



Metodyka wykreślania krzywej $\sigma = \sigma(\epsilon)$ z uwzględnieniem sztywności maszyny wytrzymałościowej

Jan GODZIMIRSKI

*Wydział Mechaniki i Lotnictwa, Wojskowa Akademia Techniczna,
ul. gen. S. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa
e-mail: jan.godzimirski@wat.edu.pl*

Artykuł wpłynął do redakcji 28.05.2014. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano 19.11.2014

DOI: 10.5604/20815891.1138367

Streszczenie. Próba statycznego rozciągania jest podstawową próbą wytrzymałościową stosowaną do określania właściwości mechanicznych materiałów konstrukcyjnych, z których najważniejszymi są: granica plastyczności, wytrzymałość doraźna oraz moduł sprężystości wzdłużnej. Współczesne maszyny wytrzymałościowe umożliwiają określenie wartości granicy plastyczności i wytrzymałości doraźnej z dużą dokładnością. Określenie modułu sprężystości wzdłużnej wymaga zastosowania dodatkowo ekstensometru, ponieważ maszyna wytrzymałościowa mierzy jedynie przemieszczenia ruchomej trawersy, a nie wydłużenie badanego materiału. Przemieszczenia te są sumą odkształceń badanej próbki i odkształceń maszyny wytrzymałościowej. Zaproponowano metodykę uwzględniania sztywności maszyny wytrzymałościowej przy określaniu charakterystyki $\sigma = \sigma(\epsilon)$ badanych materiałów. Sztywność maszyny to w przybliżeniu liniowa zależność wydłużenia maszyny od siły. Znając tę zależność, można obliczyć wydłużenie maszyny dla określonej wartości siły. Wydłużenie to należy odjąć od przemieszczenia rejestrowanego przez maszynę, a obliczona różnica będzie wydłużeniem badanej próbki.

Słowa kluczowe: mechanika, próby wytrzymałościowe, sztywność maszyny wytrzymałościowej, krzywe rozciągania

1. WSTĘP

Próba statycznego rozciągania jest podstawową próbą wytrzymałościową stosowaną do określania głównych właściwości mechanicznych materiałów konstrukcyjnych [1]. Maszyny wytrzymałościowe przeznaczone do takich prób umożliwiają badanie próbek o kształtach cylindrycznych lub płaskich (wioselkowych). Maszyna wytrzymałościowa pozwala rejestrować z różną dokładnością, w zależności od klasy maszyny, siłę i przemieszczenie jej ruchomej trawersy. Zadeklarowanie wymiarów badanej próbki pozwala w nowoczesnych maszynach uzyskiwać nie tylko zależności:

$$F = F(\Delta l) \quad (1)$$

gdzie: F – siła,

Δl – przyrost długości próbki, a zasadniczo przemieszczenie ruchomej trawersy maszyny wytrzymałościowej;

ale również:

$$\sigma = \sigma(\varepsilon) \quad (2)$$

gdzie: σ – naprężenie,

ε – odkształcenie.

Najważniejszymi cechami opisującymi właściwości mechaniczne materiałów konstrukcyjnych są [2]:

R_e ($R_{0,2}$) – granica plastyczności,

R_m – wytrzymałość doraźna materiału,

E – moduł sprężystości wzdłużnej.

Próba statycznego rozciągania pozwala dostatecznie dokładnie określić granicę plastyczności i wytrzymałość doraźną badanego metalu, gdyż maszyny wytrzymałościowe z dużą dokładnością rejestrują wartość siły, identyfikacja sił odpowiadająca tym cechom jest jednoznaczna, a pole przekroju poprzecznego próbki zgodnie z normami przyjmuje się za stałe. Określenie wartości modułu sprężystości wzdłużnej badanego materiału wymaga dodatkowego zastosowania ekstensometru będącego na wyposażeniu maszyny wytrzymałościowej, umożliwiającego pomiar wydłużeń materiału na określonym odcinku pomiarowym badanej próbki (zazwyczaj 50 lub 25 mm) lub innego czujnika wydłużeń, np. tensometru rezystancyjnego. Wynika to z tego, że rejestrowane przemieszczenia trawersy maszyny wytrzymałościowej są sumą:

- wydłużenia próbki,
- wbijania się szczęk w części uchwytove próbki,
- wydłużenia kolumn maszyny i zginania jej trawers związanych z ograniczoną sztywnością tych części.

Efekt wbijania się szczęk w części uchwytove próbki można uwzględnić, pomijając początkowy zakres charakterystyki $F = F(\Delta l)$, ale ograniczona sztywność maszyny nie pozwala określić właściwie modułu sprężystości bez zastosowania tensometru lub ekstensometru. Tensometry i ekstensometry mają ograniczone możliwości odkształceń, w związku z tym raczej nie wykorzystuje się ich do określania charakterystyk $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ w całym zakresie odkształceń plastycznych badanych materiałów. Stosowanie ekstensometru wymaga również przygotowania próbki o wymiarach, które umożliwiają jego zamocowanie na jej odcinku pomiarowym. Jest to kłopotliwe przy badaniu próbek o małej wysokości obciążonych na ściskanie.

W monografii poświęconej badaniom właściwości mechanicznych metali [3] zasygnalizowano problem wpływu konstrukcji maszyny, w tym jej sztywności, na charakter wykresu rozciągania. Stwierdzono, że „sztywne zrywarki gwarantują lepsze możliwości zapisu przebiegu krzywej rozciągania i obserwacji obciążenia”. Problem ten szeroko analizowano w pracy [4], stwierdzając, że sprężyste interakcje pomiędzy maszyną wytrzymałościową a badaną próbką powinny być brane pod uwagę przy interpretacji wyników badań poprzez uwzględnienie w obliczeniach sztywności maszyny. Obliczeniowa sztywność jest mniejsza niż sztywność teoretyczna, gdyż składa się na nią również podatność uchwytów lub talerzy oraz uszczelek i smarów. Występowanie niesprężystych elementów w łańcuchu obciążeniowym powoduje, że wraz ze wzrostem obciążenia sztywność układu obciążeniowego nieznacznie się zwiększa. Zaproponowana w pracy [5] metoda obliczania krzywej $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ na podstawie wyznaczonej eksperymentalnie zależności siła – przemieszczanie trawersy w czasie opiera się jednak na liniowej uśrednionej zależności sztywności układu obciążającego, co uznano za dopuszczalne założenie upraszczające.

Pełne charakterystyki $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ materiałów konstrukcyjnych są wykorzystywane do planowania procesów przeróbki plastycznej na zimno oraz do wytrzymałościowych obliczeń numerycznych po przekroczeniu granicy plastyczności materiału. W związku z tym zachodzi potrzeba wyznaczania takich charakterystyk z dużą wiarygodnością. Zaproponowano prostą, opartą na eksperymencie metodykę uwzględniania sztywności maszyny wytrzymałościowej przy określaniu charakterystyk $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ badanych materiałów.

2. ANALIZA PROBLEMU

Wartość modułu sprężystości materiału odczytywana z maszyny wytrzymałościowej bez stosowania tensometru opisuje zależność wynikająca z prawa Hooke’a:

$$E_m = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F \cdot l_0}{\Delta l \cdot A} = \frac{F \cdot l_0}{(\Delta l_{pr} + \Delta l_m) \cdot A} \quad (3)$$

gdzie:

- l_0 – długość pomiarowa próbki,
- Δl – przemieszczenie trawersy maszyny wytrzymałościowej,
- Δl_{pr} – przyrost długości próbki,
- Δl_m – przyrost długości maszyny (wydłużenie maszyny),
- F – siła,
- A – pole przekroju poprzecznego próbki.

Przyrost długości próbki zależy od modułu sprężystości badanego materiału:

$$\Delta l_{pr} = \frac{F \cdot l_0}{A \cdot E_{ek}} \quad (4)$$

gdzie E_{ek} – rzeczywista wartość modułu badanego materiału (wartość modułu określona za pomocą tensometru).

Po podstawieniu zależności (4) do (3) i odpowiednich przekształceniach otrzymujemy:

$$\Delta l_m = \frac{F}{A} l_0 \left(\frac{1}{E_m} - \frac{1}{E_{ek}} \right) = \sigma \cdot l_0 \left(\frac{1}{E_m} - \frac{1}{E_{ek}} \right) \quad (5)$$

Z zależności (5) wynika, że jeśli dla określonej wartości obciążenia (siły F) określimy za pomocą ekstensometru moduł sprężystości materiału w zakresie jego odkształceń sprężystych i dla takiego samego obciążenia bez ekstensometru, to jesteśmy w stanie określić liniową charakterystykę sztywności maszyny:

$$F = F(\Delta l_m) \quad (6)$$

Znając zależność (6) i uzyskując z badań wytrzymałościowych wykres $F = F(\Delta l)$, możemy uwzględnić sztywność maszyny wytrzymałościowej, obliczając dla różnych wartości sił rzeczywiste przyrosty wydłużenia próbki:

$$\Delta l_{pr} = \Delta l - \Delta l_m \quad (7)$$

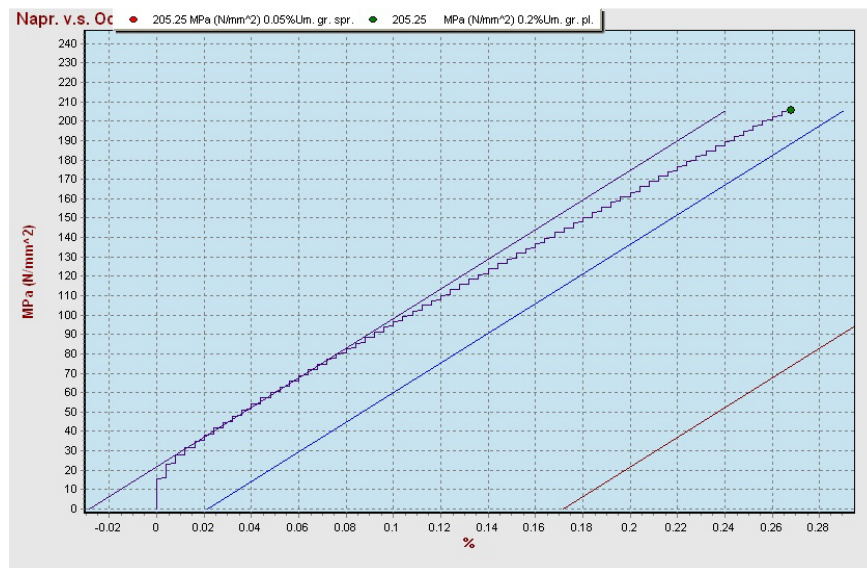
i jej odkształcenie dla znanej długości pomiarowej:

$$\varepsilon_{pr} = \frac{\Delta l_{pr}}{l_0} \quad (8)$$

Pozwala to uzyskać charakterystykę $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ badanego materiału nieobciążoną błędami wynikającymi z ograniczonej sztywności maszyny wytrzymałościowej.

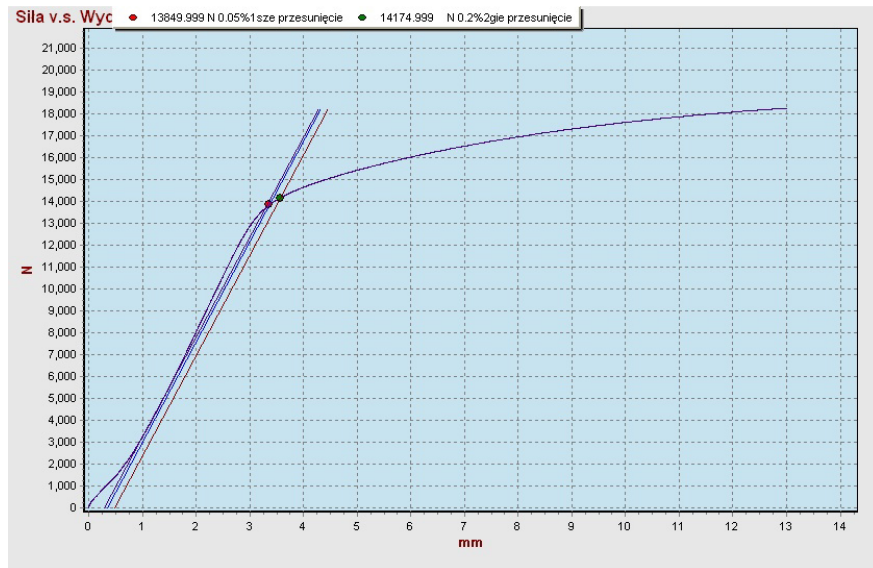
3. BADANIA EKSPERYMENTALNE

W badaniach wykorzystano maszynę wytrzymałościową Hung Ta HT-2402, ekstensometr 3542-025M-025-HT2 o bazie pomiarowej 25 mm oraz płaską próbkę wiosełkową o polu przekroju poprzecznego 40 mm^2 i długości pomiarowej 90 mm wykonaną ze stopu aluminium AW 2024T3. W pierwszym etapie określono wartość modułu badanego materiału, wykorzystując ekstensometr. Wartość modułu odczytano przy naprężeniach 200 MPa (obciążeniu 8 kN), to znaczy poniżej granicy plastyczności zastosowanego w badaniach materiału (rys. 1). Wartość modułu wynosiła 71,8 GPa i była zgodna z danymi literaturowymi. Następnie próbkę odciążono, zdjęto ekstensometr i przeprowadzono pełną próbę rozciągania (rys. 2), odczytując przy naprężeniach 200 MPa wartość modułu rejestrowanego przez maszynę $E_m = 12 \text{ GPa}$.



Rys. 1. Wyniki pomiaru modułu sprężystości materiału AW 2024T3 z wykorzystaniem ekstensometru

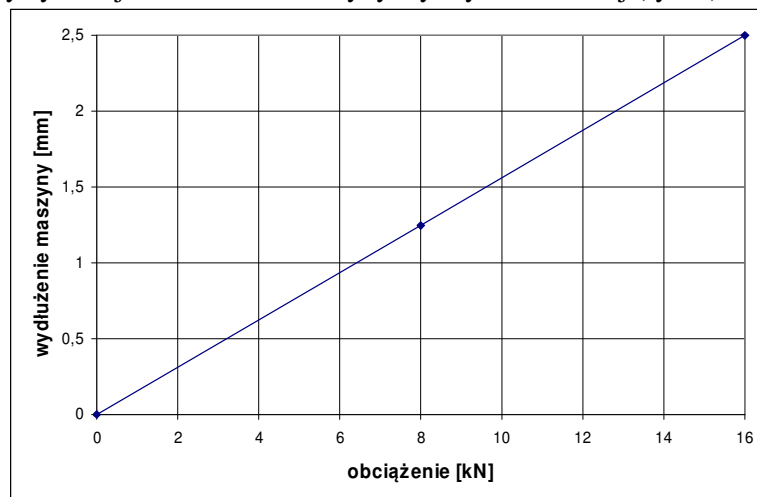
Fig. 1. Results of Young's modulus measurement of AW 2024T3 alloy with use of extensometer



Rys. 2. Krzywa rozciągania materiału AW 2024T3 uzyskana bez ekstensometru

Fig. 2. Force-displacement curve of AW 2024T3 obtained without extensometer

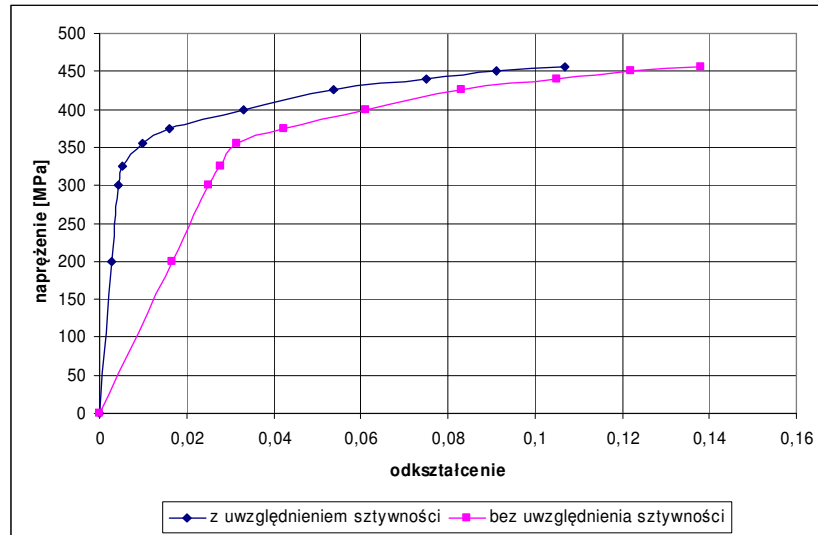
Z zależności (6) wyznaczono charakterystykę sztywnościową wykorzystywanej w badaniach maszyny wytrzymałościowej (rys. 3).



Rys. 3. Charakterystyka sztywnościowa maszyny Hung Ta HT-2402 przy rozciąganiu (rozstaw uchwytów do rozciągania próbek płaskich 90 mm)

Fig. 3. Rigid characteristic of Hung Ta HT-2402 testing machine for the tensile (the spacing of testing machine grips for plane specimens 90 mm)

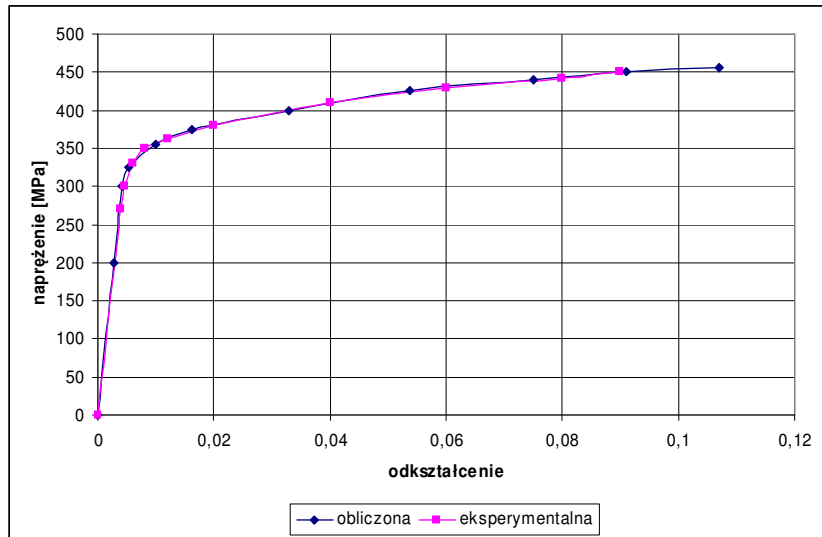
Umożliwiło to określenie odkształceń maszyny wytrzymałościowej przy różnych siłach i uwzględnienie tych odkształceń przy opracowaniu krzywej rozciągania badanego materiału. Na rysunku 4 porównano krzywe $\sigma = \sigma(\epsilon)$ materiału 2024T3 bez uwzględnienia i z uwzględnieniem sztywności maszyny wytrzymałościowej. Jak widać, charakterystyki te różnią się istotnie.



Rys. 4. Porównanie krzywych rozciągania stopu 2024T3 określonych bez uwzględnienia i z uwzględnieniem sztywności maszyny wytrzymałościowej

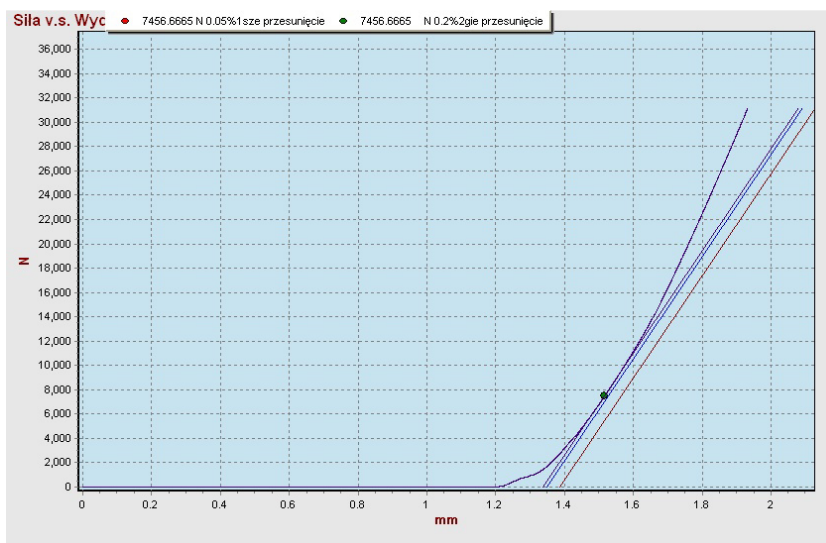
Fig. 4. Comparison of tensile curves for 2024T3 alloy determined with and without consideration of testing machine rigid

W celu sprawdzenia dokładności zaproponowanej metody uwzględniania sztywności maszyny w badaniach wytrzymałościowych, identyczną próbkę z duralu 2024T3 poddano próbie statycznego rozciągania w maszynie wytrzymałościowej Intron 8501 z zastosowaniem ekstensometru DYNAM 2620-603 o długości pomiarowej 50 mm w całym zakresie odkształceń. Na rysunku 5 porównano krzywe $\sigma = \sigma(\epsilon)$: wyznaczoną z zastosowaniem ekstensometru oraz bez ekstensometru z uwzględnieniem sztywności maszyny wytrzymałościowej. Jak widać, różnica dotyczy jedynie wartości odkształceń niszczących, co można zaliczyć do zwykle występujących rozrzutów wyników badań.



Rys. 5. Porównanie krzywych rozciągania $\sigma = \sigma(\epsilon)$ materiału 2024T3 wyznaczonych: eksperymentalnie z ekstensometrem oraz eksperymentalnie bez ekstensometru z uwzględnieniem sztywności maszyny wytrzymałościowej

Fig. 5. Comparison stress-strain curves for 2024T3 alloy determined experimental with extensometer and experimental without extensometer but with consideration of testing machine rigid

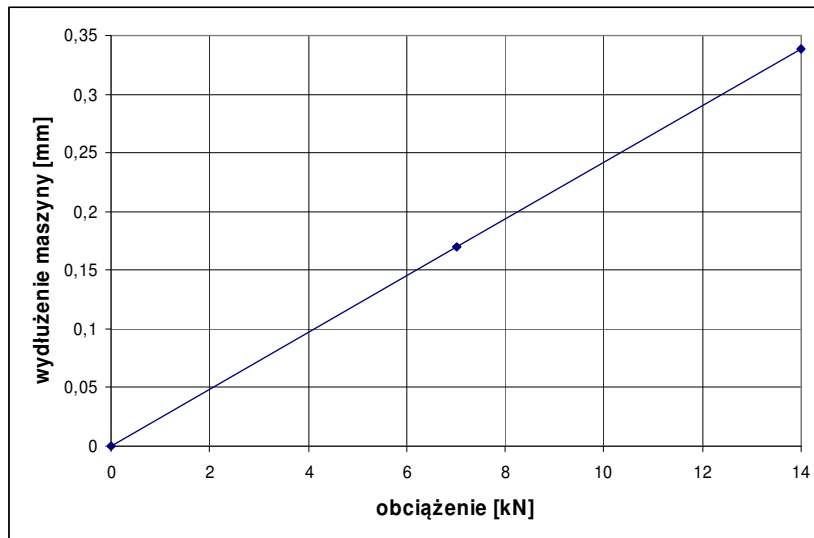


Rys. 6. Wykres ściskania talerzy maszyny wytrzymałościowej Hung Ta HT-2402

Fig. 6. Curve obtained for dished disk compression of Hung Ta HT-2402 testing machine

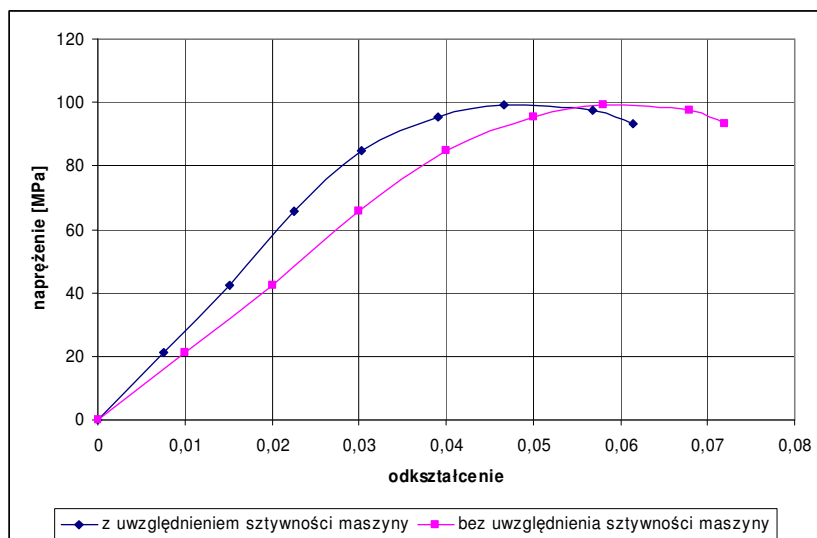
Określenie sztywności maszyny wytrzymałościowej przy ściskaniu jest znacznie prostsze, gdyż w celu jego oszacowania wystarczy przeprowadzić bezpośrednie ściskanie samej tarczy maszyny wytrzymałościowej, pamiętając o tym, żeby robić to z możliwie małą prędkością przemieszczania trawersy (rys. 6).

Wykorzystując uzyskany wykres, określono charakterystykę sztywnościową maszyny przy ściskaniu w zakresie obciążenia od 0 do 14 kN (rys. 7), którą uwzględniono przy wyznaczeniu krzywej ściskania tworzywa epoksydowego L285/H285. Odlaną z tego tworzywa próbkę w kształcie wałeczka o średnicy 12,25 mm i długości 25 mm poddano próbie ściskania z prędkością 2 mm/min. Na podstawie uzyskanego wykresu zależności siły od przemieszczenia trawersy opracowano wykresy zależności naprężeń od odkształceń bez uwzględnienia i z uwzględnieniem sztywności maszyny (rys. 8).



Rys. 7. Charakterystyka sztywnościowa maszyny Hung Ta HT-2402 przy ściskaniu

Fig. 7. Rigid characteristic of Hung Ta HT-2402 testing machine for the compression



Rys. 8. Porównanie krzywych ściskania tworzywa L285/H285 określonych bez uwzględnienia i z uwzględnieniem sztywności maszyny wytrzymałościowej

Fig. 8. Comparison of compression curves for L285/H285 plastic determined with and without consideration of testing machine rigid

Obliczony na podstawie wykresu (rys. 8) moduł sprężystości badanego tworzywa był równy $E = 2800$ MPa. Bez uwzględnienia sztywności maszyny wartość modułu wynosiła $E = 2120$ MPa, a więc błąd był rzędu 25%. W celu sprawdzenia przydatności proponowanej metody uwzględniania sztywności maszyn wytrzymałościowych przy określaniu charakterystyk $\sigma = \sigma(\epsilon)$ materiałów, z tworzywa L285/H285 odlano próbkę wiosełkową o wymiarach przekroju poprzecznego $9,7 \times 7,5$ mm, którą poddano próbie rozciągania i za pomocą ekstensometru określono moduł sprężystości badanego materiału. Wynik pomiaru $E = 2869$ MPa różnił się od określonego zgodnie z proponowaną metodyką o 2,5%, a więc można uznać go za satysfakcjonujący.

4. WNIOSKI

Maszyny wytrzymałościowe charakteryzuje określona sztywność, z czego wynika konieczność stosowania ekstensometrów do precyzyjnego mierzenia odkształceń badanego materiału.

Sztywność maszyny można określić eksperymentalnie, co umożliwi korygowanie odkształceń rejestrowanych przez maszynę (poprzez odjęcie od rejestrowanych odkształceń przez maszynę odkształceń samej maszyny), gdy w badaniach nie jest stosowany ekstensometr.

Zaprezentowana metodyka wymaga każdorazowego wyznaczenia sztywności maszyny, a ściślej układu badawczego, w skład którego wchodzi: maszyna, jej uchwyty oraz badana próbka.

Uwzględnianie sztywności maszyny wydaje się przydatne zwłaszcza przy próbach wytrzymałości na ściskanie próbek o małej wysokości, gdzie mierzenie odkształceń jest wyjątkowo kłopotliwe.

LITERATURA

- [1] Jakubowicz A., Orłoś Z., *Wytrzymałość materiałów*, WN-T, Warszawa, 1978.
- [2] Ashby M.F., Jones D.R., *Materiały inżynierskie – właściwości i zastosowania*, WN-T, Warszawa, 1995.
- [3] Katarzyński S., Kocańda S., Zakrzewski M., *Badanie własności mechanicznych metali*, WN-T, Warszawa, 1967.
- [4] Hockett J.E., Gillis P.P., Mechanical Testing Machine Stiffness. Part I – Theory and Calculations, *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 13, pp. 251-264, 1971.
- [5] Hockett J.E., Gillis P.P., Mechanical Testing Machine Stiffness. Part II – Application to date reduction, *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 13, pp. 265-275, 1971.

Method of $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ Curve Determination Considering Stiffness of Testing Machine

Jan GODZIMIRSKI

Abstract. The tensile test is a basis to determine strength properties in the constructional materials. The most important strength properties of materials are: yield point, ultimate strength, and Young's modulus. The contemporary testing machines make possible to carry out the yield point and the ultimate strength with high accuracy of measurement. The determination of Young's modulus needs to use an extensometer because the testing machine takes the displacement of the testing machine cross-bar but not extension of the tested material. The displacement is the sum of both, tested specimen deformation and testing machine one. The method is proposed to take into consideration the stiffness of the testing machine for determination of stress-strain curves of tested materials. The testing machine stiffness is approximated by a linear force-extension dependence of the machine. Therefore it is possible to calculate the machine extension for definite force. The extension should be taken away of the displacement recorded by testing machine for this force. The calculation result is the extension of a tested sample for definite force. The presented method is especially useful for compression test of short specimens.

Keywords: mechanics, strength testing, testing machine stiffness, stress-strain curve

