



Możliwości stosowania modeli numerycznych do opisu deformacji powierzchni terenu górniczego

Possibilities of applying numerical models for the description of deformation of the mining area surface

Dr inż. Marek Wesołowski*)

Treść: W artykule przedstawiono wyniki modelowania numerycznego wpływu prowadzonej eksploatacji górniczej na deformacje powierzchni terenu górniczego przy wykorzystaniu modeli numerycznych bazujących na mechanice ośrodka ciągłego. Do procesu modelowania numerycznego deformacji terenu górniczego, zastosowano program komputerowy *FLAC*. Analizę oparto na wyidealizowanym przypadku eksploatacji ścianowej. Dla przeprowadzenia symulowanej eksploatacji górniczej i określenia jej wpływu na deformacje powierzchni terenu zbudowano płaski model o wymiarach 2000 m x 1000 m. W modelu rozpatrywano wyłącznie rejon krawędzi rozpoczynającej eksploatację górniczą. Przeprowadzony cykl symulacji komputerowych wykazał, że przy zastosowaniu sprężystego modelu transwersalnie izotropowego oraz modelu ubiquitous joint istnieje możliwość jednoczesnego opisu zarówno przemieszczeń pionowych, jak i poziomych górotworu, wywołanych eksploatacją górniczą. Zgodny z pomiarami opis deformacji powierzchni terenu uzyskano, wprowadzając do modelu transwersalnie izotropowego elementy kontaktowe (*interfaces*) do modelowania kontaktów międzywarstwowych.

Abstract: This paper presents the results of numerical modeling of the influence of mining exploitation on the deformations of the surface of the mining area by means of numerical models based on continuum mechanics. The computer program *FLAC* was used for the process of numerical modeling of the deformation of the mining area. The analysis was based on idealized long wall exploitation. For the purpose of the simulation of the mining exploitation and the determination of the influence on the deformations of the surface mining area a flat model of 2000 m x 1000 m was developed. In the model, only the region of the edge of the mining exploitation was considered. The conducted cycle of the computer simulations shows that the use of elastic transversally isotropic model as well as the ubiquitous joint model enables a simultaneous description of both the perpendicular dislocations and the horizontal dislocations of the rock mass which are triggered by mining exploitation. A correct description of the deformation of the surface area was obtained after introducing to the model the transversally isotropic contact elements (*interfaces*) used for the modeling of contacts between layers.

Słowa kluczowe:

górotwór, model obliczeniowy, niecka obniżeń, deformacje terenu

Key words:

rock mass, calculation model, subsidence trough, deformations of the area

1. Wprowadzenie

Głównym problemem związanym ze stosowaniem modeli numerycznych do modelowania deformacji powierzchni terenu górniczego jest trudność prawidłowego odwzorowania wszystkich wskaźników deformacji [2, 10, 11, 12]. Znaczna część prac, w których stosowano modele izotropowe, obejmowała wyłącznie próby jakościowego opisu deformacji terenu górniczego. Jak wykazano w pracach [11, 12], stosowanie modeli izotropowych powoduje, że wyznaczone niecki obniżeń charakteryzują się zbyt łagodnym profilem w stosunku do niecek rzeczywistych. Uwzględnienie w tych modelach plastycznych cech górotworu nie wpływa na poprawę opisu deformacji powierzchni terenu. Z badań własnych autora

[12] wynika natomiast, że wykorzystanie w procesie modelowania ośrodka transwersalnie izotropowego zapewnić może jakościowo i ilościowo dobry opis obniżeń powierzchni terenu górniczego. Pomimo poprawnego opisu deformacji powierzchni terenu stosowanie modelu transwersalnie izotropowego budzi wiele kontrowersji z uwagi na sprężystą charakterystykę ośrodka.

W artykule podjęto zatem próbę opisu deformacji powierzchni terenu górniczego przy wykorzystaniu wybranych modeli numerycznych. W ramach pracy analizowano zarówno modele sprężyste (izotropowy i transwersalnie izotropowy), jak i modele sprężysto-plastyczne, w tym anizotropowy model ubiquitous joint. Model ten dzięki zaimplementowanym warunkom wytrzymałościowym może służyć do modelowania najistotniejszych zjawisk zachodzących w masywie skalnym.

*) Politechnika Śląska, Gliwice

Do procesu modelowania numerycznej deformacji terenu górniczego, zastosowano program komputerowy *FLAC* firmy Itasca Consulting Group, Inc. [4].

2. Model górotworu

Dla przeprowadzenia symulowanej komputerowej eksploatacji górniczej i określenia jej wpływu na deformacje powierzchni terenu zbudowano płaski model o wymiarach 2000 m x 1000 m. Na głębokości 600 m (głębokość spągu pokładu) zamodelowano przeznaczony do eksploatacji pokład węgla o grubości 3 m. W prawej części modelu prowadzona będzie symulowana eksploatacja górnicza na wybiegu 1000 m. Spąg i strop pokładu odwzorowano jako jednorodne obszary będące ekwiwalentem górotworu karbońskiego. W obszarze stropowym modelu obliczeniowego wydzielona ponadto została warstwa nadkładowa o grubości 20 m. Wyróżnienie warstw w modelu odbywa się przez przyporządkowanie poszczególnym obszarom odrębnych parametrów odkształceniowych.

Ze względu na wykazane w pracach [1, 7] różnice profilu niecki obniżeniowej nad krawędzią rozpoczęcia i zakończenia eksploatacji w modelu rozpatrywano wyłącznie rejon krawędzi rozpoczynającej eksploatację górniczą. Schemat geometryczny modelu przedstawiono na rys. 1.

Budując siatkę różnic, przyjęto założenie, że punkty węzłowe, znajdujące się na pionowych krawędziach bocznych tarczy, mogą swobodnie przemieszczać się w kierunku pionowym, natomiast w kierunku poziomym ich przemieszczenia są równe zero. Węzły znajdujące się na podstawie modelowej tarczy mogą swobodnie przemieszczać się w kierunku poziomym. Pionowa wartość przemieszczeń tych punktów określona została jako zerowa. Pozostałe punkty węzłowe przynależne do modelu mają możliwość swobodnego przemieszczania się w dowolnym kierunku płaszczyzny *X-Z*.

Symulowana eksploatacja pokładu polegać będzie na usuwaniu poszczególnych stref znajdujących się w obrębie zrobów poeksploatacyjnych. Jednocześnie pomiędzy warstwę stropową a spągową wprowadzono elementy kontaktowe (płaszczyznę kontaktu), które uniemożliwią wzajemne przenikanie stropu i spągu pokładu.

Określając warunki brzegowe, założono, że wartość pierwotnych naprężeń w górotworze pochodzi jedynie od sił grawitacyjnych [11].

W celu wykazania różnic pomiędzy poszczególnymi modelami matematycznymi rozpatrywano następujące przypadki:

- model sprężysty izotropowy,
- model sprężysty transversalnie izotropowy,
- model ubiquitous joint,
- model sprężysto-plastyczny izotropowy.

Parametry wytrzymałościowe oraz odkształceniowe warstw przyjęte zostały na podstawie literatury [6, 12]. Określając wartości parametrów płaszczyzn osłabienia posłużono się przypadkiem opisanym w pracy [9].

2.1. Model sprężysty izotropowy

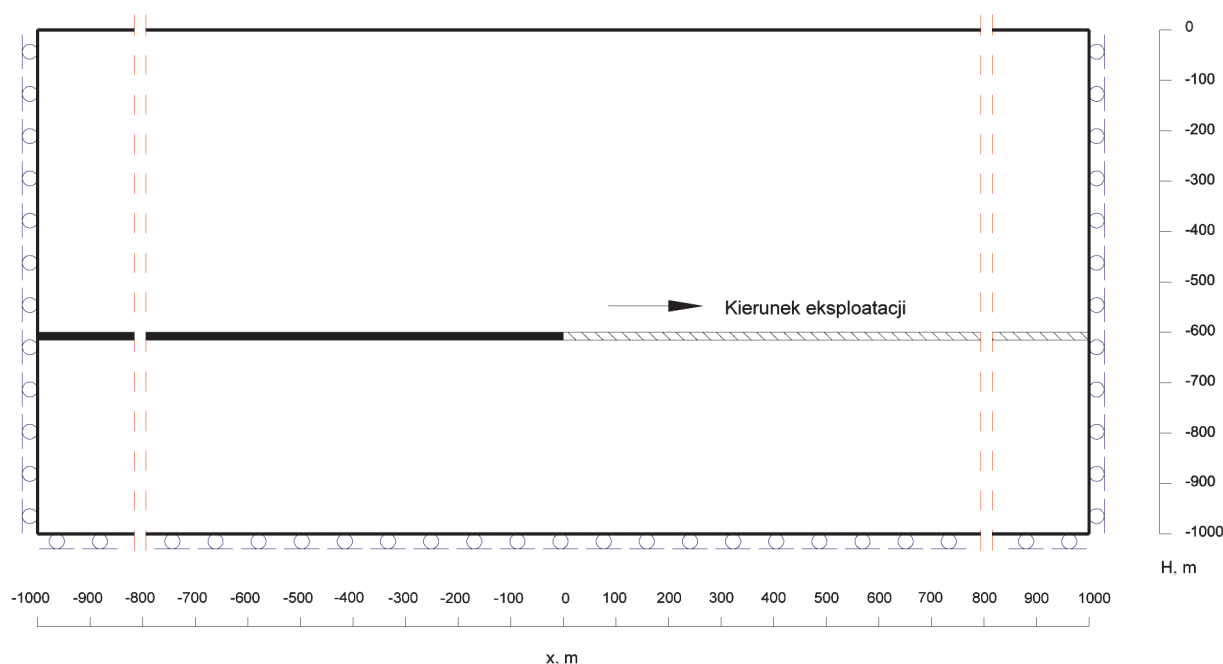
W rozwiązaniu tym założono, że wszystkie strefy modelu obliczeniowego opisane zostały modelem sprężystym izotropowym, zgodnie z prawem Hooke'a. Przy wykorzystaniu do obliczeń programu *FLAC* model sprężysty izotropowy wymaga wprowadzenia wartości dwóch stałych materiałowych: *G* oraz *K* (tabela 1).

2.2. Model sprężysto-plastyczny izotropowy

W modelu tym przyjęto, że wszystkie elementy siatki różnic opisane zostały przez ośrodek sprężysto-plastyczny, w którym uplastycznienie określono warunkiem plastyczności Coulomba-Mohra [4, 10]. Zastosowanie izotropowego ośrodka sprężysto-plastycznego pozwoli odwzorować trwałe zmiany plastyczne, występujące w trakcie prowadzonej eksploatacji górniczej. W rozwiązaniu tym wymagane jest wprowadzenie następujących stałych materiałowych: *G*, *K*, *Rr*, *c* oraz ϕ (tabela 1).

2.3. Model ubiquitous joint

Model ten jest anizotropowym modelem plastycznym zawierającym płaszczyzny osłabienia określonej orientacji. W modelu tym zaimplementowany został warunek wytrzymałościowy (uplastycznienia) Coulomba - Mohra. Do uplastycznienia może dojść zarówno w obrębie płaszczyzn osłabienia,



Rys. 1. Schemat numerycznego modelu obliczeniowego

Fig. 1. Scheme of the numeric computational model

jak i maszywie skalnym. Model ten wymaga wykorzystania wszystkich parametrów przedstawionych w tabeli 1.

2.4. Model sprężysty transwersalnie izotropowy

W rozwiązaniu tym wszystkie rozpatrywane strefy budujące ośrodek transwersalnie izotropowy mają inne własności w obrębie płaszczyzn izotropii oraz inne w kierunku prostopadłym do tych płaszczyzn [12]. Model sprężysto-plastyczny izotropowy można opisać za pomocą pięciu niezależnych parametrów: $E_1, E_3, \nu_{12}, \nu_{13}, G_{13}$. Przyjęte do obliczeń parametry odkształceniowe przedstawiono w tabeli 2 [12].

3. Wyniki obliczeń numerycznych

Dla przedstawionych modeli numerycznych przeprowadzono symulację eksploatacji górniczej. Wyniki przeprowadzonej symulacji oraz odpowiadające im wyniki pomiarów geodezyjnych prowadzonych podczas rzeczywistej eksploatacji [11, 13], zestawiono w tabeli 3 i na rysunkach 2 do 4. Wyznaczone wskaźniki deformacji odniesione zostały do maksymalnych obniżeń w_{max} oraz głębokości eksploatacji h .

Na podstawie uzyskanych wyników symulacji komputerowych można stwierdzić, że:

1. Maksymalna wartość osiadań $w_{max} = 2,4$ m, charakteryzująca pełną nieckę obniżeń (dla współczynnika eksploatacji $\alpha = 0,8$), wystąpiła praktycznie dla wszystkich rozpatry-

wanych modeli numerycznych (rys. 2). Dla wszystkich modeli uzyskano ponadto warunek zgodności w zakresie obniżeń nad krawędzią eksploatacji. Analogiczne wartości wyznaczone z pomiarów geodezyjnych mieszczą się w przedziale $(0,19-0,5) w_{max}$.

2. Dla wszystkich analizowanych modeli wystąpiło przesunięcie punktu o wartości $0,5 w_{max}$ w kierunku przestrzeni wybranej. Jedynie w przypadku modelu transwersalnie izotropowego oraz modelu sprężysto-plastycznego ubiquitous joint wartość tego przesunięcia spełnia warunek zgodności z wartościami mierzonymi *in situ* ($d = 0-0,15 h$) [11].
3. Wyznaczone dla modeli izotropowych (sprężystego oraz sprężysto-plastycznego) profile niecek są zbyt rozległe i charakteryzują się dużo mniejszym nachyleniem zboczy w stosunku do niecek rzeczywistych (rys. 3). Jedynie w przypadku modelu transwersalnie izotropowego maksymalne nachylenia są zbliżone do uśrednionych wartości otrzymanych z pomiarów geodezyjnych [10] i wynoszą $2,08 w_{max}/h$ (średnia wartość nachyleń obserwowana w warunkach GZW wynosi $T_{max} = 2,26 w_{max}/h$).
4. W przypadku modelu ubiquitous joint przebieg osiadań świadczy o lokalnym uplastycznieniu o charakterze „załamania” warstw stropowych. Potwierdzeniem tego jest wykres nachyleń profilu niecki obniżeniowej, dla których wyraźnie widoczny jest ich gwałtowny (przebiegający na niewielkiej przestrzeni) przyrost. Wyznaczona zatem wartość maksymalnych nachyleń $T_{max} = 4,34 w_{max}/h$ nie może być uważana za poprawną.

Tabela 1. Przyjęte do obliczeń parametry odkształceniowe i wytrzymałościowe

Table 1. Strain and strength parameters assumed for calculations

		Nadkład	Strop i spąg modelu	Pokład węgla
<i>Parametry masywu skalnego</i>				
Współczynnik sprężystości postaciowej G	MPa	114	2680	864
Współczynnik sprężystości objętościowej K	MPa	247	2630	1830
Kohezja c	MPa	0,46	10,7	6,26
Kąt tarcia wewnętrznego ϕ	stopnie	24	24	25
Wytrzymałość na rozciąganie R_r	MPa	0,1	5,25	1,6
Gęstość objętościowa ρ	kg/m ³	1950	2610	1400
<i>Parametry płaszczyzn osłabienia</i>				
Kohezja c_j	MPa	0,0046	0,1	0,06
Kąt tarcia wewnętrznego ϕ_j	stopnie	24	24	24
Wytrzymałość na rozciąganie R_{r_j}	MPa	0,001	0,05	0,01

Tabela 2. Przyjęte do obliczeń parametry odkształceniowe modelu transwersalnie izotropowego

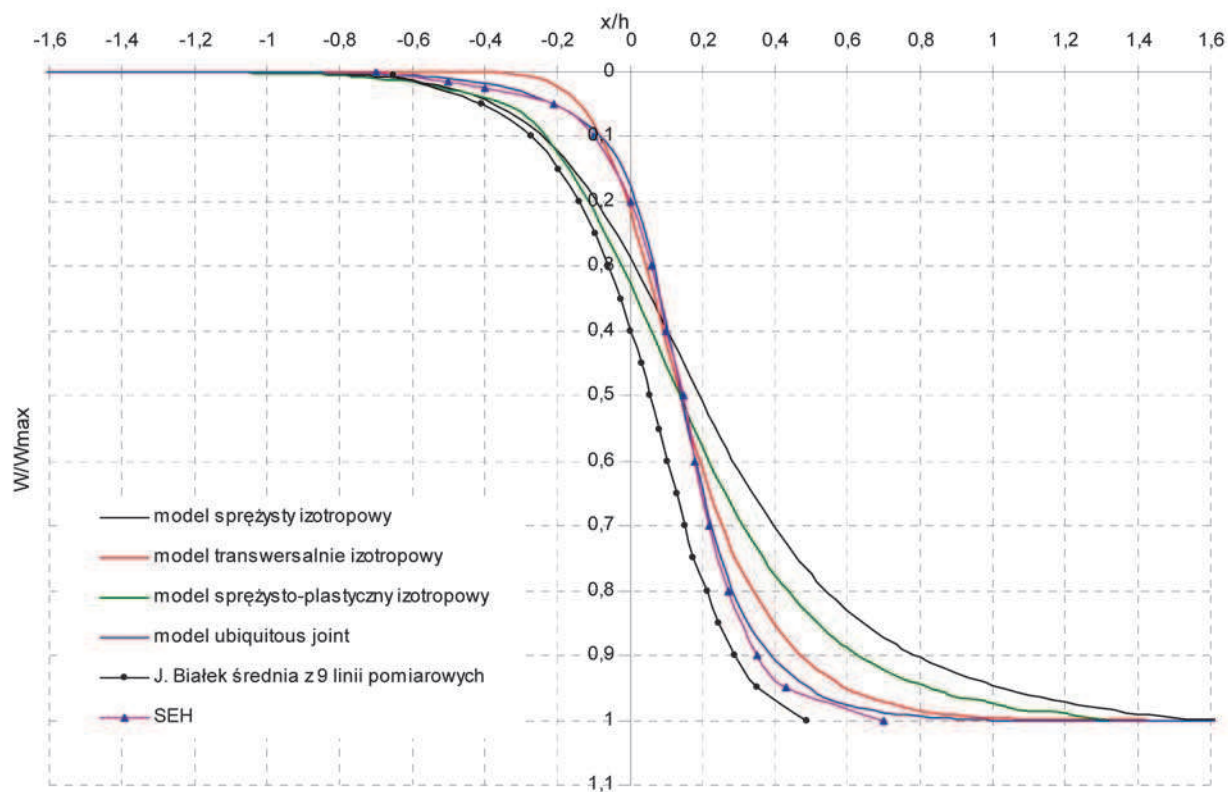
Table 2. Strain and strength parameters assumed for calculations of the transversally isotropic model

		Nadkład	Strop i spąg modelu	Pokład węgla
<i>Parametry masywu skalnego</i>				
Współczynnik sprężystości podłużnej $E_1 = E_3$	MPa	296	6000	2200
Współczynnik Poissona $\nu_{12} = \nu_{13}$	[-]	0,3	10,7	0,3
Współczynnik sprężystości postaciowej G_{13}	MPa	3,08	5,25	1,6
Gęstość objętościowa ρ	kg/m ³	1950	2610	1400

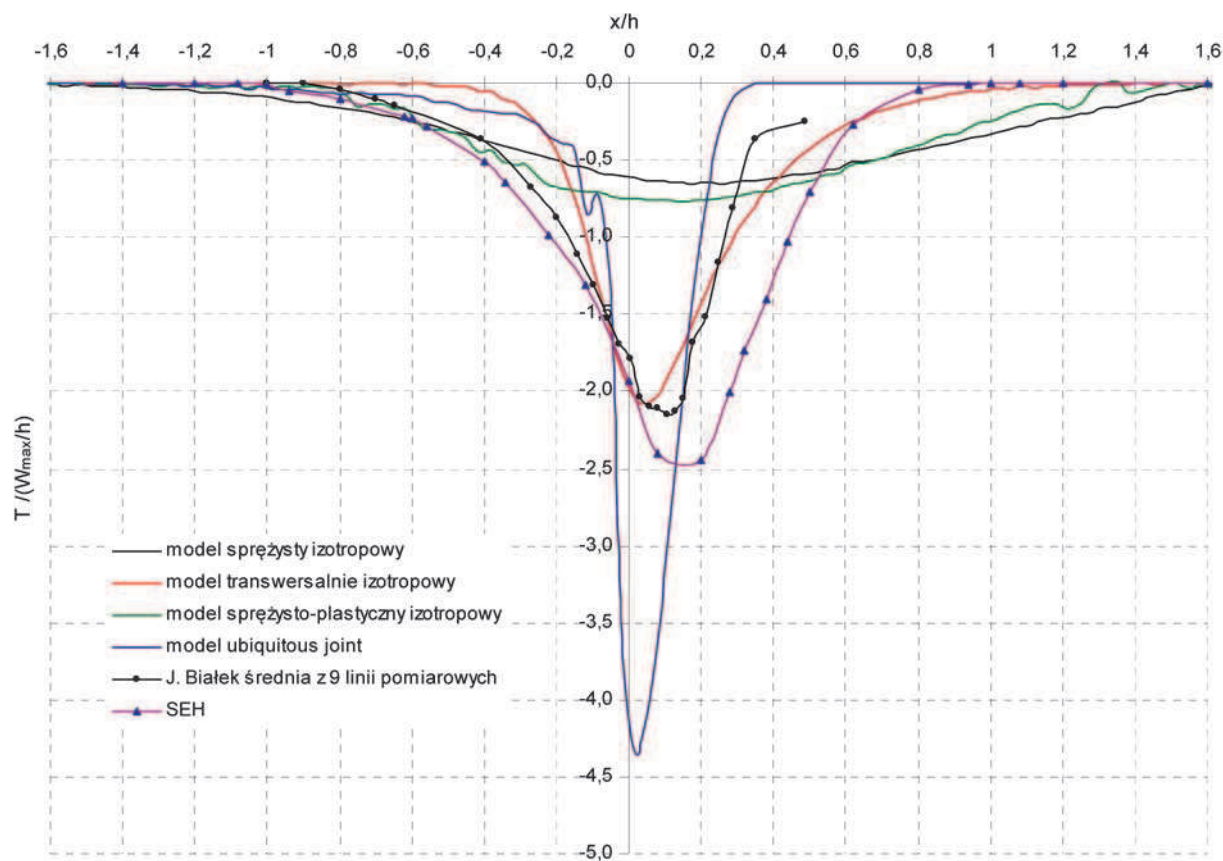
Tabela 3. Maksymalne wskaźniki deformacji, wyznaczone dla poszczególnych modeli

Table 3. Maximum coefficients of deformation determined for individual models

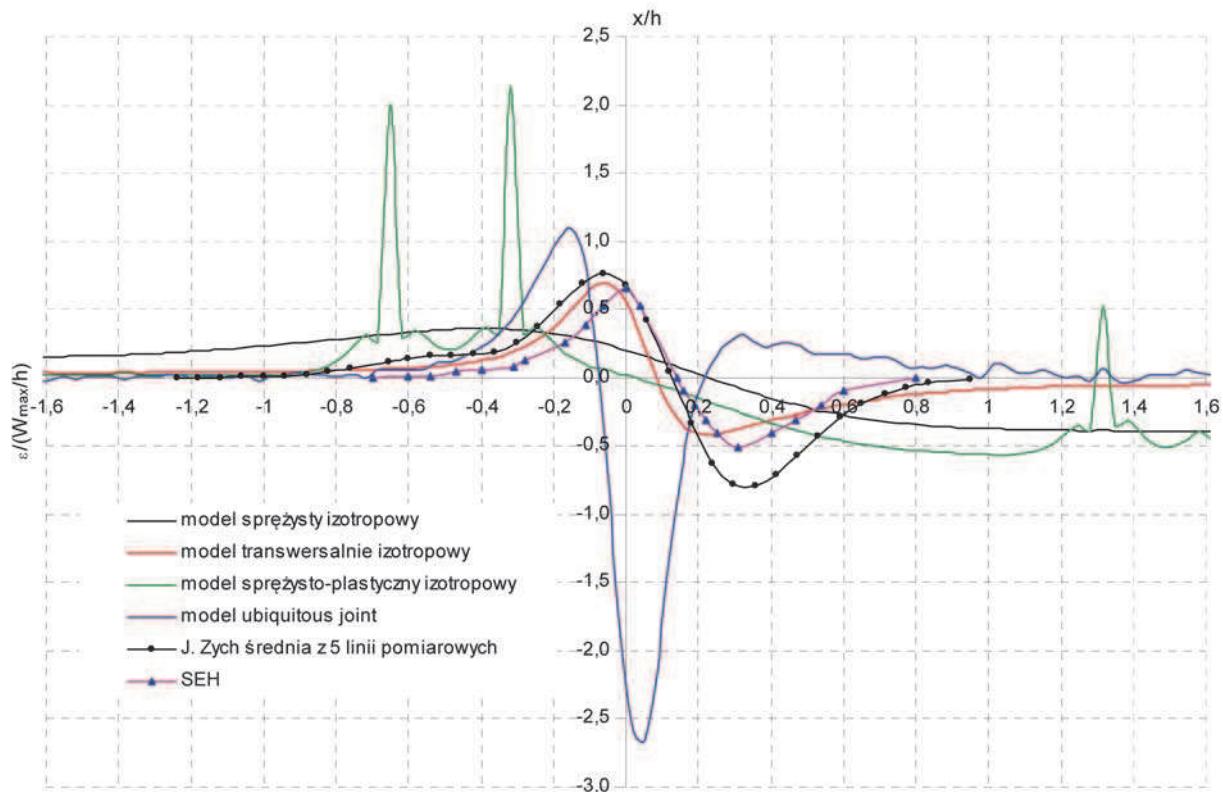
Model	$\frac{W_{max}}{a \cdot g}$	$\frac{w(x=0)}{w_{max}}$	d	T_{max}	ϵ_x
			[x/h]	$T/(w_{max}/h)$	$\epsilon/(w_{max}/h)$
Sprężysty izotropowy	1	0,34	0,27	0,66	-0,38÷0,38
Sprężysto-plastyczny izotropowy	1	0,34	0,22	0,77	-0,56÷2,13
Ubiquitous joint	1	0,22	0,07	4,34	-2,67÷1,09
Sprężysty transwersalnie izotropowy	1	0,22	0,14	2,08	-0,41÷0,69



Rys. 2. Obniżenia powierzchni modelu, wyznaczone dla poszczególnych modeli
 Fig. 2. Subsidence of the surface model determined for individual models



Rys. 3. Nachylenia profilu niecki, wyznaczone dla poszczególnych modeli
 Fig. 3. Inclination of the subsidence trough profile determined for individual models



Rys. 4. Odształcenia poziome, wyznaczone dla poszczególnych modeli
 Fig. 4. Horizontal strain determined for individual models

Pomimo poprawnego odwzorowania nachyleń profilu niecki obniżeniowej model zbudowany z ośrodka transversalnie izotropowego wykazuje poważne rozbieżności w opisie odształceń poziomych. Jak wykazały przeprowadzone obliczenia numeryczne (rys. 4), wyznaczone odształcenia poziome charakteryzują się bardzo dużym zasięgiem (obejmują one całą szerokość modelu), a ich maksymalna wartość jest znacznie mniejsza od wartości obserwowanych w przypadku pomiarów geodezyjnych. Dla porównania ekstremalne wartości odształceń poziomych wyznaczone na podstawie zależności Budryka-Knothea [3] dla średnich wartości parametrów tej teorii wynoszą $\pm 1,212 w_{max}/h$. Po uwzględnieniu zależności pomiędzy w_{max} i T_{max} według E. Popiołka oraz J. Ostrowskiego [8] można przyjąć, iż wartości te wynoszą $\pm 0,972 w_{max}/h$, zaś według badań angielskich opisanych w SEH [11] wynoszą od $-0,51 w_{max}/h$ do $+0,65 w_{max}/h$.

Z doświadczeń autora wynika natomiast, że niezwykle ważnym czynnikiem wpływającym na zasięg przemieszczeń na powierzchni modelu jest sposób odwzorowania kontaktów międzywarstwowych [12]. W związku z tym w modelu obliczeniowym jednorodny obszary będący ekwiwalentem górotworu karbońskiego podzielono na warstwy o grubości ok. 50 m (o jednakowych parametrach wytrzymałościowych i odształceniowych). Wszystkie wyróżnione w ten sposób

warstwy stanowią odrębne części, połączone pomiędzy sobą płaszczyznami kontaktu [4]. W stanie przedplastycznym elementy kontaktowe zachowują się identycznie jak elementy opisujące warstwy skalne. Po przejściu w stan plastyczny mają one możliwość opisu większych odształceń od tradycyjnych stref siatki różnic skończonych.

Zmodyfikowane modele numeryczne poddano ponownej symulacji eksploatacji górniczej. Wyniki modelowania zestawiono w tabeli 4 oraz na rysunkach 5 do 7.

Na podstawie wyników symulacji komputerowych modeli warstwowych stwierdzono, że:

1. W przypadku modeli warstwowych izotropowych (maksymalnych sprężysto-plastycznych) wystąpiło zwiększenie maksymalnych nachyleń o ok. 40%, jednak nadal znacząco odbiegają one od wartości obserwowanych w rzeczywistości ($T_{max} > 2,0 w_{max}/h$). Z przeprowadzonych obliczeń testowych wynika, że dalsze zwiększenie liczby modelowych warstw nie wpływa w istotny sposób na uzyskiwane wyniki.
2. Odwzorowanie warstwowej budowy znacząco poprawiło opis obniżeń oraz nachyleń w przypadku anizotropowego modelu sprężysto-plastycznego ubiquitous joint. Wartość maksymalnych nachyleń dla tego modelu wynosi $T_{max} = 2,66 w_{max}/h$, co odpowiada przyjętym wzorcom.

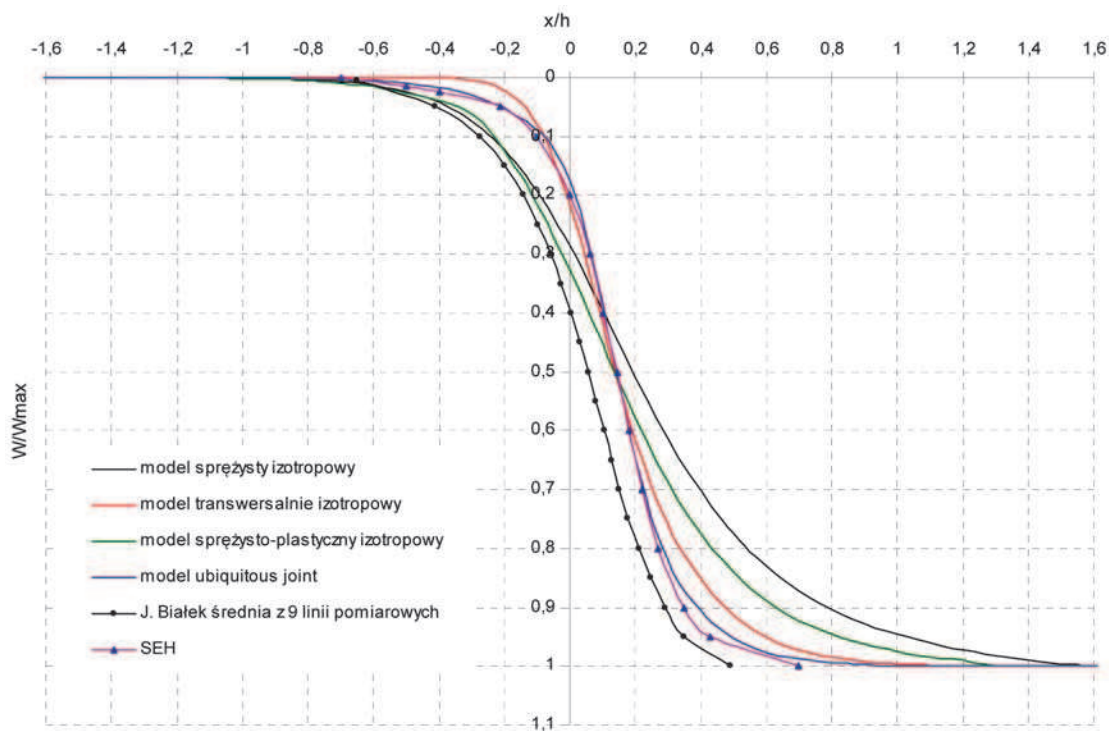
Tabela 4. Maksymalne wskaźniki deformacji, wyznaczone dla poszczególnych modeli warstwowych
 Table 4. Maximum coefficients of deformation determined for individual models

Model	W_{max}	$W(x=0)$	d	T_{max}	ϵ_x
	$\frac{w_{max}}{a \cdot g}$	$\frac{w(x=0)}{w_{max}}$	[x/h]	$T/(w_{max}/h)$	$\epsilon/(w_{max}/h)$
Sprężysty izotropowy	1	0,28	0,20	1,14	-0,17±0,19
Sprężysto-plastyczny izotropowy	1	0,33	0,14	1,28	-0,17±0,30
Ubiquitous joint	1	0,18	0,14	2,66	-1,09±1,27
Sprężysty transversalnie izotropowy	1	0,22	0,14	2,08	-0,95±1,04

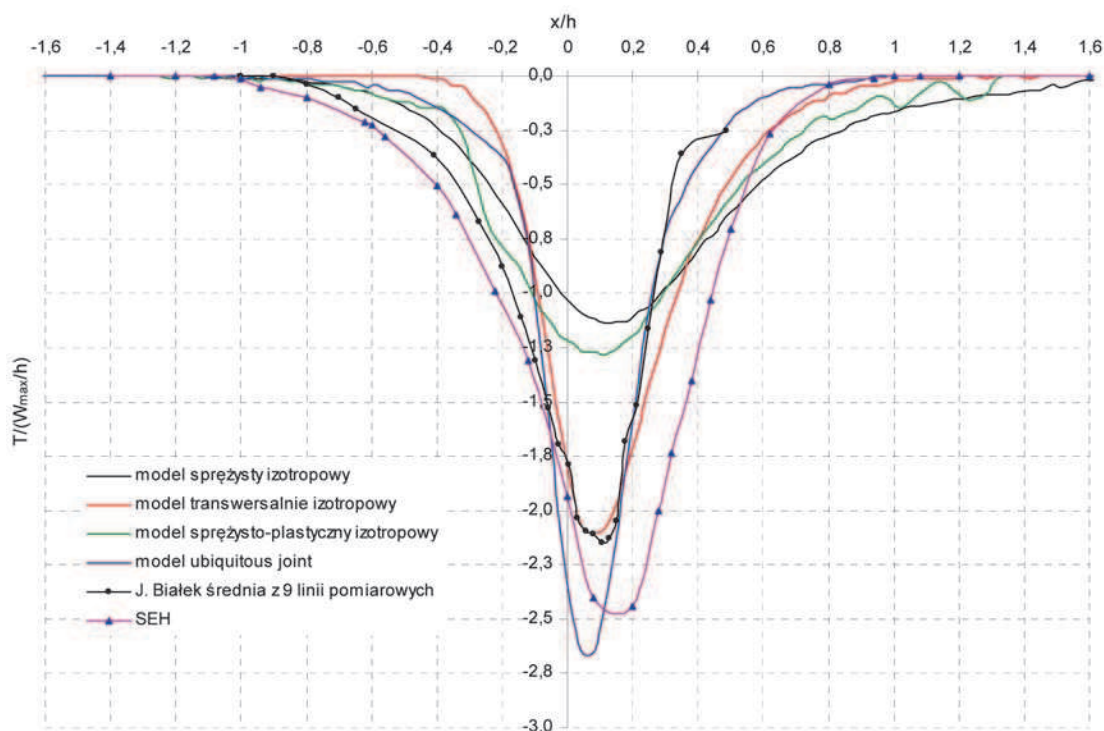
W przypadku modelu transwersalnie izotropowego nie odnotowano istotnych zmian w zakresie obniżeń oraz nachyleń profilu niecki obniżeniowej (rys. 5 i 6).

- Uzyskane wyniki symulacji komputerowej w dziedzinie odkształceń poziomych (rys. 7) wykazały, że jedynie w przypadku modelu transwersalnie izotropowego oraz modelu ubiquitous joint, w którym do opisu połączeń międzywarstwowych zastosowano płaszczyzny kontaktu (*interface*), możliwa jest ilościowa i jakościowa analiza

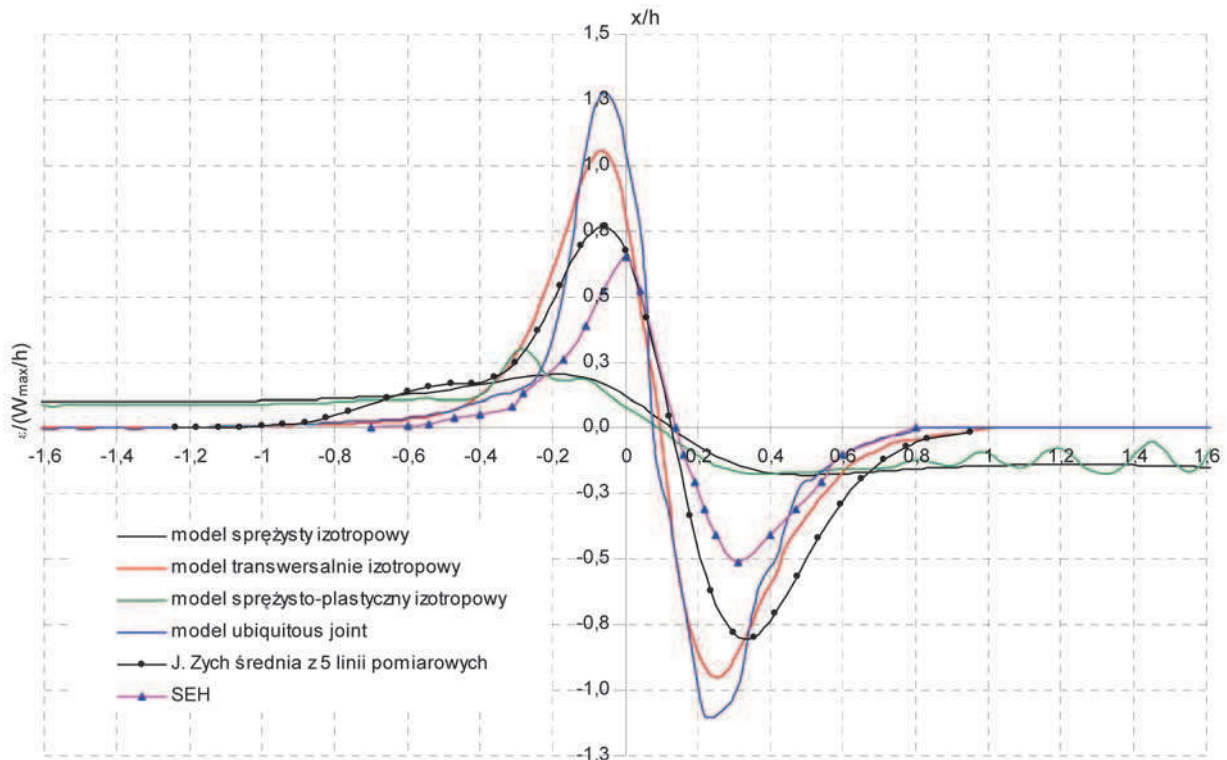
wyznaczanych wartości. Ekstremalne wartości odkształceń poziomych wynoszą odpowiednio $1,04 w_{max}/h$ i $-0,95 w_{max}/h$ (dla modelu transwersalnie izotropowego) oraz $1,27 w_{max}/h$ i $-1,09 w_{max}/h$ (dla modelu ubiquitous joint). Są to wartości nieznacznie różniące się od wielkości obserwowanych w rzeczywistości. W przypadku modeli izotropowych odkształcenia poziome nadal różnią się od wartości wyznaczanych na drodze pomiarów geodezyjnych.



Rys. 5. Obniżenia powierzchni modelu, wyznaczone dla poszczególnych modeli warstwowych
Fig. 5. Subsidence of the surface model determined for individual stratafields models



Rys. 6. Nachylenia profilu niecki, wyznaczone dla poszczególnych modeli warstwowych
Fig. 6. Inclination of the subsidence trough profile determined for individual stratafields models



Rys. 7. Odształcenia poziome, wyznaczone dla poszczególnych modeli
 Fig. 7. Horizontal strain determined for individual models

4. Podsumowanie

W artykule przedstawiono wyniki modelowania numerycznego wpływu prowadzenia eksploatacji górniczej na deformacje powierzchni terenu górniczego przy wykorzystaniu różnych modeli matematycznych. Na podstawie wyników przeprowadzonych symulacji komputerowych sformułowano następujące wnioski końcowe:

1. Uzyskiwane w rezultacie modelowania numerycznego wartości wskaźników deformacji dla górotworu traktowanego jako ośrodek sprężysty izotropowy znacznie różnią się od wartości wyznaczanych z pomiarów geodezyjnych. Niecki obniżen dla tego ośrodka charakteryzują się dużo mniejszym (nawet 2,5-krotnie) nachyleniem zboczy w stosunku do niecek rzeczywistych.
2. Zastosowanie do obliczeń jednorodnego modelu transwersalnie izotropowego pozwala dokładnie opisać proces obniżen powierzchni terenu górniczego. Pomimo poprawnego odwzorowania nachyleń profilu niecki obniżeniowej jednorodny model transwersalnie izotropowy wykazuje poważne rozbieżności w opisie przemieszczeń i odształceń poziomych.
3. Przeprowadzony w ramach pracy cykl symulacji komputerowych wykazał, że zarówno dla modelu ubiquitous joint, jak i modelu transwersalnie izotropowego istnieje możliwość jednoczesnego opisu zarówno pionowych, jak i poziomych ruchów górotworu, wywołanych eksploatacją górniczą. Prawidłowy opis tych ruchów uzyskano, wprowadzając do modelu transwersalnie izotropowego płaszczyzny kontaktu (*Interface*) do modelowania połączeń międzywarstwowych.
4. Niewątpliwą zaletą modelu bazującego na ośrodku transwersalnie izotropowym jest stosunkowo mała liczba parametrów odształceniowych koniecznych do obliczeń

oraz możliwość opisu szerokiego zakresu nachyleń profilu niecki obniżeniowej. Decydujący wpływ na zmienność nachylenia profilu niecki obniżeniowej ma zmienność stosunku współczynników sprężystości postaciowej G_{12}/G_{13} ośrodka transwersalnie izotropowego [5]. Takich możliwości jak dotąd nie udało się uzyskać w przypadku modelu ubiquitous joint.

Literatura

1. Bialek J.: Wpływ własności reologicznych górotworu oraz kierunku eksploatacji na kształt niestabilnych niecek obniżeniowych. „Przeгляд Górniczy” 2013, nr 8.
2. Bialek J., Mielimąka R., Wesolowski M.: Ein linear, transversal-anisotropisches Gebirgsmodell zur Modellierung Abbaubedingter Gebirgsbewegungen. Schriftenreihe des Institutes für Markscheidewesen und Geodäsie der TU Bergakademie Freiberg, Heft 1, 2002.
3. Budryk W., Knothe S.: Wpływ eksploatacji podziemnej na powierzchnie z punktu widzenia ochrony obiektów. „Przeгляд Górniczy” 1950, nr 11.
4. FLAC User's Manual. Itasca Consulting Group. Minneapolis 1992.
5. Kołodziejczyk P., Wesolowski M.: The influence of deformational parameters of a numerical model on the subsidence basin profile for chosen working dept. Archiwum górnictwa, t. 4, vol. 55. Kraków 2010.
6. Kwaśniewski M., Wang J.: Analiza numeryczna deformacji górotworu wywołanych eksploatacją górniczą. Materiały Szkoły Eksploatacji Podziemnej '96, Kraków 1996.
7. Mielimąka R.: Wpływ kolejności i kierunku eksploatacji prowadzonej frontami ścianowymi na deformacje terenu górniczego. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2009.
8. Popiołek E., Ostrowski J.: Próba ustalenia głównych przyczyn rozbieżności prognozowanych i obserwowanych poeksploatacyjnych wskaźników deformacji. Ochrona Terenów Górniczych, nr 58, Katowice 1980.

9. *Sainsbury B., Pierce M., Mas Ivars D.*: Simulation of rock mass strength anisotropy and scale effects using a Ubiquitous Joint Rock Mass (UJRM) model. Continuum and Distinct Element Numerical Modeling in Geo-Engineering - 2008 - Hart, Detournay & Cundall (eds.) Paper: 06-02 Itasca Consulting Group, Inc., Minneapolis, ISBN 978-0-9767577-1-9.
10. *Wesołowski M., Bialek J., Kołodziejczyk P., Plewa F.*: Modelowanie wpływów eksploatacji górniczej przy wykorzystaniu modeli numerycznych. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2010.
11. *Wesołowski M.*: Wybrane aspekty modelowania numerycznego ruchów górotworu pod wpływem eksploatacji podziemnej i jej oddziaływania na obiekty. Praca doktorska (niepublikowana), Politechnika Śląska, Wydział Górnictwa i Geologii, Gliwice 2001.
12. *Wesołowski M.*: Zastosowanie liniowego ośrodka transwersalnie izotropowego do modelowania deformacji terenu górniczego. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2013.
13. *Zych J.*: Analiza wyników obserwacji geodezyjnych w rejonie kopalni „Moszczenica”. „Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Górnictwo” 1979, z 88.

***Zwiększajmy prenumeratę
najstarszego – czołowego miesięcznika
Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Górnictwa!***

Liczba zamawianych egzemplarzy określa zaangażowanie jednostki
gospodarczej w procesie podnoszenia kwalifikacji swoich kadr!