ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2014
Seria: ORGANIZACJA I ZARZĄDZANIE z. 68 Nr kol. 1905

Andrzej ŁODZIŃSKI
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego
Wydział Zastosowań Informatyki i Matematyki

# METODA WSPOMAGANIA PODEJMOWANIA DECYZJI GRUPOWEJ OPARTA NA OPTYMALIZACJI WIELOKRYTERIALNEJ

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono metodę podejmowania decyzji grupowej. Decyzja grupowa jest wtedy, gdy grupa osób o odmiennych preferencjach ma podjąć wspólną decyzję. Proces wyboru decyzji grupowej modeluje się za pomocą zadania optymalizacji wielokryterialnej. Zadanie to rozwiązuje się metodą punktu odniesienia. Jest to technika interaktywna, w której każda z osób z grupy określa swoje wymagania w postaci punktu odniesienia, który wyraża pożądane wartości dla jej funkcji oceny. Na podstawie podanych punktów odniesienia konstruowana jest skalarna funkcja osiągnięcia. Maksymalizacja tej funkcji generuje rozwiązanie zadania wielokryterialnego, które jest prezentowane każdej osobie z grupy do akceptacji lub jako podstawa do modyfikacji punktów odniesienia.

**Słowa kluczowe:** decyzja grupowa, optymalizacja wielokryterialna, rozwiązanie symetrycznie efektywne, funkcja skalaryzująca, podejmowanie decyzji grupowej.

# A METHOD OF COLLECTIVE DECISION MAKING BASED ON MULTICRITERIA OPTIMIZATION

**Summary.** This paper presents a method of collective decision-making. Group decision is when a group of people with different preferences is to take a common decision. The selection process of group decision is modeled using a multi-criteria optimization problem. This object is achieved by the reference point method. This method is an interactive technique in which each person in the group determines its requirements as a reference point, which expresses the desired value for the evaluation function. On the basis of these reference points a scalarizing achievement function is constructed. Maximizing this function generates the solution of a multi-criteria task. This solution is presented to each person in the group to accept or as a basis for modifying the reference points.

**Keywords:** multi-objective optimization, symmetric-effective result, scalarizing function, Decision Support Systems.

## 1. Wprowadzenie

W artykule przedstawiono metodę podejmowania decyzji grupowej. Podejmowanie grupowe decyzji jest wtedy, gdy grupa osób, których interesy pozostają w konflikcie ma podjąć wspólną decyzję. Należy jak najlepiej połączyć rozbieżne interesy poszczególnych osób w grupie, aby dojść do rozwiązania kompromisowego dla całej grupy.

Proces wyboru decyzji grupowej można modelować za pomocą teorii gier koalicyjnych [5], [6].

W artykule proces wyboru decyzji grupowej modeluje się za pomocą optymalizacji wielokryterialnej o wektorowej funkcji oceny. Każda współrzędna tej funkcji wektorowej jest funkcją oceny decyzji przez każdą osobę z grupy. Rozwiązaniem zadania optymalizacji wielokryterialnej jest cały zbiór rozwiązań, a nie jedno rozwiązanie. Wyboru decyzji grupowej dokonuje się za pomocą interaktywnego systemu komputerowego. Każda z osób podaje swoją propozycje wyniku decyzji dla swojej funkcji oceny. Propozycje te stanowią parametry zadania optymalizacji wielokryterialnej. Dla tych parametrów zadanie jest rozwiązywane. Następnie każda z osób ocenia rozwiązanie. Każda z nich może zgodzić się na otrzymany wynik lub nie. W drugim przypadku osoba lub osoby podają nową wartość parametru – swoje nowe propozycje i problem jest rozwiązywany ponownie dla nowych parametrów. Proces wyboru decyzji nie jest procesem jednorazowym, ale iteracyjnym procesem uczenia się wszystkich osób w grupie o problemie decyzyjnym.

## 2. Modelowanie podejmowania decyzji grupowej

Podejmowanie decyzji grupowej jest wtedy, gdy grupa osób, których interesy pozostają w konflikcie ma podjąć wspólną decyzje. Należy jak najlepiej połączyć rozbieżne interesy poszczególnych członków grupy, aby dojść do kompromisowego rozwiązania dla całej grupy.

Proces podejmowania decyzji grupowej modeluje się wprowadzając zmienną decyzyjną, która wyznacza decyzję grupową oraz funkcje oceny decyzji każdej osoby w grupie. Funkcje te stanowią kryterium oceniające rozwiązanie z punktu widzenia każdej osoby. Każda osoba ma swoje kryterium oceny – swoją funkcję oceny. Funkcje te są miarą satysfakcji każdej osoby z danego rozwiązania. Oceniają one stopień osiągnięcia celu przez każdego członka grupy. Większa wartość funkcji oznacza wyższą satysfakcję osób w grupie, więc każda funkcja jest maksymalizowana. Podstawą oceny i wyboru decyzji grupowej są wszystkie funkcje oceny – kryteria wszystkich osób. Problem wyboru ma charakter wielokryterialny.

Przyjmujemy następujące oznaczenia:

$1,2,...,k$ – poszczególne osoby w grupie,

$X_0 \subset R^k$ – zbiór decyzji dopuszczalnych,

$x = (x_1, x_2, ..., x_k) \in X_0$ – decyzja grupowa, którą mają uzgodnić członkowie grupy należąca do zbioru decyzji dopuszczalnych $X_0$, $x = (x_1, x_2, ..., x_k)$ – każda współrzędna $x_i$ określa decyzje osoby $i$, $i = 1,2,...,k$,

$f_i : X_0 \rightarrow R$ – funkcja oceny decyzji $x$ przez osobę $i$, $i = 1,2,...,k$.

Problem grupowego wyboru decyzji modeluje się jako zadanie optymalizacji wielokryterialnej:

$$\max_x \{ (f_1(x), f_2(x), ..., f_k(x)) : \quad x \in X_0 \}, \tag{1}$$

gdzie: $X_0$ – zbiór decyzji dopuszczalnych,

$x = (x_1, x_2, ..., x_k)$ – decyzja grupowa,

$f_i : X_0 \rightarrow R$ – funkcja oceny decyzji $x$ przez osobę $i$, $i = 1,2,...,k$.

Zadanie (1) polega na znalezieniu takiej dopuszczalnej decyzji grupowej $x \in X_0$, dla której $k$ ocen przyjmuje jak najlepsze wartości.

Funkcja wektorowa $f = (f_1, f_2, ..., f_k)$ przyporządkowuje każdemu wektorowi zmiennych decyzyjnych $x \in X_0$ wektor ocen $y = (y_1, ..., y_k)$, który mierzy jakość decyzji $x$ z punktu widzenia ustalonego układu funkcji ocen. Poszczególne współrzędne $y_i = f_i(x), \quad i = 1,...,k$ reprezentują skalarne funkcje ocen – wynik decyzji $x$ dla *i-tej* osoby, $i = 1,2,...,k$. Obraz zbioru dopuszczalnego $X_0$ dla funkcji $f$ stanowi zbiór osiągalnych wektorów ocen $Y_0$.

Zadanie (1) rozpatruje się w przestrzeni ocen, tzn. rozpatruje się następujące zadanie:

$$\max_x \{ (y_1, ..., y_k) : \quad y \in Y_0 \}, \tag{2}$$

gdzie: $x \in X$ – wektor zmiennych decyzyjnych,

$y = (y_1, ..., y_k)$ – wektor ocen, poszczególne współrzędne $y_i$ reprezentują wynik decyzji grupowej $x$ dla osoby $i$, $i = 1,2,...,k$,

$Y_0 = f(X_0)$ – zbiór osiągalnych wektorów ocen.

Zbiór osiągalnych wektorów ocen $Y_0$ dany jest w postaci niejawnej – przez zbiór decyzji dopuszczalnych $X_0$ i odwzorowanie modelu $f = (f_1, ..., f_k)$. Aby wyznaczyć wartość $y$, potrzebna jest symulacja modelu $y = f(x), x \in X_0$.

Celem zadania (1) jest pomoc w znalezieniu decyzji możliwie najbardziej zadowalającej wszystkie osoby w grupie [1], [2], [4], [9], [10].

## 3. Decyzja symetrycznie efektywna

Rozwiązanie w procesie wyboru decyzji grupowej powinno spełniać pewne właściwości, które strony zaakceptują, jako sprawiedliwe. Rozwiązanie powinno być:

- rozwiązaniem symetrycznym - tzn., że nie powinno zależeć od sposobu ponumerowania osób w grupie, nikt nie jest ważniejszy, każdy jest traktowany w jednakowy sposób, w tym sensie, że rozwiązanie nie zależy od nazwy osoby lub innych czynników charakteryzujących osoby w grupie,
- rozwiązaniem optymalnym w sensie Pareto – tzn. takim, że nie można polepszyć rozwiązania dla jednej osoby bez pogarszania rozwiązania dla innych osób w grupie.

Decyzja, która spełnia te warunki jest to symetrycznie efektywna. Jest to decyzja efektywna (decyzja Pareto-optymalna), która spełnia dodatkową własność – własność anonimowości.

Rozwiązania niezdominowane (Pareto-optymalne) definiuje się za pomocą relacji preferencji, która odpowiada na pytanie, który z pary wektorów ocen $y^1, y^2 \in R^k$ jest lepszy.

$$y^1 \geq y^2 \Leftrightarrow y_i^1 \geq y_i^2 \ \forall\, i = 1,\ldots,k \ \wedge \ \exists \text{ j } \ y_j^1 > y_j^2 \tag{3}$$

Wektor ocen $\hat{y} \in Y_0$ nazywa się wektorem niezdominowanym, jeśli nie istnieje taki wektor $y \in Y_0$, że $\hat{y}_0$ jest dominowany przez $y$. W przestrzeni decyzji określa się odpowiednie decyzje dopuszczalne. Decyzję $\hat{x} \in X_0$ nazywa się decyzją efektywną, jeśli odpowiadający mu wektor ocen $\hat{y} = f(\hat{x})$ jest wektorem niezdominowanym [1], [4], [9].

W problemie wielokryterialnym (1), który służy do wyboru decyzji grupowej nie powinna być ważna kolejność poszczególnych funkcji ocen. Nie powinno rozróżniać się wyników, które różnią się uporządkowaniem. Wymaganie to formułuje się jako własność anonimowości relacji preferencji.

Relację nazywa się relacją anonimową wtedy, gdy dla każdego wektora ocen $y = (y_1, y_2, \ldots, y_k) \in R^k$ i dla dowolnej permutacji $P$ zbioru $\{1,\ldots,k\}$ zachodzi następująca własność:

$$(y_{P(1)}, y_{P(2)}, \ldots, y_{P(k)}) \approx (y_1, y_2, \ldots, y_k)\,. \tag{4}$$

Wektory ocen mające te same współrzędne, ale w innej kolejności są utożsamiane. Relacje preferencji spełniającą dodatkowy warunek anonimowości nazywa się anonimową relacją preferencji.

Wektor niezdominowany, który spełnia własność anonimowości nazywa się wektorem symetrycznie niezdominowanym. Zbiór wektorów symetrycznie niezdominowanych oznacza się $\hat{Y}_{0S}$. W przestrzeni decyzji określa się decyzje symetrycznie efektywną. Decyzję $\hat{x} \in X_0$ nazywa się decyzją symetrycznie efektywną, jeśli odpowiadający mu wektor ocen $\hat{y} = f(\hat{x})$ jest wektorem symetrycznie niezdominowanym. Zbiór decyzji symetrycznie efektywnych oznacza się $\hat{X}_{0S}$ [8].

Relację symetrycznej dominacji można wyrazić jako relację nierówności dla wektorów ocen, których współrzędne są uporządkowane w porządku niemalejącym. Relację tę można zapisać z użyciem przekształcenia $T : R^k \to R^k$ porządkującego niemalejąco współrzędne wektorów ocen, czyli wektor $T(y)$ jest wektorem z uporządkowanymi niemalejąco współrzędnymi wektora $y$, tzn. $T(y) = (T_1(y), T_2(y), ..., T_k(y))$, gdzie $T_1(y) \le T_2(y) \le ... \le T_k(y)$ oraz istnieje permutacja $P$ zbioru $\{1,...,k\}$ taka, że $T_i(y) = y_{P(i)}$ dla $i = 1,..,k$. Relacja symetrycznej dominacji $\ge_s$ jest zwykłą dominacją wektorową dla uporządkowanych niemalejąco wektorów [8].

$$y^1 \ge_a y^2 \Leftrightarrow T(y^1) \ge T(y^2) \tag{5}$$

Rozwiązanie problemu wyboru decyzji grupowej polega na wyznaczeniu decyzji symetrycznie efektywnej, odpowiadającej preferencjom całej grupy.

## 4. Skalaryzacja problemu

Dla wyznaczenie rozwiązania symetrycznie efektywnego zadania wielokryterialnego (1) rozwiązuje się szczególne zadanie wielokryterialne. Jest to zadanie z uporządkowanymi w kolejności niemalejącej współrzędnymi wektora ocen, tzn. następujące zadanie:

$$\max_y \{(T_1(y), T_2(y), ..., T_k(y)) : \quad y \in Y_0\}, \tag{6}$$

gdzie: $y = (y_1, y_2, ..., y_k)$ – wektor ocen,

$T(y) = (T_1(y), T_2(y), ..., T_k(y))$, gdzie $T_1(y) \le T_2(y) \le .... \le T_k(y)$ – uporządkowany niemalejąco wektor ocen,

$Y_0$ – zbiór osiągalnych wektorów ocen.

Rozwiązanie efektywne zadania optymalizacji wielokryterialnej (6) jest symetrycznie efektywnym rozwiązaniem zadania wielokryterialnego (1).

Aby wyznaczyć rozwiązanie symetrycznie efektywne zadania wielokryterialnego rozwiązuje się skalaryzację tego zadania z funkcją skalaryzującą $s : Y \times \Omega \to R^1$:

$$\max_x \{s(y, \bar{y}) : x \in X_o\}, \tag{7}$$

gdzie: $y = (y_1, y_2, ..., y_k)$ – wektor ocen,

$\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, ..., \bar{y}_k)$ – parametry sterujące dla poszczególnych ocen.

Jest to zadanie optymalizacji jednokryterialnej specjalnie utworzonej funkcji skalaryzującej dwóch zmiennych – wektora ocen $y \in Y$ i parametru sterującego $\bar{y} \in \Omega \subset R^k$ o wartości rzeczywistej, tzn. funkcji $s : Y \times \Omega \to R^1$. Parametr $\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, ..., \bar{y}_k)$ jest w dyspozycji osób w grupie, co umożliwia im przeglądanie zbioru rozwiązań symetrycznie efektywnych.

Rozwiązanie optymalne zadania (7) powinno być rozwiązaniem zadania wielokryterialnego (6). Funkcja skalaryzująca powinna spełniać pewne warunki – warunek zupełności i warunek wystarczalności. Ten ostatni oznacza, że dla każdego parametru sterującego $\bar{y}$ rozwiązanie zadania skalaryzacji jest rozwiązaniem symetrycznie efektywnym, tzn. $\hat{y} \in \hat{Y}_{0S}$. Warunek zupełności oznacza, że za pomocą odpowiednich zmian parametru $\bar{y}$ można osiągnąć dowolny rezultat $\hat{y} \in \hat{Y}_{0S}$. Taka funkcja w pełni charakteryzuje rozwiązania symetrycznie efektywne. Każde maksimum takiej funkcji jest rozwiązaniem symetrycznie efektywnym. Każde rozwiązanie symetrycznie efektywne można osiągnąć przyjmując odpowiednie wartości parametrów sterujących $\bar{y}$.

Zupełną i wystarczającą parametryzację zbioru rozwiązań symetrycznie efektywnych $\hat{Y}_{0S}$ otrzymuje się stosując metodę punktu odniesienia do zadania (6). Jako parametry sterujące poziom aspiracji, a te są takimi wartościami funkcji ocen każdej osoby w grupie, które by je satysfakcjonowały.

Funkcja skalaryzującą w metodzie punktu odniesienia ma następującą postać:

$$s(y, \bar{y}) = \min_{1 \le i \le k} (T_i(y) - T_i(\bar{y})_i) + \varepsilon \cdot \sum_{i=1}^{k} (T_i(y) - T_i(\bar{y})_i), \tag{8}$$

gdzie: $y = (y_1, y_2, ..., y_k)$ – wektor ocen,

$T(y) = (T_1(y), T_2(y), ..., T_k(y))$, gdzie $T_1(y) \le T_2(y) \le .... \le T_k(y)$ – uporządkowany niemalejąco wektor ocen,

$\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, ..., \bar{y}_k)$ – wektor poziomów aspiracji,

$T(\bar{y}) = (T_1(\bar{y}), T_2(\bar{y}), ..., T_k(\bar{y}))$, gdzie $T_1(\bar{y}) \le T_2(\bar{y}) \le ... \le T_k(\bar{y})$ – uporządkowany niemalejąco wektor poziomów aspiracji,

$\varepsilon$ – arbitralnie mały, dodatni parametr regularyzacyjny.

Taka funkcja skalaryzująca nazywa się funkcją osiągnięcia. Mierzy ona bliskość danego rozwiązania od poziomów aspiracji. Dąży się do znalezienia rozwiązania, które zbliża się tak blisko, jak to możliwe do spełnienia określonych wymagań – poziomów aspiracji. Wartości optymalne tej funkcji mogą być wykorzystane nie tylko do obliczania rozwiązań symetrycznie efektywnych, lecz także do oceny osiągalności danego punktu aspiracji $\bar{y}$.

Funkcja ta ma następujące właściwości:

- Jeśli maksimum funkcji osiągnięcia $s(y,\bar{y})$ jest ujemne, to punkt aspiracji $\bar{y}$ nie jest osiągalny, natomiast punkt maksymalny $\hat{y}$ tej funkcji jest rozwiązaniem symetrycznie efektywnym, w pewnym sensie równomiernie najbliższym do punktu $\bar{y}$.
- Jeśli maksimum funkcji osiągnięcia $s(y,\bar{y})$ jest równe zero, to punkt aspiracji $\bar{y}$ jest osiągalny i jest rozwiązaniem symetrycznie efektywnym.
- Jeśli maksimum funkcji osiągnięcia $s(y,\bar{y})$ jest dodatnie, to punkt aspiracji $\bar{y}$ jest osiągalny, natomiast punkt maksymalny $\hat{y}$ tej funkcji jest rozwiązaniem symetrycznie efektywnym, w pewnym sensie równomiernie polepszony do punktu $\bar{y}$.

Maksymalizacja takiej funkcji ze względu $y \in Y_0$ wyznacza rozwiązanie symetrycznie efektywne $\hat{y}$ i generującą je decyzję symetrycznie efektywną $\hat{x}$. Wyznaczone rozwiązanie symetrycznie efektywne $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, ..., \hat{x}_k)$ zależy od wartości poziomów aspiracji $\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, ..., \bar{y}_k)$ [1], [2], [9], [10].

## 5. Metoda wspomagania podejmowania decyzji grupowej

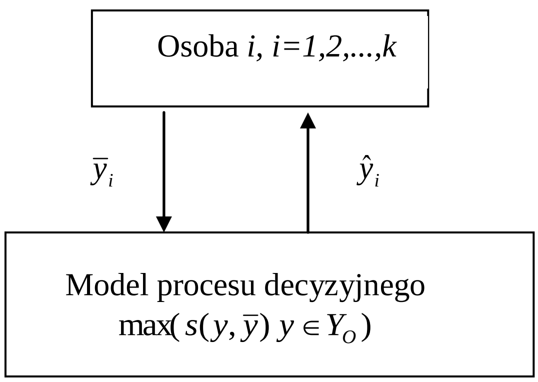
Rozwiązaniem zadania optymalizacji wielokryterialnego (6) jest cały zbiór rozwiązań symetrycznie efektywnych. W celu rozstrzygnięcia danego problemu, należy wybrać jedno rozwiązanie, które będzie oceniane przez wszystkie osoby w grupie. Ze względu na to, że rozwiązaniem symetrycznie efektywnym jest cały zbiór rozwiązań, grupa dokonuje wyboru rozwiązania za pomocą interaktywnego systemu komputerowego. System taki umożliwia sterowany przegląd zbioru rozwiązań. Narzędziem do przeglądania zbioru rozwiązań jest funkcja (8). Jej maksimum zależy od parametrów $\bar{y}, i = 1,2,...,k$, którego grupa używa do wyboru rozwiązania. W metodzie punktu odniesienia każda z osób wyraża swoje preferencje przez określenie dla swojej funkcji oceny takiej wartości, która by ją w pełni satysfakcjonowała. Wartość ta jest poziomem aspiracji dla jego funkcji oceny. Dla każdego etapu procesu wyboru osoby w grupie mogą podawać inne poziomy aspiracji. Poziomy aspiracji stanowią parametry sterujące funkcji skalaryzujacej. Na ich podstawie rozwiązywane jest zadanie i system do analizy przedstawia rozwiązanie odpowiadające bieżącym wartością tych parametrów.

Metoda wspomagania wyboru decyzji grupowej jest następująca:

1. Algorytm iteracyjny – propozycje kolejnych decyzji.
   1.1. Interakcja z systemem – każda osoba podaje swoją propozycję wyniku decyzji dla swojej funkcji oceny jako swój poziom aspiracji $\bar{y}_i, i = 1,2,...,k$.
   1.2. Obliczenia – dające kolejne rozwiązania ze zbioru rozwiązań symetrycznie efektywnych $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, ..., \hat{x}_k) \in X_{0S}$ i wartość wektora ocen $\hat{y} = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, ..., \hat{y}_k) \in Y_{0S}$.
   1.3. Ocena otrzymanego rozwiązania – każda osoba może zaakceptować rozwiązanie lub nie. W drugim przypadku każda osoba podaje swoją nową propozycje – podaje nową wartość swojego poziomu aspiracji $\bar{y}_i, i = 1,2,..,k$ i wyznacza się kolejne rozwiązanie symetrycznie efektywne, (powrót do punktu 1.2).
2. Ustalenie decyzji, gdy spełnia ona wymagania grupy.

Wybór rozwiązania nie jest pojedynczym aktem optymalizacji, ale dynamicznym procesem poszukiwania rozwiązań, w trakcie którego osoby w grupie uczą się i mogą zmieniać swoje preferencje. Porównując wynik decyzji dla swojej funkcji oceny $\hat{y}_i, i = 1,2,...,k$ ze swoim punktem aspiracji $\bar{y}_i, i = 1,2,...,k$ każda osoba ma informacje o tym, co jest, a co nie jest osiągalne i jak daleko jej propozycja $\bar{y}_i, i = 1,2,...,k$ jest od możliwego rozwiązania $\hat{y}_i, i = 1,2,...,k$. Pozwala to osobom w grupie na odpowiednią modyfikacje swoich propozycji – podanie swoich nowych poziomów aspiracji. Te poziomy aspiracji są określane adaptacyjnie w procesie uczenia się. Proces ten kończy się, gdy grupa znajdzie taką decyzję, która pozwala na osiągnięcie decyzji spełniających ich aspiracje lub w pewnym sensie najbliższych do tych aspiracji.

Metoda wspomagania podejmowania decyzji grupowej jest przedstawiona na rysunku 1.




Rys. 1. Metoda wspomagania podejmowania decyzji grupowej
Fig. 1. A method of collective decision making

Taki sposób podejmowania decyzji nie narzuca osobom w grupie żadnego sztywnego scenariusza i dopuszcza możliwość modyfikacji preferencji każdej osobie w procesie podejmowania decyzji. Grupa uczy się w procesie wyboru o problemie decyzyjnym. Może sprawdzić skutki każdej dopuszczalnej propozycji. Komputer nie zastępuje osób w grupie w wyborze decyzji. Całym procesem wyboru decyzji sterują wszystkie osoby w grupie.

## 6. Przykład – problem podziału

Dla ilustracji wspomagania podejmowania decyzji grupowej pokazany jest następujący przykład – problem podziału [6].

Trzy osoby mają podzielić między sobą 1000 złotych. Osoba 1 z osobą 2 mają otrzymać co najmniej 800 złotych. Osoba 1 z osobą 3 mają otrzymać co najmniej 500 złotych. Osoba 2 z osobą 3 mają otrzymać co najmniej 650 złotych. Osoba 1 ma otrzymać co najmniej 200 złotych, osoba 2 co najmniej 300 złotych, a osoba 3 sama może nic nie otrzymać.

Problem wyboru decyzji jest następujący:

1,2,3 – poszczególne osoby w grupie,

$X_0 = \{x \in R^3 : \quad x_1 \geq 200, \quad x_2 \geq 300, \quad x_3 \geq 0, \quad x_1 + x_2 \geq 800,$
$x_1 + x_3 \geq 500, \quad x_2 + x_3 \geq 650, \quad x_2 + x_3 + x_3 = 1000 \quad \}$ – zbiór decyzji dopuszczalnych,

$x = (x_1, x_2, x_3) \in X_0$ – decyzja grupowa, należąca do zbioru decyzji dopuszczalnych,

$x_1$ – decyzja osoby 1, $x_2$ – decyzja osoby 2, $x_3$ – decyzja osoby 3,

$f_1(x) = x_1$ – funkcja oceny decyzji $x$ przez osobę 1,

$f_2(x) = x_2$ – funkcja oceny decyzji $x$ przez osobę 2,

$f_3(x) = x_3$ – funkcja oceny decyzji $x$ przez osobę 3.

Zadanie wyboru decyzji grupowej wyraża się w postaci zadania optymalizacji wielokryterialnej z trzema funkcjami ocen:

$$\max_x \{((x_1, x_2, x_3) : \qquad x \in X_0\}, \tag{9}$$

gdzie: $X_0$ – zbiór decyzji dopuszczalnych,

$x = (x_1, x_2, x_3) \in X_0$ – decyzja grupowa, należąca do zbioru decyzji dopuszczalnych,

$x_1$ – decyzja osoby 1, $x_2$ – decyzja osoby 2, $x_3$ – decyzja osoby 3.

Wektor ocen $y=(y_1, y_2, y_3)$ wyraża się wzorem $y=(x_1, x_2, x_3)$. Poszczególne funkcje oceny $y_i = x_i, i=1,2,3$ wyrażają indywidualne oceny osób w grupie. Poszukuje się rozwiązania możliwie najbardziej zadowalającego wszystkie osoby w grupie.

W problemie podziału wszystkie osoby powinny być traktowane w jednakowy sposób, żadna nie powinna być wyróżniona. Model wyboru decyzji powinien spełniać warunek anonimowości relacji preferencji. Rozwiązanie problemu powinno być rozwiązaniem symetrycznie efektywnym zadania (9).

Do wyznaczania rozwiązań zadania (9) stosuje się metodę punktu odniesienia dla zadania z uporządkowanymi w kolejności niemalejącej współrzędnymi wektora ocen $y=(y_1, y_2, y_3)$.

Analiza interaktywna wspomagania podejmowania decyzji grupowej przedstawiona jest w tablicy 1.

Tablica 1

Interaktywne poszukiwanie decyzji grupowej

| Iteracja | | | | | s |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Poziom aspiracji $\bar{y}$ | 300 | 350 | 150 | 50 |
| | Rozwiązanie $\hat{x}$ | 350 | 450 | 200 | |
| 2 | Poziom aspiracji $\bar{y}$ | 400 | 600 | 250 | -100 |
| | Rozwiązanie $\hat{x}$ | 300 | 500 | 200 | |
| 3 | Poziom aspiracji $\bar{y}$ | 390 | 550 | 225 | -55 |
| | Rozwiązanie $\hat{x}$ | 335 | 495 | 170 | |
| 4 | Poziom aspiracji $\bar{y}$ | 375 | 500 | 175 | -25 |
| | Rozwiązanie $\hat{x}$ | 350 | 500 | 150 | |
| 5 | Poziom aspiracji $\bar{y}$ | 350 | 500 | 150 | 0 |
| | Rozwiązanie $\hat{x}$ | 350 | 500 | 150 | |

## 7. Zakończenie

W artykule przedstawiono metodę wyboru decyzji grupowej. Dokonuje się go przez rozwiązywanie zadania optymalizacji wielokryterialnej. Metoda ta charakteryzuje się:

- wykorzystaniem informacji o preferencjach osób z grupy w postaci punktów aspiracji – wartości ich funkcji celu, jaka je w pełni usatysfakcjonuje oraz optymalności skalarnej funkcji osiągnięcia w celu organizacji interakcji ze wszystkimi osobami grupy,
- założeniem, że preferencje osób nie są w pełni ukształtowane i mogą zmieniać się w trakcie procesu decyzyjnego.

Metoda podaje cały zbiór rozwiązań symetrycznie efektywnych i pozwala grupie na wolny wybór. Taki sposób postępowania nie zastępuje grupy w podejmowaniu decyzji. Całym procesem podejmowania decyzji sterują wszystkie osoby w grupie.

## Bibliografia

1. Lewandowski A., Wierzbicki A. (ed.): Aspiration Based Decision Support Systems. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Vol. 331, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg 1989.
2. Łodziński A.: Interaktywna sposób analizy i podejmowania decyzji wielokryterialnych Zeszyty Naukowe Politechniki Warszawskiej, V Ogólnopolska Konferencja MiS-5 Modelowanie i Symulacja, tom I, Zakopane 2008.
3. Łodziński A.: Optymalizacja wielokryterialna jako metoda wyboru rozwiązania w procesie negocjacji. XIII Międzynarodowa Konferencja Naukowa Zarządzanie Przedsiębiorstwem Teoria i Praktyka. Wydział Zarządzania AGH, Kraków 2011.
4. Keeney L., Raiffa H.: Decisions with Multiple Objectives. Preferences and Value Tradeoffs, 1993.
5. Luce D., Raiffa H.: Gry i decyzje. PWN, Warszawa 1966.
6. Malawski M., Wieczorek A., Sosnowska H.: Konkurencja i kooperacja. Teoria gier w ekonomii i naukach społecznych. PWN, Warszawa 1997.
7. Mercik J.: Siła i oczekiwania. Decyzje grupowe. PWN, Warszawa 1998.
8. Ogryczak, W.: Wspomaganie decyzji w warunkach ryzyka, maszynopis, Warszawa 2007.
9. Wierzbicki A., Makowski N., Wessels J.: Model_Based Decision Support Methology with Environmental Applications. IIASA Kluwer, Laxenburg Dordrecht 2000.
10. Wierzbicki A.P., Granat J.: Optymalizacjia we Wspomagamiu Decyzji, maszynopis, 2003.

## Abstract

The paper presents a method of collective decision-making. Group decision is a common decision of a group of people having conflicting interests. This goal is achieved by means of interactive computer system. Every person of a group determines its proposal which becomes a parameter of multicriteria optimization. The solution of a task is then presented to each person for acceptance or rejection. In the latter case, a person gives a new value of parameter for re-solving a task.