

ZAGADNIENIA DRGAŃ SAMOWZBUDNYCH I WZBUDZANYCH KINEMATYCZNIE W KOLEJNICTWIE

Roman Bogacz

prof. dr hab. inż., Politechnika Warszawska, Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych, ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa i IPPT PAN Warszawa

Streszczenie: Praca zawiera omówienie wybranych zagadnień dynamicznych związanych z samo-wzbudnością i kinematycznym wymuszeniem toru. Wskazano zjawiska, które mogą być przyczyną dużych obciążeń toru i jego degradacji oraz zagrożenia wypadkami spowodowanymi zmęczeniem materiału osi zestawów kołowych. Podano możliwe przyczyny powstawania i rozwoju korugacji. Zasygnalizowano alternatywne przyczyny wężykowania pojazdów szynowych. Podano przykłady badań doświadczalnych wskazujących na występowanie obciążeń dynamicznych znacznie przekraczających obciążenia statyczne.

Słowa kluczowe: dynamika toru, korugacje, drgania samowzbudne

1. Wstęp

W warunkach zwiększonych wymagań użytkowych, związanych ze wzrostem obciążenia, wzrostem prędkości oraz ograniczeń generowanego hałasu, badacze, projektanci i eksperci nakłaniani są do uwzględniania różnych zjawisk oraz efektów dynamicznych występujących w kolejnictwie. Wzrost wymagań dotyczących pojazdów i infrastruktury oraz wykorzystywanie nowych technologii wymaga również uwzględniania różnych zjawisk dynamicznych. Jednym z niepoprawnych poglądów, który można znaleźć w podręcznikach i pracach badawczych dotyczących kolejnictwa było dawniej, ale niekiedy przetrwało do dzisiaj mniemanie, że zagadnienia dynamiczne są trudne do analizy, więc nadwyżkę dynamiczną można zastąpić określonym udziałem obciążenia statycznego, np. przyjmując ją w granicach 15-20% nawet w przypadku podwyższonych prędkości przejazdów. Wystarczy w takim przypadku ograniczyć analizę do zagadnień statycznych. Taki pogląd można uważać za uzasadniony w przypadku idealnego stanu toru, skrzyżowań i rozjazdów. Jednak taki stan infrastruktury wymaga znacznych kosztów utrzymania i wyodrębnienia szybkich pojazdów pasażerskich od pojazdów towarowych oraz pojazdów niższej kategorii. Dopiero umożliwienie pomiarów procesów szybkozmiennych pozwoliło na potwierdzenie doświadczalne analiz teoretycznych, z których wynikało, że nadwyżka dynamiczna w przypadku okresowego podparcia

szyny klasycznym węzłem przytwierdzenia przy występujących zwykle nierównościami i innych wadach toru może wynosić nawet kilkaset procent [1]. Jeśli więc europejskie pojazdy i nawierzchnia nie są lepsze od japońskich, to różnica prawdopodobnie leży w jakości i precyzji pomiarów. Omówimy jeszcze kilka zjawisk, co do których eksperci kolejnictwa nie mają pełnej wiedzy na temat przyczyn ich powstawania. Można tu wymienić różne uszkodzenia powierzchni tocznej szyn jak korugacje i fale poślizgowe (nazywane potocznie falistym zużyciem) oraz korugacje i poligonalizacje kół kolejowych. Tego typu uszkodzenia szyn nie były praktycznie rozpoznawane w kraju do końca lat 80-tych ubiegłego wieku. Niektórzy badacze znali zjawisko falistości szyn z literatury i sądzili, że występuje ono tylko na zachodzie Europy, gdzie szyny są niższej jakości od tych z Huty Katowice.

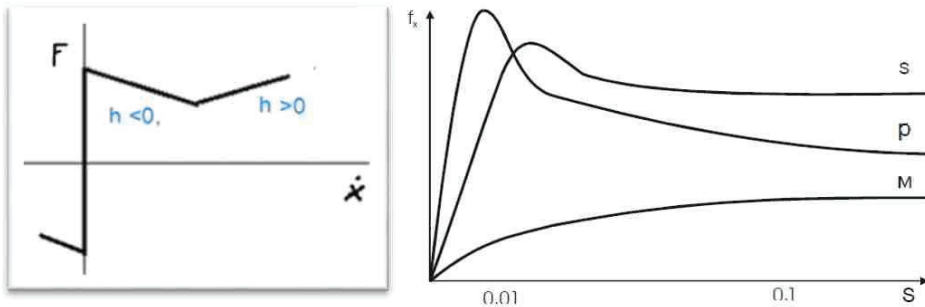
Obecnie zjawiska te zostały częściowo poznane, ale przyczyny powstawania i rozwoju nadal nie są w pełni poznane [2]. Tu warto przypomnieć, że usuwanie korugacji przez specjalistyczne szlifowanie jest zabiegiem kosztownym, ale tylko częściowo usuwa tę wadę. Pozostają bowiem naprężenia własne w szynach. Dalsza eksploatacja powoduje bardziej intensywny wzrost korugacji z zachowaniem pierwotnego ukształtowania. Podobne zjawisko występuje na kołach, jest ono jednak w naturalny sposób usuwane dzięki istnieniu hamulców klockowych, specjalnego, jednoklockowego hamulca dodatkowego lub usuwane przez przetażanie. Znacznie większe problemy stwarzają dłuższe fale na powierzchniach tocznych kół. Tego typu "pofalowanie" lub wielokątowe ukształtowanie nazywane jest poligonalizacją [3, 4]. Aby lepiej zrozumieć powstawanie i rozwój wyżej opisanych zjawisk potrzebna jest podstawowa wiedza na temat propagacji fal w ośrodkach ciągłych, znajomość zagadnień związanych z propagacją fal bieżących w ośrodkach dyspersyjnych generowanych przez ruchome źródła [5] oraz przez ruchome i oscylujące źródła generujące bardziej złożone grupy fal. W takim przypadku dopiero uwzględnienie prędkości grupowej tych fal [6] pozwala na poprawne sformułowanie warunków brzegowych (warunków promieniowania) oraz wyjaśnienie przebiegu zjawisk zachodzących w nieograniczonych strukturach ciągłych. Jeżeli uwzględnimy ponadto przestrzenną okresowość struktury, w której propagują się fale (np. okresowe podparcie szyn lub toru przez estakady, okresowość kół, cykliczność), to możemy określić parametry (częstotliwość) pasm zanikania i pasm przenoszenia danej struktury okresowej [7, 8]. Wybrane aspekty omawianych wyżej zagadnień przedstawiono w dalszej części niniejszego artykułu. Rozważane zagadnienia można podzielić na kinematycznie wymuszone i samowzbudne. Kinematycznie wymuszone, to wzbudzone nierównościami toru lub różną sztywnością podłoża (pomimo braku usterek geometrycznych), dyskretnym rozkładem węzłów przytwierdzenia itp. Jako drgania samowzbudne należy wymienić: drgania wzbudzone nieliniowością charakterystyki tarcia suchego, powodującego powstawanie fal poślizgowych, a także bardzo szybkiego zmęczenia osi zestawów kołowych w wyniku drgań samowzbudnych zestawu kołowego o częstotliwości około 100 Hz i znacznie większym momencie skręcającym. Zjawisko to ma dotychczas tylko niemiecką nazwę „Rollieren” i niemiecki urząd EBA opracowuje kryteria sterowania momentem napędowym, które powinny spełniać nowo dopuszczane

pojazdy szynowe. Następną część niniejszego opracowania poświęcono omówieniu ww. zagadnienia jak i fal poślizgowych generowanych w łukach toru o niewłaściwie dobranej przechyłce. Problem uzupełniono kwestią dużego wzrostu poziomej prędkości przejazdu przez zagłębienia fali nierówności oraz znacznego wzrostu obciążenia (wskutek zwiększenia przyspieszenia w kierunku pionowym). Rezultaty badań teoretycznych potwierdzają wyniki badań eksperymentalnych, dotyczące prędkości wzrostu amplitudy fali korugacji w czasie eksploatacji.

2. Efekty uszkodzeń będące skutkiem drgań samowzbudnych wzbudzanych tarciami

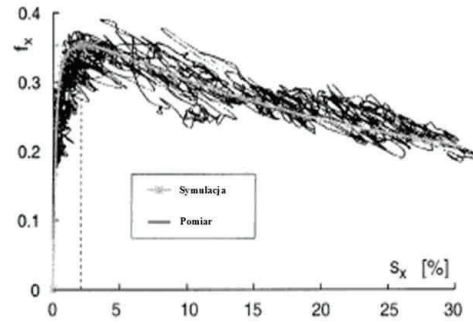
2.1. Korugacja, fale poślizgowe na szynach i drgania samowzbudne osi zastawów kołowych, powodujące zmęczenie materiału osi i połączenia koło-os

Fale poślizgowe generowane zazwyczaj w łukach toru o niewłaściwie dobranej przechyłce powstają jako drgania samowzbudne powodowane negatywną częścią nieliniowej charakterystyki tarcia (model po lewej stronie rys. 1) lub charakterystyki przyczepności (po stronie prawej rys. 1).



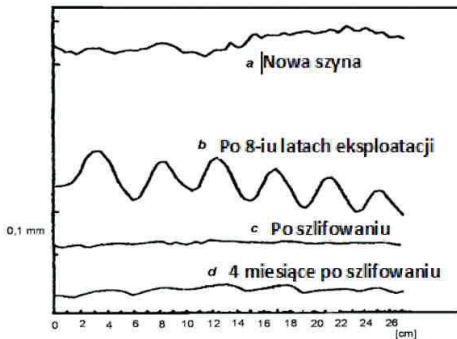
Rys. 1. Charakterystyka tarcia (uproszczony model {8}) i przyczepność w funkcji poślizgu {9}

Charakterystyki przyczepności wg [9] zależą od warunków kontaktu. Po prawej stronie podano trzy charakterystyki, które odpowiadają kolejno: szynie suchej – S, szynie posypanej piaskiem – P oraz szynie mokrej – M. Widoczne jest, że tylko szyna mokra w zakresie poślizgu $S < 0.1$ nie ma ujemnej części charakterystyki. Jednak przejście z szyny suchej na mokrą powoduje, że w przypadku wykorzystania odpowiednio dużego momentu napędowego następuje wzbudzenie drgań skrętnych zestawu kołowego, powodującego nawet ponad dwukrotny wzrost momentu skręcającego z częstotliwością około 100 Hz. Powoduje to istotny wkład do zmęczenia materiału osi napędowej zestawu kołowego. Jako przykład można podać przyczynę katastrofy w Niemczech [11]. Zdjęcie osi ze zmęczeniowym przełomem ilustruje rys. 2, po lewej stronie.



Rys. 2. Zmęczenie materiału osi - przyczyna katastrofy 8.07 2008 Koeln- Dusseldorf {11} (z lewej).
Wynik pomiaru przyczepności lokomotywy na szynie suchej {10} (z prawej).

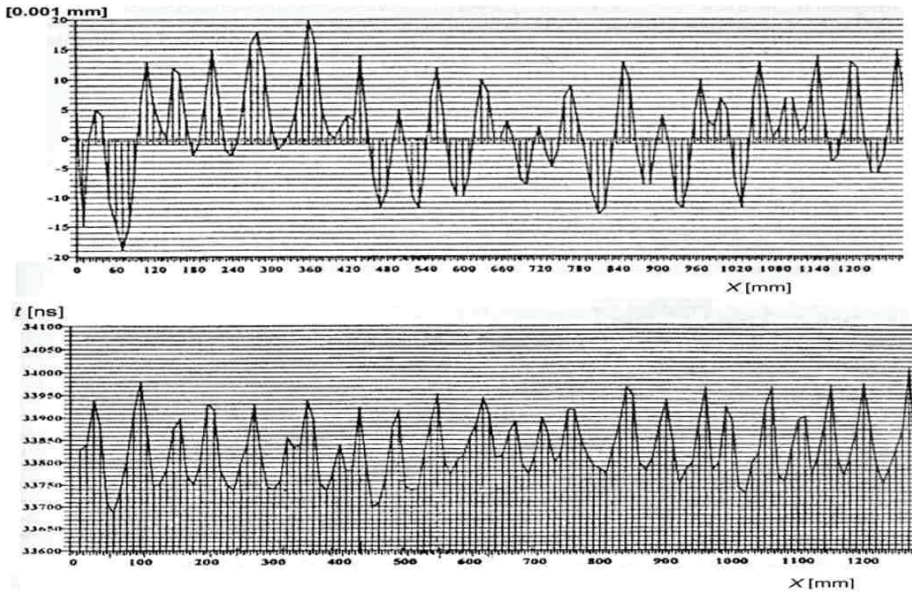
Wzbudzenie drgań tarcim suchym uważano powszechnie za przyczynę wszelkiego rodzaju falistego zużycia szyn, w tym korugacji. Jednak wnikliwe badania wykazały, że ubytek materiału jest nie tylko związany z wycieraniem, gdyż po szlifowaniu pozostają naprężenia własne [12], które świadczą o plastycznym odkształceniu szyn, w szczególności powstałych na prostych torach.



Rys. 3. Kształt powierzchni toczonej szyny począwszy od nowej szyny, po eksploatacji, szlifowaniu i ponownej eksploatacji (z lewej) {12} oraz fale poślizgowe na niedociążonej szynie włuku toru {13}

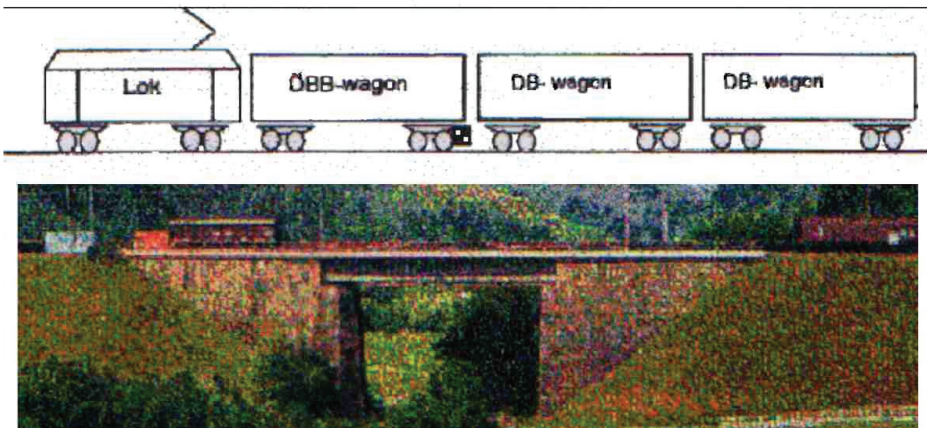
W celu potwierdzenia korelacji fali korugacji ze zmianą wartości naprężeń własnych wycięte zostały odcinki szyn o długości 1250 mm z korugacją, w których zmierzono profil powierzchni toczonej oraz zbadano zmienność wartości naprężeń własnych wzdłuż szyny. Wyniki pomiarów ilustruje rys. 4. Widać, że amplituda nierówności wynosi około $A = 0,015$ mm, długość fali $l = 50$ mm, a różnica czasu przejścia fali $\Delta t = 150$ ns. Można zauważyć jakościową zgodność zmienności kształtu powierzchni toczonej i przebiegu zmian naprężeń. Przyczyny powstawania tak dużych obciążeń, które generują uplastycznienie obu szyn podano w dalszej części artykułu. Co się tyczy przypadku falistego zużycia noszącego nazwę fal poślizgowych, które zostały pokazane na rys. 3. po prawej stronie, to przyczyną ich powstawania jest poślizg wynikający z różnicy promieni toczących się kół wynikającej z przesunięcia osi zastawu względem osi toru. Długość tych fal jest większa

(150-200 mm), a istotnie mniejsze uplastycznienie wynikaz mniejszego obciążenia koła.



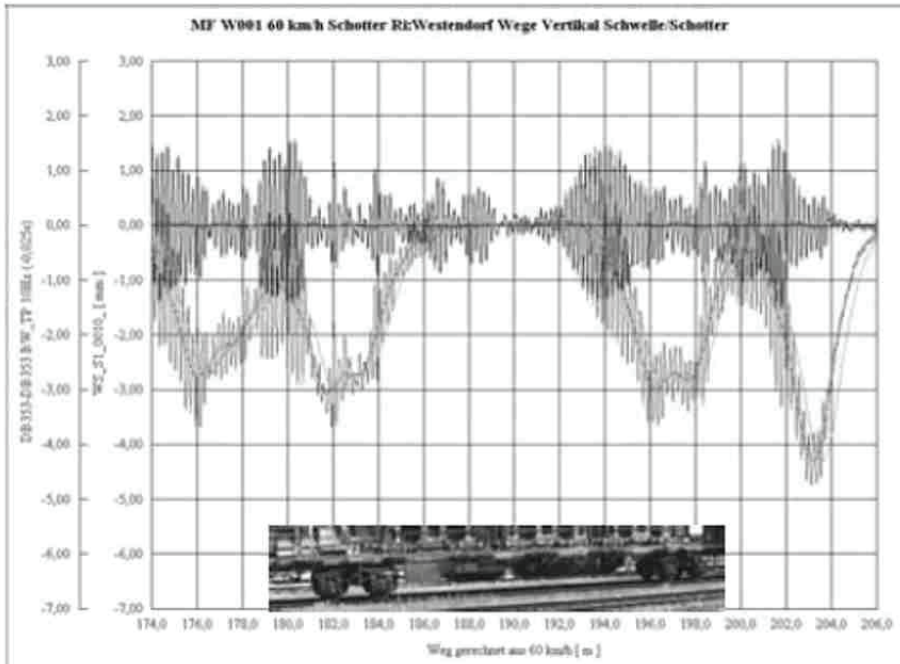
Rys. 4. Profil powierzchni tocznej szyny z korugacją (wyżej) oraz odpowiadająca mu zmiana czasu przejścia fali ultradźwiękowej (naprężeń własnych) (niżej)

Interesujący wydaje się fakt, że tego typu drgania samowzbudne mogą być ograniczane poprzez wzbudzenie dodatkowymi drganiami wymuszonymi, co ogranicza zużycie. Wynika to zarówno z pracy teoretyczno-doświadczalnej [14], jak i badań na odcinku toru z łukiem, na którym uzyskano mniejszą amplitudę fal poślizgowych na wiadukcie, który generuje wyższy poziom drgań toru powodując istotne zmniejszenie korugacji szyn [15]. Wybrane wyniki pracy [16] ilustruje rys. 6. Zjawisko to dotychczas nie zostało praktycznie wykorzystane.



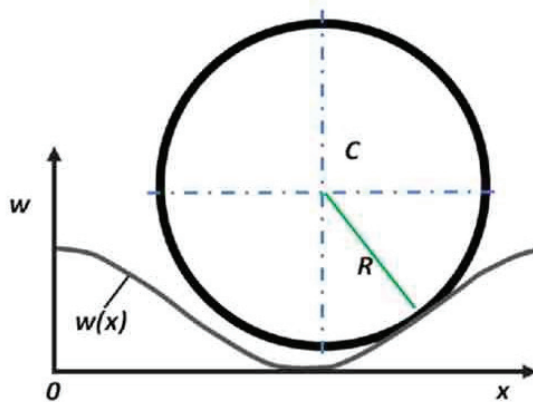
Rys. 5. Pociąg doświadczalny DB AG/ÖBB/SBB i odcinek badawczy z łukiem toru w Brixental (pomiędzy Hopfgarten i Westendorf)

Wyżej opisane wyniki badań przeprowadzone zostały pociągiem doświadczalnym DB AG/ÖBB/SBB (rys. 5.) w ramach wspólnego projektu dotyczącego badań nad korugacją szyn –falami poślizgowymi.



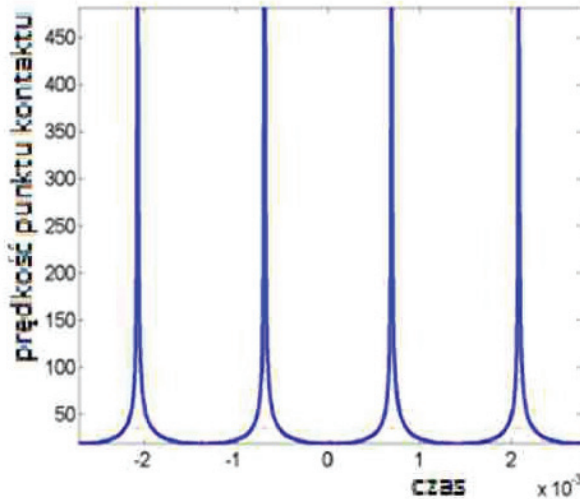
Rys. 6. Wyniki badań eksperymentalnych na torze zakrzywionym przed wiaduktem. Przejazdy pociągu pomiarowego generują drgania o częstotliwości ok. 75 Hz

Wracając do zagadnienia rozwoju korugacji na torze prostym, przez wiele lat nie można było uzasadnić, że poziom obciążenia i jego prędkość przemieszczania jest wystarczająco duża. Jeżeli przesadnie zwiększymy amplitudę korugacji, to otrzymamy obraz pokazany na rys. 7.



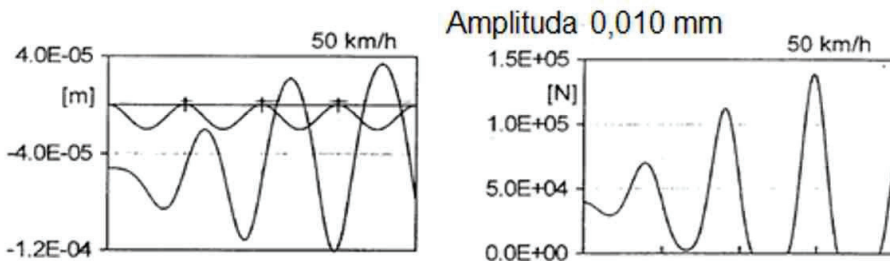
Rys. 7. Koło oddziałujące z szyną (powiększona amplituda korugacji)

W takiej sytuacji łatwo sobie wyobrazić, że składowa pozioma prędkości przemieszczania się punktu kontaktowego jest wielokrotnie większa od prędkości środka koła w kierunku toczenia.



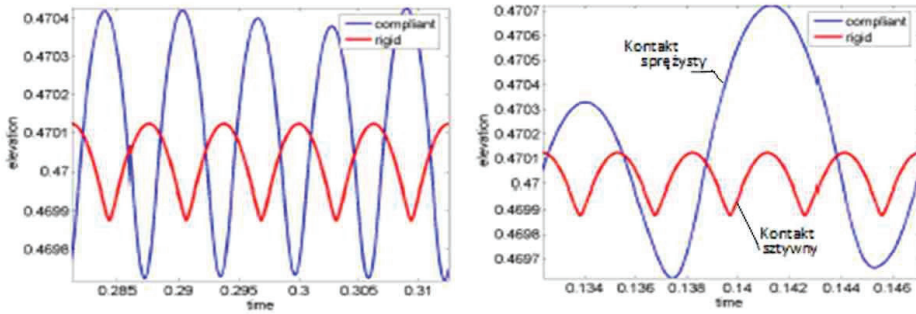
Rys. 8. Zmiana prędkości punktu kontaktu w płaszczyźnie poziomej przy średniej prędkości jazdy 36 km/godz. i amplitudzie $a = 0,030$ mm

Wynik analizy numerycznej w przypadku cosinusoidalnej falistości o długości fali $\lambda = 50$ mm oraz amplitudzie $a = 0,03$ mm przy prędkości 36 km/godz. ilustruje rys. 8 [17]. Widać, że łatwo jest przekroczyć prędkość krytyczną, przy której osiąga się uplastycznienie.



Rys. 9. Fala korugacji i przemieszczenia środka koła w rezonansie (po lewej) oraz siła kontaktowa z początkami utraty kontaktu (po prawej)

Przejazd koła po szynie o amplitudzie fali $a = 0,010$ mm z prędkością rezonansową 50 km/godz. ilustruje rys. 9. Dodatkowym elementem wspomagającym uplastycznienie jest znaczne zwiększenie obciążenia związanego ze wzrostem przyspieszenia w płaszczyźnie pionowej, w szczególności przy prędkości rezonansowej, co ilustrują wykresy podane na rys. 9 i 10.



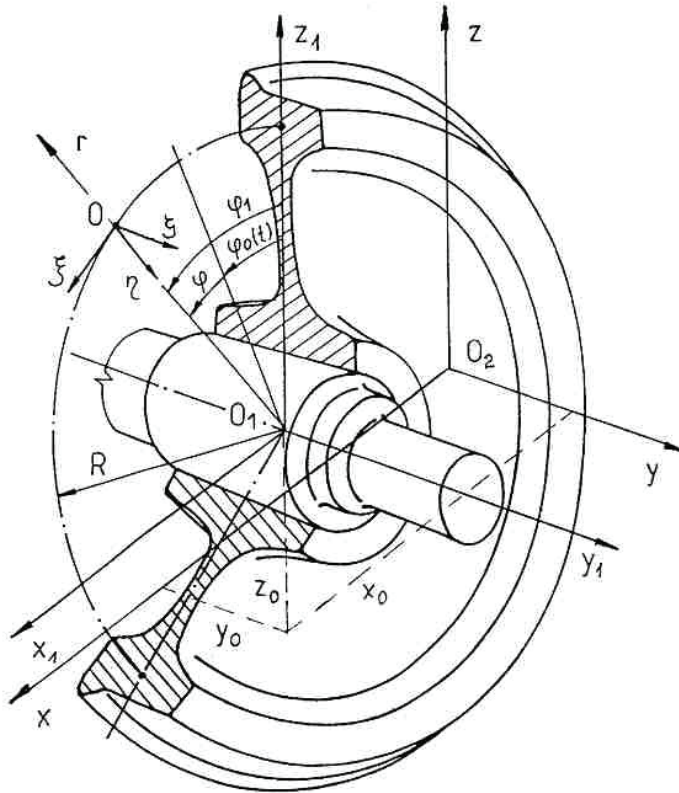
Rys. 10. Trajektorie środka koła w czasie, przypadek kontaktu lekko-sprężystego o słabym tłumieniu, po nieznacznym przekroczeniu rezonansu. Stan ustalony synchroniczny i nieustalony z przeskokami, $a = 0,0025 \text{ mm}$ [18]

Po omówieniu drgań wzbudzanych tarcie należy przypomnieć jeszcze drgania samowzbudne zestawów kołowych generowanych w skutek dynamicznego oddziaływania zestawu, jako układu odkształcanego. Podejście to jest przeciwstawne do popularnego kinematycznego podejścia do wężykowania sztywnego zestawu kołowego w wyniku stożkowatości kół.

2.2. Wężykowanie jako wynik niestabilności ruchu odkształcalnego zestawu kołowego

W dynamicznym podejściu samowzbudności proponuje się model, w którym wieniec koła kolejowego jest modelowany sprężystą, zakrzywioną belką Bernoulliego-Eulera, Rayleigha lub Timoszenki połączoną z osią ciągłym inercyjnym podłożem liniowo-sprężystym typu Winklera. Podłoże sprężyste tworzy tarczę koła. Do rozważań przyjęto koło wirujące wokół osi y_1 , którego środek O_1 może dodatkowo przemieszczać się względem osi x, y, z odpowiednio o wartość $x_\sigma, y_\sigma, z_\sigma$. Środek koła O_1 pokrywa się ze środkiem krzywizny osi obręczy. Na rys. 11. podane zostały układy współrzędnych wykorzystywanych do modelu matematycznego [19]. Są to:

- biegunowe układy współrzędnych r, φ i r, φ_1 o biegunie w środku koła O_1 , układ r, φ jest sztywno związany z wirującym kołem,
- prostokątny prawoskrętny układ ξ, η, ζ , którego początek O leży na geometrycznej osi wienca, zmienną przestrzenną φ lub φ_1 wykorzystujemy do opisu przemieszczeń, naprężeń oraz kształtuprzekroju poprzecznego wienca na jego obwodzie,
- prostokątny prawoskrętny układ x_1, y_1, z_1 o początku O_1 powstały w wyniku translacji układu x, y, z . Płaszczyzna x_1, z_1 jest płaszczyzną geometrycznej osi wienca.



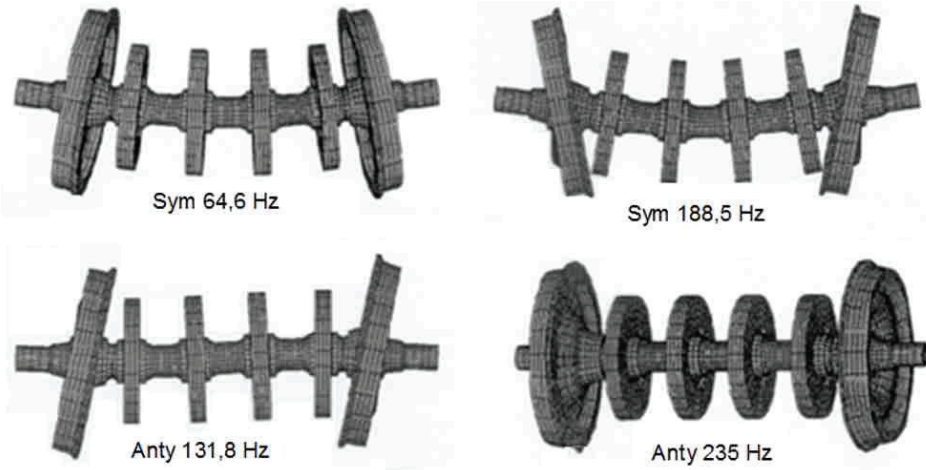
Rys. 11. Układy współrzędnych związane z kołem

Przez geometryczną oś wieńca (o promieniu krzywizny R) rozumie się miejsce geometryczne przekrojów poprzecznych nieodkształconego wieńca koła. Do matematycznego modelowania dynamiki koła uwzględniającego trzy składowe przemieszczenia oraz drgania skrętne wieńca potrzebujemy czterech równań różniczkowych cząstkowych typu parabolicznego lub hiperbolicznego. Do opisu zastawu kołowego przy założeniu, że oś jest sztywna potrzeba zatem 14 równań różniczkowych:

- 8 równań do opisu ruchu dwóch kół,
- 3 równania ruchu środka masy,
- 3 równania obrotów względem środka masy.

Zadając stałą prędkość ruchu wzdłuż toru (osi x) oraz wykorzystując symetrię i asymetrię zestawu kołowego możemy zredukować liczbę równań do 9 (4 równania ruchu wieńca, 3 równania obrotów oraz 2 równania przemieszczeń środka masy).

Przykłady postaci drgań zestawów podane zostały na rys. 12.



Rys. 12. Postaci i częstotliwości drgań własnych zestawu kołowego

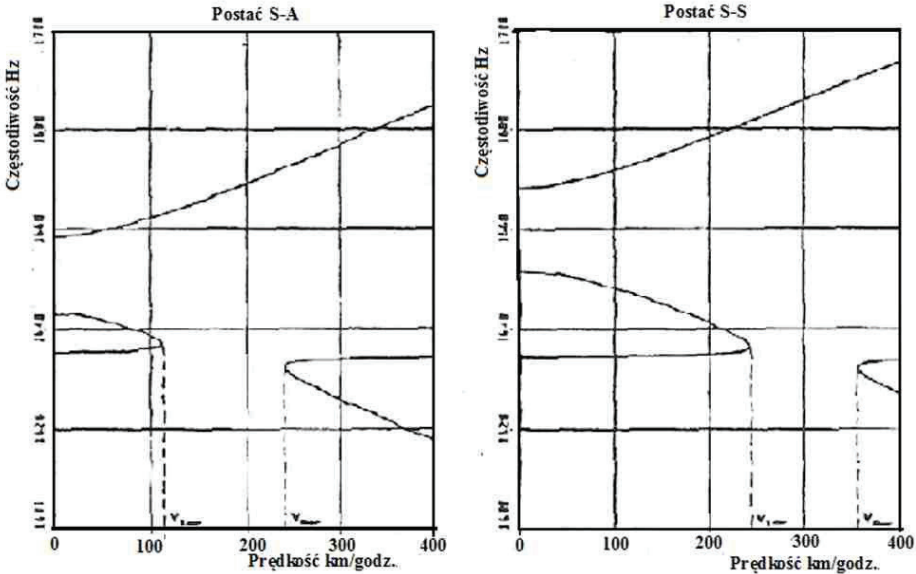
Wykorzystując oscylacyjne i falowe rozwiązania układu równań ruchu otrzymamy postaci ruchu zestawu kołowego, które są podane w następującej tabeli:

Postać	Ruch w pł. pionowej	Ruch w pł. poziomej	Postać	Ruch w pł. pionowej	Ruch w pł. poziomej
S-S			A-S		
S-A			A-A		

Z postaci drgań zestawu kołowego podanych w powyższej tabeli wynika, że w przypadku formy S-S następują tylko drgania w płaszczyźnie pionowej, zachowuje się prostoliniowy ruch zestawu kołowego oraz prostopadłość osi do toru. W przypadku postaci Sym-Anty zachowuje się prostopadłość osi zestawu, ale występuje nieznaczne wężykowanie zastawu. W przypadku postaci Anty-Sym na-

stępuje wzrost amplitudy wężykowania z drganiami skrętnymi osi w obu płaszczyznach, ze skróceniem fali wężykowania. W ostatnim przypadku otrzymujemy dużą amplitudę wężykowania ze skróceniem osi oraz jej przesunięciem w płaszczyźnie poprzecznej. W tym przypadku możliwa jest najmniejsza długość fali korigacji i poligonalizacji, powstałej w wyniku dynamicznego oddziaływania zestawu kołowego z torem.

Drgania wymienione w powyższej tabeli mogą występować w wyniku kinematycznego wymuszenia, spowodowanego nierównościami toru. Jednak bardziej intensywne są drgania samowzbudne występujące w zakresie prędkości 110-140 km/godz. o postaci S-A oraz 240-360 km/godz. w przypadku postaci S-S, co ilustrują wykresy przedstawione na rys. 13. W przypadku sprzężystym, w wymienionych zakresach częstotliwości występują pierwiastki zespolone, parami sprzężone. Jedna z par powoduje eksponencjalne zanikanie drgań, a druga ich narastanie. Jest oczywiste, że występujące w rzeczywistości nieliniowości ograniczają narastanie oscylacji poprzez powstawanie cykli granicznych.



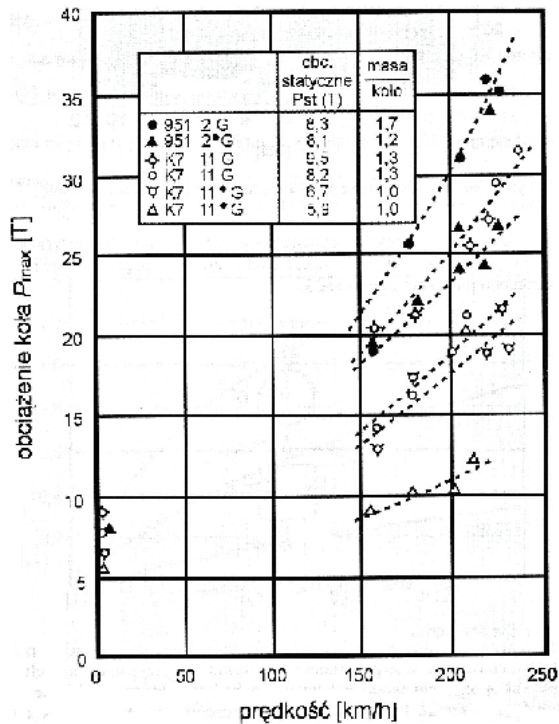
Rys. 13. Ukształtowanie częstotliwości drgań własnych w funkcji prędkości jazdy z zakresami niestacystości

3. Dynamiczne obciążenie toru wzbudzone kinematycznie

Nadwyżka dynamiczna spowodowana kinematycznym wymuszeniem zarówno przez nierówności toru (szyn) i inne wady toru, jak również okresowe podparcie szyn klasycznymi węzłami przytwierdzenia może wynosić nawet wielokrotność obciążenia statycznego. Wyniki pomiarów świadczące o takiej dynamicznej nadwyżce uzyskali badacze ABB na liniach kolejowych Szwecji, mierząc naprężenia na tarczy koła [13] oraz badacze Japońskiego Instytutu Kolejnictwa na linii To-

kaido mierząc obciążenie na kilka sposobów, w tym mierząc nacisk na przekładkę w węzle przytwierdzenia [1]. Rezultaty badań japońskich, ilustrujące maksymalne obciążenia przypadające na jedno koło w zależności od typu zestawu, obciążenia statycznego i masy zestawu przypadającej na jedno koło w funkcji prędkości podane zostały na rys. 14. Możemy zauważyć, że w przypadku masy jednostkowej granicach $M = 1,0 - 1,7$ tony/koło i obciążenia statycznego $P_{st} = 5,5 - 9,5$ tony/koło, największe pomierzone obciążenie dynamiczne przy prędkości 240 km/godz. wynosi 37 ton, a więc jest równe 446% obciążenia statycznego (co odpowiada największej masie/koło). W przypadku największego obciążenia statycznego wynoszącego 9,5 tony/koło i masy $M = 1,3$ tony/koło ma $P_{max} = 27$ ton/koło, co stanowi 284% obciążenia statycznego. W przypadku najlżejszego zestawu kołowego o masie $M = 1,0$ tony/koło i $P_{st} = 5,5$ tony/koło $P_{max} = 12$ ton/koło, co stanowi najmniejszą wartość wynoszącą około 218% obciążenia statycznego.

Pomiar obciążenia dynamicznego wykonany przez ABB wykazał większe wartości przy prędkości 165 km/godz., przy czym częstotliwość wskazywała wyraźnie na rezonans związany z okresowym rozkładem podkładów. Pomiar naprężenia na tarczy koła nie zapewnia jednak, że takie obciążenie jest przekazywane na tor. Rozwiązaniem, które może istotnie zmniejszyć obciążenia dynamiczne powodowane okresowym rozkładem podkładów może być zaburzenie okresowości rozkładu podkładów[20].



Rys. 14. Dynamiczne obciążenie toru w zależności od prędkości. Pomiary na linii Tokaido w Japonii

4. Podsumowanie

W pracy przedstawiono wybrane zagadnienia dynamiczne związane z samowzbudnością i kinematycznym wymuszeniem wskazujące na zjawiska, które mogą być przyczyną dużych obciążeń toru i jego degradacji oraz zmęczenia osi zestawów kołowych. Zasygnalizowane zostały prawdopodobne przyczyny powstawania korugacji szyn i kół kolejowych oraz poligonalizacji kół.

Omówiono kilka postaci wężykowania, jako efekt dynamicznego oddziaływania zestawów kołowych z torem będącego alternatywnym podejściem do kinematycznego wyjaśniania tego zjawiska, m.in. w [9].

Jako dowód na duże dynamiczne obciążenie toru wzbudzone kinematycznie podano wyniki badań japońskich, prowadzonych przed dwudziestu laty pod kierunkiem prof. Y. Sato. Wspomniano również o badaniach szwedzkich, które wykazały również bardzo duże przeciążenia dynamiczne, nawet na torach dobrze utrzymanych.

Bibliografia

- [1] Sato, Y., Japanese studies on deterioration of ballasted track. *Veh. Syst. Dyn.* 24, 197–208 (1995).
- [2] Bogacz R., Frischmuth K., On some new aspects of contact dynamics with application in railway engineering. *J. Theor. and Appl. Mech.*, 50.1., pp. 119-129, Warsaw 2012.
- [3] Bogacz R., Dzuła S., Dynamic model of rolling non-symmetric wheel vibration (in Polish) *Scientific Papers, Radom Univ. of Technol.*, 1(17) 2003, pp.39-46.
- [4] Bogacz R., On dynamics and stability of continuous systems subjected to distributed moving load. *Ing. Archiv.* 1983, pp. 243-25.
- [5] Bogacz R., Krzyżyński T. and Popp K., On the generalization of Mathews problem of the vibration of a beam on elastic foundation. *Z. angew. Math. Mech.* 69 (1989) 8, pp. 243-252.
- [6] Bogacz R., Krzyżyński T. and Popp K., Application of Floquet's theorem to high-speed train/track dynamics. *DSC-vol.56/DE/vol.86, Advanced automotive technologies, ASME Congress 1995*, pp. 55-61.
- [7] Bogacz R., Krzyżyński T. and Popp K., Wave propagation in two dynamically coupled periodic systems. *Proc. International Symposium on Dynamic of Continua, Bad Honnef, Shaker Verlag 1998*, pp. 55-64.
- [8] Bogacz R., Ryczek B., Almost periodic vibration excited by dry friction. *Mechanics and Mechanical Engineering*, 2000, Vol. 4, No. 2, pp. 197-212.
- [9] Haigermoser A., *Schienenfahrzeuge, Vorlesungskriptum*, Technische Universitaet Graz. 2002.

-
- [10] Lang W., Roth G., Optymale Kraftschlussausnutzung bei Hochleistung Schienenfahrzeugen. Eisenbahntechnische Rundschau 42 (1993) 61-66.
 - [11] Konop J., Praca doktorska, Politechnika Warszawska, SiMR, 2015.
 - [12] Centre for Railway engineering. CRE-LTS. Reference Manual, Central Queensland University Rockhampton, Australia, 2001.
 - [13] Bogacz R., Meinke P., On evaluation of wheel sets and railway track quality. Scientific papers of Vehicle Institute, Warsaw Univ. of Technol. 1(60)/2006. pp.15-20.
 - [14] Bogacz R., Świdzki Z., The rail damages caused by dynamic interaction of rail vehicles. XX Symposium of Experimental Mechanics of Solids. Polonica Zdrój, 2002, pp. 67-72.
 - [15] Bogacz R., Ryczek B., Frictional Phenomena in dynamical systems with external excitation. Meccanica - International Journal of the Italian Association and applied Mechanics, Kluwer Ac. Press, 2003, pp. 711-717.
 - [16] Bogacz R., Frischmuth K., Meinke P., Stephanides J., Zur Stabilität des Spurkranzanlaufs. INNO Trans 2002. BahnBau, Berlin 2002, pp.1-20, CD.
 - [17] Bogacz R., Kowalska Z., Computer simulation of the interaction between a wheel and a corrugated rail. Eur. J. Mech. A/Solids 20, 2001, pp. 673-684.
 - [18] Bogacz R., Frischmuth K., On some new aspects of contact dynamics with application in railway engineering. J. Theor. and Appl. Mech., 50.1, Warsaw 2012. pp. 119-130.
 - [19] Bogacz R., Dzuła S., Dynamics and stability of wheelset/track interaction modelled as continuous system. In: Dynamics of Continua. Eds. D. Besdo and R. Bogacz, Shaker Verlag 1998, pp. 35-44.
 - [20] Bogacz R., Czyczula W. and Konowrocki R., Influence of Sleepers Shape and configuration on train-track dynamics. Shock and Vibration 2014 ID 393867, pp.7. doi.org/10.1155/2014/393867.