Two-Fluid Approach to Town Traffic*, *Science New Series*, Vol. 204, No. 4389, pp. 148-151.
6. Jiang Y., Wong S.C, Ho H.W., Zhang P., Liu R., Sumalee A., 2011. A dynamic traffic assignment model for a continuum transportation system. *Transportation Research B* 45 pp.343-363
7. Lighthill M. J., Whitham G.B., *On kinematic waves. II. A theory of traffic flow on long crowded roads*, *Proc. Roy. Soc. London. Ser. A.* 229 (1955), 317-345.
8. Maciejewski M., Maciejewski M., *Przegląd i porównanie mikroskopowych modeli przepływu ruchu*. XI Międzynarodowa Konferencja Komputerowe Systemy Wspomagania Nauki, Przemysłu i Transportu TransComp 2007, Zakopane 2007, s.15-20.
9. TFTM: *Traffic Flow Theory Monographs: Revised Traffic Flow Theory, A state of the Art. Report*. Transportation Research Board, National Academy of Science, USA 2001.

# MODELING OF SPATIAL DISTRIBUTION OF TRAFFIC DENSITY IN URBAN AREA WITH NON-UNIFORM SPEED ZONES

## *Abstract*

*The paper presents mathematical model of traffic flow in the city. The calculations were done on the example of hypothetical medium-sized town of heterogeneous density of streets and various actual speeds of vehicles in different parts of the city. In order to determine optimal route as far as time of travel is concerned, Dijkstra's algorithm for searching cheapest path in graph was used. 10000 routes were generated with start and finish points chosen randomly according to density function defined a priori. On the basis of the optimal routes generated, the maps of traffic density in the town were drawn. The zones of biggest traffic density were determined and they proved to be compliant with the actual zones in existing cities of similar street network structure and allowed speed.*

## *Autorzy:*

dr **Mieczysław Chalfen** – Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, Katedra Matematyki,  
50-357 Wrocław, ul. Grunwaldzka 53, email: mieczyslaw.chalfen@up.wroc.pl

dr inż. **Joanna Kamińska** – Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, Katedra Matematyki,  
50-357 Wrocław, ul. Grunwaldzka 53, email: joanna.kaminska@up.wroc.pl