



## Zastosowanie metod bezsiatkowych do modelowania pocisków pistoletowych

PIOTR KĘDZIERSKI, JULIA WATOROWSKA

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Inżynierii Mechanicznej, Instytut Mechaniki  
i Inżynierii Obliczeniowej, ul. gen. S. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, kedzierski.piotr@wat.edu.pl,  
julia.watorowska@student.wat.edu.pl

**Streszczenie.** Artykuł przedstawia analizę możliwości zastosowania dwóch metod bezsiatkowych do modelowania pocisków pistoletowych na przykładzie pocisku 9 mm Parabellum. Badania obejmowały metody SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) oraz SPG (Smoothed Particle Galerkin). Wyniki symulacji komputerowych zostały porównane z wynikami testów balistycznych pod względem zgodności kształtowo-wymiarowej zdeformowanego pocisku. Błąd względny średnicy pocisku wynosił 15% i 17% odpowiednio dla metody SPG i SPH. Postać deformacji dla metody SPH odbiegała od wyników testów balistycznych, podczas gdy metoda SPG wiernie odwzorowała kształt zdeformowanego pocisku.

**Słowa kluczowe:** inżynieria mechaniczna, symulacja uderzenia, pocisk pistoletowy, SPH, SPG

**DOI:** 10.5604/01.3001.0015.7012

### 1. Wprowadzenie

Metoda elementów skończonych (MES) jako jedna z metod komputerowych mechaniki jest szeroko stosowana w balistyce końcowej. Modelowanie numeryczne pocisków ze względu na duże deformacje i utratę ciągłości materiału jest wymagającym zadaniem. Szczególnie problematyczna jest symulacja mechanicznej odpowiedzi pocisków pistoletowych, których miękkie rdzeń został wykonany ze stopu ołowiu. Ciśnienie generowane w efekcie uderzenia jest wielokrotnie większe od granicy plastyczności, co powoduje, że rdzeń zachowuje się jak ciecz w stanie hydrodynamicznym, deformując się w znacznie szerszym zakresie niż pociski pośrednie i karabinowe. W takich warunkach zastosowanie klasycznego MES-u bazującego na sformułowaniu Lagrange'a powoduje degenerację elementów skończonych przed

osiągnięciem kryterium erozji, co przejawia się drastycznym spadkiem kroku czasowego dla jawnych schematów całkowania lub nawet przedwczesnym zakończeniem obliczeń. Doraźnym sposobem rozwiązania opisywanych problemów jest stosowanie erozji ad hoc lub sztuczne zwiększanie wrażliwości modelu zniszczenia. Jednak przedwczesne usuwanie elementów skończonych zaburza transfer pędu poprzez spadek masy pocisku oraz zmianę obszaru kontaktu pocisk–cel. Dlatego prawidłowy opis zachowania pocisków pistoletowych wymaga zastosowania innego podejścia niż klasyczny MES, a metody bezsiatkowe wydają się naturalnym wyborem.

W literaturze istnieje wiele opisów modeli numerycznych pocisków z komponentami ze stopu ołowiu. Większość z nich wykorzystuje metodę elementów skończonych bazującą na sformułowaniu Lagrange’a [1–14]. Alternatywne podejście do klasycznego MES-u to metoda bezsiatkowa SPH, która jest relatywnie często stosowana do symulacji obciążenia udarowego w postaci pocisku z rdzeniem miękkim [15–19]. Pojedyncze artykuły przedstawiają zastosowanie MES-u w ujęciu Eulera [20] oraz MES-u w połączeniu z techniką *remeshingu* [21].

Celem pracy jest ocena aplikacyjności metod bezsiatkowych do modelowania dużych deformacji pocisków pistoletowych. Prezentowane wyniki stanowią uzupełnienie do pracy Kędzierskiego i in. [22], w której zastosowano pięć różnych podejść numerycznych (MES, MES-*Remeshing*, ALE-*Smoothing*, ALE-Euler, SPH) do symulacji pocisków grzybkujących.

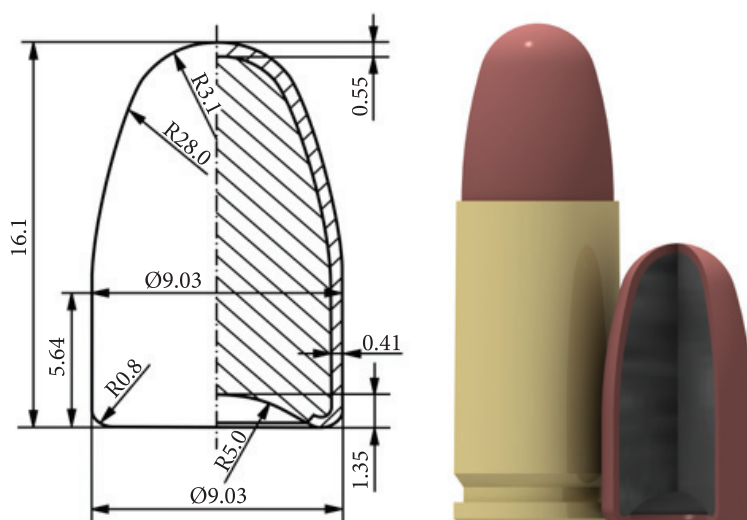
## 2. Sformułowanie problemu

W pracy omówiono przydatność dwóch metod bezsiatkowych do symulacji dużych deformacji pocisków pistoletowych. Wśród analizowanych podejść jest metoda SPH (ang. *Smooth Particle Hydrodynamic*) oraz SPG (*Smooth Particle Galerkin*). Wyniki symulacji zostały skonfrontowane z rezultatem testów balistycznych, podczas których pocisk 9 mm Parabellum uderzał w płytę ze stali Armox 500T. Porównaniu podlegały charakterystyki geometryczne zdeformowanego pocisku dla wybranej chwili. Dodatkowo stosowalność wymienionych metod bezsiatkowych w zagadnieniach balistyki końcowej pocisków grzybkujących została oceniona przez analizę bilansu energetycznego wyników symulacyjnych.

## 3. Opis testów balistycznych

Testy balistyczne były prowadzone z użyciem amunicji 9 × 19 mm Parabellum do celu w postaci płyty o grubości 10 mm wykonanej ze stali pancernej Armox 500T. Właściwości mechaniczne i geometryczne płyty zapewniały warunki zbliżone do uderzenia w nieodkształcalną ścianę. Wybór pocisku był podyktowany jego popularnością.

Nabój  $9 \times 19$  mm Parabellum jest aktualnie najczęściej używaną amunicją pistoletową na świecie. Wybrany do analizy pocisk składał się z rdzenia wykonanego ze stopu ołowiu znajdującego się w mosiężnym płaszczu. Całkowita masa pocisku mieści się w przedziale od 6,8 do 8,1 g, natomiast prędkość początkowa w przedziale od 350 do 440 m/s. Nabój  $9 \times 19$  mm Parabellum oraz geometrię jego pocisku przedstawiono na rysunku 1. Pocisk wykorzystany w trakcie testów balistycznych ważył około 8,1 g. Jego prędkość mierzona była za pomocą chronografu bramkowego na podczerwień. Przeprowadzono trzy próby, przy czym do dalszej analizy wykorzystano wyniki dla strzału z prędkością 363 m/s. W związku z kompletnym zniszczeniem pocisku w trakcie badań jako ilościowy wynik testu balistycznego przyjęto średnicę zdeformowanego pocisku dla wybranej chwili. Pomiar odbywał się przy użyciu dwóch synchronizowanych kamer do zdjęć szybkich i dwóch halogenowych źródeł światła. Pierwsza z kamer ustawiona prostopadłe do toru lotu pocisku miała zarejestrować moment uderzenia, natomiast druga ustawiona pod kątem  $15^\circ$  miała nagrać deformujący się pocisk w widoku z tyłu. Kamery pracowały z częstotliwością 66 000 fps. Obraz zarejestrowany 0,045 ms po uderzeniu został wykorzystany do określenia średnicy zdeformowanego pocisku.



Rys. 1. Nabój  $9 \times 19$  mm Parabellum i jego pocisk [22]

#### 4. Opis modelu numerycznego

Modele numeryczne zostały opracowane w pakiecie do analiz nieliniowych LS-Dyna. Dyskretne równania ruchu rozwiązano z zastosowaniem schematu jawnego metody różnic centralnych. Wielkość kroku czasowego była ograniczona

warunkiem stabilności Couranta-Friedrichsa-Lewy'ego (CFL) [23]. Ze względu na symetrię zjawiska model numeryczny ograniczał się do 1/4 układu fizycznego. Cel ze stali Armox 500T zamodelowano niejawnie za pomocą nieodkształcalnej płyty. Do opisu materiału rdzenia i płaszcza pocisku użyto zmodyfikowanej relacji konstytutywnej Johnsona-Cooka (MJC). Wybrany model materiałowy opisuje granicę plastyczności równaniem [24]:

$$\sigma_y = \left( A + B(\varepsilon_p)^n \right) \left( 1 + \dot{\varepsilon}_p / \dot{\varepsilon}_0 \right)^C \left( 1 - \left( \frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^m \right), \quad (1)$$

gdzie:  $B$  — moduł umocnienia plastycznego,  
 $n$  — wykładnik umocnienia plastycznego,  
 $m$  — wykładnik osłabienia termicznego,  
 $C$  — wykładnik wpływu szybkości odkształcenia,  
 $T_r$  — temperatura odniesienia,  
 $T_m$  — temperatura topnienia,  
 $\varepsilon_p$  — zastępcze odkształcenie plastyczne,  
 $\dot{\varepsilon}_0$  — referencyjna szybkość odkształcenia,  
 $\dot{\varepsilon}_p$  — szybkość zastępczego odkształcenia plastycznego,  
 $T$  — temperatura.

Pierwszy człon opisuje wpływ umocnienia plastycznego, natomiast drugi wpływ szybkości odkształceń. Z kolei ostatni człon określa wpływ temperatury.

Założono, że materiał rdzenia nie ulega zniszczeniu, mogąc się odkształcać w ekstremalnym zakresie. Dla materiału płaszcza zastosowano kryterium zniszczenia Cockcrofta-Lathama (C-L) [25]. Bazuje ono na sumarycznej pracy plastycznej na jednostkę objętości:

$$W = \int_0^{\varepsilon_f} \sigma_{max} d\varepsilon_{eq}, \quad (2)$$

gdzie:  $\sigma_{max}$  — część dodatnia maksymalnego naprężenia głównego,  
 $\varepsilon_f$  — odkształcenie zastępcze, przy którym następuje zniszczenie,  
 $\varepsilon_{eq}$  — odkształcenie zastępcze określone wzorem:

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}}. \quad (3)$$

Koncepcja zakłada, że uszkodzenie ulega akumulacji podczas odkształcania się materiału do pewnej wartości krytycznej  $W = W_C$ , dla której  $\varepsilon_{eq} = \varepsilon_f$ . Przyjmując

wartość krytycznego parametru zniszczenia  $D_C = 1$ , zniszczenie materiału wystąpi wówczas, gdy parametr uszkodzenia  $D$ , wyrażający się zależnością:

$$D = \frac{D_C W}{W_C} = \frac{D_C}{W_C} \int_0^{\varepsilon_f} \sigma_{\max} d\varepsilon_{eq}, \quad (4)$$

osiągnie wartość 1, powodując erozję elementu. Dane do modelu stopu ołowiu i mosiądzu zostały zebrane w tabeli 1.

TABELA 1

Dane do modelu MJC dla stopu ołowiu i mosiądzu [22]

Parametr	Oznaczenie	Jednostka	Stop ołowiu	Mosiądz
Gęstość objętościowa	RO	g/cm <sup>3</sup>	10,1	8,52
Moduł Younga	E	GPa	18,4	115
Stała Poissona	PR	—	0,42	0,31
Współczynnik sprzężenia	BETA	—	0	0
Współczynnik Taylora–Quinneya	XSI	—	0,9	0,9
Ciepło właściwe	CP	J/kg K	124	375
Liniowy współczynnik rozszerzalności cieplnej	ALPHA	μm/m K	29,0	19,0
Referencyjna szybkość odkształcenia	E0DOT	1/s	5E-4	5E-4
Temperatura odniesienia	Tr	K	293	293
Temperatura topnienia	Tm	K	760	1189
Temperatura początkowa	T0	K	293	293
Zmodyfikowany model Johsona—Cooka				
Granica plastyczności	A	MPa	24	206
Moduł umocnienia plastycznego	B	MPa	89	505
Wykładnik umocnienia plastycznego	N	—	1	0,42
Wykładnik wpływu szybkości odkształcenia	C	—	0,01	0,01
Wykładnik osłabienia termicznego	M	—	1	1,68
Krytyczny parametr zniszczenia	DC	—	—	1
Praca odkształcenia plastycznego na jednostkę objętości	WC	mJ/mm <sup>3</sup>	—	914

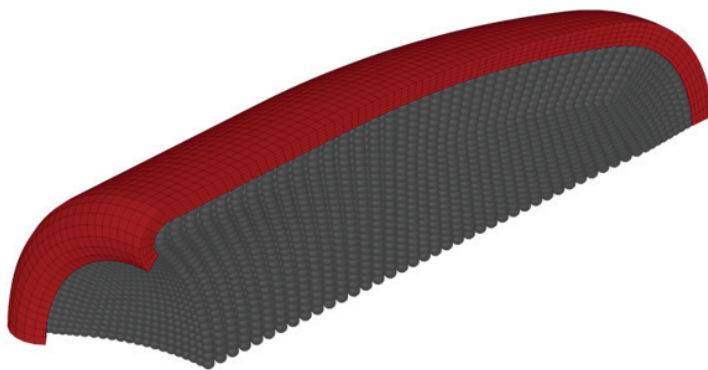
Do dyskretyzacji płaszczka pocisku zastosowano 10 000 elementów bryłowych z jednym punktem całkowania, stosując pięć elementów na grubości koszulki. Płaszcz modelowano przy użyciu klasycznej metody elementów skończonych (MES) bazującej na sformułowaniu Lagrange'a. Rdzeń pocisku zdyskretyzowano za pomocą 21 000 cząstek SPH/SPG. Oba modele wykorzystywały jako funkcję jądra krzywą B-sklejaną wyrażającą się zależnością:

$$W(r, h) = \frac{\sigma}{h^v} \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}u^2 + \frac{3}{4}u^3 & |r/h| \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-u)^3 & 1 \leq |r/h| \leq 2 \\ 0 & |r/h| > 2 \end{cases} \quad (5)$$

gdzie:  $v$  — liczba wymiarów,  
 $r$  — odległość od centrum cząstki,  $u = r/h$ ,  
 $\sigma$  — stała normalizacji zależna od liczby wymiarów, dla  $v = 1; 2; 3$  otrzymuje się  $\sigma = 2/3; 10/7\pi; 1/\pi$  [26].

Użyto funkcji jądra Eulera, co oznacza, że sąsiadujące cząstki nie są zdefiniowane na stałe.

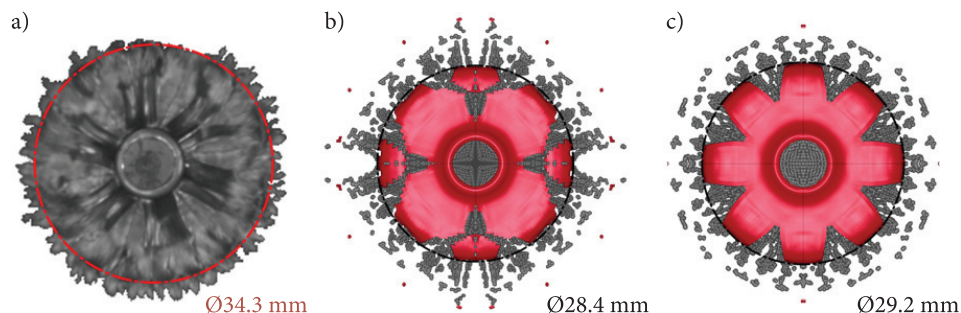
Dyskretyzacja przestrzenna pocisku została przedstawiona na rysunku 2. Pomiędzy płaszczem a rdzeniem pocisku zdefiniowano kontakt oraz tarcie, zakładając współczynniki tarcia statycznego i dynamicznego na poziomie 0,2 [27]. Zastosowany rodzaj kontaktu uwzględniał zjawisko erozji elementów skończonych, aktualizując powierzchnię kontaktu po usunięciu elementów na powierzchniach zewnętrznych płaszczka.



Rys. 2. Dyskretyzacja przestrzenna pocisku 9 mm Parabellum

## 5. Analiza wyników

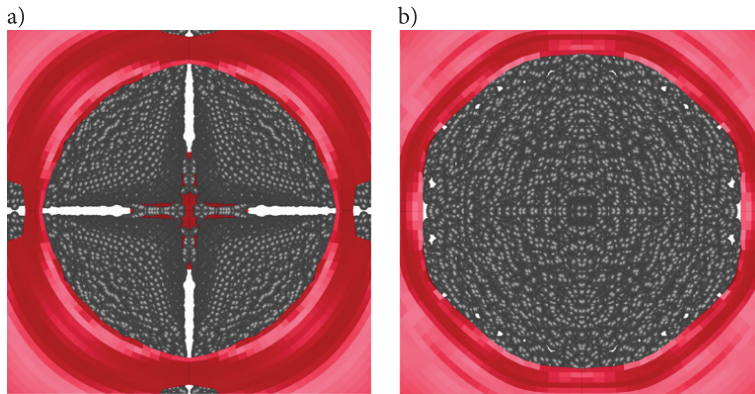
Na rysunku 3 przedstawiono postać deformacji pocisku 9 mm Parabellum dla badań eksperymentalnych i numerycznych w chwili  $t = 0,45$  ms od uderzenia w płytę. W testach balistycznych dla rozważanego czasu pocisk uległ znacznym deformacjom oraz uszkodzeniu, a jego płaszcz został rozerwany promieniowo na sześć zbliżonych płatków. Zdeformowany pocisk w widoku z tyłu miał kształt kołowy.



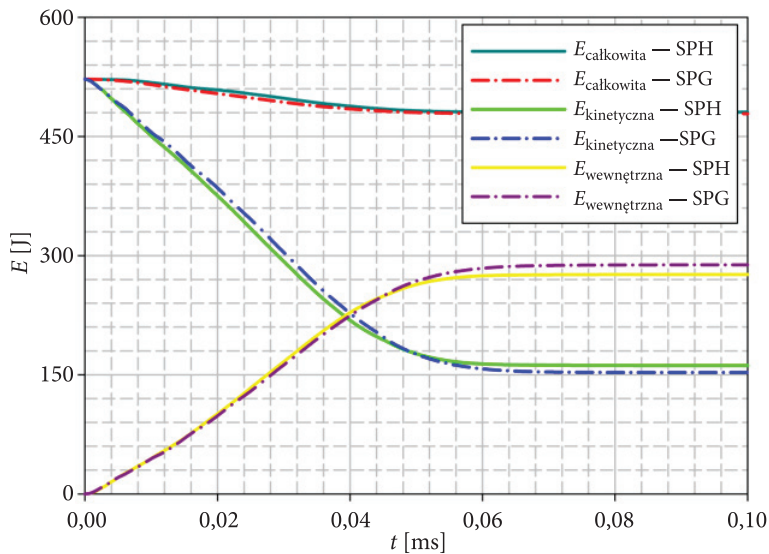
Rys. 3. Deformacja pocisku dla chwili  $t = 0,45$  ms: a) eksperyment, b) symulacja — SPH, c) symulacja — SPG

Badania symulacyjne przewidziały podobne stadium zniszczenia pocisku. Jednak dla metody SPH postać deformacji odbiega od badań rzeczywistych. Po pierwsze osiągnięto cztery płatki główne i cztery wtórne, wydzielone z płatków głównych. Po drugie zdeformowany rdzeń pocisku ma powierzchnię czołową w kształcie kwadratu o wierzchołkach leżących w płaszczyznach symetrii modelu. Przyczyny opisanych niezgodności należy szukać w naruszeniu warunków brzegowych w postaci płaszczyzn symetrii, na co metoda SPH jest szczególnie podatna — przedstawiono to na rysunku 4. Grupowanie cząstek SPH doprowadziło do powstania sztucznych pęknięć radialnych rdzenia w pobliżu płaszczyzn symetrii, zaburzając w efekcie proces deformacji pocisku. Z kolei model SPG wiernie odtworzył postać deformacji pocisku. Mimo że liczba płatków wynosi osiem, ich kształt, jak również promieniowy charakter pęknięć płaszcza jest porównywalny z wynikami eksperymentalnymi. Należy zaznaczyć, że nie można przewidzieć symulacyjnie sześciu symetrycznie rozłożonych płatków w modelu ograniczonym do 1/4 układu rzeczywistego.

Zgodność wymiarową oceniono przez porównanie średnic okręgów opisanych na krawędziach rozerwanego płaszcza. Średnica zarejestrowana w testach balistycznych wynosiła 34,3 mm i była większa od wymiarów prognozowanych przez modele komputerowe. Bez względu na różnicę między wynikami eksperymentalnymi i numerycznymi wynosiła 5,1 i 5,9 mm, odpowiednio dla metody SPG i SPH. Wymienione rozbieżności przełożyły się na błąd względny na poziomie 15% i 17%, zapewniając wystarczającą zgodność wyników symulacyjnych z testami balistycznymi.



Rys. 4. Deformacja dna pocisku dla chwili  $t = 0,06$  ms: a) SPH, b) SPG



Rys. 5. Bilans energetyczny symulacji uderzenia pocisku 9 mm Parabellum

Dodatkowym kryterium oceny przydatności metod bezsiatkowych do modelowania pocisków pistoletowych z rdzeniem miękkim była ocena zgodności wygenerowanych wyników z zasadą zachowania energii. Na rysunku 5 przedstawiono bilans energetyczny w postaci przebiegów czasowych energii całkowitej, kinetycznej oraz wewnętrznej. W trakcie analizy zjawiska nastąpił spadek energii całkowitej o około 8%, zarówno dla metody SPH, jak i SPG. Przebiegi czasowe dla obu analizowanych metod mają podobny charakter. Pomimo że całkowita energia modelowanego układu



fizycznego nie została zachowana, to jej spadek jest akceptowalny, biorąc pod uwagę ekstremalny zakres deformacji oraz zniszczenie materiału. Czas przeprowadzenia obliczeń metodą SPG na komputerze stacjonarnym z sześciordzeniowym procesorem Intel Core i7-4930K o taktowaniu 3,4 GHz i 32 GB RAM-u wyniósł 1826 sekund i był o 25% większy niż w metodzie SPH.

## 6. Wnioski końcowe

W artykule przedstawiono możliwość zastosowania metod bezsiatkowych SPH oraz SPG do modelowania pocisków pistoletowych z miękkim rdzeniem. Głównym kryterium oceny była zgodność kształtowo-wymiarowa pomiędzy wynikami symulacyjnymi i eksperymentalnymi. Badania prowadzono na przykładzie uderzenia pocisku 9 mm Parabellum w płytę ze stali Armox 500T.

Na początku należy zwrócić uwagę, że obie zastosowane metody bezsiatkowe z powodzeniem wygenerowały wyniki dla nominalnej prędkości, co nie jest oczywiste, biorąc pod uwagę dynamiczny charakter modelowanego zjawiska. Wymiary zdeformowanego pocisku otrzymane przy użyciu metody SPH oraz SPG odznaczały się dobrą korelacją z wynikami testów balistycznych. Błąd względny średnicy pocisku po 0,045 ms od uderzenia wynosił 15% i 17%, odpowiednio dla metody SPG i SPH. Postać deformacji dla metody SPH odbiegała od wyników testów balistycznych, podczas gdy metoda SPG wiernie odwzorowała kształt zdeformowanego pocisku. Dodatkowo w płaszczyznach symetrii modelu SPH powstały niefizyczne promieniowe pęknięcia rdzenia. Czas przeprowadzenia obliczeń metodą SPG jest o 25% dłuższy niż dla metody SPH.

Podsumowując, należy stwierdzić, że obie badane metody mogą być stosowane do symulacji pocisków pistoletowych, jednak preferowanym podejściem powinna być metoda SPG.

Źródło finansowania pracy: działalność statutowa Wojskowej Akademii Technicznej

Artykuł wpłynął do redakcji 14.12.2021. Zatwierdzono do publikacji 3.01.2022.

Piotr Kędziński <https://orcid.org/0000-0001-6942-6999>

### LITERATURA

- [1] WIŚNIEWSKI A., PACEK D., *Experimental research and numerical analysis of penetration of the twaron T750 aramid fabric with the 9 mm Parabellum projectile*, Problemy Mechatroniki, 4, 3, 2013, 7-22.
- [2] BARAUSKAS R., ABRAITIENE A., *Multi-resolution finite element models for simulation of the ballistic impact on non-crimped composite fabric packages*, Compos. Struct., 104, 2013, 215-229, <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2013.04.014>.

- [3] ZHANG G.M., BATRA R.C., ZHENG J., *Effect of frame size, frame type, and clamping pressure on the ballistic performance of soft body armor*, Compos Part B Eng., 39, 2008, 476-489, <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2007.04.002>.
- [4] YANG C.-C., NGO T., TRAN P., *Influences of weaving architectures on the impact resistance of multi-layer fabrics*, Mater Des., 85, 2015, 282-295, <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2015.07.014>.
- [5] PIRVU C., IONESCU T.F., DELEANU L., BADEA S., *Simplified simulation of impact bullet - stratified pack for restraining ballistic tests*, MATEC Web Conf., Iași, Romania, 2017, <https://doi.org/10.1051/mateconf/201711206023>.
- [6] BARAUSKAS R., ABRAITIENĖ A., *Computational analysis of impact of a bullet against the multilayer fabrics in LS-Dyna*, Int. J. Impact Eng., 34, 2007, 1286-1305, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2006.06.002>.
- [7] AARE M., KLEIVEN S., *Evaluation of head response to ballistic helmet impacts using the finite element method*, Int. J. Impact Eng., 34, 2007, 596-608, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2005.08.001>.
- [8] LI X.G., GAO X.-L., KLEIVEN S., *Behind helmet blunt trauma induced by ballistic impact: A computational model*, Int. J. Impact Eng., 91, 2016, 56-67, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2015.12.010>.
- [9] PALTA E., FANG H., WEGGEL D.C., *Finite element analysis of the Advanced Combat Helmet under various ballistic impacts*, Int. J. Impact Eng., 112, 2018, 125-143, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2017.10.010>.
- [10] WIŚNIEWSKI A., PACEK D., *Walidacja modelu numerycznego pocisku 9 mm Parabellum*, Mechanik, 85, 2012, 138-141.
- [11] MARÉCHAL C., BRESSON F., HAUGOU G., *Numerical tools for the impact parameters identification of the 9mm Parabellum FMJ bullet*, Eng. Trans., 59, 2011, 263-272.
- [12] BODEPATI V., MOGULANNA K., RAO S., VEMURI M., *Numerical Simulation and Experimental Validation of E-Glass/epoxy Composite Material under Ballistic Impact of 9 mm Soft Projectile*, Procedia Eng., 173, 2017, 740-746, <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.12.068>.
- [13] HUB J., KOMENDA J., NOVÁK M., *Ballistic limit evaluation for impact of pistol projectile 9 mm Luger on aircraft skin metal plate*, Adv. Mil. Technol., 7, 1, 2012.
- [14] WANG Y., SHI X., CHEN A., XU C., *The experimental and numerical investigation of pistol bullet penetrating soft tissue simulant*, Forensic Sci. Int., 249, 2015, 271-279, <https://doi.org/10.1016/j.forsciint.2015.02.013>.
- [15] WIŚNIEWSKI A., PACEK D., *Experimental research and numerical analysis of 9 mm Parabellum projectile penetration of ultra-high molecular weight polyethylene layers*, Problemy Techniki Uzbrojenia, 42, 127, 2013, 55-64.
- [16] WIŚNIEWSKI A., PACEK D., *Numerical Simulations of Penetration of 9 mm Parabellum Bullet into Kevlar Layers: Erosion Selection in Autodyn Program*, Problemy Mechatroniki, 2, 3, 2011, 11-20.
- [17] HAZELL P.J., EDWARDS M.R., LONGSTAFF H., ERSKINE J., *Penetration of a glass-faced transparent elastomeric resin by a lead-antimony-cored bullet*, Int. J. Impact Eng., 36, 2009, 147- 153, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2007.12.009>.
- [18] SHÁNĚL V., ŠPANIĚL M., *Ballistic impact experiments and modelling of sandwich armor for numerical simulations*, Procedia Eng., 79, 2014, 230-237, <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.06.336>.
- [19] SOVJÁK R., VAVŘINÍK T., ZATLOUKAL J., MÁČA P., MIČUNEK T., FRYDRÝN M., *Resistance of slim UHPFRC targets to projectile impact using in-service bullets*, Int. J. Impact Eng., 2015, 76, 166-177, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2014.10.002>.

- [20] BØRVIK T., DEY S., CLAUSEN A.H., *Perforation resistance of five different high-strength steel plates subjected to small-arms projectiles*, Int. J. Impact Eng., 36, 2009, 948-964, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2008.12.003>.
- [21] MORKA A., KĘDZIERSKI P., GIELETA R., *Selected Aspects of Numerical Analysis of Layered Flexible Structures Subjected to Impact of Soft Core Projectile*, Arch. Mech. Eng., 62, 1, 2015, 73-83, <https://doi.org/10.1515/meceng-2015-0005>.
- [22] KĘDZIERSKI P., MORKA A., STANISŁAWEK S., SURMA Z., *Numerical modeling of the large strain problem in the case of mushrooming projectiles*, Int. J. Impact Eng., 135, 2020, 1-14, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2019.103403>.
- [23] COURANT R., FRIEDRICHS K., LEWY H., *On the partial difference equations of mathematical physics*, IBM J. 1967, 11:215-34.
- [24] BØRVIK T., HOPPERSTAD O., BERSTAD T., LANGSETH M., *A computational model of viscoplasticity and ductile damage for impact and penetration*, Eur. J. Mech. - A Solids, 20, 5, 2001, 685-712, [https://doi.org/10.1016/S0997-7538\(01\)01157-3](https://doi.org/10.1016/S0997-7538(01)01157-3).
- [25] COCKROFT M.G., LATHAM D.J., *Ductility and the Workability of Metals*, J. Inst. Met., 96, 1968, 33-39.
- [26] PRICE D.J., *Smoothed particle hydrodynamics and magnetohydrodynamics*, J. Comput. Phys., 231, 2012, 759-794, <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2010.12.011>.
- [27] JANKOWIAK T., RUSINEK A., WOOD P., *A numerical analysis of the dynamic behavior of sheet steel perforated by a conical projectile under ballistic conditions*, Finite Elements Anal. Des., 65, 2013, 39-49, <http://dx.doi.org/10.1016/j.finel.2012.10.007>.

P. KĘDZIERSKI, J. WATOROWSKA

### Application of meshless methods for pistol bullets modelling

**Abstract.** The paper presents an analysis of applicability of two meshless methods for pistol bullets modelling based on an example of a 9 mm Parabellum. The studies included the following methods: Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method and Smoothed Particle Galerkin (SPG) method. The results of computer simulations were confronted with ballistic test results in terms of shape-dimensional compliance of the deformed projectile. The relative error of the projectile diameter was 15% and 17% for the SPG and SPH methods, respectively. The deformation form for the SPH method deviated from the ballistic test results, while the SPG method faithfully reproduced the shape of the deformed projectile.

**Keywords:** mechanical engineering, impact simulation, pistol bullet, SPH, SPG

**DOI:** 10.5604/01.3001.0015.7012

