

# MODELOWANIE PRZEPLYWU NIEKOHEZYJNYCH MATERIAŁÓW ZIARNISTYCH NA PŁASKICH PŁYTACH ODBOJOWYCH

## MODELLING OF THE FLOW OF COHESIONLESS BULK MATERIALS ON A FLAT IMPACT PLATES

Joanna A. Cyganiuk – Wydział Mechaniczny, Instytut Budowy i Eksploatacji Maszyn,  
Zakład Automatykacji Procesów Produkcyjnych, Uniwersytet Zielonogórski

Artykuł przedstawia analizę warunków ustalonego przepływu drobnych niekohezyjnych materiałów ziarnistych w węźle odbojowym z płaską płytą odbojową. Analizę wykonano dla przepływów ustalonych w czasie, przebiegających z dużymi prędkościami. Przedstawiono matematyczny sposób opisu prędkości materiału opuszczającego płaską płytę odbojową węzła odbojowego oraz równanie końcowe umożliwiające wyznaczenie wartości prędkości drobnego niekohezyjnego materiału ziarnistego z dokładnością wystarczającą dla zastosowań praktycznych. W artykule przedstawiono również praktyczny przykład zastosowania proponowanego równania.

**Słowa kluczowe:** materiały ziarniste, węzły przesypowe, płyta odbojowa, parametry przepływu, prędkość materiału

The paper presents the analysis of a stationary flow of fine cohesionless materials in an impact point with a flat impact plate. The analysis was carried out for stationary flows proceeding with high velocities. It also presents a mathematical method of description of the velocity of material leaving the flat impact plate of the impact point as well as the final equation, which enables determination of the value of the velocity of the fine cohesionless material with the accuracy sufficient for practical use. The example of a practical application of the proposed equation has been also presented.

**Key words:** bulk materials, pouring points, impact plate, flow parameters, material velocity

### Wprowadzenie

Materiały ziarniste przemieszczane w systemach transportu przenośnikowego z dużymi prędkościami, oprócz transportowania na przenośnikach taśmowych, przemieszczane są również w tak zwanych węzłach przesypowych, z których jedną z istotnych ról pełnią węzły odbojowe. W węzłach tych materiał wytraca swoją prędkość do prędkości równej w przybliżeniu prędkości przenośnika odbierającego spadający z węzła materiał. Prędkość materiału opuszczającego płytę jest parametrem, który bezwzględnie musi zostać określony liczbowo, aby nie dopuścić do uszkodzeń urządzeń odbierających spadający materiał.

Stosowane w węzłach przesypowych płyty odbojowe mogą być płaskie lub zakrzywione. Również materiały przemieszczane na płytach posiadają różne właściwości od niekohezyjnych po silnie kohezyjne oblepiające ściany ograniczające drogę przepływu.

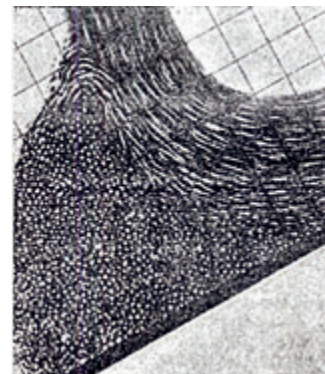
Materiały niekohezyjne to materiały, wśród których można wyróżnić zarówno materiały suche o ziarnistości większej niż 500  $\mu\text{m}$  jak i kruszywa skalne drobno-, średnio- i gruboziarniste.

Dla dużych kawałków model przepływu strumienia niekohezyjnego materiału na płaskiej płycie odbojowej został przedstawiony w publikacji [4], gdzie materiał przemieszcza się bezpośrednio po płycie odbojowej nie tworząc stref narostu, a do obliczeń przyjmowany jest współczynnik tarcia materiału po ścianie (współczynnik tarcia zewnętrzny).

W publikacji [6] wykazano, że drobne niekohezyjne ma-

teriały ziarniste tworzą na ścianie, w którą uderza strumień, charakterystyczny nieruchomy narost składający się z cząsteczek transportowanego materiału (rys. 1). Powierzchnia narostu omywana strumieniem posiada płynną krzywiznę i sprzyja płynnemu przemieszczaniu się strumienia. Wymiar oraz forma strefy narostu zależą głównie od prędkości strumienia materiału, kąta jego przemieszczenia w stosunku do ścianki ograniczającej (płyty), a także od kąta nachylenia ścianki (płyty).

Strefa narostu dla niekohezyjnych materiałów drobnoziarnistych tworzy się tylko w przypadku ich przemieszczania z dużymi prędkościami. Dla mniejszych prędkości narost nie utworzy się, a model przepływu będzie przybliżony do opisanego w pozycji [4].



Rys. 1. Strefa narostu utworzona na nachylonej płycie – materiał transportowany: drobniaczka żeliwna [6]

**Analiza warunków przepływu drobnych niekohezyjnych materiałów ziarnistych na płaskiej płycie odbojowej**

Jak wynika z rysunku 1 przy transporcie z dużymi prędkościami drobnych niekohezyjnych materiałów na płycie odbojowej powstaje strefa narostu. Na rysunku 2, przedstawiono analizę warunków kinematycznych, dynamicznych i geometrycznych ruchu elementarnej masy  $dm$  dla węzła odbojowego zbudowanego w oparciu o płaską płytę odbojową i przeznaczonego do transportu drobnych niekohezyjnych materiałów ziarnistych zaliczanych do grupy I. Ten rodzaj grupy materiałowej dotyczy materiałów, dla których wartość kohezji  $c$  wynosi 0 i dla których równanie stanu granicznego opisane jest prawem Coulomba.

Jak widać na rysunku 2, na transportowany materiał grupy I działają następujące siły, opisujące warunki dynamiczne przepływu:

- siła ciężkości  $dG$  [N],
- siła odśrodkowa  $dF_c$  [N],
- siła normalna  $dN_i$  [N] powstała na granicy strefy narostu i strefy opływu,
- siła styczna  $dT_i$  [N] powstała na granicy strefy narostu i strefy opływu.

W analizie warunków przepływu uwzględnia się także siłę bezwładności  $dJ$  [N], powstałą na skutek działania siły ciężkości  $dG$ , siły odśrodkowej  $dF_c$  i sił powierzchniowych  $dN_i$  i  $dT_i$ .

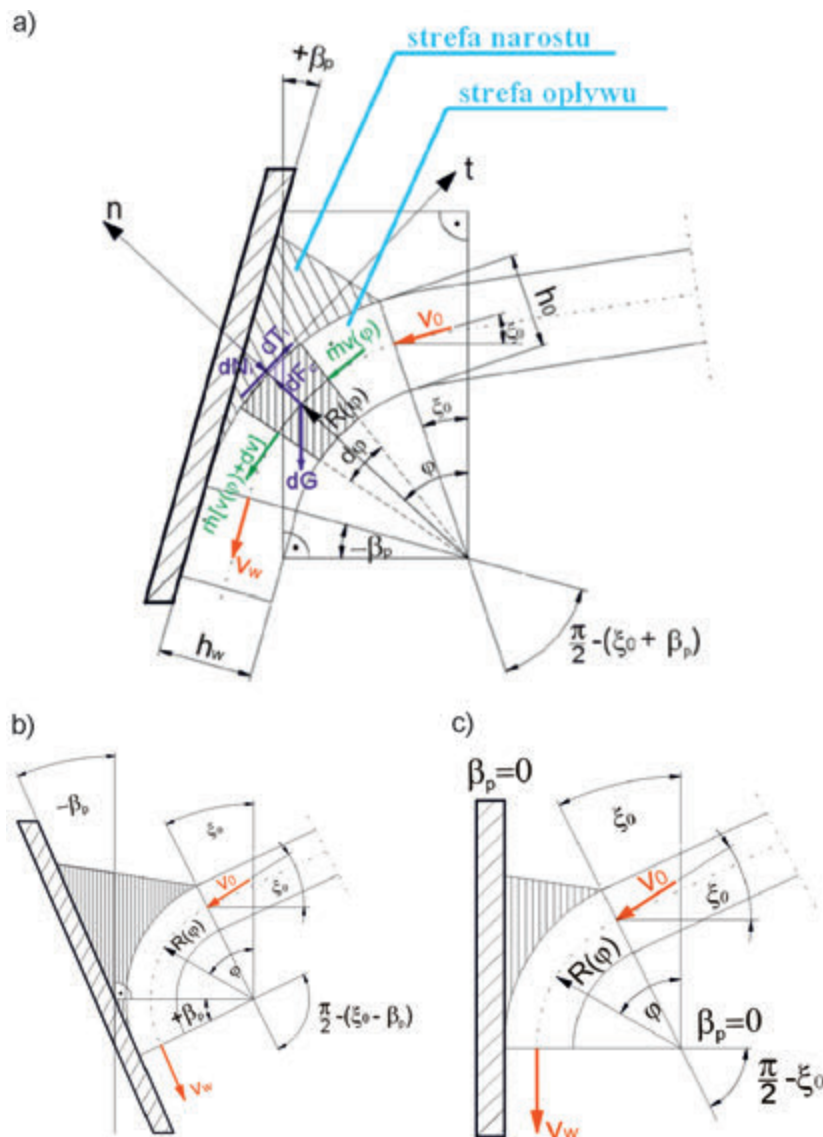
Warunki kinematyczne opisują:

- prędkość początkową - wypadkowa dopływu strumienia materiału ziarnistego do płyty odbojowej  $v_0$  [m/s],
- prędkość materiału opuszczającego płytę odbojową  $v_w$  [m/s] – wartość szukana.

Do warunków geometrycznych przepływu niekohezyjnego materiału grupy I na płaskiej płycie odbojowej zaliczają się:

- kąt pochylenia płyty odbojowej  $\beta_p$  [°],
- kąt dopływu strumienia materiału do płyty odbojowej  $\xi_0$  [°],
- współrzędna kątowna opisująca pozycję nieskończonej masy materiału w strefie opływu na płycie odbojowej  $\varphi$  [°],
- średni promień krzywizny strumienia materiału  $R(\varphi)$  [m],
- grubość warstwy strumienia materiału w momencie dopływu do płyty odbojowej  $h_0$  [m],
- grubość warstwy strumienia materiału po zderzeniu z płytą odbojową  $h_w$  [m].

W przypadku materiałów masowych grupy I o drobnym uziarnieniu, dla których na ścianie odbojowej powstaje strefa narostu, to znaczy, w przypadkach, gdy materiał przemieszcza



Rys.2. Oznaczenie kinematycznych, geometrycznych i dynamicznych warunków przepływu strumienia drobnego niekohezyjnego materiału ziarnistego na płaskiej płycie odbojowej [opracowanie własne]

się względem siebie, przyjmuje się warunki tarcia wewnętrzne, czyli wzajemnego tarcia cząstek materiału o siebie, a tym samym przyjmuje się do rozważań wewnętrzny kąt tarcia materiału  $\varphi_i$  zawarty w równaniu warunku stanu granicznego - prawie Coulomba.

Wymienione powyżej parametry oraz analiza przepływu drobnego niekohezyjnego materiału na płaskiej płycie odbojowej przedstawiona na rysunku 2, były podstawą do uzyskania opisu matematycznego stwarzającego możliwość otrzymania liczbowej wartości prędkości materiałów ziarnistych opuszczających tę płytę.

### Matematyczny model przepływu strumienia drobnego niekohezyjnego materiału ziarnistego w węźle odbojowym z płaską płytą odbojową

Wymienione wcześniej parametry dotyczące przemieszczenia materiału na płaskiej płycie odbojowej posłużyły do wyznaczenia równania określającego prędkość materiału  $v_w$  opuszczającego płytę. Jak wspomniano we wstępie, znajomość wartości liczbowej prędkości materiału opuszczającego płytę odbojową jest niezbędna do ustalenia parametrów przepływu materiału w węźle, zapewniających uzyskanie prędkości materiału za płytą zgodnej z prędkością przenośnika odbierającego. Ma to istotne znaczenie ze względu na możliwość uszkodzenia przenośnika w przypadku zbyt dużej prędkości materiału spadającego na jego taśmę.

Równanie pozwalające na wyznaczenie wartości prędkości za płytą odbojową otrzymano posługując się matematycznym modelem, który daje możliwość opisanego procesu ustalonego przepływu materiału ziarnistego w węźle odbojowym zbudowanym w oparciu o płaską płytę odbojową. Układ równań umożliwiający wyprowadzenie zależności określającej wartość prędkości materiału opuszczającego węzeł odbojowy składa się z poniższych równań zapisanych w postaci:

- równania ciągłości:

$$\dot{m} = \rho \cdot v(\varphi) \cdot A(\varphi) \quad (1)$$

- równania równowagi:

$$\dot{m}(\vec{v} + d\vec{v}) - \dot{m}\vec{v} = d\vec{G} + d\vec{F}_c + \Sigma d\vec{N}_i + \Sigma d\vec{T}_i \quad (2)$$

- równania opisującego warunek stanu granicznego dla materiałów grupy I:

$$\tau = \sigma_n \operatorname{tg}\varphi_i \quad (3)$$

gdzie  $\varphi_i$  jest wewnętrznym kątem tarcia materiału.

Ogólna postać układu równań dla płaskiej płyty odbojowej, który opisuje ustalony przepływ strumienia materiału ziarnistego, składa się zatem z trzech równań:

$$\begin{cases} \dot{m} = \rho \cdot v(\varphi) \cdot A(\varphi) \\ \dot{m}(\vec{v} + d\vec{v}) - \dot{m}\vec{v} = d\vec{G} + d\vec{F}_c + \Sigma d\vec{N}_i + \Sigma d\vec{T}_i \\ \tau = \sigma_n \operatorname{tg}\varphi_i = \sigma_n \mu_i \end{cases} \quad (4)$$

Wielkości występujące w układzie równań (4) opisane są następująco:

- przepływ masowy  $\dot{m}$  [kg/s],
- gęstość usypowa materiału  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>],
- współczynnik tarcia wewnętrznego dla materiałów grupy

- $I\mu_i$ ,
- przekrój poprzeczny strumienia  $A(\varphi)$  [m<sup>2</sup>]:

$$A(\varphi) = B \cdot h(\varphi) = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot v(\varphi)} \quad (5)$$

gdzie  $h(\varphi)$  to grubość warstwy strumienia materiału [m] i B

- szerokość strumienia materiału [m],
- siła ciężkości  $dG$  [N]:

$$|d\vec{G}| = \rho g R(\varphi) A(\varphi) d\varphi = \gamma R(\varphi) A(\varphi) d\varphi \quad (6)$$

- ciężar właściwy materiału masowego  $\gamma$  [N/m<sup>3</sup>]:

$$\gamma = \rho g \quad (7)$$

gdzie  $g$  to przyspieszenie ziemskie [m/s<sup>2</sup>],  $R(\varphi)$  to średni promień krzywizny strumienia [m],

- siła odśrodkowa  $dF_c$  [N]:

$$|d\vec{F}_c| = \dot{m} v(\varphi) d\varphi \quad (8)$$

- siła normalna  $dN_i$  [N]:

$$|d\vec{N}_i| = \sigma_n B R(\varphi) d\varphi \quad (9)$$

- siła tarcia  $dT_i$  [N]:

$$|d\vec{T}_i| = \tau R(\varphi) B d\varphi = \sigma_n \mu_i R(\varphi) B d\varphi = \mu_i |d\vec{N}_i| \quad (10)$$

Rzutowanie równania (2) na kierunku przyjętego układu współrzędnych  $\langle n, t \rangle$  daje poniższy układ równań w funkcji parametru kąтового  $\varphi$ :

$$\Sigma_n = \dot{m}v(\varphi)\sin\frac{d\varphi}{2} + \dot{m}[v(\varphi)+dv]\sin\frac{d\varphi}{2} + |d\vec{F}_c| - |d\vec{G}|\cos\varphi - |d\vec{N}_i| = 0 \quad (11)$$

$$\Sigma_t = -\dot{m}v(\varphi)\cos\frac{d\varphi}{2} + \dot{m}[v(\varphi)+dv]\cos\frac{d\varphi}{2} - |d\vec{G}|\sin\varphi + |d\vec{T}_i| = 0 \quad (12)$$

Wprowadzając uproszczenia:

$$\sin\frac{d\varphi}{2} = \frac{d\varphi}{2}, \cos\frac{d\varphi}{2} = 1, \sin\frac{d\varphi}{2} dv = 0 \quad (13)$$

otrzymuje się następującą postać układu równań:

$$\begin{cases} \dot{m}v(\varphi)d\varphi + |d\vec{F}_c| - |d\vec{G}|\cos\varphi - |d\vec{N}_i| = 0 \\ \dot{m}dv - |d\vec{G}|\sin\varphi + |d\vec{T}_i| = 0 \end{cases} \quad (14)$$

Rozwiązując układ równań (14) otrzymuje się równanie różniczkowe w postaci:

$$\frac{2\dot{m}dv}{d\varphi} + 4\dot{m}\mu_i v(\varphi) - 2g\rho R(\varphi)A(\varphi)[\mu_i \cos\varphi + \sin\varphi] = 0 \quad (15)$$

które można zapisać w następujący sposób:

$$\frac{dv^2(\varphi)}{d\varphi} + 4\mu_i v^2(\varphi) = 2gR(\varphi)[\mu_i \cos\varphi + \sin\varphi] \quad (16)$$

Równanie różniczkowe (15) jest przypadkiem szczególnym równania Bernoulliego:

$$y' + P(\varphi)y = Q(\varphi) \quad (17)$$

gdzie:

$$y = v^2(\varphi), \quad P(\varphi) = 4\mu_i, \quad Q(\varphi) = 2gR(\varphi)[\mu_i \cos \varphi + \sin \varphi] \quad (18)$$

Przez całkowanie równania (17) otrzymuje się zależność opisującą prędkość materiału opuszczającego płaską płytę odbojową  $v_w$ :

$$v_w = \sqrt{C_w e^{-4\mu_i \varphi} + \frac{2gR(\varphi)}{16\mu_i^2 + 1} [5\mu_i \sin \varphi + \cos \varphi (4\mu_i^2 - 1)]} \quad (19)$$

Wartość stałej całkowania  $C_w$  wyznacza się przekształcając równanie (19) i podstawiając warunki brzegowe:

$$C_w = e^{4\mu_i \varphi} \left\{ v_p^2 - \frac{2gR(\varphi)}{16\mu_i^2 + 1} [5\mu_i \sin \varphi + \cos \varphi (4\mu_i^2 - 1)] \right\} \quad (20)$$

gdzie  $v_p$  [ $m/s$ ] =  $v_0$  [ $m/s$ ] jest prędkością początkową materiału dopływającego do płyty odbojowej (rys. 2).

W celu wyznaczenia wartości stałej całkowania  $C_w$  przyjęto poniższe warunki brzegowe (wg rys. 2):

$$\varphi = \xi_0 \quad (21)$$

$$R(\varphi) = R(\xi_0) = R_0 = R_{w1} = h_0 \quad (22)$$

$$v(\varphi) = v(\xi_0) = v_0 \quad (23)$$

$$A(\varphi) = A(\xi_0) = A_0 = \frac{\dot{m}}{v(\xi_0)\rho} = \frac{\dot{m}}{v_0\rho} = h_0 B \quad (24)$$

Wyznaczenie prędkości  $v_w$  umożliwia przyjęcie następującego założenia:

$$\varphi = \varphi_w = \frac{\pi}{2} - \beta_p \quad \text{- dla płyty odbojowej o dodatnim} \\ \text{pochyleniu : } +\beta_p \quad (25)$$

$$\varphi = \varphi_w = \frac{\pi}{2} + \beta_p \quad \text{- dla płyty odbojowej o ujemnym} \\ \text{pochyleniu : } -\beta_p \quad (26)$$

$$\varphi = \varphi_w = \frac{\pi}{2} \quad \text{- dla płyty odbojowej nie pochylonej;} \\ \beta_p = 0 \quad (27)$$

Szacowanie wartości prędkości  $v_w$  uzyskujemy stosując metodę iteracji prostej przyjmując jako początkowe wartości warunki brzegowe 21-27:

- w pierwszym kroku przybliżenia:

$$A_0 = A_{w1} = \frac{\dot{m}}{v_0\rho} = h_0 B, \quad h_0 = \frac{A_{w1}}{B}, \quad R_0 = R_{w1} = h_0 \quad (28)$$

$$C_{w1} = e^{4\mu_i \xi_0} \left\{ v_0^2 - \frac{2gR_{w1}}{16\mu_i^2 + 1} [5\mu_i \sin \xi_0 + \cos \xi_0 (4\mu_i^2 - 1)] \right\} \quad (29)$$

$$v_{w1} = \sqrt{C_{w1} e^{-4\mu_i \varphi_w} + \frac{2gR_{w1}}{16\mu_i^2 + 1} [5\mu_i \sin \varphi_w + \cos \varphi_w (4\mu_i^2 - 1)]} \quad (30)$$

- w drugim kroku przybliżenia:

$$A_{w2} = \frac{\dot{m}}{v_{w1}\rho} = h_{w1} B, \quad h_{w1} = \frac{A_{w2}}{B}, \quad R_{w2} = \frac{h_0 + h_{w1}}{2} \quad (31)$$

$$C_{w2} = e^{4\mu_i \xi_0} \left\{ v_0^2 - \frac{2gR_{w2}}{16\mu_i^2 + 1} [5\mu_i \sin \xi_0 + \cos \xi_0 (4\mu_i^2 - 1)] \right\} \quad (32)$$

$$v_{w2} = \sqrt{C_{w2} e^{-4\mu_i \varphi_w} + \frac{2gR_{w2}}{16\mu_i^2 + 1} [5\mu_i \sin \varphi_w + \cos \varphi_w (4\mu_i^2 - 1)]} \quad (33)$$

- w n - tym kroku przybliżenia:

$$A_{wn} = \frac{\dot{m}}{v_{wn-1}\rho} = h_{w(n-1)} B, \quad h_{w(n-1)} = \frac{A_{wn}}{B}, \quad R_{wn} = \frac{h_0 + h_{w(n-1)}}{2} \quad (34)$$

$$C_{wn} = e^{4\mu_i \xi_0} \left\{ v_0^2 - \frac{2gR_{wn}}{16\mu_i^2 + 1} [5\mu_i \sin \xi_0 + \cos \xi_0 (4\mu_i^2 - 1)] \right\} \quad (35)$$

$$v_{wn} = \sqrt{C_{wn} e^{-4\mu_i \varphi_w} + \frac{2gR_{wn}}{16\mu_i^2 + 1} [5\mu_i \sin \varphi_w + \cos \varphi_w (4\mu_i^2 - 1)]} \quad (36)$$

Aby uzyskać dokładne przybliżenie wartości prędkości materiału opuszczającego płaską płytę odbojową  $v_w$ , powinna być spełniona następująca zależność:

$$\left| \frac{v_{wn} - v_{w(n-1)}}{v_{wn}} \right| \leq \delta_{v_w} [\%] \quad (37)$$

gdzie  $\delta_{v_w}$  jest dopuszczalną odchyłką względną przy szacowaniu prędkości  $v_w$  i może przyjąć wartość

$$1\% - 2\% \quad (\delta_{v_w} = 1\% \div 2\%).$$

Przedstawiona metoda obliczeniowa przeznaczona jest dla przepływów ustalonych przebiegających z dużymi prędkościami.

### Przykład zastosowania proponowanego rozwiązania dla węzłów odbojowych z płaską płytą odbojową

Przytoczony zostanie tu przykład zastosowania proponowanego rozwiązania dla płaskiej płyty odbojowej oraz drobnego materiału niekohezyjnego przy założeniu, że znane są parametry transportowanego materiału, dane są wartości liczbowe prędkości początkowej strumienia materiału dopływającego do płyty oraz dana jest wymagana wartość wydatku masowego. Znane są również parametry geometryczne strumienia materiału dopływającego do płyty, a także kąt przemieszczania materiału na płycie odbojowej. Wartością szukaną jest prędkość materiału opuszczającego płaską płytę odbojową, która wyhamowuje impet materiału. Spodziewać się zatem należy zmniejszenia wartości prędkości w stosunku do prędkości początkowej.

Materiałem przemieszczanym na płaskiej płycie odbojowej będzie drobny niekohezyjny materiał grupy I o współczynniku tarcia wewnętrznego  $\mu_i = 0,603$ , a prędkość początkowa materiału wyrzucanego z bębna przenośnika i dopływającego do płyty odbojowej  $v_0 = v_p$  wynosi 5,113 m/s. Płyta odbojowa posiada pochylenie ujemne  $-\beta_p = 20$  [°] (schemat wg rys. 2 i 3).

Proces przemieszczania materiału na płaskiej płycie odbojowej charakteryzuje się następującymi parametrami:

- wymagany wydatek masowy  $\dot{m} = 350$  [kg/s],
- prędkość materiału dopływającego do płyty odbojowej  $v_p = v_0 = 5,113$  [m/s],
- kąt pochylenia płyty odbojowej  $-\beta_p = 20$  [°],
- kąt dopływu strumienia materiału do płyty odbojowej:

$$\varphi = \xi_0 = -11 [^\circ],$$

- długość strumienia dopływającego do płyty  $B_p = 1 [m]$ ,
- szerokość strumienia  $h_0 = 0,0496 [m]$ ,
- przyspieszenie ziemskie  $g = 9,81 [m/s^2]$ ,
- gęstość usypowa materiału  $\rho = 1380 [kg/m^3]$ ,
- współczynnik tarcia wewnętrzznego materiału  $\mu_i = 0,603$ ,  
Obliczenie prędkości należy zrealizować wg równań 21 ÷ 37.  
Obliczenia należy rozpocząć od wyznaczenia stałej całkowania  $C_w$ . W celu jej wyznaczenia należy przyjąć następujące warunki brzegowe:

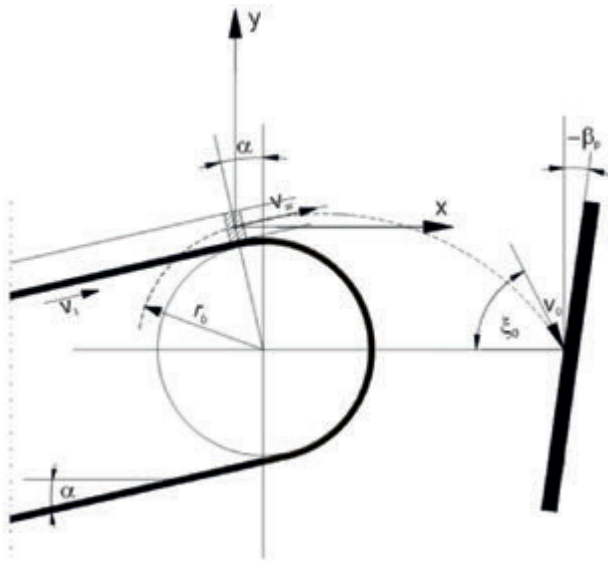
$$\varphi = \xi_0 = -11$$

$$R(\varphi) = R(\xi_0) = R_0 = R_{w1} = h_0 = 0,0496$$

$$v(\varphi) = v(\xi_0) = v_{0p} = 5,113$$

$$A(\varphi) = A(\xi_0) = A_0 = \frac{\dot{m}}{v(\xi_0)\rho} = \frac{\dot{m}}{v_0\rho} = h_0 B = 0,0496 \cdot 1 = 0,0496$$

Aby wyznaczyć prędkość materiału opuszczającego płytę



Rys. 3. Współpraca węzła zrzutowego z taśmą wznoszącą i węzła odbojowego dla ustawienia płyty odbojowej z kątem jej pochylenia równym  $-\beta_p$  [opracowanie na podstawie [5]]

wprowadzamy kolejne założenie:

$$\varphi = \varphi_w = \frac{\pi}{2} + \beta_p = 90 + 20 = 110$$

Szacowanie wartości liczbowej prędkości otrzymujemy w kolejnych krokach przybliżeń:

- w pierwszym kroku przybliżenia:

$$R_0 = R_{w1} = h_0 = 0,0496$$

$$\delta_{v_w} = 0,01 = 1 [\%]$$

$$C_{w1} = 16,181860948 \left[ \frac{m^2}{s^2} \right]$$

$$v_{w1} = \sqrt{16,181860948 \cdot e^{-40,603110 \cdot \frac{\pi}{180}} + \frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,0496}{16 \cdot 0,603^2 + 1} \left[ 5 \cdot 0,603 \cdot \sin(110) + \cos(110) \cdot (4 \cdot 0,603^2 - 1) \right]}$$

$$v_{w1} = 0,716544612 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$\left| \frac{0,716544612 - 5,113}{0,716544612} \right| \cdot 100 = 613,56338695 > \delta_{v_w}$$

przybliżenie wartości prędkości jest niewystarczające, ponieważ  $\delta_{v_w}$  jest większe od wartości założonej,

- w drugim kroku przybliżenia:

$$A_{w2} = \frac{\dot{m}}{v_{w1}\rho} = h_{w1} B \Rightarrow h_{w1} = \frac{\dot{m}}{v_{w1}\rho B} = \frac{350}{0,716544612 \cdot 1380 \cdot 1} = 0,353953103 [m]$$

$$R_{w2} = \frac{h_0 + h_{w1}}{2} = \frac{0,0496 + 0,353953103}{2} = 0,201778349 [m]$$

$$\delta_{v_w} = 0,01 = 1 [\%]$$

$$C_{w2} = 15,350356617 \left[ \frac{m^2}{s^2} \right]$$

$$v_{w2} = \sqrt{15,350356617 \cdot e^{-40,603110 \cdot \frac{\pi}{180}} + \frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,201778349}{16 \cdot 0,603^2 + 1} \left[ 5 \cdot 0,603 \cdot \sin(110) + \cos(110) \cdot (4 \cdot 0,603^2 - 1) \right]}$$

$$v_{w2} = 1,263545071 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$\left| \frac{1,263545071 - 0,716544612}{1,263545071} \right| \cdot 100 = 43,290933739 > \delta_{v_w}$$

przybliżenie wartości prędkości jest niewystarczające, ponieważ  $\delta_{v_w}$  jest większe od wartości założonej,

- w trzecim kroku przybliżenia:

$$A_{w3} = \frac{\dot{m}}{v_{w2}\rho} = h_{w2} B \Rightarrow h_{w2} = \frac{\dot{m}}{v_{w2}\rho B} = \frac{350}{1,263545071 \cdot 1380 \cdot 1} = 0,200723499 [m]$$

$$R_{w3} = \frac{h_0 + h_{w2}}{2} = \frac{0,0496 + 0,200723499}{2} = 0,125163548 [m]$$

$$\delta_{v_w} = 0,01 = 1 [\%]$$

$$C_{w3} = 15,768990707 \left[ \frac{m^2}{s^2} \right]$$

$$v_{w3} = \sqrt{15,768990707 \cdot e^{-40,603110 \cdot \frac{\pi}{180}} + \frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,125163548}{16 \cdot 0,603^2 + 1} \left[ 5 \cdot 0,603 \cdot \sin(110) + \cos(110) \cdot (4 \cdot 0,603^2 - 1) \right]}$$

$$v_{w3} = 1,025298588 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$\left| \frac{1,025298588 - 1,263545071}{1,025298588} \right| \cdot 100 = 23,236790316 > \delta_{v_w}$$

przybliżenie wartości prędkości jest niewystarczające, ponieważ  $\delta_{v_w}$  jest nadal większe od wartości założonej,

- w czwartym kroku przybliżenia:

$$A_{w4} = \frac{\dot{m}}{v_{w3}\rho} = h_{w3} B \Rightarrow h_{w3} = \frac{\dot{m}}{v_{w3}\rho B} = \frac{350}{1,025298588 \cdot 1380 \cdot 1} = 0,247365198 [m]$$

$$R_{w4} = \frac{h_0 + h_{w3}}{2} = \frac{0,0496 + 0,247365198}{2} = 0,148484397 \text{ [m]}$$

$$\delta_{v_w} = 0,01 = 1 [\%]$$

$$C_{w4} = 15,641562294 \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$$

$$v_{w4} = \sqrt{15,641562294 \cdot e^{-40,603 \cdot 110 \cdot \frac{\pi}{180}} + \frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,148484397}{16 \cdot 0,603^2 + 1} \left[ 5 \cdot 0,603 \cdot \sin(110) + \cos(110) \cdot (4 \cdot 0,603^2 - 1) \right]}$$

$$v_{w4} = 1,103278879 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$\left| \frac{1,103278879 - 1,025298588}{1,103278879} \right| \cdot 100 = 5,021411289 > \delta_{v_w}$$

przybliżenie wartości prędkości jest nadal niewystarczające,  
- w piątym kroku przybliżenia:

$$A_{w5} = \frac{\dot{m}}{v_{w4} \rho} = h_{w4} B \Rightarrow h_{w4} = \frac{\dot{m}}{v_{w4} \rho B} = \frac{350}{1,103278879 \cdot 1380 \cdot 1} = 0,229881305 \text{ [m]}$$

$$R_{w5} = \frac{h_0 + h_{w4}}{2} = \frac{0,0496 + 0,229881305}{2} = 0,139742451 \text{ [m]}$$

$$\delta_{v_w} = 0,01 = 1 [\%]$$

$$C_{w5} = 15,689329524 \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$$

$$v_{w5} = \sqrt{15,689329524 \cdot e^{-40,603 \cdot 110 \cdot \frac{\pi}{180}} + \frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,139742451}{16 \cdot 0,603^2 + 1} \left[ 5 \cdot 0,603 \cdot \sin(110) + \cos(110) \cdot (4 \cdot 0,603^2 - 1) \right]}$$

$$v_{w5} = 1,074710717 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$\left| \frac{1,074710717 - 1,103278879}{1,074710717} \right| \cdot 100 = 2,658218731 > \delta_{v_w}$$

$\delta_{v_w}$  nadal nie osiągnęło wartości zadanej, dlatego niezbędny jest jeszcze jeden – ostatni krok obliczeniowy,  
- w szóstym kroku przybliżenia:

$$A_{w6} = \frac{\dot{m}}{v_{w5} \rho} = h_{w5} B \Rightarrow h_{w5} = \frac{\dot{m}}{v_{w5} \rho B} = \frac{350}{1,074710717 \cdot 1380 \cdot 1} = 0,235992053 \text{ [m]}$$

$$R_{w6} = \frac{h_0 + h_{w5}}{2} = \frac{0,0496 + 0,235992053}{2} = 0,142797825 \text{ [m]}$$

$$\delta_{v_w} = 0,01 = 1 [\%]$$

$$C_{w6} = 15,67263453 \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$$

$$v_{w6} = \sqrt{15,67263453 \cdot e^{-40,603 \cdot 110 \cdot \frac{\pi}{180}} + \frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,142797825}{16 \cdot 0,603^2 + 1} \left[ 5 \cdot 0,603 \cdot \sin(110) + \cos(110) \cdot (4 \cdot 0,603^2 - 1) \right]}$$

$$v_{w6} = 1,084781026 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$\left| \frac{1,084781026 - 1,074710717}{1,084781026} \right| \cdot 100 = 0,928326377 < \delta_{v_w}$$

Jak widać niezbędnym było sześć kroków obliczeniowych pozwalających na uzyskanie szukanej wartości prędkości dla zadanej odchyłki względnej  $\delta_{v_w}$  - błąd jej wyznaczenia jest mniejszy od 1%.

Wielkość szukana, a więc prędkość materiału za płytą odbojową wynosi 1,08 [m/s], a więc została zredukowana w przybliżeniu o wartość 4,03 [m/s].

Jeśli nie jest możliwe uzyskanie wartości prędkości za pomocą obliczeń z błędem maksymalnym 1%, należy korygować parametry wpływające na sposób przemieszczania się materiału, ponieważ zapewnienie prawidłowej wartości prędkości materiału za płytą odbojową ma duże znaczenie w przypadku, gdy należy utrzymać stałą wydajność systemu transportowego.

## Wnioski

Przedstawiony model matematyczny pozwalający na wyznaczenie prędkości drobnego materiału I grupy za płytą odbojową, umożliwia analizowanie warunków przepływu ze względu na uzyskanie najbardziej optymalnych warunków transportu zapewniających dłuższą żywotność urządzeń i utrzymanie wymaganej wydajności systemu transportowego. Model ten pozwala na analizowanie najistotniejszych z punktu widzenia warunków przepływu parametrów, takich jak parametry kinematyczne, dynamiczne oraz geometryczne. Biorze on także pod uwagę parametry transportowanego materiału. Możliwość wstępnego oszacowania prędkości za węzłem odbojowym pozwala projektantom na dobór parametrów przepływu współpracujących z nim urządzeń.

Uzyskanie zadowalających wyników z punktu widzenia zastosowań inżynierskich, a więc procentowo dobrej zgodności z układem rzeczywistym możliwe jest tylko przy prawidłowym wyznaczeniu wszystkich niezbędnych parametrów podstawianych do równań 21÷37. Z doświadczeń autorki wynika, iż największy błąd do proponowanej metody obliczeniowej wprowadza nieprawidłowo wyznaczony parametr tarcia wewnętrznej. Źle wyznaczone  $\mu_1$  może wprowadzić błąd większy od 10%, podczas gdy prawidłowo oszacowana wartość pozwala na wyznaczenie prędkości z błędem rzędu 3÷4%.

Również źle wyznaczona prędkość materiału dopływającego do płyty, przy zastosowaniu powyższego modelu może skutkować zwiększoną wartością błędów, lub nawet niemożnością uzyskania wyniku.

Należy jednak pamiętać, że przedstawione równania nadają się tylko do szacowania prędkości dla materiałów transportowanych z dużymi prędkościami, t.j. powyżej 3 [m/s] oraz dla ustalonego charakteru przepływu.

## Literatura

- [1] Cyganiuk J., Przystupa F. W.: Modelowanie przepływu materiału ziarnistego typu cement w węźle odbojowym z płaską płytą odbojową, *Górnictwo Odkrywkowe* 2007, nr 3-4
- [2] Cyganiuk J., Przystupa F.W., Wpływ kąta pochylenia płyty odbojowej na prędkość materiału opuszczającego węzeł odbojowy, *Górnictwo Odkrywkowe* 2009, nr 4-5
- [3] Herzog M., Untersuchungen zur verbesserung der schüttgutübergabr zwischen gurtförderern, Erlangung des akademischen grades doktoringenieur vorgelegte disseration, Technischen Universität Dresden, Dresden 2000
- [4] Korzeń Z., The dynamics of bulk solids flow on impact plates of belt conveyor systems, *bulk solids handling*, vol.8 nr 6, December 1988
- [5] Korzeń Z., Dynamische schüttgutflüsse unter stationaren bedingungen, Vulkan-Verlag DR. W. Classen, Essen, HEFT Nr. 3/1993
- [6] Сакович В. Л., Кукса В.П., Движение груза в пересыпных устройствах ленточных конвейров, *Горные страительные дорожные машины*, Техника, Киев 2 апреля 1967 ,s. 78-86
- [7] Żur T., Przenośniki taśmowe w górnictwie, Wydawnictwo Śląsk, 1979

*Z cyklu: Sentymtalne wędrówki po meandrach polskiej myśli techniki górniczej*



Reprint Renata S-K

Transporter gaśienicowy TUR 500 do przestawiania stacji napędowych (1800 mm)