



**BALISTYKA WEWNĘTRZNA BRONI KLASYCZNEJ
Z WIELOSKŁADNIKOWYM ŁADUNKIEM MIOTAJĄCYM**
*INTERNAL BALLISTICS OF CLASSIC GUN
WITH COMPOSITE CHARGE*

Marek RADOMSKI

Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Produkcji, Instytut Mechaniki i Poligrafii,
Zakład Mechaniki i Techniki Uzbrojenia, Narbutta 85, 02-524 Warszawa
*The Institution of Mechanics and Armament Technologies at the Faculty of Production
Engineering and Institute of Mechanics and Polygraphy of Warsaw University of Technology,
Narbutta 85 St., 02-524 Warsaw, Poland
Marek Radomski, e-mail:mr@wip.pw.edu.pl*

DOI 10.5604/01.3001.0012.8311

Streszczenie: Przedstawiono model matematyczny o parametrach skupionych, uwzględniający zmiany właściwości termodynamicznych produktów spalania wieloskładnikowego ładunku miotającego, w tym spalających się osłon lub łuski, podczas strzału z broni klasycznej. Ponadto, zaproponowano metodę uwzględniania: niejednoczesnego zapłonu poszczególnych składników ładunku, jak również ziaren prochowych każdego składnika oraz przepływu ciepła do ścianek, ograniczających przestrzeń zawierającą produkty spalania. Zamieszczono przykładowe wyniki obliczeń numerycznych dla armaty czołgowej 2A46 kal. 125 mm, strzelającej nabojem z pociskiem podkalibrowym. Przedstawiono także ocenę dokładności otrzymanych wyników, którą przeprowadzono na podstawie danych doświadczalnych. Podstawowymi wielkościami kryterialnymi, podczas weryfikacji modelu, były: ciśnienie maksymalne gazów prochowych i prędkość wylotowa pocisku. Wykonana analiza dokładności rozwiązania równań modelowych pozwoliła stwierdzić, że zaproponowany model matematyczny może być przydatny w procesie projektowania amunicji i broni palnej.

Słowa kluczowe: mechanika, balistyka wewnętrzna, broń klasyczna, wieloskładnikowy ładunek miotający.

Abstract: The paper presents a lumped parameter mathematical model considering the changes of thermodynamic properties for combustion products of a composite propelling charge, and of a burning cartridge casing or shell as well, when shot with classic guns. In addition a method was proposed for considering not coincidental instants of ignition for particular components of the charge and also for powder grains of each component, and the heat flow into the walls containing the space with combustion products. Some results of numerical computations are shown for 125 mm 2A46 tank gun firing a hard core projectile. Moreover an evaluation of accuracy of the results is given on the basis of experimental data. Maximum pressure and muzzle velocity were basic criteria at the verification of the model. Analysis of accuracy for solutions of model equations allows a conclusion that the proposed mathematical model may be useful at the designing process of ammunition and guns.

Keywords: mechanics, internal ballistics, conventional weapons, composite projection charge.

1. Wstęp

W broni palnej dużych kalibrów często stosuje się do miotania pocisku ładunki złożone

1. Introduction

Projectiles are often fired off large calibre guns by using charges composed

z różnych składników, które można podzielić ogólnie na następujące dwie grupy:

- 1) zasadnicze składniki energetyczne, których zadaniem jest dostarczenie do układu odpowiedniej ilości energii w określonym czasie.
- 2) składniki pomocnicze, jak np.: podsypki, spalające się osłony (łuski i kontenery zawierające np. ładunki dodatkowe w haubicach), przyćmiewacze, odmiedzacze itp.

Stosowane jako składniki, zasadnicze prochy mogą różnić się nie tylko kształtem i wymiarami charakterystycznymi ziarna prochu, lecz także właściwościami balistycznymi, takimi jak: siła prochu, kowolumen, szybkość palenia się prochu, ciepło wybuchu itp. Przykładowo obok ładunków wykonanych z prochu nitrocelulozowego (jednobazowego) mogą występować ładunki z prochu nitroglicerynowego (wielobazowego).

Podsypki są wykonywane często z prochu czarnego, zaś spalające się osłony zwykle są wytwarzane z mieszanki nitrocelulozy i celulozy, nasączonej w procesie produkcji substancjami: wysokoenergetyczną, jak np. trotyl, czy wiążącymi, jak np. poliuretan. W charakterze przyćmiewacza stosowane są np. sole potasu. Natomiast drut ołowiany, który po stopieniu się podczas procesu wystrzału poprawia współpracę miedzianego pierścienia wiodącego z gwintem przewodu lufy, może pełnić rolę odmiedzacza, gdy w pocisku znajduje się miedziany pierścień wiodący.

Na rys. 1 zamieszczono szkic układu lufa – nabój, dla armaty czołgowej 2A46 kal. 125 mm, z wieloskładnikowym ładunkiem miotającym.

W celu rozwiązania problemu głównego balistyki wewnętrznej należy przyjąć model fizyczny i wynikający zeń model matematyczny tak, aby zostały uwzględnione specyficzne cechy ładunku wieloskładnikowego.

Pierwsze prace z tego obszaru pojawiły się w połowie XX wieku. Autorzy zaproponowali wprowadzenie zastępczego ładunku miotającego, którego właściwości balistyczne byłyby ekwiwalentem sumy właściwości balistycznych poszczególnych składników. Modele te zakładały jednorodny rozkład parametrów termodynamicznych gazu w przestrzeni za pociskiem i sprowadzały się do układu równań różniczkowych zwyczajnych. Podsta-

of different components which in general may be divided on two following groups:

- 1) Base energetic components providing to the system a suitable amount of energy within a specific period of time.
- 2) Additional components such as.: powder foundations, combustible casings (cases and containers with additional charges in howitzers), flash and copper reducers, etc.

Powders used as the basic components may vary not only by the specific shape and size of powder grains but by such ballistic properties as the powder force, covolume, powder burning rate, and the heat of explosion, etc. For instance the charges made from nitrocellulose powder (single base) may work together with nitro-glycerine powder charges (multi base).

The foundations are usually prepared from the black powder whereas the combustible casings are made from a mixture of nitrocellulose and the cellulose impregnated during the process of fabrication with a high energetic compound such as trotyl and a binding compound like polyurethane. Salts of potassium are used as flash reducers. And the lead wire melting at firing may be used as a copper reducer improving interaction of a copper leading ring with the barrel rifled bore.

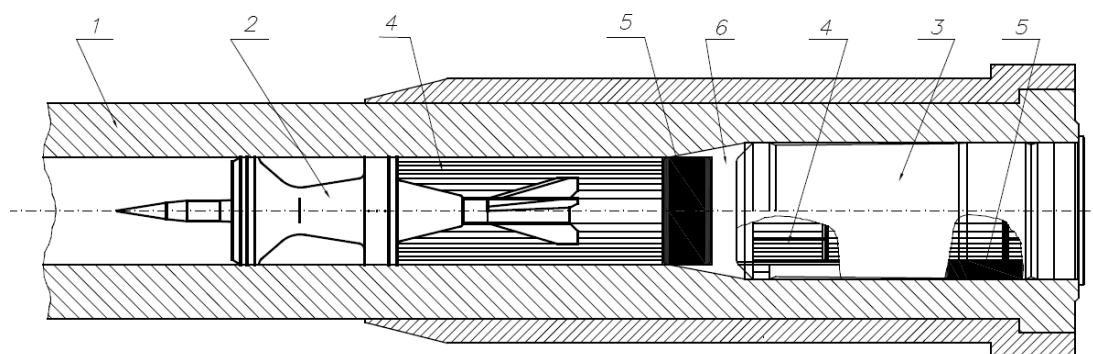
An outline of bore-cartridge system with composite projecting charge for 125 mm 2A46 tank gun is shown in Fig. 1.

In order to find a solution of the internal ballistics general question the physical and consequential mathematical models have to be accepted in a way which reflects the specific features of the multicomponent charge.

First attempts in this domain appeared in the half of 20th century. Authors proposed to introduce a replacing projection charge with ballistic properties equivalent to the sum of ballistic properties of particular components. These models accepted a uniform distribution of gas thermodynamic parameters within the volume behind the projectile and could be represented by a sys-

wowym założeniem było wówczas przyjęcie, że energia chemiczna ładunku zastępczego jest równa sumie energii zawartej w składnikach. Przykłady tego typu modeli można znaleźć w monografiach Sieriebriakowa [1] i Cornera [2]. Interesującym rozwinięciem tego podejścia było uwzględnienie procesu indywidualnego spalania się poszczególnych składników ładunku podczas strzału. Takie podejście reprezentują np. prace Kapura [3] i Ray'a [4] oraz Narvilkar [5], jak również Góździa i Toreckiego [6].

tem of normal differential equations. The assumption was that chemical energy of the replacing charge equals to the sum of energies contained in components. Such models may be found in monographs of Sieriebriakow [1] and Corner [2]. An interesting evolvement of that approach has considered a process of individual combustion for particular charge components at firing. Such approach is represented for instance in proceedings of Kapur [3] and Ray [4] and Narvilkar [5], and Góźdz and Torecki [6].



Rys. 1. Układ lufa – nabój dla armaty czołgowej 2A46 kal. 125 mm, z wieloskładnikowym ładunkiem miotającym: 1 – lufa, 2 – pocisk, 3 – spalająca się osłona, 4 – proch 15/1, 5 - proch 12/7, 6 – wolna przestrzeń

Fig. 1. Barrel-cartridge configuration for 125 mm cannon of 2A46 tank, with composite propelling charge: 1 – barrel, 2 – projectile, 3 – combustible case, 4 – powder 15/1.5 - powder 12/7, 6 – clear area

W drugiej połowie XX wieku zaczęły pojawiać się w balistyce wewnętrznej modele uwzględniające ruch gazu w przestrzeni za pociskiem, co wiązało się bezpośrednio z rozwojem elektronicznej techniki obliczeniowej i metod numerycznych, które umożliwiały rozwiązanie układu równań różniczkowych cząstkowych modelu. Dla tego typu modeli można wyróżnić dwa zasadniczo różne podejścia.

W pierwszym z nich, analizowany jest przepływ jednofazowy mieszaniny gazu i niespalonych ziaren prochu. Takie rozwiązanie przedstawił np. Góźdz [7]. Drugie podejście uwzględnia występowanie przepływu dwufazowego – gazu i ciała stałego, którym są niespalone jeszcze ziarna prochu. Takie podejście zaprezentowali np. Prochnickij i Dudnik [8], czy Miura i Matsuo [9] oraz Cheng i Zhang [10].

In the second half of the 20th century some models taking into account the movement of gases behind the projectile appeared in the internal ballistics due to development of methods finding solutions of a system of model partial differential equations by electronic and numerical computations. Two essentially different approaches may be distinguished for such models.

The first one investigates the flow of single phase composition of gas and unburned powder grains. Such solution was presented for instance by Góźdz [7]. The second approach considers the existence of a double phase flow of gas and solid body consisting of unburned powder grains. Such approach is represented for instance by Prochnickij and Dudnik [8], and Miura and Matsuo [9], and Cheng

Podsumowując można stwierdzić, że publikowane dotychczas w literaturze modele można podzielić na dwie podstawowe grupy:

- 1) modele o parametrach skupionych (klasyczne – termodynamiczne), w których zakłada się homogeniczne rozkłady parametrów termodynamicznych gazu w przestrzeni za pociskiem;
- 2) modele o parametrach rozłożonych (przepływowe), uwzględniające ruch gazu w przestrzeni za pociskiem, przy czym ruch ten może być analizowany jako: przepływ jednofazowy gazu lub mieszaniny gazowo-prochowej, lub przepływ wielofazowy, w którym występuje faza stała i faza gazowa.

Bez wątplenia można uznać, że modele należące do drugiej grupy pozwalają dokładniej odwzorować zjawiska zachodzące podczas strzału wieloskładnikowym ładunkiem. Jednak wymagają one między innymi precyzyjnego odwzorowania geometrii układu i większej mocy obliczeniowej komputera, co wiąże się także z nakładem pracy i czasu. Często jednak, we wstępnej fazie projektowania broni lub amunicji właśnie czas i nakład pracy są czynnikami decydującymi o powodzeniu projektu. Z tego też względu modele należące do pierwszej grupy mogą być wówczas bardzo przydatne. Ich mniejsza dokładność może być zaakceptowana, gdyż w krótszym czasie można sprawdzić więcej wariantów i wytypować do dokładniejszej analizy jedynie warianty perspektywiczne. Z tego też względu, w dalszej części przedstawiono propozycję modelu, o parametrach skupionych.

2. Model fizyczny

Przedmiotem rozważań jest układ klasyczny broni palnej z ładunkiem wieloskładnikowym, jak np. przedstawiony na rys. 1. Punktem wyjścia dla prezentowanego modelu był model opisany w pracy Narvilkara [5] oraz wyniki rozważań Grysa i Trzecińskiego [11], dotyczące zmiennych stanu i funkcji termodynamicznych gazu w procesie spalania materiałów wysokoenergetycznych. Zjawisko strzału z broni palnej umownie dzieli się na następujące okresy główne:

and Zhang [10].

Finally it may be stated that the models published up to now in the literature may be divided on two basic groups:

- 1) Lumped-parameter models (classical – thermodynamic) which assume homogeneous distributions of thermodynamic parameters of the gas in the space behind projectile.
- 2) Distributed-parameter models (flow models) consider the motion of gas behind the projectile and the motion may be analysed as a single phase flow of gas or powder-gas composition, or as a multi-phase flow including the solid and gas phases.

It may be stated without any doubts that the models from the second group can be used for more accurate reconstruction of effects occurring at firing a multicomponent charge. But they require above all a precise reconstruction of system's geometry and larger computational powers for computers connected with time and labour spending. But in many cases the time and labour spending decide on the project success in the initial phase of designing the weapon or ammunition. For this reason the models belonging to the first group may be also very useful then. Their lower accuracy may be accepted as within a shorter time a greater number of versions may be examined and pushed further as the perspective ones. For that a proposal of the lumped-parameter model is presented in next chapters of the paper.

2. Physical Model

A classical gun layout with a multi-component charge presented in Fig. 1 is considered. A model described by Narvilkar in [5] and the results of studies by Grysa and Trzeciński in [11] concerning the variables of state and gas thermodynamic functions at the combustion process for high energy materials was a starting point for the presented model. Following main cycles may be formally set at phenomenon of a gunshot:

- 1) pirostatyczny - trwający do chwili, gdy pocisk rozpoczyna ruch;
- 2) pirodynamiczny - trwający do chwili, gdy wszystkie składniki ładunku miotającego znajdują się w fazie gazowej, co odpowiada tak zwanej chwili końca palenia się prochu;
- 3) rozprężania się gazów - trwający do chwili, gdy pocisk opuści przewód lufy.

Podział na wymienione okresy wynika w głównej mierze z istotnych różnic w przebiegu zjawisk zachodzących w przestrzeni za pociskiem podczas strzału. W rozważaniach przyjęto następujące założenia:

1. Geometryczne prawo palenia się prochu Vieille'a jest słuszne dla pojedynczego ziarna prochowego każdego składnika, przy czym liniową prędkość palenia się prochu danego składnika opisuje zależność postaci:

$$\frac{de}{dt} = u_1 p^r \quad (1)$$

gdzie: e – grubość spalonej warstwy prochu,
 t – czas,
 p – ciśnienie średnie w przestrzeni za dnem pocisku,
 u_1, r – stałe współczynniki.

2. Niejednoczesność zapłonu wszystkich ziaren prochowych, dla każdego składnika uwzględniono poprzez zastosowanie modelu fazy zapłonu zaproponowanego przez Grabskiego i Habę w pracy [12], przyjmując funkcję zapłonu w postaci:

$$G(J_A) = \begin{cases} \frac{1}{J_g} & \text{dla } 0 \leq J_A \leq J_g \\ 0 & \text{dla } J_A > J_g \end{cases} \quad (2)$$

gdzie: J_g – wartość impulsu ciśnienia, przy której wszystkie ziarna danego składnika ładunku uległy zapaleniu;
 J_A – wartość impulsu ciśnienia, przy której zaczyna palić się pojedyncze, analizowane ziarno prochu danego składnika ładunku.

1. Pyro-static – lasting to a time when a projectile starts to move.
2. Pyro-dynamic – lasting to a time when all components of the projection charge are in the gaseous phase corresponding to the moment of powder burning termination.
3. Expansion of gases – lasting to a time when a projectile leaves barrel.

Division onto the listed cycles is mainly caused by significant differences in the course of phenomena occurring behind the projectile at the firing. Following assumptions were taken in considerations:

1. Vieille's geometric law of powder burning is applicable for any individual powder grain of every component and the linear rate of combustion for powder of specific component is described by dependence:

where: e – burned powder layer thickness,
 t – time,
 p – average pressure in the space behind the projectile base,
 u_1, r – constant coefficients.

2. Lack of coincidence in ignition of all powder grains for each component has been taken into account by deployment of an ignition phase model proposed by Grabski and Haba in [12] and accepting the ignition function in the form:

where: J_g – the value of pressure surge making all grains of a specific charge component start burning;
 J_A – the value of pressure surge making an individual (analysed) powder grain of a specific charge component start burning.

3. Proces spalania każdego składnika ładunku rozpoczyna się po przekroczeniu czasu zwłoki t_z , który jest równy ilorazowi odległości środka masy składnika od dna łuski i średniej prędkości propagacji czoła fali gorących gazów. Na podstawie analizy wyników podawanych w literaturze np. [8, 13] wartość tej prędkości dla armat czołgowych wynosi około 300 m/s.
4. Wszystkie ziarna prochowe danego składnika ładunku charakteryzują się takimi samymi wymiarami i właściwościami balistycznymi oraz fizykochemicznymi.
5. Prawo palenia się podsypki z prochu czarnego przyjęto określać doświadczalnie, za pomocą bomby manometrycznej na drodze aproksymacji średniokwadratowej tak, aby postać względnej masowej prędkości palenia się podsypki przybliżyła zależność postaci:

$$\frac{d\psi}{dt} = \kappa(1 + 2\lambda z + 3\mu z^2)u_1 p^r \quad (3)$$

gdzie: ψ jest względną masą spalonej części podsypki, zaś κ , λ , μ , u_1 , r są stałymi współczynnikami funkcji aproksymującej. Założenie to przyjęto z uwagi na możliwość jednolitego ujęcia matematycznego procesów produkcji gazów dla wszystkich składników ładunku. Współczynniki κ , λ , μ oraz u_1 i r można w tym przypadku traktować jako umowne charakterystyki kształtu ziarna prochowego i umowne współczynniki w prawie palenia się prochu postaci (1).

6. Pomija się wpływ przemian fazowych i reakcji chemicznych składników pomocniczych typu przyćmiewacze i odmiedzacze.
7. Gazy będące produktami reakcji chemicznych lub przemian fazowych danego składnika ładunku charakteryzują się stałymi wartościami stałej gazowej R_i i ciepła właściwego w stałej objętości C_{vi} , oraz spełniają uproszczone równanie stanu van der

3. Process of burning for each component of the charge starts after crossing a delay time t_z , which equals to the quotient of component mass centre distance from the case base and the average velocity of propagation for the hot gases wave front. On the basis of literature studies such as [8, 13] this velocity for the tank guns is ca. 300 m/s.
4. All powder grains of a given charge component have the same sizes, and ballistic and physical-chemical properties.
5. It was accepted to identify the law for burning the black powder foundation by using the manometric bomb and the mean-square approximation method to get the foundation relative mass burning rate approximated by the dependence:

where: ψ is the relative mass of burned part of the foundation, and κ , λ , μ , u_1 , r are the constant coefficients of approximating function. The assumption was taken to secure a uniform mathematical representation for processes of gas production for each component of the charge. The coefficients κ , λ , μ and u_1 and r may be treated in this case as the agreed characteristics of powder grain shape and the agreed coefficients in the powder combustion law having the form of (1).

6. The influence of phase transitions and chemical reactions of additive components such as the flash and copper reducers is neglected.
7. The gases produced in effect of chemical reactions or phase transitions of particular component of the charge are characterised by unchanged values of gas constant R_i and specific heat in permanent volume C_{vi} , and by the compliance with van der Waals' sim-

Waalsa postaci:

simplified equation of state in form of:

$$p \left(\frac{1}{\rho} - \alpha \right) = RT \quad (4)$$

gdzie: p – ciśnienie średnie w przestrzeni za dnem pocisku,
 ρ – gęstość gazu,
 α – kowolumen,
 T – temperatura.

where: p – average pressure in space behind the base of projectile,
 ρ – gas density,
 α – co-volume,
 T – temperature.

8. Gazy powstające w trakcie reakcji chemicznych w przestrzeni za pociskiem traktuje się, jako mieszaninę gazów doskonałych spełniających prawo Daltona, przy czym stała gazowa R i ciepło właściwe w stałej objętości C_v mieszaniny określają następujące zależności:

8. Gases produced in chemical reactions in space behind the projectile are treated as a composition of ideal gases behaving according to Dalton's law where the gas constant R and the specific heat for permanent volume C_v of the composition are described by following relations:

$$R = \sum_{i=1}^n g_i R_i \quad (5)$$

$$C_v = \sum_{i=1}^n g_i C_{vi} \quad (6)$$

gdzie g_i oznacza udział masowy danego składnika w mieszaninie gazowej.

where g_i is a mass contribution of a component into the gas composition.

9. Rozkłady parametrów termodynamicznych mieszaniny gazów w przestrzeni za pociskiem są homogeniczne.
10. Rozkład prędkości mieszaniny gazów i niespalonych ziaren prochowych jest liniowy i zmienia się od zera przy dnie łuski do wartości równej prędkości pocisku v .
11. Straty ciepłne uwzględniono poprzez wprowadzenie do bilansu energii (pierwszej zasady termodynamiki dla układów zamkniętych) składnika wyrażającego strumień ciepła q , który wnika do ścianek lufy, dna łuski i dna pocisku, zgodnie z prawem Newtona:

9. Distributions of thermodynamic parameters for gas composition behind the projectile are homogeneous.
10. Distribution of velocities for the gas composition and unburned powder grains is linear and varies from zero at the case base to a value equal to projectile velocity v .
11. Thermal losses are considered by introduction of a component, expressing the heat flux q which gets into the walls of the bore, case base and projectile base, to the energy balance (first principle of thermodynamics for contained systems) according to Newton's law:

$$q = h(T - T_s)(S_0 + \pi x) \quad (7)$$

gdzie: h – wypadkowy współczynnik wnikania ciepła;

T – temperatura mieszaniny gazów;

T_s – temperatura ścianek, do których wnika ciepło;

S_0 – początkowa powierzchnia, do której wnika ciepło;

π – obwód przewodu lufy;

x – droga dna pocisku.

Dodatkowo założono, że temperatura ścianek T_s jest stała. Natomiast wypadkowy współczynnik wnikania ciepła h dla okresu pirostatycznego i wstępnej fazy ruchu pocisku (warunki quasi-izochoryczne) jest proporcjonalny do gęstości mieszaniny gazów ρ , jak to zaproponowali Haba i Grabski [14]:

$$h = h_0 \rho \quad (8)$$

gdzie h_0 oznacza stałą wyznaczaną za pomocą bomby manometrycznej.

Natomiast dla pozostałych okresów, gdy średnia prędkość mieszaniny gazów u przekracza prędkość około 25 m/s, ze wzoru Kraussolda [15]:

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \quad (9)$$

gdzie: Nu – liczba Nusselta,

Re – liczba Reynoldsa.

Pr – liczba Prandtla.

Przekształcając (9), z uwzględnieniem wzoru Sutherlanda na zmianę współczynników lepkości i przewodnictwa cieplnego gazu z temperaturą, Cybula podał w pracy [16] następujące wzory robocze pozwalające obliczać wypadkowy współczynnik wnikania ciepła:

$$h = 0.021 \frac{\lambda_0 D(T)}{d} \left(\frac{du\rho}{\mu_0 D(T)} \right)^{0.8} \quad (10)$$

$$D(T) = \sqrt{\frac{T}{273}} \left(\frac{1 + \frac{c_k}{273}}{1 + \frac{c_k}{T}} \right) \quad (11)$$

gdzie: λ_0 – współczynnik przewodzenia ciepła w gazie dla temperatury

$T=273$ K ($\lambda_0=5.568 \cdot 10^{-2}$ J/m/s/K);

μ_0 – współczynnik lepkości gazu dla temperatury $T=273$ K

where: h – resultant coefficient of heat penetration;

T – temperature of gas composition;

T_s – temperature of walls the heat penetrates into;

S_0 – initial area penetrated by heat;

π – perimeter of barrel bore;

x – displacement of projectile base.

Additionally it was assumed that the temperature of walls T_s is constant. The resultant coefficient of heat penetration h for the pyro-static cycle and initial phase of projectile motion (quasi-isochoric conditions) is proportional to the gas composition density ρ as it was proposed by Haba and Grabski [14]

where h_0 is a constant value established by the manometric bomb.

For the remaining cycles the average velocity of gas composition u exceeds ca. 25 m/s and from the Kraussold's formula [15]:

where: Nu – Nusselt number,

Re – Reynolds number,

Pr – Prandtl number.

Converting (9) and considering the Sutherland's formula for dependence of coefficients of gas viscosity and thermal conductivity on temperature the following working formulae were given by Cybula in [16] to calculate the resultant coefficient of heat penetration:

where: λ_0 – the heat conducting coefficient inside the gas at temperature

$T=273$ K ($\lambda_0=5.568 \cdot 10^{-2}$ J/m/s/K);

μ_0 – coefficient of gas viscosity at temperature of $T=273$ K

($\mu_0=1.456 \cdot 10^{-3}$ Ns/m²);
 c_k – stała Sutherlanda (105 K);
 u – średnia prędkość gazu równa połowie prędkości pocisku;
 d – średnica przewodu lufy.

12. Ruch pocisku rozpoczyna się z chwilą, gdy ciśnienie mieszaniny gazów przekroczy wartość ciśnienia umownego ciśnienia wcisku p_0 .
13. Opory przetłaczania i pozostałe prace drugorzędne uwzględniono wprowadzając współczynnik prac drugorzędnych φ do równania ruchu pocisku w przewodzie lufy. W pierwszym przybliżeniu współczynnik ten można obliczać ze wzoru Słuchockiego [1]:

($\mu_0=1.456 \cdot 10^{-3}$ Ns/m²);
 c_k – Sutherland constant (105 K);
 u – average velocity of gas equal to the half of projectile velocity;
 d – diameter of barrel bore.

12. The movement of the projectile starts when the pressure of gas composition exceeds the value of accepted level of pushing pressure p_0 .
13. The resistance of squeezing and the remaining secondary work was considered by application of a coefficient for secondary work φ into the equation of projectile movement in the barrel bore. In the first approximation this coefficient may be calculated from the Słuchocki formula [1]:

$$\varphi = K + \frac{\omega}{3m} \quad (12)$$

gdzie: K – stały współczynnik zależny od typu pocisku (z pierścieniem wiodącym miedzianym, stalowym, z tworzywa sztucznego lub strzelecki bez pierścienia) i typu przewodu lufy (gwintowany lub gładki),
 ω – masa ładunku miotającego,
 m – masa pocisku.

Współczynnik prac drugorzędnych φ można również wyznaczać doświadczalnie, wykorzystując metodę podaną przez Radomskiego w pracach [17, 18].

14. W chwili początkowej $t = 0$, powierzchnia zewnętrzna pierścienia wiodącego pocisku jest w kontakcie z powierzchnią wewnętrzną stożka przejściowego, co odpowiada przypadkowi, gdy pocisk, po załadowaniu naboju, znajduje się w przednim skrajnym położeniu, względem zamka.

3. Model matematyczny

Przedstawiony w poprzednim punkcie model fizyczny zjawiska strzału prowadzi do układu równań różniczkowych zwyczajnych, które wynikają bezpośrednio z bilansów masy i energii mieszaniny gazowej w przestrzeni za pociskiem, jej równania stanu oraz równania ruchu pocisku. Oma-

where: K – the permanent coefficient dependant on the type of projectile (with a leading ring made of copper, steel or plastic, or without the ring for small arms) and on the type of barrel bore (rifled or smooth),
 ω – mass of projection charge,
 m – mass of projectile.

The coefficient of secondary work φ can be also identified in experimental way by using a method given by Radomski in [17, 18].

14. At the initial moment $t = 0$ the external surface of projectile leading ring sticks to internal surface of transitional narrowing corresponding to situation when the projectile after loading the cartridge is placed in frontal extreme position against the breech.

3. Mathematical Model

Physical model of firing phenomenon presented in the former chapter leads to a system of differential normal equations arising directly from balance of mass and energy for the gas composition in volume behind the projectile, and from its equation of state and from the equation of projectile

wiany układ równań w postaci uporządkowanej i przygotowanej do rozwiązania jest następujący:

1. Liniowa względna prędkość palenia się ziarna prochowego i -tego składnika z_i (dotyczy także podsypek - patrz punkt 5 założeń modelu fizycznego):

$$\frac{dz_i}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{dla } (\psi_i \geq 1) \wedge (t \leq t_z); \\ \frac{u_{1i}}{e_{1i}} p r_i & \text{dla } (\psi_i < 1) \wedge (t > t_z); \end{cases} \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (13)$$

gdzie: ψ_i – względna masa składnika, jaka uległa spaleni,
 u_{1i} , r_i – współczynniki w liniowym prawie palenia i -tego składnika,
 p – średnie ciśnienie gazu w przestrzeni za pociskiem,
 e_{1i} – grubość warstwy palnej ziarna i -tego składnika,
 t_z – czasu zwłoki.

Należy dodać, że indeks $i = 1$, czyli pierwszy składnik został zarezerwowany dla powietrza zawartego na początku w komorze ładunkowej.

2. Względna masowa prędkość kreacji gazów i -tego składnika ψ_i (dotyczy także podsypek - patrz punkt nr 5 założeń modelu fizycznego):
 Dla $z_{gi} > 0$:

motion. The considered system of equations in the form which is arranged and prepared for solution is following:

1. Linear relative rate of burning for an i - powder grain of a z_i - component (it relates to foundations as well – see point 5 of assumptions for physical model):

where: ψ_i – the relative mass of a component which has burned,
 u_{1i} , r_i – coefficients in the linear law of burning for i - component,
 p – the average gas pressure in space behind the projectile,
 e_{1i} – the thickness of grain burning layer for i - component,
 t_z – delay time.

It is worth to note that index $i = 1$ for the first component is assigned for the air included initially inside the loading chamber.

2. The relative mass rate of gas production ψ_i for i - component (it refers also to foundations – see point 5 of physical model assumptions):
 For $z_{gi} > 0$:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = \begin{cases} \text{dla } (z_i \geq 0) \wedge (z_i \leq z_{gi}) \\ \kappa_i \frac{z_i}{z_{gi}} (1 + \lambda_i z_i + \mu_i z_i^2) \frac{dz_i}{dt}; \\ \text{dla } (z_i > z_{gi}) \wedge (z_i \leq 1) \\ \kappa_i \left[\frac{1 + (\mu_i z_{gi} - \lambda_i) z_{gi} +}{-(3\mu_i z_{gi} - 2\lambda_i) z_i + 3\mu_i z_i^2} \right] \frac{dz_i}{dt}; \\ \text{dla } (z_i > 1) \wedge (z_i \leq 1 + z_{gi}) \\ \kappa_i \left[\frac{1}{\kappa_i z_{gi}} + 1 + (\mu_i z_{gi} - \lambda_i) z_{gi} + \right. \\ \left. - \left(\frac{1}{z_{gi}} - 2\lambda_i + 3\mu_i z_{gi} \right) z_i + \right. \\ \left. + \left(3\mu_i - \frac{\lambda_i}{z_{gi}} \right) z_i^2 - \frac{\mu_i}{z_{gi}} z_i^3 \right] \frac{dz_i}{dt}; \end{cases} \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (14)$$

Dla $z_{gi} = 0$:

For $z_{gi} = 0$:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = \kappa_i(1 - 2\lambda_i z_i + 3\mu_i z_i^2) \frac{dz_i}{dt} \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (14a)$$

gdzie: $\kappa_i, \lambda_i, \mu_i$ – charakterystyki kształtu ziarna prochowego i -tego składnika,
 z_{gi} – względna grubość spalonej warstwy prochowej ziarna i -tego składnika, przy której wszystkie ziarna tego składnika uległy zapaleniu.

3. Bilans masy gazów w przestrzeni za pociskiem N :

where: $\kappa_i, \lambda_i, \mu_i$ – shape characteristics of the powder grain for i - component,
 z_{gi} – relative thickness of burned powder grain layer for i - component for which all grains of this component have started to burn.

3. Balance of mass of gases behind the projectile N :

$$\frac{dN}{dt} = \sum_{i=2}^n \omega_i \frac{d\psi_i}{dt} \quad (15)$$

gdzie: n – liczba składników ładunku miotającego,

ω_i – masa i -tego składnika.

W tym miejscu należy przypomnieć, że pierwszym składnikiem jest powietrze zawarte w komorze ładunkowej, dla którego $d\psi_1/dt = 0$.

4. Równanie ruchu pocisku w przewodzie lufy, które wynika bezpośrednio z II prawa Newtona:

where: n – number of components for projecting charge,

ω_i – mass of i - component.

Now it has to be remembered that the air included in the loading chamber is the first component for which $d\psi_1/dt = 0$.

4. The equation for projectile movement inside the barrel bore arising directly from Newton's II-nd principle:

$$\frac{dv}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{dla } (p < p_0) \wedge (v = 0); \\ \frac{s}{\varphi m} p & \text{dla } (p \geq p_0) \vee (v \neq 0); \end{cases} \quad (16)$$

gdzie: v – prędkość pocisku,

s – powierzchnia przekroju poprzecznego przewodu lufy,

φ – współczynnik prac drugorzędnych,

m – masa pocisku,

p_0 – ciśnienie, po przekroczeniu, którego rusza pocisk.

5. Związek kinematyczny przemieszczenia x i prędkości v pocisku:

where: v – velocity of projectile,

s – cross section of barrel bore,

φ – coefficient of secondary works,

m – mass of projectile,

p_0 – pressure at which the projectile starts the motion.

5. Kinematical relation between projectile's displacement x and velocity v :

$$\frac{dx}{dt} = v; \quad (17)$$

6. Prędkość zmian udziału masowego g_i gazów powstałych z i -tego składnika:

6. Rate of changes for mass contribution g_i of gases produced by i - component:

$$\frac{dg_i}{dt} = \frac{\omega_i}{[\sum_{k=1}^n \psi_k]^2} \left[(\sum_{k=1}^n \psi_k) \frac{d\psi_i}{dt} - \psi_i \sum_{k=1}^n \omega_k \frac{d\psi_k}{dt} \right]; \quad (18)$$

7. Prędkość zmian stałej gazowej mieszaniny gazów R w przestrzeni za pociskiem:

7. Rate of changes of the gas constant for gas composition R behind projectile:

$$\frac{dR}{dt} = \sum_{i=1}^n R_i \frac{dg_i}{dt} \quad (19)$$

gdzie R_i oznacza stałą gazową gazów powstających z i -tego składnika.

where R_i is the gas constant for gases produced by i - component.

8. Prędkość zmian ciepła właściwego w stałej objętości mieszaniny gazów C_v w przestrzeni za pociskiem:

8. The rate of changes for the specific heat at permanent volume for gas composition C_v behind the projectile:

$$\frac{dC_v}{dt} = \sum_{i=1}^n C_{vi} \frac{dg_i}{dt} \quad (20)$$

gdzie C_{vi} oznacza ciepło właściwe w stałej objętości gazów powstających z i -tego składnika.

where C_{vi} is the specific heat at permanent volume of gases produced by i - components.

9. Bilans energii mieszaniny gazowej w przestrzeni za pociskiem (I zasada termodynamiki dla układów zamkniętych):

9. Balance of energy for gas composition behind projectile (I-st principle of thermodynamics in contained systems):

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{NC_v} \left[\sum_{i=2}^n C_{vi} T_{1i} \frac{d\psi_i}{dt} - T \left(C_v \frac{dN}{dt} + N \frac{dC_v}{dt} \right) - psv - q \right]; \quad (21)$$

gdzie: T – temperatura mieszaniny gazów w przestrzeni za pociskiem;

where: T – temperature of gas composition behind projectile;

T_{1i} – izochoryczna temperatura wybuchu i -tego składnika ładunku miotającego;

T_{1i} – isochoric temperature of explosion for i - component of projection charge;

q - strumień ciepła, który wnika do ścianek lufy, dna łuski i dna pocisku, zgodnie z prawem Newtona, dany wzorem (7).

q – heat flux penetrating the walls of bore, case base and projectile base according to Newton's law and relation (7).

10. Prędkość zmian objętości swobodnej W , w przestrzeni za pociskiem:

10. Rate of changes for the free volume W behind the projectile:

$$\frac{dW}{dt} = sv - \sum_{i=2}^n \omega_i \left[\frac{1}{\delta_i} + \left(\alpha_i - \frac{1}{\delta_i} \right) \frac{d\psi_i}{dt} \right] \quad (22)$$

gdzie: δ_i – gęstość i -tego składnika ładunku miotającego,

where: δ_i – density of i - component of projecting charge,

α_i – kowolumen dla gazów powstających z i -tego składnika.

α_i – co-volume for the gases produced by i - component.

11. Równanie stanu mieszaniny gazowej w przestrzeni za pociskiem:

11. Equation of state for the gas composition in space behind projectile:

$$\frac{dp}{dt} = p \left[\frac{1}{N} \frac{dN}{dt} + \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dt} - \frac{1}{W} \frac{dW}{dt} \right]; \quad (23)$$

Podany układ równań uzupełniają następujące warunki początkowe dla czasu $t = 0$: $z_1 = 1$; dla $i = 2, 3, \dots, n$: $z_i = 0$; $\psi_1 = 1$; dla $i = 2, 3, \dots, n$: $\psi_i = 0$;

Given system of equations is complemented by following initial conditions for time $t = 0$: $z_1 = 1$; for $i = 2, 3, \dots, n$: $z_i = 0$; $\psi_1 = 1$; for $i = 2, 3, \dots, n$: $\psi_i = 0$;

$$W = W_0 - \sum_{i=2}^n \frac{\omega_i}{\delta_i}; N = \frac{p_a W}{R_1 T_a}; v = 0; x = 0; g_1 = 1; \quad (24)$$

dla $i = 2, 3, \dots, n$: $g_i = 0$; $R = R_1$; $C_v = C_{v1}$; $T = T_a$; $p = p_a$

for $i = 2, 3, \dots, n$: $g_i = 0$; $R = R_1$; $C_v = C_{v1}$; $T = T_a$; $p = p_a$

gdzie: W_0 – objętość konstrukcyjna komory ładunkowej,
 p_a – ciśnienie atmosferyczne,
 T_a – temperatura atmosferyczna.

where: W_0 – designed volume of the loading chamber,
 p_a – atmospheric pressure,
 T_a – ambient temperature.

4. Weryfikacja doświadczalna modelu

4. Model Experimental Verification

Przedstawiony w poprzednim punkcie model matematyczny rozwiązywano numerycznie, za pomocą autorskiego programu napisanego w języku Object Pascal, w środowisku Delphi. Do całkowania numerycznego wykorzystano standardową procedurę rk4sys.pas podaną w pracy [19]. Procedura ta wykorzystuje metodę Rungego-Kutty czwartego rzędu, z automatycznym doбором kroku całkowania. W tym miejscu należy dodać, że rozwiązywany model w istocie jest „modelem sklejanym”, który składa się z wielu układów równań, różniących się postacią prawych stron, ze względu na warunki logiczne. Z tego też powodu, opracowany program zawierał dodatkowe procedury zapewniające żadaną dokładność obliczeń, poprzez automatyczny dobór kroku całkowania, w pobliżu zmiany postaci prawej strony dla każdego równania z warunkiem logicznym.

Mathematical model presented in former part was solved numerically by using the author's computer code prepared in Object Pascal language of Delphi environment. Standard procedure rk4sys.pas given in [19] was used for numerical integration. The procedure deploys the Runge-Kutty method of fourth order with automatically adjusted step of integration. It has to be added that the considered model is actually “a pieced together” model consisting of many systems of equations with different forms of right sides due to logical conditions. For this reason the developed computer code includes additional procedures securing a demanded level of calculation accuracy through automatic adjustment of integration step in the area where the form of the right side would change for each equation with the logical condition.

Tabela 1. Wartości ciśnienia maksymalnego i prędkości wylotowej

Table 1. Maximum pressure and muzzle velocity

Wielkość Quantity	Zmierzona średnia z 3 strzałów Average value measured for 3 shots	Obliczona Calculated value
Ciśnienie maksymalne Maximal pressure [MPa]	513	529
Prędkość wylotowa Muzzle velocity [m/s]	1632	1645

Weryfikacji pragmatycznej modelu dokonano dla armaty czołgowej 2A46 kal. 125 mm,

Verification of the model has been performed for 125 mm 2A46 tank gun fir-

strzelającej nabojem z pociskiem podkalibrowym i z wieloskładnikowym ładunkiem miotającym (rys. 1). W tabeli 1 zestawiono wartości doświadczalne i obliczone: ciśnienia maksymalnego i prędkości wylotowej.

Jak widać różnice w wartościach ciśnienia maksymalnego i prędkości początkowej są stosunkowo niewielkie. Błędy względne, względem danych doświadczalnych, analizowanych wielkości wynoszą odpowiednio 3,1 % i 0,8 %.

5. Podsumowanie

Otrzymane wyniki są bardzo zachęcające i wskazują na dużą przydatność przedstawionego modelu matematycznego do symulacji komputerowej zjawiska strzału we wstępnej fazie projektowania broni lub amunicji dużych kalibrów z wieloskładnikowym ładunkiem miotającym. Do pełnej weryfikacji modelu należało by jednak wykonać badania dla innych wzorów broni i różnych typów amunicji.

W tym miejscu należy nadmienić, że przedstawiony model może być stosunkowo łatwo dostosowany do wykorzystania fizycznego prawa palenia się prochu. W tym celu należy pominąć równanie (13) i zastąpić równanie (14) następującym równaniem:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{dla } (\psi_i \geq 1) \wedge (t \leq t_z); \\ \Gamma_i(\psi_i)p & \text{dla } (\psi_i < 1) \wedge (t > t_z); \end{cases} \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (25)$$

gdzie Γ_i – intensywność powstawania gazów prochowych dla i -tego składnika, wyznaczana doświadczalnie.

Ponadto, można by pokusić się o dalszy rozwój prezentowanego modelu, polegający na uwzględnieniu np. przemian chemicznych lub fazowych dla składników typu przyćmiwacz i odmiedzacz.

Literatura / Literature

- [1] Serebryakov M. E. 1949. *Internal Ballistics* (in Russian). Moscow: State Printing House of the Defense Industry.
- [2] Corner John. 1950. *Theory of the Interior Ballistics of Gun*. New York: John Wiley and Sons.
- [3] Kapur J. N. 1954. „Internal Ballistics of Composite Charges Taking Into Account any

ing with kinetic ammunition including a multicomponent projection charge (Fig. 1). Table 1 compares the experimental and calculated values of maximal pressure and muzzle velocity.

As it is noticed the differences of maximum pressures and muzzle velocities are relatively small. The relative errors referred to experimental data equal respectively to 3.1 % and 0.8 %.

5. Summary

Received results are very encouraging and illustrate high usefulness of presented mathematical model for computer simulation of firing phenomenon at the initial phase of designing the guns or large calibre ammunition with multicomponent projection charge. Investigations of other models of guns and various types of ammunition would be needed to get a more complete verification of the model.

It is worth to note that presented model may be adapted in relatively simple way for using the physical law of powder combustion. To do so the equation (13) has to be omitted and the equation (14) has to be replaced by following one:

where Γ_i – intensity of powder gases generation for i - component, determined by experiment.

Moreover there may be some chances in further development of this model by considering chemical or phase conversions for such components as the flash and copper reducers.

- Possible Difference in the Ratios of Specific Heats of the Component Charges". *Defence Science Journal* Vol 7 No 4: 144-158.
- [4] Ray Asim. 1966. „Note on Internal Ballistics with Composite Charge”. *Defence Science Journal* Vol 16 No 1: 43-46.
- [5] Narvilkar D. K. 1979. „Solution of Equations of Internal Ballistics for the Composite Charge Using Lagrange Density Approximation. *Defence Science Journal* Vol 29 No 3: 123-130.
- [6] Gózdź Józef, Stanisław Torecki. 1981. „Cyfrowa symulacja balistyki wewnętrznej układu miotającego z wieloskładnikowym ładunkiem prochowym”. *Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej* Nr 8 (348): 17-30.
- [7] Gózdź Józef. 1984. „Symulacja strzału ładunkiem wieloskładnikowym w ujęciu gazodynamicznym”. *Problemy Techniki Uzbrojenia i Radiolokacji* z. 33: 21-29.
- [8] Prochnickij L. A., M. I. Dudnik. 1999. Modelirovane iznosa gladkovo artillerijskovo stvola. W *Proceedings of the 3^d International Conference „Artillery Barrel Systems, Ammunition, Means of Artillery Reconnaissance and Fire Control”*, 76-87. Ministry of Industrial Policy of Ukraine.
- [9] Miura H., A. Matsuo. 2005. Two-phase Flow Simulation for Interior Ballistics. W *WIT Transactions on Modelling and Simulation*, Vol 40: 291-299. WIT Press.
- [10] Cheng Cheng, Xiaobing Zhang. 2013. „Modeling of Interior Ballistic Gas-Solid Flow Using a Coupled Computational Fluid Dynamics-Discrete Element Method”. *Journal of Applied Mechanics* Vol. 80: 031403-1- 031403-6.
- [11] Grys Sebastian, Waldemar A. Trzciński. 2010. „Termodynamiczne modelowanie procesów spalania, wybuchu i detonacji nieidealnych układów wysokoenergetycznych”. *Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej* Vol. 59 Nr 3: 71-118.
- [12] Grabski Reinhard, Edgar Haba. 1980. „Ein innenballistisches Modell für Handfeuerwaffen unter Berücksichtigung des Entflammungsverhaltens”. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule Magdeburg* Heft 5: 117-122.
- [13] Quinchon Jean, Jean Tranchant, Michel Nicolas. 1986. „*Les poudres, propergols et explosifs, T. 3. Les poudres pour armes*”. Paris: Technique et Documentation (Lavoisier).
- [14] Haba Edgar, Reinhard Grabski. 1980. „Die Berücksichtigung der Wärmeableitung in der Innenballistik von Rohrwaffen”. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule Magdeburg* Heft 5: 123-128.
- [15] Ochęduszek Stanisław. 1974. *Termodynamika stosowana*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.
- [16] Cybuła Leszek. 1986. *Badania balistyczne nasadkowego układu miotającego*, rozprawa doktorska. Warszawa: Wojskowa Akademia Techniczna.
- [17] Radomski Marek. 1996. Badania prędkości spalania się ładunku miotającego w broni palnej. W *Materiałach IV Międzynarodowego Sympozjum "Rozwój Techniki Wojskowej"*, t. 2. 239-251, Gdynia: Military Arms.
- [18] Radomski Marek. 2000. Badania intensywności powstawania gazów prochowych w broni palnej. W *Materiałach III Międzynarodowej Konferencji Uzbrojeniowej "Naukowe aspekty techniki uzbrojenia"*. Waplewo 11-13.10.2000. Warszawa: Wojskowa Akademia Techniczna.
- [19] Marciniak Andrzej, Dorota Gregulec, Jan Kaczmarek. 1997. *Podstawowe procedury*

numeryczne w języku Turbo Pascal. Poznań: Wydawnictwo Nakom.

