

Leon Prochowski

Wojskowa Akademia Techniczna
ul. Gen. Urbanowicza 2, 00-908 Warszawa
E-mail: leon.prochowski@wat.edu.pl

Ocena procesu narastania przebiegu podczas eksploatacji samochodów ciężarowych w kilku kategoriach pojemności silnika

***Słowa kluczowe:** przebieg samochodów, eksploatacja samochodów, samochody ciężarowe, ocena przebiegu samochodów*

Streszczenie

W czasie wieloletniej eksploatacji samochodów zmianie ulega intensywność ich użytkowania oraz zakres realizowanych zadań transportowych. Zmiany te są rezultatem analizy kosztów eksploatacji, niezawodności oraz osiąganych parametrów trakcyjnych. Zmiany w procesie eksploatacji, które zachodzą wraz z wiekiem samochodów, analizowano na podstawie przebiegu prawie 9000 samochodów ciężarowych. Analizowany jest dwudziestoletni okres eksploatacji pojazdów. Rezultaty tej analizy wykorzystano podczas estymacji modeli matematycznych, które opisują zasadnicze cechy procesu narastania wartości przebiegu, pojawiające się w ostatnich latach wraz z intensywnym wzrostem transportu drogowego w Polsce. Opracowano modele narastania przebiegu w siedmiu kategoriach pojemności silnika. Podano współczynniki równań tych modeli oraz dokonano wszechstronnej oceny dokładności obliczonych na ich podstawie wartości przebiegu. Obliczone względne miary rozrzutu wartości przebiegu z tych modeli nie przekraczają 12% od wartości średnich, wyznaczonych z danych eksperymentalnych.

Zaproponowano procedurę postępowania, która prowadzi do wyznaczenia oceny procesu narastania przebiegu i jest oparta na dotychczasowych doświadczeniach w tym zakresie. Pokazano, że proces narastania przebiegu ma silny związek z pojemnością silnika. Proces narastania przebiegu jest ważnym źródłem informacji podczas planowania eksploatacji pojazdów, prognozowania kosztów, a także oceny emisji spalin i zużycia energii w całym cyklu eksploatacji samochodów w firmach transportowych.

1. Wprowadzenie i analiza stanu zagadnienia

Samochody ciężarowe są dobierane do planowanych zadań transportowych. Podczas tego doboru istotne znaczenie ma m. in.: ładowność, masa własna, zużycie paliwa, pojemność silnika. Czynniki te są ze sobą wzajemnie powiązane, np. pojemność silnika ma wpływ na moc i zużycie paliwa. W czasie wieloletniej eksploatacji samochodów zmianie ulega intensywność ich użytkowania oraz zakres realizowanych zadań transportowych. Podstawową miarą intensywności eksploatacji pojazdów jest tempo narastania ich przebiegu. Wartości przebiegu samochodów są podstawą do planowania eksploatacji i prognozowania kosztów. Przebieg samochodów jest analizowany w różnym zakresie podczas oceny ryzyka ubezpieczeniowego [6, 15], emisji spalin [1, 5, 12, 27], kosztów paliwa, opon, części zamiennych [16, 23]. W tej tematyce dominują artykuły dotyczące intensywności użytkowania samochodów osobowych [5, 6, 9, 12, 23]. Jednak średnioroczny przebieg dużych samochodów ciężarowych (SC) jest wielokrotnie większy niż

samochodów osobowych (SO). Przykładowo, w Wielkiej Brytanii przebieg ten w 2006 roku był ponad 3,5 razy większy [25]. Dodatkowo, intensywność eksploatacji SO w ostatnich latach maleje [13, 20].

W Polsce mamy wysokie tempo przyrostu ruchu samochodów ciężarowych [14]. Przebieg samochodów ciężarowych o dopuszczalnej masie całkowitej (dmc) do 3,5 t często jest porównywany do samochodów osobowych [23, 26]. Lekkie samochody ciężarowe realizują głównie zadania transportu dystrybucyjnego. W katalogach [7] przebieg SC do 3,5 t po 10 latach eksploatacji jest większy o 30% niż samochodów osobowych (przy porównywalnej pojemności silnika). Natomiast w grupie samochodów ciężarowych powyżej 3,5 t przebiegi te są ponad 300% większe niż samochodów osobowych. Coraz częściej rozważa się negatywne skutki transportu drogowego, w tym koszty zewnętrzne obejmujące m. in. skutki emisji spalin oraz wysoką ofiaro-chłonność wypadków [4,18]. W Wielkiej Brytanii liczba ofiar śmiertelnych wypadków z udziałem kierowców pojazdów Heavy Goods Vehicles (HGVs) wynosi 1,8 na 100 milionów kilometrów i jest dwa razy większa niż udział kierowców osobowych samochodów [2]. Wysoka intensywność eksploatacji samochodów ciężarowych jest czynnikiem determinującym tempo wymiany parku samochodowego w Polsce. W rezultacie SC do 5 lat wykonują 49,5%, a w wieku do 10 lat aż 82,4% zadań transportu ładunków (w tona-kilometrach) [22, 24]. Samochody ciężarowe mające ponad 20 lat są rzadko spotykane na drogach, a ich udział w pracy przewozowej wynosi 0,5 proc. [19].

Celem pracy jest ocena procesu narastania przebiegu samochodów ciężarowych wraz z upływem lat ich użytkowania. Ocena ta zostanie oparta o wskaźniki, które odnoszą się do kilku miar odległości modelu od danych empirycznych. Zagadnienie zostanie rozważone w powiązaniu z wartością pojemności silnika. Opracowane modele ułatwią analizę dynamiki narastania przebiegu, wykrycie zasadniczych tendencji i wyodrębnienie trendów rozwojowych w kolejnych okresach eksploatacji. Modele procesu narastania przebiegu często są zasadniczym źródłem informacji podczas obliczeń prognostycznych tendencji oraz wartości wskaźników, które wspomagają zarządzanie eksploatacją parku samochodowego. Prowadzone badania w tym obszarze dostarczają informacji wyprzedzających o narastaniu przebiegu samochodów, tempie osiągania przebiegu planowanego lub docelowego, aktualnym stopniu jego wykorzystania oraz czasie opłacalnego użytkowania samochodu, zakończenia użytkowania, wymiany taboru lub wprowadzenia zmian w jego eksploatacji [3, 10, 11, 21].

Opracowanie to zawiera kilka etapów, m.in. analiza danych, estymacja modeli i oszacowanie ich dokładności. Szczegółowe i aktualne dane o intensywności eksploatacji SC, oparte na dużym zbiorze danych nie są łatwo dostępne. Brakuje danych o procesie narastania przebiegu samochodów dostawczych i powiązania tego procesu z pojemnością silnika. Brakuje aktualnej informacji, jak rosnąca liczba i różnorodność SC wpłynęła na intensywność ich eksploatacji w Polsce ?

2. Charakterystyka zbioru danych

Informacje o samochodach i ich przebiegu zgromadzono na podstawie:

- badań ankietowych wśród kierowców SC;
- informacji o przebiegu i parametrach samochodów podczas badań kontrolnych na Okręgowych Stacjach Kontroli Pojazdów (OSKP);
- analizy protokołów powypadkowych samochodów ciężarowych.

Zbiór zawiera m. in. podstawowe dane techniczne pojazdu, datę pierwszej rejestracji oraz przebieg w Polsce. Ze zbioru wykluczono samochody specjalne i o ładowności poniżej 500 kg, realizujących przebiegi poniżej 100km/mies. i powyżej 25000 km/mies.; górna granica

wynika z ograniczonej możliwości praktycznej realizacji tak dużego przebiegu w warunkach polskiego ruchu drogowego. Dominujące modele samochodów w zbiorze danych podano w tabelach 1a i b.

Tabela 1a. Samochody ciężarowe należące do grupy $dmc \leq 3,5t$

Kategorie pojemności silnika, ccm	Marka i modele	Dmc, tony	Przykładowe wartości pojemności silnika, ccm
Do 1499	Citroen Berlingo 1.4; Fiat Doblo Cargo; Opel Combo CDTI; Peugeot Partner 1.4; Renault Kangoo Express III dCi; Volkswagen Caddy 1.4, Caddy Maxi	1,6; 1,7; 1,9; 2,2; 2,3; 2,4	1197; 1248; 1360; 1390; 1461
1500-1999	Citroen Berlingo 1.9D, Berlingo II 1.6 HDI; Fiat Doblo Cargo JTD; Ford FT 280; Opel Combo Diesel, Combo 1.7D, Vivaro CDTI; Peugeot Partner II HDI; Renault Kangoo D, Trafic DCI; Volkswagen Caddy 1.9SDI, Transporter T5 TDI	1,6; 1,8; 1,9; 2,0; 2,2; 2,7; 3,0	1560; 1686; 1868; 1870; 1896; 1910; 1968; 1995; 1999
2000-2499	Citroen Jumper 35HDI; Fiat Ducato 30MJ; Ford FT FT 350 TDCi, Transit; Mercedes Sprinter 208,...., 313, Vito 110, 115; Opel Vivaro CDTI; Peugeot Boxer 335 HDI; Renault Master dCi, TD, Trafic dCi; Volkswagen Transporter T4 SD	2,6; 2,7; 2,8; 2,9; 3,0; 3,1; 3,5	2148; 2151; 2163; 2198; 2299; 2370; 2402; 2464;
2500-2999	Fiat Ducato 10, Maxi 35 MJ; Iveco Daily 35 C , 35; Mercedes Sprinter 210, Vito CDI; Peugeot Boxer 435 HDI; Renault Master Maxi	2,8; 2,9; 3,5	2798; 2800; 2874; 2953; 2987; 2998

Tabela 1b. Samochody ciężarowe w grupie $dmc > 3,5t$

Kategorie pojemności silnika, ccm	Marka i modele	Dmc, tony	Przykładowe wartości pojemności silnika, ccm
2500- 9999 ccm	Iveco Eurocargo, Stralis ,ML, ML180; MAN M2000, TGL; Mercedes-Benz 508D, 515 CDI Sprinter, 814, 1114...1320, Atego; Volvo FL, FE, FM	4,6; 5,0; 6,0; 7,5; 0,0;12,0; 8,0; 12; 13,0; 16; 18,0, 20,0;	2874; 3908, 3920; 4249; 4250;4580; 5880; 5958; 6374; 6871; 7146;9364; 9603
10000-11999	MAN TGA, TGX, TGS; Mercedes Benz Actros, Axor; Renault Premium, Premium Route; Scania 114, 124, R380,124/420, 124/470, R420; R480;	18,0; 18,6; 19,0; 25,0; 26,0	10300; 10308; 10318; 10518; 10520;10600; 10635; 10640; 10837; 11100; 11116; 11700; 11705;11946; 11967
12000+	DAF XF95, XF 105; Iveco Stralis; MAN F2000, TG, TGA; Renault Magnum; Scania R440, R480, G440; Volvo FH12, FH16, FH400, FH440, FH480, FH500;	18,0; 18,1; 18,6; 19,0; 26,0;	12100; 12130; 12771; 12777; 12780;12580;12740;12777; 12780;12816;12880; 12882;12895; 12902

Uwaga, wartości dmc i pojemności silnika zostały potwierdzone w katalogach [7]

W zbiorze danych widoczne są te same marki samochodów, które dominują w zestawieniach liczbowych pierwszych rejestracji w Polsce. Przykładowo, w zbiorze samochodów dostawczych dominują marki: Citroen, Fiat, Ford, Mercedes-Benz, Peugeot, Renault, Volkswagen. Nowe rejestracje samochodów dostawczych w Raportach [22] z lat 2008, 2014, 2016 wskazują te same marki jako dominujące. W grupie samochodów $dmc > 3,5t$ w liczbie sprzedaży na polskim rynku i pierwszych rejestracji dominują marki DAF, Iveco, MAN, Mercedes-Benz, Renault Trucks, Scania i Volvo Trucks [22]. Te same marki dominują w tabeli 1b.

3. Procedura oceny procesu narastania przebiegu

Obserwuje się bardzo duży rozrzut wartości przebiegu samochodów ciężarowych po upływie tego samego okresu eksploatacji. Rozrzut ten jest rezultatem dużego zróżnicowania zadań transportowych oraz zmian intensywności eksploatacji. Tę cechę przebiegu SC potwierdzają wieloletnie statystyki, przykładowo w [17] przy średniorocznym przebiegu 79000 km w Wielkiej Brytanii zanotowano odchylenie standardowe 63000 km.

Poszukując w miarę reprezentatywnego obrazu procesu narastania przebiegu SC w Polsce, biorąc powyższe pod uwagę i rezultaty wcześniej prowadzonych obliczeń [19], przygotowano procedurę obejmującą następujące etapy:

- zgromadzenie danych;
- analiza danych, a w tym podział zbioru danych na podzbiory;
- estymacja wartości średnich przebiegu i ocena współczynnika zmienności;
- usunięcie wartości odstających;
- aproksymacja zależności przebiegu od czasu eksploatacji;
- estymacja modeli narastania przebiegu;
- ocena dokładności wyznaczonych estymatorów modeli narastania przebiegu.

Podczas obliczeń zastosowano następujące oznaczenia zasadniczych wielkości:

L_i - przebieg i -tego samochodu w czasie t_i ;

L_{10} , L_{20} - przebieg samochodu, osiągnięty po 10 i 20 latach eksploatacji;

X , M , Q - średnia arytmetyczna, mediana, kwantyl;

S - odchylenie standardowe;

W - względny współczynnik zmienności;

R , φ – współczynnik determinacji i współczynnik zbieżności.

Zakres poszczególnych etapów, które oznaczono A1, A2 itd. opisano poniżej.

A1. Etap gromadzenia danych odnosi się do samochodów ciężarowych, aktualnie biorących udział w drogowym transporcie ładunków. Etap ten powinien zapewnić uzyskanie reprezentatywnego zbioru danych, który obejmie co najmniej następujące informacje: parametry techniczne pojazdu, jego przebieg i okres eksploatacji. Ważnym elementem tego etapu jest wykorzystanie różnorodnych źródeł informacji tak, aby zapewnić reprezentatywność tworzonego zbioru.

A2. Analiza zgromadzonych danych zapewnić powinna możliwość racjonalnego usunięcia ze zbioru tych danych, które mogą wpływać w niewłaściwy sposób na wyniki obliczeń. Takim krokiem jest m.in. usunięcie SO i ich pochodnych, które w Polsce mogą być zarejestrowane jako ciężarowe (ściślej osobowo- ciężarowe). Na tym etapie wydziela się podzbiory, które obejmują jednorodne kategorie samochodów (np. pojazdy do transportu regionalnego, międzymiastowego, czy międzynarodowego). W każdej z tych kategorii realizowane są inne zadania transportowe, co wpływa na przebieg pojazdów. Podział zbioru jest zależny od jego liczebności oraz szczegółowego celu obliczeń.

Podczas analizy danych przyjęto, że prowadzone rozważania obejmą 20 letni okres eksploatacji, a przebieg osiągnięty na koniec tego okresu nazywano docelowym. W tym okresie nie brano pod uwagę samochodów, których okres eksploatacji był krótszy niż 3 lub powyżej 242 miesiące. Pominięcie samochodów z pierwszych dwóch miesięcy eksploatacji wynikało z bardzo dużego rozrzutu wartości przebiegu w tym okresie.

Na tym etapie SC w każdej kategorii zostały podzielone na n podgrup. Samochody, których czas eksploatacji t_i należał do przedziału

$$T_k < t_i \leq T_{k+1} \quad (1)$$

zostały zaliczone do k -tej podgrupy. Granice rozłącznych przedziałów czasu określono z krokiem miesięcznym, a mianowicie:

$$T_k = 12(k-1) \text{ dla } k=2, 3, \dots, n \quad (2)$$

oraz $T_1 = 2$ miesiące i $T_2 = 242$ miesiące. (3)

Wydzielenie podgrup o odpowiedniej liczbie pojazdów do celu badań stanowi podstawę do dalszych obliczeń. Często stosowanym rozwiązaniem jest podział pojazdów na podgrupy obejmujące kolejne okresy eksploatacji o długości $T_0 = 12$ miesięcy.

A3. Podczas ustalania zakresu obliczeń na etapie estymacji wartości średniej przebiegu w podgrupach uwzględniono, m. in.:

- średnia arytmetyczna jest estymatorem mało podatnym na błąd podczas oceny właściwości zbioru danych, ale jest wrażliwa na wartości odstające (skrajne);

- mediana jest mało wrażliwa na wartości odstające, ale nie jest przydatna do obliczeń statystycznych;

- średni przebieg miesięczny, obliczony z ilorazu wartości przebiegu całkowitego przez liczbę miesięcy eksploatacji, jest obarczony błędem, który wynika ze zmieniającej się intensywności narastania przebiegu wraz z czasem eksploatacji.

W każdej podgrupie przebieg samochodów L został potraktowany jako zmienna losowa, a L_i jest i-tą wartością zmiennej. W k -tej podgrupie, w której znalazło się $m \geq m_0$ samochodów, zostają przeprowadzone następujące operacje:

B1. Utworzenie uporządkowanego rosnąco zbioru wartości przebiegu $L_{0k} \{L_1, \dots, L_i, \dots, L_m\}$, który zawiera m elementów.

B2. Obliczenie estymatorów: średniej arytmetycznej $X_{0k}(\tau_k)$, mediany $M_{0k}(\tau_k)$, kwantyli $Q_{1k}(\tau_k)$ i $Q_{3k}(\tau_k)$ oraz względnego współczynnika zmienności $W_{0k}(\tau_k)$, jako ilorazu:

$$W_{0k} = \frac{S_{0k}}{X_{0k}} \quad (4)$$

gdzie S_{0k} jest odchyleniem standardowym, τ_k jest wartością środkową czasu eksploatacji w k -tej podgrupie, a $Q_{1k}(\tau_k)$ i $Q_{3k}(\tau_k)$ są kwartylami: dolnym i górnym.

W rezultacie tych obliczeń w każdej kategorii samochodów otrzymano zbiory dyskretnych wartości:

$$X_0 \{X_{0k}(\tau_k), k=1, 2, \dots, n\}, M_0 \{M_{0k}(\tau_k), k=1, 2, \dots, n\}, W_0 \{W_{0k}(\tau_k), k=1, 2, \dots, n\} \quad (5)$$

A4. Rezultaty obliczeń wykonanych w etapie A3 pozwalają na ocenę współczynnika zmienności przebiegu, którego wartość wskazuje czy potrzebna jest operacja usunięcia wartości odstających. Wysokie wartości W_{0k} sygnalizują zbyt duży rozrzut wartości przebiegu w k -tej podgrupie. Przy dużym rozrzucie wartość średnia przebiegu w podgrupie nie zawsze dobrze charakteryzuje średni poziom przebiegu. Wówczas należy podjąć starania o ograniczenie wpływu wartości najbardziej odstających od przeciętnej w podgrupie na wyniki dalszych obliczeń. Takie działania w k -tej podgrupie obejmują dwa podetapy. Podetap pierwszy, to utworzenie zbioru L_{Ek} poprzez usunięcie 10% wyrazów początkowych i

końcowych z L_{0k} , czyli najmniejszych oraz największych wartości przebiegu. Zatem zbiór L_{Ek} zawierać będzie $m - 2m_E$ elementów, czyli

$$L_{Ek} \{L_{m_E+1}, L_{m_E+2}, \dots, L_{m-m_E}\}, m_E = E(0,1m) \quad (6)$$

gdzie operator E oznacza zaokrąglenie wartości m_E do najbliższej liczby całkowitej.

W drugim podetapie utworzono zbiór L_{Qk} poprzez usunięcie z L_{0k} następujących elementów

$$L_i \leq Q_{1k} \text{ oraz } L_i \geq Q_{3k} \quad (7)$$

Po tej operacji, zbiór L_{Qk} obejmuje elementy centralnie położone w L_{0k} , które mieszczą się w przedziale wartości $Q_{1k} < L_i < Q_{3k}$.

Po usunięciu odstających wartości przebiegu maleje liczba pojazdów w podgrupach. Zatem mogą powstać podgrupy z liczbą samochodów $m < m_0$. Jeżeli w k-tej podgrupie znalazło się mniej niż m_0 samochodów, to zostanie ona połączona z podgrupą k+1. Taka podwójna podgrupa obejmuje samochody, których czas eksploatacji należy do przedziału

$$T_k < t_i \leq T_{k+2} \quad (8)$$

który jest dwa razy szerszy niż poprzednio rozważane.

Przeprowadzono operację redukcji szerokości tego podwójnego przedziału do T_0 miesięcy, z zachowaniem naturalnego rozrzutu wartości przebiegu samochodów. W tym celu obliczono wartość średnią przebiegu $X_{(k)}$ i środkową wartość czasu eksploatacji $\tau_{(k)}$ za podwójną podgrupę. Wykorzystując $X_{(k)}$ i $\tau_{(k)}$, wyznaczono odchylenie przebiegu miesięcznego dla i-tego samochodu z połączonych podgrup

$$PM_i = \frac{L_i - X_{(k)}}{t_i - \tau_{(k)}} \quad (9)$$

Następnie dla pojazdów, których $|t_i - \tau_{(k)}| \geq 0,5T_0$ (okres eksploatacji był dłuższy lub krótszy od $\tau_{(k)}$ o więcej niż $0,5T_0$ miesięcy), obliczono zredukowaną wartość przebiegu

$$L_{(i)} = L_i + 0,5PM_i(t_i - \tau_{(k)}) \quad (10)$$

oraz zredukowany czas eksploatacji

$$t_{(i)} = t_i + 0,5(t_i - \tau_{(k)}) \quad (11)$$

W rezultacie tych obliczeń otrzymano nowe parametry i-tego samochodu, które umownie oznaczono $L_{(i)}, t_{(i)}$. Zastąpiły one poprzednie L_i, t_i i mieszczą się już przedziale czasu

$$\tau_{(k)} - 0,5T_0 < t_{(i)} \leq \tau_{(k)} + 0,5T_0 \quad (12)$$

Nowa podgrupa, powstała z połączenia podgrup k i k+1, ma podobne cechy jak podgrupy, które od chwili utworzenia miały co najmniej m_0 pojazdów. Po tym przeliczeniu samochody zachowały bliskie początkowemu zróżnicowanie wartości przebiegu i długości czasu eksploatacji, mimo redukcji tych wartości do mieszczących się w przedziale (12). Zachowanie tego zróżnicowania wartości przebiegu L_i w procesie scalania podgrup jest konieczne, aby można było zastosować te same dwa etapy usuwania odstających wartości przebiegu podczas tworzenia zbiorów L_{Ek} i L_{Qk} .

Wykorzystując wartości zawarte w zbiorach L_{Ek} i L_{Qk} , w każdej kategorii samochodów wyznaczono zbiory dyskretnych wartości

$$X_{E,Q} \{X_{Ek,Qk}(\tau_k), k = 1, 2, \dots, n_0\} \quad (13)$$

gdzie: $X_{E,Q}$ oznacza zbiory X_E i X_Q , a $n_0 < n$ w rezultacie połączenia niektórych podgrup.

A5. Na tym etapie następuje przejście od zbioru dyskretnych wartości uśrednionych M_0, X_E i X_Q w podgrupach samochodów do funkcji ciągłej. W tym celu dokonuje się aproksymacji zależności uśrednionych wartości przebiegu od czasu eksploatacji, którą oparto na liniach regresji. W rezultacie procesu aproksymacji otrzymano funkcje ciągłe

$$\hat{y}_a = f_a(\tau) \quad (14)$$

opisujące narastanie przebiegu samochodów wraz z czasem eksploatacji.

Mając na uwadze właściwości procesu aproksymacji opartej o linie regresji, w tym silnej zależności przebiegu tych linii od stopnia wielomianu aproksymującego, liczby danych i charakteru ich zmienności, funkcje aproksymujące wyznaczono na dwa sposoby:

- wykorzystując modele wielomianu 3-stopnia, oparte na trzech zbiorach: M_0, X_E i X_Q , obliczono

$$\hat{y}_{E,Q,M} = f_{E,Q,M}(\tau) \quad (15)$$

- dobierając modele wielomianów 2 i 4 stopnia, opartych na zbiorze wartości X_Q , otrzymano

$$\hat{y}_{W2,W4} = f_{W2,W4}(\tau) \quad (16)$$

gdzie indeksy w_2 i w_4 odpowiadają stopniowi wielomianu.

Łącznie obliczono po pięć funkcji aproksymujących w każdej kategorii samochodów.

A6. Estymację modeli narastania przebiegu, obarczonych najmniejszym błędem, oparto na łącznym wykorzystaniu funkcji aproksymujących (15) i (16) do wyznaczenia z nich uśrednionej funkcji. Zastosowano metodę średniej ruchomej do obliczenia wartości

$$Y_A(\tau_k), k = 1, 2, \dots, n_0$$

które stanowiły podstawę do estymacji uśrednionej funkcji aproksymującej

$$\hat{y}_A = f_A(\tau) \quad (17)$$

Uśredniona funkcja aproksymująca (17) została potraktowana jako estymator modelu narastania przebiegu samochodów ciężarowych.

A7. Ocena dokładności tego estymatora została oparta na wskaźnikach bezwzględnych i względnych. Wykorzystano (na podstawie [8, 28]) następujące wskaźniki bezwzględne:

- odchylenie standardowe reszt (standard error of estimation)

$$S_{E,Q,M} = \sqrt{\frac{1}{n_0 - z - 1} \sum_{k=1}^{n_0} e_{Ek,Qk,Mk}^2} \quad (18)$$

gdzie: $e_{Ek,Qk,Mk} = y_{Ek,Qk,Mk} - \hat{y}_{Ak}$; $y_{Ek,Qk,Mk}$ - wartości empiryczne, czyli k -te elementy ze zbiorów X_E, X_Q i M_0 ; \hat{y}_{Ak} - wartość przebiegu z modelu (17); z - liczba zmiennych objaśniających w modelu;

- średni błąd bezwzględny (mean absolute error)

$$\bar{X}_{E,Q,M} = \frac{1}{n_0} \sum_{k=1}^{n_0} |e_{Ek,Qk,Mk}| \quad (19)$$

oraz wskaźniki względne:

- współczynnik determinacji, odniesiony do wartości X_E , X_Q i M_O , czyli

$$R_{E,Q,M}^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n_0} (\hat{y}_{Ak} - \bar{y}_{E,Q,M})^2}{\sum_{k=1}^{n_0} (y_{Ek,Qk,Mk} - \bar{y}_{E,Q,M})^2} \quad (20)$$

- współczynnik zmienności resztowej

$$V_{E,Q,M} = \frac{S_{E,Q,M}}{\bar{y}_{E,Q,M}} 100\% \quad (21)$$

gdzie $\bar{y}_{E,Q,M}$ - wartość średnia, odpowiednio ze zbiorów X_E , X_Q i M_O ;

- współczynnik zbieżności

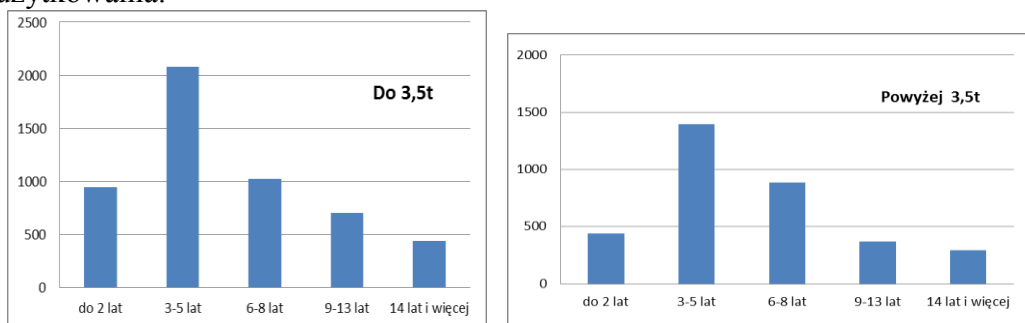
$$\phi_{E,Q,M}^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n_0} (y_{Ek,Qk,Mk} - \hat{y}_{Ak})^2}{\sum_{k=1}^{n_0} (y_{Ek,Qk,Mk} - \bar{y}_{E,Q,M})^2} \quad (22)$$

Oznaczenie $S_{E,Q,M}$ obejmuje trzy wielkości S_E , S_Q , S_M , które są obliczane na podstawie X_E , X_Q lub M_O . Te indeksy zastosowano w zależnościach od (18) do (22).

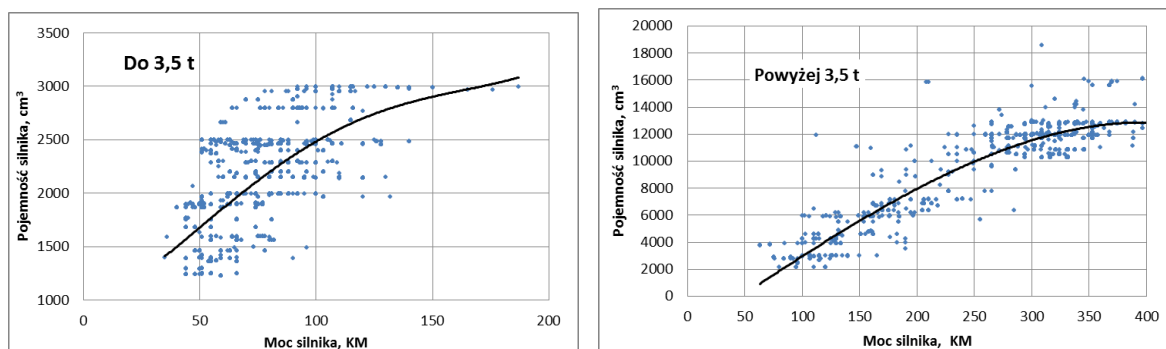
Wyznaczenie wskaźników oceny estymatora jest końcowym elementem procedury, która poniżej została praktycznie zastosowana podczas oceny procesu narastania przebiegu samochodów ciężarowych w czasie dwudziestoletniej eksploatacji.

4. Przykład realizacji procedury

Na początkowym etapie gromadzenia danych samochody zostały podzielone na dwie grupy na podstawie wartości dmc : do 3,5t i powyżej 3,5t. Powstały dwa niezależne zbiory, które zawierają 5084 samochodów z pierwszej grupy oraz 3855 pojazdów z drugiej. Na rysunku 1 pokazano rozkład liczby samochodów, zależnie od ich wieku, w obu grupach. W zbiorze danych tak, jak w drogowym transporcie ładunków zdecydowanie przeważają samochody do 10 lat użytkowania.

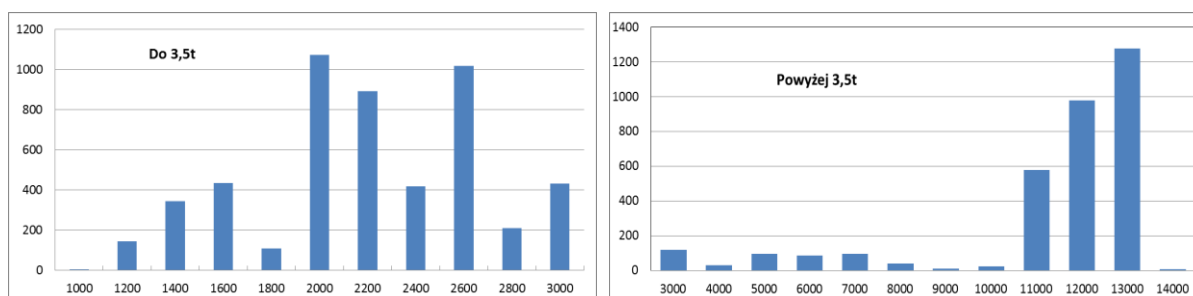


Rys. 1. Wiek i lata eksploatacji samochodów w grupach do 3,5 t i powyżej 3,5 t



Rys. 2. Charakterystyka zbioru danych, moc silnika a pojemność

Rysunek 2 uzupełnia informację o samochodach w tabeli 1. Pokazuje, że wartości pojemności silnika grupują się w kilku głównych przedziałach: 1850-1999, 2400-2499, 2800-2999, 5900-6900, 10000-11999, 12000-13000 ccm, co stanowiło przesłankę do kategoryzacji pojazdów w dalszej treści.



Rys. 3. Liczba samochodów w kolejnych przedziałach wartości pojemności silnika

Na rysunku 3 przedziały pojemności silnika są następujące: do 1000 cm³, 1001-1200 cm³ itd. Uwzględniając powyższe oraz rozkład pojemności silników, pokazany na rysunku 2 i klasyfikację stosowaną w [22, 24] przyjęto następujący podział samochodów na kategorie pojemności silnika:

- cztery kategorie w grupie samochodów dostawczych;
- trzy kategorie w grupie samochodów powyżej 3,5t.

Graniczne wartości pojemności oraz udział procentowy samochodów z poszczególnych kategorii w obu grupach pokazano w tabeli 2.

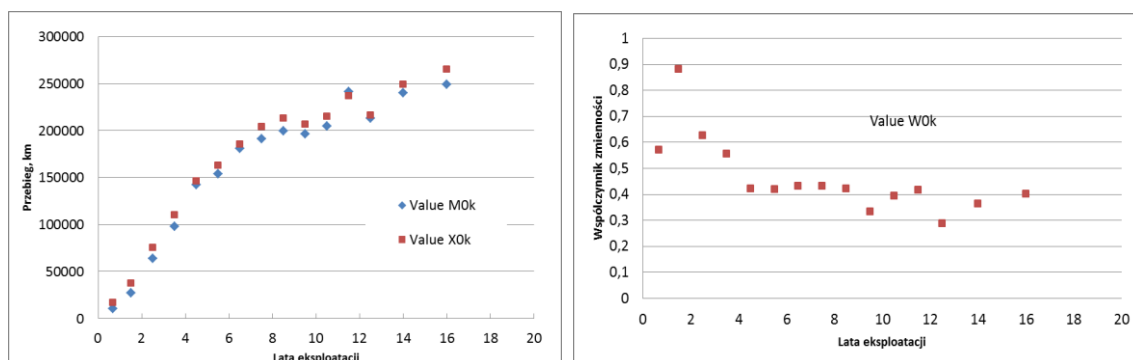
Tabela 2. Wartości graniczne pojemności silnika (w cm³) i udział procentowy samochodów poszczególnych kategorii

Pojemność silnika, samochody do 3,5t	Oznaczenie kategorii	Udział procentowy w grupie do 3,5t, %	Pojemność silnika, samochody pow. 3,5t	Oznaczenie kategorii	Udział procentowy w grupie powyżej 3,5t, %
Do 1499	S01	13,0	2500- 9999	S2	14,1
1500- 1999	S02	28,6	10000- 11999	S10	46,3
2000- 2499	S03	45,4	12000 i powyżej	S12	39,6
2500- 2999	S04	13,0			

W każdej kategorii dokonano podziału SC na $n=20$ podgrup. Liczebność podgrup jest różna, średnio 63 samochody w grupie do 3,5t i 64 samochody w grupie powyżej 3,5t. Podstawę do podziału samochodów stanowiła długość czasu eksploatacji, który określano z dokładnością do miesiąca według (1-3). W pierwszej podgrupie były samochody, których okres eksploatacji wynosił od trzech do dwunastu miesięcy, a w drugiej od trzynastu do dwudziestu czterech miesięcy. Przyjęto, że minimalna liczebność samochodów w podgrupie wynosić powinna $m_0=20$ samochodów. Jednak mimo długiego okresu gromadzenia danych (trzy lata),

okazało się że w kilkunastu podgrupach nie uzyskano tak przyjętej minimalnej liczby samochodów. W tych podgrupach nie prowadzono obliczeń na etapie A3. Dopiero po ich scaleniu z sąsiednią podgrupą (na etapie A4) dane te włączono do dalszych obliczeń.

W podgrupach obliczono estymatory: średniej arytmetycznej $X_{0k}(\tau_k)$, mediany $M_{0k}(\tau_k)$, kwantyli $Q_{1k}(\tau_k)$ i $Q_{3k}(\tau_k)$ oraz względnego współczynnika zmienności $W_{0k}(\tau_k)$. Na rysunku 4 pokazano przykładowe wyniki obliczeń wykonanych w podgrupach należących do kategorii S02. Widoczne jest stopniowe narastanie X_{0k} i M_{0k} wraz ze wzrostem τ_k oraz wysokie wartości współczynnika zmienności W_{0k} .



Rys. 4. Wyniki obliczeń wartości X_{0k} , M_{0k} i W_{0k} w podgrupach samochodów należących do kategorii S02

Wysokie wartości względnego współczynnika zmienności ($W > 0,4$) widoczne są na rysunku 4 i w wielu podgrupach samochodów, szczególnie przy $k \leq 4$. To wskazuje, że wartość średnia nie zawsze dobrze charakteryzuje średni poziom przebiegu. Zatem podczas realizacji etapu A4 usunięto z podgrup 10% wyrazów początkowych i końcowych z L_{0k} i tak utworzono zbiory L_{Ek} . Wykorzystując wyniki obliczeń kwantyli $Q_{1k}(\tau_k)$ i $Q_{3k}(\tau_k)$, z L_{0k} usunięto pojazdy, których wartości przebiegu spełniały ograniczenie:

$$L_i \leq Q_{1k} \text{ oraz } L_i \geq Q_{3k}$$

Tak powstały zbiory wartości przebiegu L_{Ek} i L_{Qk} , które objęły elementy centralnie położone w L_{0k} .

Po wykonaniu tych działań na $20 \times 7 = 140$ analizowanych podgrup samochodów, w 37 z nich było $m < 20$. W tych podgrupach wykonano operację ich łączenia z sąsiednią.

Wykorzystując nowo utworzone zbiory wartości przebiegu L_{Ek} i L_{Qk} , wyznaczono zbiory dyskretnych wartości estymatorów na podstawie (4) i (13), a mianowicie

$$X_{E,Q} \{X_{Ek,Qk}(\tau_k), k = 1, 2, \dots, n_0\}, \quad W_{E,Q} \{W_{Ek,Qk}(\tau_k), k = 1, 2, \dots, n_0\}$$

gdzie, np.:

$$W_{Ek} = \frac{S_{Ek}}{X_{Ek}}, \quad W_{Qk} = \frac{S_{Qk}}{X_{Qk}}$$

S_{Ek} i S_{Qk} to odchylenie standardowe, a W_E i W_Q to współczynniki zmienności wartości przebiegu w zbiorach L_{Ek} i L_{Qk} .

Przykłady wyników obliczeń podano w tabeli 3.

Tabela 3. Wartości przebiegu i współczynnika zmienności dla kilku wartości τ_k

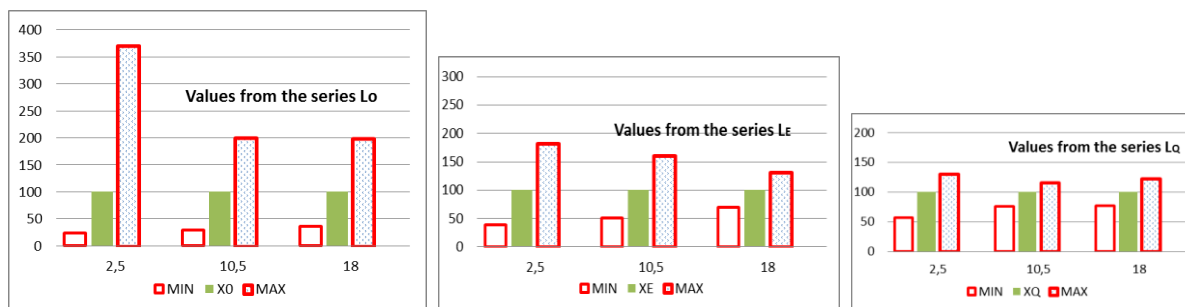
Kategoria samochodów S02						
Lata eksploatacji, τ_k	X_{0k} ; km	X_{Ek} ; km	X_{Qk} ; km	W_{0k}	W_{Ek}	W_{Qk}
2,5	75120	68320	68320	0,627	0,403	0,242
8,5	212850	207140	202930	0,422	0,261	0,123
16,0	265190	256870	256780	0,401	0,207	0,121
Przebieg docelowy, L_{20}	298000	285000	284000	0,454*	0,294*	0,169*
Kategoria samochodów S12						
Lata eksploatacji, τ_k	X_{0k} ; km	X_{Ek} ; km	X_{Qk} ; km	W_{0k}	W_{Ek}	W_{Qk}
2,5	202540,	205360	209380	0,435	0,289	0,153
8,5	870360	882180	883440	0,243	0,152	0,075
15,0	1009120	1002240	1007810	0,205	0,056	0,036
Przebieg docelowy, L_{20}	1390000	1310000	1255000	0,351*	0,198*	0,118*

(*) wartości średnie współczynnika W, obliczone za 20 lat eksploatacji; wartości L_{20} obliczono z funkcji aproksymujących \hat{y} według (15).

Wykorzystano je do oceny skuteczności operacji usunięcia wartości odstających. Pod uwagę brano wpływ zastosowanej operacji usuwania wartości odstających na wartość średnią przebiegu w podgrupach oraz na wartości współczynnika zmienności. Wartości X_{0k} , X_{Ek} i X_{Qk} w tabeli 3 niewiele się różnią między sobą. Ulegają nieznacznym zmianom wraz z usuwaniem wartości odstających w podgrupach, a mianowicie:

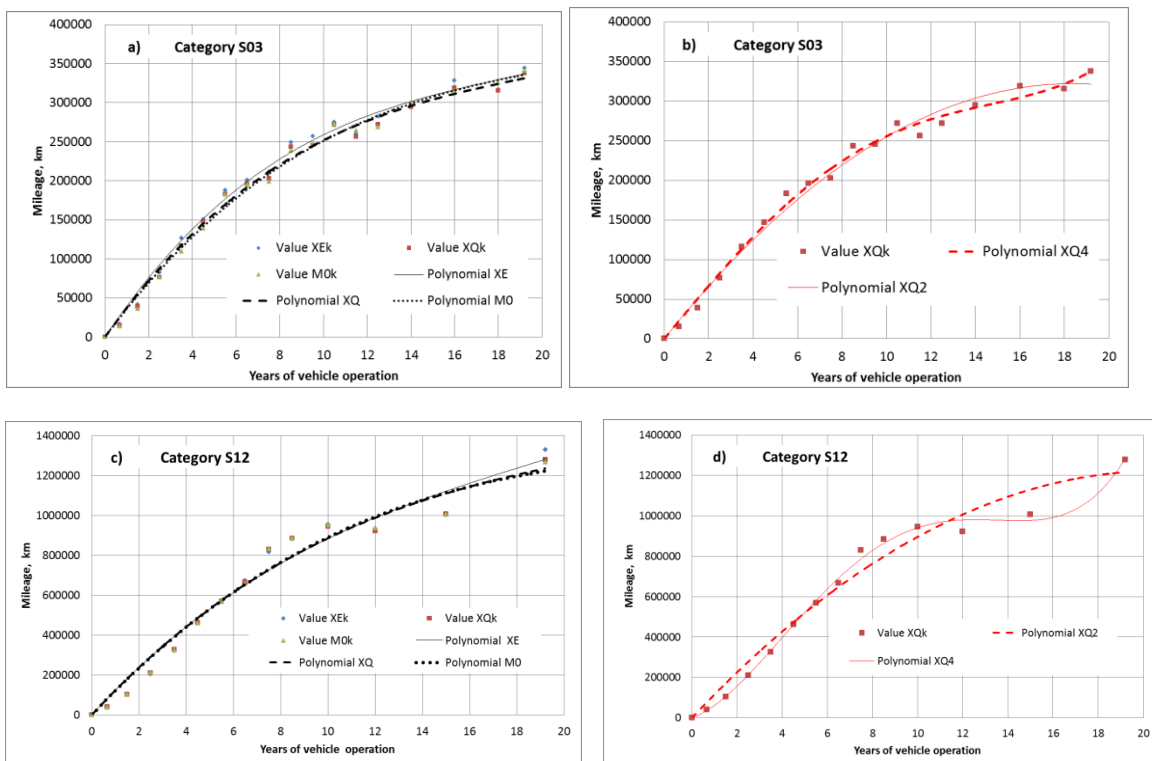
- $X_{0k} > X_{Ek} > X_{Qk}$, gdy znaczny wpływ na wartości średnie miały bardzo duże wartości przebiegu L_i ;
- $X_{0k} < X_{Ek} < X_{Qk}$, gdy dominujący wpływ miały bardzo małe wartości L_i .

Analiza wartości $W\{W_0, W_E, W_Q\}$, oparta na wynikach obliczeń dla wszystkich kategorii samochodów, pokazała korzystne rezultaty usunięcia wartości odstających z L_E i L_Q . Potwierdzeniem są zdecydowanie mniejsze wartości W_E i W_Q , niż W_0 (tabela 3). Pozytywne rezultaty operacji usunięcia wartości odstających pokazano także na rys. 5 na przykładzie relacji między wartościami ekstremalnymi L_i w zbiorach L_0 , L_E i L_Q , a X_{0k} , X_{Ek} i X_{Qk} . Obliczenia pokazano w ujęciu procentowym, w którym za 100% przyjęto wartości średnie w podzbiorach.



Rys. 5. Wartości ekstremalne (oznaczone MIN i MAX) oraz średnie przebiegu w zbiorach L_0 , L_E i L_Q , obliczone dla samochodów kategorii S02 (ujecie procentowe), zestawione dla $\tau_k = 2,5; 10,5$ i $18,0$ lat eksploatacji

Na rysunku 6 pokazano przykładowe przebiegi funkcji aproksymujących, wyznaczonych według (15) i (16). Na rys. 6 a, c są wartości X_{Ek} , X_{Qk} , M_{0k} (punkty na rysunku) oraz funkcje aproksymujące proces narastania przebiegu samochodów kategorii S03 i S12, które są oparte na wielomianach 3-stopnia i oznaczone odpowiednio *Polynomial XE*, *XQ* i *MO*. Natomiast na rys. 6 b, d zaznaczono wartości X_{Qk} oraz przebiegi funkcji aproksymujących, które oznaczono *Polynomial XQ2* i *XQ4*, odpowiednio dla wielomianu 2 i 4 stopnia.



Rys. 6. Wyniki obliczeń X_{Ek} , X_{Qk} , M_{0k} (punkty) oraz funkcji aproksymujących \hat{y} według (15) i (16); a i b dla samochodów kategorii S03 oraz c i d dla samochodów kategorii S12

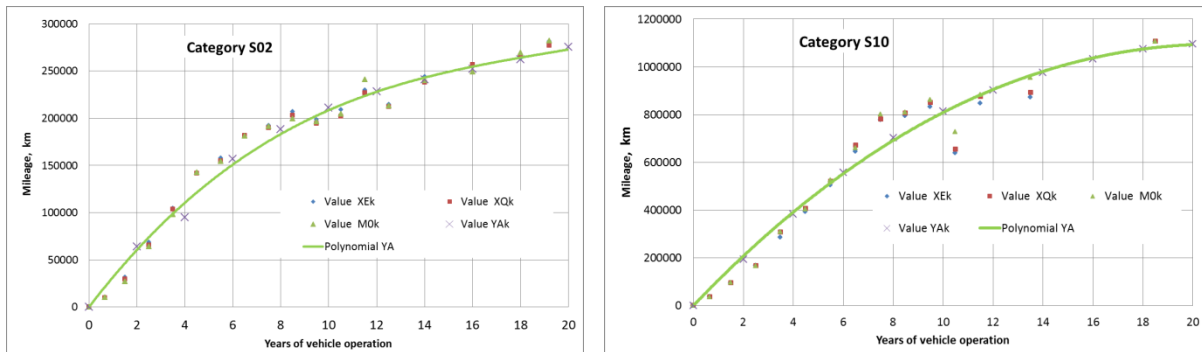
Analiza funkcji aproksymujących doprowadziła do następujących wniosków:

- zestawienie funkcji aproksymujących, obliczonych na podstawie (15) pokazuje ich niewielkie różnice w przedziale 6-14 lat eksploatacji (np. rys. 6a);
- w kilku przypadkach wielomian 3 stopnia wykazywał nadmierny wzrost wartości przebiegu w 18, 19 i 20 roku eksploatacji (rys. 6c);
- zastosowanie wielomianów 2-go stopnia eliminuje ww. odchylenia, ale wartość współczynnika determinacji staje się istotnie niższa niż dla wielomianów wyższych rzędów;
- zastosowanie wielomianu 4-tego stopnia powoduje formalną poprawę jakości modelu, widoczną we wzroście wartości współczynnika determinacji; jednak dynamika zmian w przebiegu funkcji aproksymującej w końcowej części analizowanego okresu eksploatacji staje się nadmierna (np. wahania wartości przebiegu, rys. 6b, 6d).

Powyższe uzasadnia potrzebę kolejnego etapu opisywanej procedury, czyli uśrednienia wyżej obliczonych funkcji aproksymujących.

5. Estymacja modeli narastania przebiegu

Przykład wykorzystania funkcji aproksymujących (15) i (16) do wyznaczenia z nich wartości średnich Y_{Ak} oraz uśrednionej funkcji aproksymującej pokazano na rysunku 7. Na rysunku zestawiono wartości średnie przebiegu, obliczone bezpośrednio z danych początkowych (punkty X_{Ek}, X_{Qk}, M_{0k}), z efektem końcowym w postaci modelu narastania przebiegu $\hat{y}_A(\tau)$ w dwóch kategoriach S02 i S10. Rysunek 7 pokazuje, że linie modelu narastania przebiegu są położone blisko punktów, które przedstawiają wartości średnie, obliczone bezpośrednio z danych eksperymentalnych.

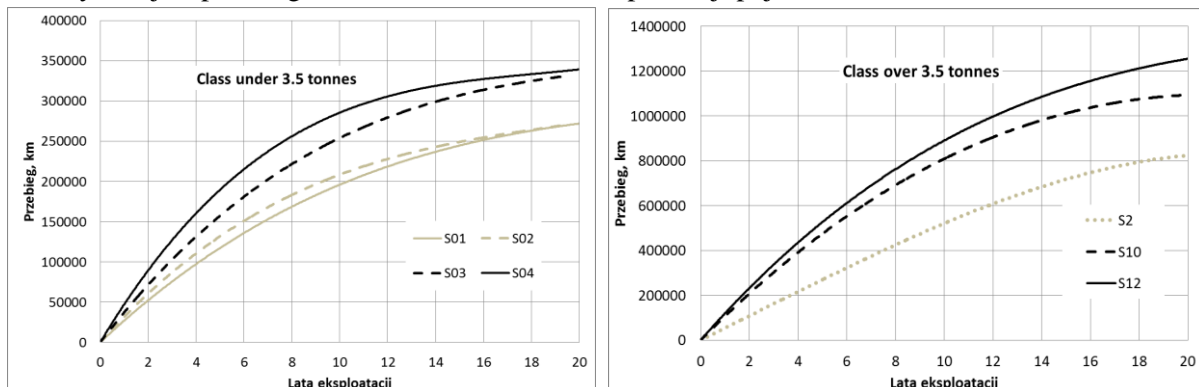


Rys. 7. Przebieg uśrednionej funkcji aproksymującej $\hat{y}_A(\tau)$ i położenie punktów X_{Ek}, X_{Qk}, M_{0k} oraz wartości średnich Y_{Ak} , przykład dla samochodów kategorii S02 i S10

Na rysunku 8 zestawiono przebiegi uśrednionych funkcji aproksymacji (17), które wyznaczono w etapie A6 tej procedury. Modele narastania przebiegu są oparte na wielomianach:

$$L = a_3\tau^3 + a_2\tau^2 + a_1\tau \quad (23)$$

w których L jest przebiegiem w km, a τ czasem eksploatacji pojazdu w latach.



Rys. 8. Modele procesu narastania przebiegu samochodów podczas ich eksploatacji

W tabeli 4 zestawiono wartości współczynników $a_r(a_1, a_2, a_3)$ do równania (23).

Tabela 4. Zestawienie wartości współczynników a_r równań modeli narastania przebiegu samochodów w siedmiu kategoriach pojemności silnika

Kategoria samochodów	Wartość a_1	Wartość a_2	Wartość a_3
S01	27924	- 948,56	11,623

S02	33147	- 1484,20	25,437
S03	38692	- 1554,90	22,677
S04	49684	- 2589,40	47,680
S2	53590	314,20	- 46,636
S10	109769	- 3022,80	13,339
S12	123752	- 3891,50	42,025

6. Ocena zgodności modeli z danymi empirycznymi (początkowymi)

Ocena procesu narastania przebiegu, który został opisany poprzez estymację uśrednionej funkcji aproksymacji (17), została przeprowadzona w kilku krokach. Podczas tej oceny wartości przebiegu obliczone na podstawie modeli odnoszono do wartości średnich X_E , X_Q , i mediany M_O , opartych bezpośrednio na danych eksperymentalnych. W ten sposób ocena dokładności estymatorów modeli narastania przebiegu została oparta na wskaźnikach zgodności wartości modelowych z danymi empirycznymi. Wyniki obliczeń wartości wskaźników zgodności podano w tabeli 5.

Tabela 5. Wyniki obliczeń wartości wskaźników zgodności wartości modelowych z danymi eksperymentalnymi

Obliczenia na podstawie danych z podzbioru X_E					
Kategoria samochodów	S_E ; km	\bar{X}_E ; km	V_E ; %	R_E^2	φ_E^2
S01	14900	10400	7,87	0,99	0,023
S02	12800	9940	6,49	0,98	0,022
S03	11620	9370	4,82	0,97	0,012
S04	28690	22040	10,91	0,88	0,055
S2	41640	31660	7,94	0,94	0,017
S10	87100	66080	11,26	0,87	0,046
S12	76410	61440	8,86	0,87	0,026
Obliczenia na podstawie danych z podzbioru X_Q					
Kategoria samochodów	S_Q ; km	\bar{X}_Q ; km	V_Q ; %	R_Q^2	φ_Q^2
S01	15860	11070	8,38	0,98	0,026
S02	12940	10280	6,55	0,97	0,022
S03	10320	8200	4,28	0,95	0,009
S04	27700	22350	10,54	0,86	0,050
S2	42850	30460	8,17	0,91	0,017
S10	84690	63100	10,95	0,88	0,044
S12	72730	57570	8,43	0,89	0,024
Obliczenia na podstawie danych z podzbioru M_O					
Kategoria samochodów	S_M ; km	\bar{X}_M ; km	V_M ; %	R_M^2	φ_M^2
S01	16630	11050	8,78	0,97	0,028
S02	13800	11300	6,99	0,94	0,025
S03	10130	7800	4,20	0,91	0,008
S04	31400	27010	11,94	0,83	0,062

S2	49750	33740	9,49	0,92	0,023
S10	74490	55380	9,63	0,88	0,034
S12	71510	55610	8,29	0,90	0,023

Wartości odchylenia standardowego reszt S_E , S_Q , S_M są zasadniczą miarą rozrzutu wartości przebiegu wokół tych, które wynikają z równań modeli, a V_E , V_Q , V_M rozrzut ten określają w ujęciu procentowym. Rozrzut wartości X_E , X_Q i M_O wokół przebiegu określonego z modelu nie przekracza 12%. Wartości współczynnika determinacji R^2 równań regresji (23) dla współczynników podanych w tabeli 4 wynoszą 0,99, czyli równania te opisują 99% informacji zawartych w zbiorach wartości Y_{Ak} (por. rys. 7). Szczególne znaczenie podczas oceny narastania przebiegu mają wartości współczynników R_E^2 , R_Q^2 i R_M^2 , które pokazują jak wysoki procent (83-99%, tabela 5) informacji zawartej w X_E , X_Q i M_O z danych eksperymentalnych został ujęty w obliczonych modelach.

Obliczone wskaźniki mogą stanowić także miarę uśrednioną za okres eksploatacji samochodów. W tabeli 6 podano przykładowe wartości tej miary wyrażone w procentach, jako iloraz wskaźników bezwzględnych (18 i 19) przez przebieg L_{10} . W ten sposób wartości średnie wskaźników odniesiono do wartości przebiegu osiągniętego w połowie okresu eksploatacji. Do obliczeń wykorzystano wartości przebiegu z opracowanych modeli.

Tabela 6. Wartości przebiegu po 10 latach oraz oszacowanie ich dokładności względnej

Kategoria samochodów	S01	S02	S03	S04	S2	S10	S12
Przebieg L_{10} , km	196010	208490	254110	285590	520680	808750	890390
$(S_E/L_{10})100$; %	7,60	6,14	4,57	10,04	8,00	10,77	8,58
$(S_Q/L_{10})100$; %	3,82	3,64	2,81	6,49	3,84	6,05	4,90
$(\bar{X}_E/L_{10})100$; %	8,09	6,21	4,06	9,70	8,23	10,47	8,17
$(\bar{X}_Q/L_{10})100$; %	4,07	3,77	2,46	6,58	3,69	5,77	4,59

Podane wartości błędu względnego, obliczone w połowie okresu docelowej eksploatacji, nie przekraczają 11% wartości przebiegu po 10 latach eksploatacji.

7. Podsumowanie i wnioski

Przeprowadzono kilkuetapowy proces estymacji współczynników modeli narastania przebiegu samochodów ciężarowych, a następnie dokonano oceny dokładności tych obliczeń. Wyznaczone wartości miar oceny charakteryzują dokładność obliczeń narastania przebiegu w czasie 20 lat eksploatacji pojazdów. Obliczenia obejmują siedem kategorii pojemności silnika i dwie grupy samochodów: do 3,5 tony i powyżej 3,5 tony. Ocena procesu narastania przebiegu została przeprowadzona na podstawie wartości pięciu różnych wskaźników, zdefiniowanych zależnościami (18- 22) i które są oparte na porównaniu wartości przebiegu, obliczonych bezpośrednio z danych eksperymentalnych z wartościami uzyskanymi z tych modeli. Wykorzystano wskaźniki bezwzględne (odchylenie standardowe reszt, średni błąd bezwzględny) oraz wskaźniki względne (współczynniki determinacji, zmienności resztowej i zbieżności).

Wnioski wynikające z oceny procesu narastania przebiegu samochodów ciężarowych można ująć następująco:

- duży rozrzut wartości przebiegu (współczynnik zmienności $W > 0,5$), który wynika z różnorodności zadań transportowych, spowodował konieczność zastosowania specjalnie do tego celu przygotowanej procedury estymacji w celu osiągnięcia wiarygodnego opisu procesu narastania przebiegu;

- zastosowane procedury usuwania odstających wartości korzystnie wpłynęły na skupienie wartości przebiegu wokół średniej, a jednocześnie nie wpłynęły w znaczący sposób na zmianę wartości tej średniej (por. tabela 3);

- wartości współczynników determinacji $R_{E,Q,M}^2$ pokazują, że bardzo duża część informacji początkowej (0,83-0,99, tabela 5), zawartej w danych eksperymentalnych (X_E , X_Q i M_O), pozostała w utworzonych modelach narastania przebiegu;

- wysoką jakość zastosowanej procedury postępowania podczas oceny procesu narastania przebiegu potwierdziły wartości współczynników zmienności resztowej V_E , V_Q i V_M , które jako względna miara rozrzutu wartości przebiegu nie przekraczają 12% wartości średnich z danych eksperymentalnych.

Przeprowadzone obliczenia pozwoliły uzyskać oryginalne wartości współczynników równań modeli opisujących aktualne procesy narastania przebiegu samochodów ciężarowych w Polsce. Obliczenia objęły praktycznie wszystkie kategorie samochodów wykorzystywanych podczas drogowego transportu ładunków. Wartości wskaźników oceny opracowanych modeli narastania przebiegu potwierdziły wysoką jakość przeprowadzonych obliczeń, których wyniki znajdują zastosowanie, m. in. w planowaniu, prognozowaniu i zarządzaniu eksploatacją samochodów ciężarowych, podczas oceny emisji spalin i zużycia energii w LCA (ang. Life Cycle Assessment).

8. Literatura

1. Chłopek Z, Bebkiewicz K. Model of the structure of motor vehicles for the criterion of the technical level on account of pollutant emission. *Eksplatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2017; 19(4): 501-507.
2. Clarke D D, Ward P, Bartle C, Truman W. An in-depth study of work-related road traffic accidents. Road Safety Research Report No. 58. London: Department for Transport, 2005.
3. Drożdźiel P, Krzywonoś L. A model of the economic effectiveness of the truck transportation services. *Transport Problems* 2010; 5(4): 49-56.
4. External costs of transport – Update study. Final Report. Zurich/Karlsruhe: INFRAS, 2004.
5. Highway Statistics 2008. Washington: Department of Transport, 2008.
6. Hultkrantz L, Nilsson J-E, Arvidsson S. Voluntary internalization of speeding externalities with vehicle insurance. *Transportation Research Part A* 2012; 46: 926-937.
7. Info-Ekspert Computer system. Catalogs. www.info-ekspert.pl.
8. Kryszicki W, Bartos J, Dyczka W, Królikowska K, Wasilewski M. *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach, cz. I. Rachunek prawdopodobieństwa, cz. II. Statystyka matematyczna*. Warszawa: PWN, 2002.
9. Lapparent M (de), Cernicchiaro G. How long to own and how much to use a car? A dynamic discrete choice model to explain holding duration and driven mileage. *Economic Modelling* 2012; 29: 1737–1744.
10. Macián V, Tormos B, Riechi J. Time replacement optimization model: comparative analysis of urban transport fleets using monte carlo simulation. *Eksplatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2017; 19(2): 151-156.
11. Mendyk E, *Ekonomika transportu (Economics of transport)*. Publishing House of the Poznan. Poznań: School of Logistics, 2009.

12. Meurs H, Haaijer R, Geurs K T. Modeling the effects of environmentally differentiated distance-based car-use charges in the Netherlands. *Transportation Research Part D* 2013; 22: 1-9.
13. National Travel Survey. Statistical Release Department of Transport. UK 2013. national.travelsurvey@dft.gsi.gov.uk.
14. Opoczyński K. Synteza wyników GPR 2015 na zamiejskiej sieci dróg krajowych. Warszawa: Transprojekt-Warszawa, 2016.
15. Paefgen J, Staake T, Fleisch E. Multivariate exposure modeling of accident risk: Insights from Pay-as-you-drive insurance data. *Transportation Research Part A* 2014; 61: 27-40.
16. Piernikarski D. Reduction of fuel consumption in commercial vehicles as a factor influencing transport efficiency. *Combustion Engines* 2013; 154(3): 663-669.
17. Poulter D R, Chapman P, Bibby P A, Clarke D D, Crundall D. An application of the theory of planned behaviour to truck driving behaviour and compliance with regulations. *Accident Analysis and Prevention* 2008; 40: 2058–2064.
18. Prochowski L. Analysis of the Relations between the Road Category and the Fatality of Road Transport Accidents. *Logistics and Transport* 2012; 14(1): 5-16.
19. Prochowski L. Characteristic features of the relation between motor truck mileage and engine cubic capacity. *Journal of KONES Powertrain and Transport* 2016; 23(4): 403-412.
20. Puentes R, Tomer A. The Road Less Travelled: An Analysis of Vehicle Miles Traveled Trends in U.S. Metropolitan Infrastructures Initiatives Series. Washington: Brookings Institution, 2009.
21. Redmer A, Kiciński M, Rybak R. Freight Fleet Management – the methods, *Gospodarka materiałowa i logistyka* 2014; 4: 11-18.
22. Report Automotive Industry. Year Book 2008, 2012, 2014, 2016. Warsaw: Polish Automotive Industry Association, 2008- 2016.
23. Small K A. Energy policies for passenger motor vehicles. *Transportation Research Part A* 2012; 46: 874-889.
24. Transport Activity Results in 2014. Warsaw: Central Statistical Office, 2015.
25. Transport Statistics Great Britain, The Stationery Office. London: Department for Transport, 2006.
26. Vehicle Survivability and Travel Mileage Schedules. Report NHTSA's. Washington: National Center for Statistics and Analysis, 2006
27. Vierth I, Schleussner H. Impacts of different environmentally differentiated truck charges on mileage, fleet composition and emissions in Germany and Sweden. Stockholm: CTS Working Paper, 2012.
28. Zeliaś A, Pawelek B, Wanat S. Prognozowanie ekonomiczne. Teoria, przykłady, zadania. Warszawa: PWN, 2003.