

Magdalena NAGÓRSKA, Roman NAGÓRSKI

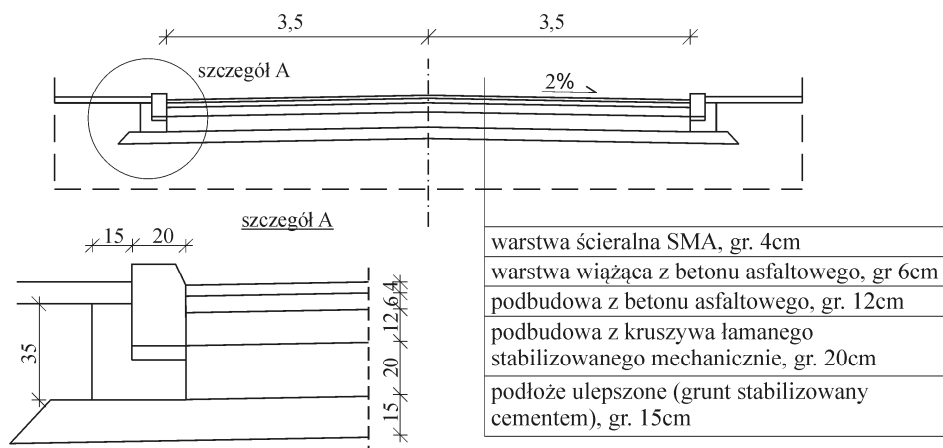
**WPŁYW WARUNKÓW BRZEGOWYCH  
NA POWIERZCHNIACH BOCZNYCH  
NAWIERZCHNI PODATNEJ DROGI MIEJSKIEJ  
NA JEJ DEFORMACJĘ, WYTEŻENIE  
I TRWAŁOŚĆ. ZASTOSOWANIE MES**

**Streszczenie**

W artykule przedstawiono wpływ warunków brzegowych na powierzchniach bocznych konstrukcji nawierzchni podatnej drogi miejskiej (typowej, reprezentatywnej) na deformację sprężystą, wyteżenie i trwałość tej nawierzchni. Założono, że modelem mechanicznym (wyjściowym) nawierzchni jest wielowarstwowy ośrodek liniowo sprężysty z warstwami konstrukcyjnymi o skończonej szerokości przy dwóch wariantach warunków brzegowych, zaś modelem odniesienia jest wielowarstwowa półprzestrzeń sprężysta o identycznym układzie warstw jak w modelu podstawowym. Obciążenie stanowi standardowe w procesie wymiarowania nawierzchni oddziaływanie koła pojazdu - statyczne, prostopadłe do nawierzchni i rozłożone równomiernie na powierzchni kołowej. Na podstawie modelu podstawowego zbudowano modele numeryczne z zastosowaniem MES.

**WSTĘP**

Przedmiotem pracy jest układ warstw konstrukcyjnych i podłoża gruntowego podatnej nawierzchni drogi miejskiej, której przykładowa (typowa, reprezentatywna) struktura jest przedstawiona schematycznie na rys. 1 i która znajduje się w stanie deformacji statycznej pod działaniem standardowego w procesie projektowania nawierzchni pojedynczego koła pojazdu.



**Rys. 1.** Schemat przykładowego układu warstw nawierzchni drogi miejskiej

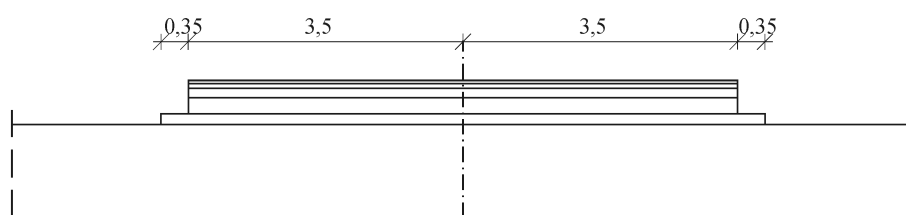
Standardowy model mechaniczny (matematyczno-fizyczny, mechanistyczny) nawierzchni podatnych wykorzystywany przy wymiarowaniu tych nawierzchni (zaproponowany przez Burmistera, [1] 1945) jest, zgodnie z Załącznikiem nr 5 do Rozporządzenia [2], wielowarstwową półprzestrzenią sprężystą (rzadziej – lepkosprężystą), a więc nie uwzględniającą wpływu warunków brzegowych na powierzchniach bocznych konstrukcji nawierzchni, co jest w dużym stopniu uzasadnione właściwością zanikania deformacji nawierzchni wraz z odległością od miejsca oddziaływania koła pojazdu na tę nawierzchnię. Jednakże zdaniem autorów pracy wpływ ten na deformację nawierzchni, a w konsekwencji na jej stan odkształcenia i naprężenia, czyli – idąc dalej – na wytrzymałość, nośność i trwałość nie jest wystarczająco zbadany. Warunki brzegowe praktycznie uniemożliwiają analizę nawierzchni metodami analitycznymi, wykorzystanymi m. in. w programach Analizy sprężystej BISAR [3] i lepko-sprężystej VEROAD [4], natomiast możliwe jest zastosowanie do tej analizy Metody Elementu Skończonego (MES).

Celem podstawowym niniejszego artykułu jest syntetyczne przedstawienie wpływu warunków brzegowych na deformację, odkształcenia i naprężenia oraz trwałość wybranej nawierzchni drogowej (rys. 1), zbadanego szeroko w pracy [5]. Przez trwałość rozumiana jest mniejsza z trwałości: trwałości zmęczeniowej i odporności na deformacje trwałe wg Instytutu Asfaltowego [6].

## 1. MODELE ANALIZOWANEJ NAWIERZCHNI DROGOWEJ

### 1.1. Modele matematyczno-fizyczne

Modelem wyjściowym matematyczno-fizycznym (mechanicznym) rozpatrywanej nawierzchni (rys. 1) jest warstwowy trójwymiarowy ośrodek ciągły (model MW - rys. 2). Założono, że każda z warstw konstrukcyjnych nawierzchni ma stałą grubość i stałą szerokość oraz że wraz z podłożem gruntowym jest liniowo-sprężysta, jednorodna i izotropowa (w rozumieniu liniowej mechaniki ośrodków odkształcalnych sprężystych), poddana małej deformacji stacjonarnej. Kontakt pomiędzy warstwami zapewniają warunki ciągłości przemieszczeń, które oznaczają pełną szepność warstw. Wartości rozmiarów  $b_i$ ,  $h_i$ , modułów Younga  $E_i$  i współczynników Poissona  $\nu_i$  warstw, zgodnie z rys.2, zamieszczono w tab.1.



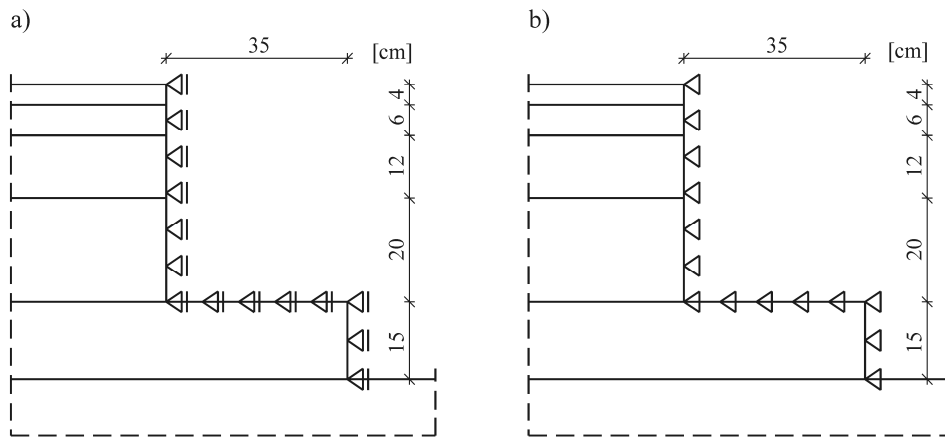
Rys.2. Schemat modelu mechanicznego przykładowego układu warstw nawierzchni drogowej miejskiej (przekrój poprzeczny)

Tab. 1. Dane geometryczno-materiałowe układu warstw nawierzchni

$i$	Warstwa	$b$ [cm]	$h$ [cm]	$E$ [MPa]	$\nu$ [1]
1	Warstwa ścieralna SMA	700	4	9800	0,3
2	Warstwa wiążąca z betonu asfaltowego	700	6	11500	0,3
3	Podbudowa z betonu asfaltowego	700	12	10900	0,3
4	Podbudowa z kruszywa łamanego stabilizowanego mechanicznie	700	20	400	0,3
5	Podłoże ulepszone (grunt stabilizowany cementem)	770	15	300	0,3
6	Podłoże gruntowe G1	$\infty$	$\infty$	100	0,35

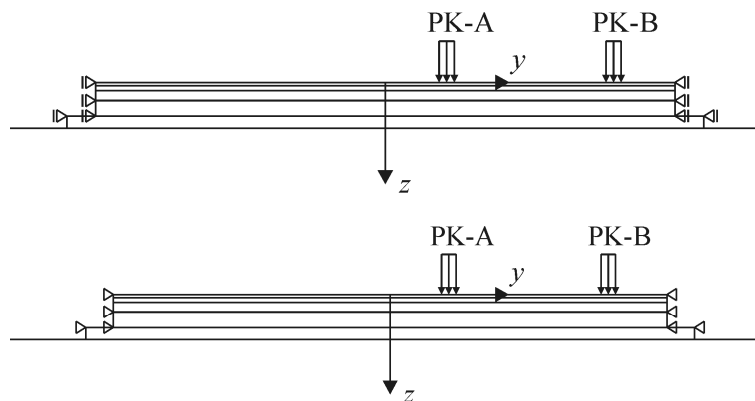
Przyjęto dwa, jak się wydaje „graniczne”, warianty warunków brzegowych z uwagi na umieszczenie na powierzchniach bocznych warstw konstrukcyjnych krawężnik (rys.1 i rys.3):

1. swobodne przemieszczenia w kierunkach stycznych do powierzchni ograniczającej i braku przemieszczenia w kierunku prostopadłym do tej powierzchni (rys. 3a) – model MW1,
2. braku przemieszczeń (we wszystkich kierunkach) na powierzchni ograniczającej (rys.3b) – model MW2.



**Rys. 3.** Warunki brzegowe na powierzchniach bocznych konstrukcji nawierzchni drogi miejskiej

Jako obciążenie zewnętrzne nawierzchni przyjęto oddziaływanie koła pojazdu, o wypadkowej  $P = 50$  kN (wynikające z nacisku osi 100 kN). Oddziaływanie to zamodelowano jako obciążenie pionowe (prostopadłe do powierzchni jezdni) rozłożone równomiernie o intensywności  $p = 650$  kPa (w przybliżeniu wartość ciśnienia w oponie) na powierzchni kołowej  $\mathcal{K}$  o promieniu  $r = \sqrt{P/(\pi p)} = 15,65$  cm, niezależnie w dwóch położeniach: w odległości równej 75 cm (PK-A) i w odległości równej 275 cm (PK-B) od osi jezdni, rys.4.



**Rys. 4.** Obciążenie nawierzchni kołem pojazdu

Przyjmujemy dalej następujący układ współrzędnych kartezjańskich parametryzujących nawierzchnię: oś  $x$  wzdłuż osi jezdni skierowana jest w stronę umownego ruchu koła pojazdu, oś  $y$  w kierunku poprzecznym przechodzi przez środek powierzchni obciążenia (przy  $x = 0$ ), a oś  $z$  skierowana jest w głąb nawierzchni (początek układu osi współrzędnych jest także przesuwany do środka powierzchni obciążenia).

Jako model odniesienia – model referencyjny MR – przyjęto model standardowo zakładany w wielu analizach nawierzchni, tj. półprzestrzeń warstwową o układzie warstw (nieskończonych) o identycznych grubościach i parametrach fizycznych jak w rozpatrywanej nawierzchni realnej (tabl.1). Obliczenia, w celu wyznaczenia wartości przemieszczeń, odkształceń i naprężeń z modelu MR, służące do walidacji modeli skończenie elementowych

oraz do analizy porównawczej zachowania się nawierzchni, wykonano za pomocą programu VEROAD, w którym wykorzystuje się metody analityczne. Po skalibrowaniu wartości parametrów dokładności obliczeń w tym programie za pomocą ścisłych wzorów na przemieszczenia i naprężenia w półprzestrzeni liniowo sprężystej jednorodnej [7] można uznać uzyskane za jego pomocą wyniki za dokładne.

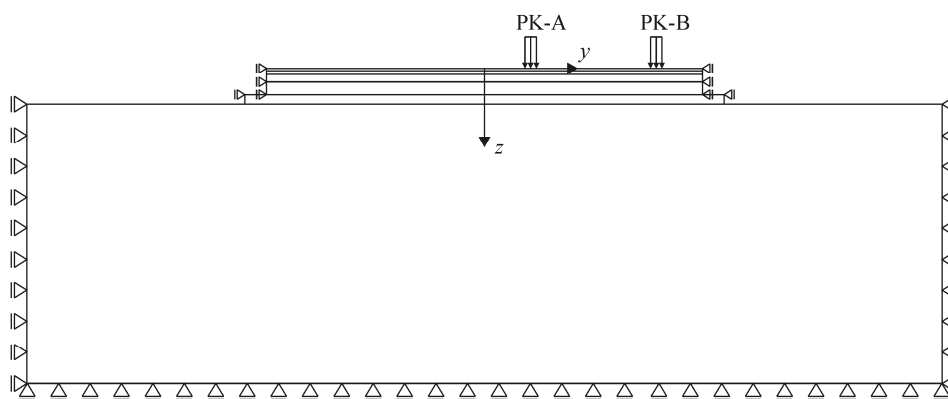
Z uwagi na znaczenie w nawierzchni drogowej, spośród wielkości obliczanych na podstawie przyjętych modeli, tj. składowych przemieszczeń, odkształceń i naprężeń, analizowane były przebiegi zmienności przede wszystkim przemieszczenia  $w_z$  (zwłaszcza ugięcie górnej powierzchni), odkształceń  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  (zwłaszcza na spodzie i na górze warstw asfaltowych) i  $\varepsilon_{zz}$  (zwłaszcza przy powierzchni górnej podłoża) oraz naprężeń  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  (zwłaszcza przy powierzchni górnej i dolnej układu warstw asfaltowych). Istotne są też przebiegi zmienności tych wielkości po grubości nawierzchni pod powierzchnią obciążenia.

Ważne znaczenie (w procesie projektowania nawierzchni) mają też następujące dwie syntetyczne wielkości charakteryzujące konstrukcję nawierzchni (świadczące o jej prawidłowym zaprojektowaniu w relacji do obciążenia ruchem pojazdów), a mianowicie trwałość zmęczeniowa  $N_z$  (odporność na spękania zmęczeniowe) i trwałość deformacyjna  $N_d$  (odporność na deformacje trwałe – koleiny strukturalne), np. wg Instytutu Asfaltowego [6].

## 1.2. Modele skończenie elementowe

Poniżej przedstawimy najważniejsze aspekty budowy modeli skończenie elementowych rozpatrywanej nawierzchni, opisaną szczegółowo w pracy [5] wraz z procesem walidacji tych modeli, w tym przyjętych wartości ich parametrów.

W celu budowy modeli skończenie elementowych MES1 i MES2 rozpatrywanej nawierzchni – odpowiednio na podstawie modeli wyjściowych MW1 i MW2 – z obszaru nawierzchni wydzielamy podobszar  $\mathcal{D}$ , zawarty pomiędzy dwoma przekrojami poprzecznymi, o długości  $l = 7,0$  m przy  $x \in [-l/2, l/2]$ , z położonym w przekroju środkowym (przy  $x=0$ ) środkiem powierzchni obciążenia  $\mathcal{K}$ , składający się z podobszarów  $\mathcal{V}_i$  wyznaczonych przez warstwy konstrukcyjne ( $i = 1, \dots, 5$ ) o szerokościach  $b_i$ , grubościach  $h_i$  (por. tabela 1) oraz z odrębnie wydzielonego z półprzestrzeni podłoża gruntowego podobszaru prostopadłościennego  $\mathcal{V}_6$  o odpowiednio przyjętych dalej: szerokości  $b_6 = 14,70$  m, grubości (wysokości)  $h_6 = 16,43$  m i o długości również  $l$  (por. rys.1, rys.2, rys.3 i rys.5, rys.6).

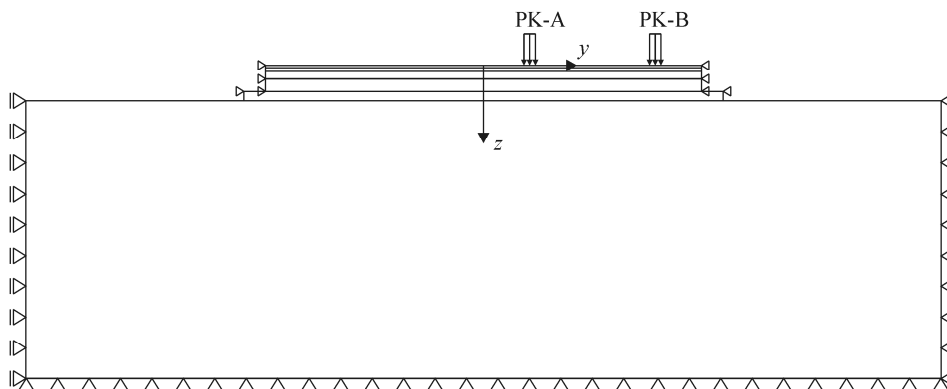


**Rys. 5.** Schemat przekroju środkowego (przy  $x = 0$ ) obszaru  $\mathcal{D}$  wydzielonego z obszaru nawierzchni drogi miejskiej (model MW1) do budowy modelu MES1

Zgodnie z rekomendacjami z pracy [5] zakładamy następujące warunki brzegowe (WB-I) na powierzchniach granicznych obszaru  $\mathcal{D}$  (rys.6):

- $w_x = 0$  przy  $x = \pm l/2$ ,

- $w_z = 0$  na podstawie dolnej obszaru  $\mathcal{D}$  ( $z = h = h_c$  – łączna wysokość obszaru  $\mathcal{D}$ ),
- $w_y = 0$  przy  $y = \pm b_6/2$  dla warstwy  $\mathcal{V}_6$  podłoża gruntowego,
- $w_y = 0$  przy  $y = \pm b_i/2$  – dla warstw  $\mathcal{V}_i$  ( $i=1,\dots,5$ ) modelu MES1,
- $w_x = w_y = w_z = 0$  przy  $y = \pm b_i/2$  – dla warstw  $\mathcal{V}_i$  ( $i=1,\dots,5$ ) modelu MES2.

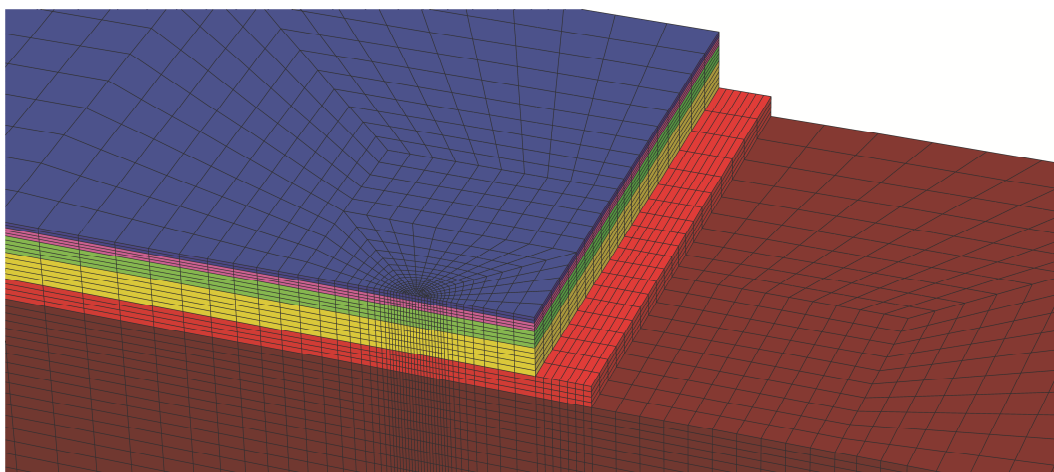


**Rys. 6.** Schemat przekroju środkowego (przy  $x = 0$ ) obszaru  $\mathcal{D}$  wydzielonego z obszaru nawierzchni drogi miejskiej (model MW2) do budowy modelu MES2

Łączną wysokość obszaru  $\mathcal{D}$  równą  $h_c = 17,0$  m można zredukować zgodnie z [5] do wysokości równej  $h = h_z = 5,0$  m (zmniejszając wydatnie dzięki temu rozmiar zadania obliczeniowego) przez zastąpienie warunków brzegowych  $w_z = 0$  na spodzie obszaru  $\mathcal{D}$  w zestawie WB-I warunkami podparcia typu Winklera (WB-II) o współczynniku sztywności:

$$k_z = \frac{E'}{h'} = 13,37 \text{ MN/m}^3, \quad h' = h_c - h_z = 12 \text{ m}, \quad E' = \frac{(1-\nu_6)E_6}{(1+\nu_6)(1-2\nu_6)} = 160,5 \text{ Mpa}. \quad (1)$$

Przy tym, co ważne, jeżeli utrzymamy warunki brzegowe WB-I, to nie ma to znaczenia dla praktycznej dokładności obliczanych naprężeń i odkształceń.



**Rys. 7.** Widok siatki elementów w obszarze  $\mathcal{D}'$  dla modelu MES1 nawierzchni pod obciążeniem na powierzchni  $\mathcal{K}$  w położeniu PK-B

Podziału obszaru  $\mathcal{D}'$  (połowy obszaru  $\mathcal{D}$  przy  $x \in [0, l/2]$  z uwagi na symetrię deformacji ośrodka względem przekroju  $yz$ ) na elementy skończone dokonano następująco (por. przykładowo rys.7). Mianowicie, założono rozmiar 2 cm w poziomie pod powierzchnią obciążenia i 2 cm w pionie w pierwszej warstwie nawierzchni, a następnie stopniowo (proporcjonalnie) zwiększano szerokość elementów w stosunku rzędu 10:1. Wysokości

elementów w warstwach  $\mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_5$  przyjęto w kolejności równe: 2 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, a w warstwie  $\mathcal{V}_6$  zwiększono tę wysokość od 5 cm przy powierzchni górnej do 20 cm przy powierzchni dolnej.

Przyjęto elementy skończone 20-węzłowe z parabolicznymi funkcjami kształtu i z całkowaniem zredukowanym metodą Gaussa. Obliczenia na podstawie modeli skończenie elementowych przeprowadzono za pomocą programu ABAQUS/Standard.

Do wyznaczenia trwałości zmęczeniowej nawierzchni wg Instytutu Asfaltowego [6] założono  $V_a = 9,6$  [%v/v] (zawartość objętościowa asfaltu w mieszance) oraz  $V_v = 8$  [% v/v] (zawartość objętościowa wolnych przestrzeni w mieszance).

## 2. WYNIKI OBLICZEŃ

Poniżej przedstawiamy wyniki obliczeń rozpatrywanego zagadnienia stacjonarnej deformacji nawierzchni obciążonej kołem, uzyskane na podstawie modeli przedstawionych p. 2.

**Tab 2.** Zestawienie maksymalnych wartości kluczowych wielkości dla różnych modeli nawierzchni drogowej, warunków brzegowych i położenia powierzchni obciążenia

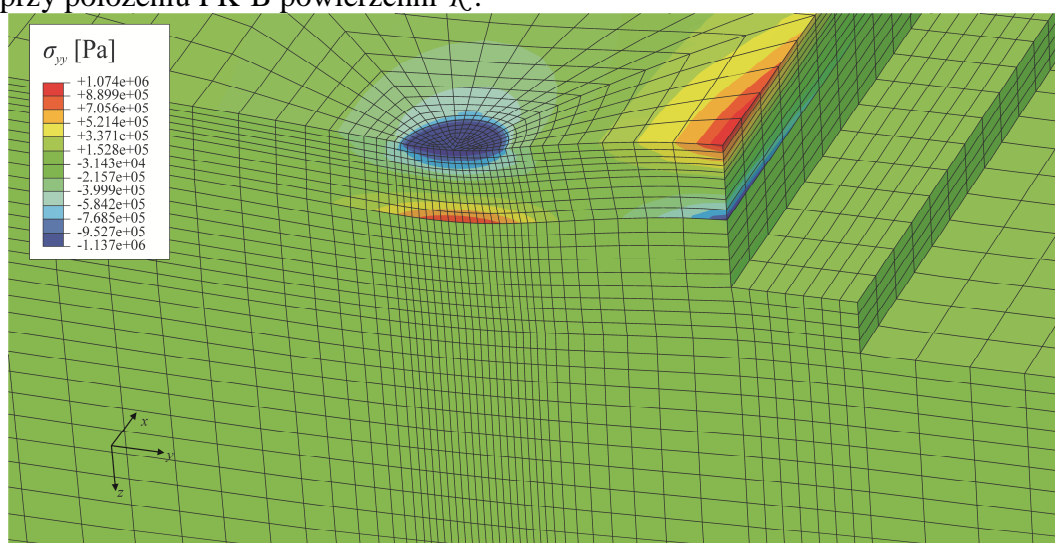
Lp.	Model nawierzchni / warunki brzegowe / położenie koła pojazdu	$w_z$ [mm]	$\sigma_{xx}$ [MPa]	$\varepsilon_{xx}$ [ $10^{-6}$ ]	$\varepsilon_{yy}$ [ $10^{-6}$ ]	$\varepsilon_{zz}$ [ $10^{-6}$ ]
1.	MR (VEROAD)	0,241	-1,194	62,42	62,42	-164,5
2.	MES1 / WB-I / PK-A	0,205	-1,184	62,03	62,22	-164,1
3.	MES1 / WB-I / PK-B	0,221	-1,19	63,56	57,21	-162,9
4.	MES1 / WB-II / PK-A	0,253	-1,186	62,03	62,31	-163,8
5.	MES1 / WB-II / PK-B	0,278	-1,192	63,57	57,28	-163,1
6.	MES2 / WB-I / PK-A	0,202	-1,185	61,97	62,46	-164,3
7.	MES2 / WB-I / PK-B	0,106	-1,085	55,30	61,59	-108,8
8.	MES2 / WB-II / PK-A	0,222	-1,187	61,98	62,78	-164,5
9.	MES2 / WB-II / PK-B	0,108	-1,085	55,30	61,60	-107,3

**Tabela 3.** Zestawienie wartości trwałości zmęczeniowej  $N_z$  i trwałości deformacyjnej  $N_d$  wg różnych modeli nawierzchni drogowej (przy warunkach brzegowych WB-I i powierzchni obciążenia  $\mathcal{K}$  w położeniu PK-B)

Lp.	Model nawierzchni	$\varepsilon_{xx}$ [ $10^{-6}$ ]	$\varepsilon_{yy}$ [ $10^{-6}$ ]	$N_z$ [mln osi obl.]	$\varepsilon_{zz}$ [ $10^{-6}$ ]	$N_d$ [mln osi obl.]
1.	MR	62,42	62,42	5,558	-164,5	124,28
2.	MES1	63,56	57,21	5,237	-163,1	128,99
3.	MES2	55,30	61,59	5,808	-112,6	680,82

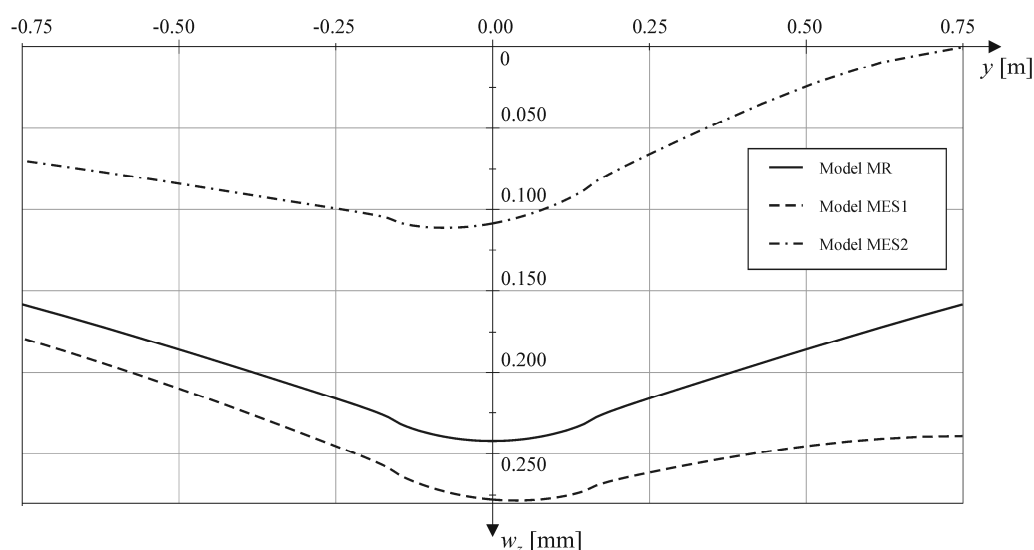
Z przedstawionych w tabelach 2 i 3 rezultatów obliczeń wynika, że wpływ warunków brzegowych na powierzchniach bocznych rozpatrywanej nawierzchni drogowej (miejskiej) na maksymalne wartości kluczowych dla wytrzymałości i trwałości nawierzchni wielkości (w relacji do analogicznych wartości obliczonych wg modelu odniesienia) jest znaczący jedynie w przypadku powierzchni obciążenia  $\mathcal{K}$  w położeniu PK-B przy warunkach brzegowych z modelu MW2, a więc i konsekwentnie z modelu MES2 oraz praktycznie pomijalny przy położeniu PK-A powierzchni obciążenia  $\mathcal{K}$  przy dowolnych warunkach podparcia powierzchni bocznej nawierzchni, a przy warunkach podparcia wg modelu MW2 (a więc także MES2) są również niezbyt znaczące nawet w przypadku położenia PK-B powierzchni obciążenia. Warunki brzegowe podparcia całkowicie nieprzesuwne na powierzchniach bocznych warstw konstrukcyjnych przyjęte w modelu MW2 powodują wzrost sztywności nawierzchni, a także jeszcze dodatkowy efekt w postaci możliwości powstania spękania na powierzchni górnej

nawierzchni w pobliżu krawędzi jezdni (dodatnie wartości odkształceń poziomych – por. rys. 8 - 9 przy położeniu PK-B powierzchni  $\mathcal{K}$ ).



**Rys.8.** Mapa warstwowa naprężeń  $\sigma_{yy}$  wg modelu drogi miejskiej MES2

W przypadku maksymalnego ugięcia wpływ warunków podparcia powierzchni bocznych warstw może być kilku procentowy – nawet przy przesuwnych warunkach podparcia (stycznie do tych powierzchni) i odpowiednio większy w pozostałych przypadkach (największy, bo rzędu 50% przy podparciu w pełni nieprzesuwym (model MES2) w położeniu PK-B powierzchni obciążenia).



**Rys.9.** Wykres przemieszczenia  $w_z$  wzdłuż osi  $y$  na podstawie różnych modeli nawierzchni drogowej (przy warunkach brzegowych WB-II)

## PODSUMOWANIE

Rozważany typ konstrukcji nawierzchni drogowej (charakterystyczny dla drogi miejskiej) może być w zakresie małych sprężystych deformacji statycznych implikowanych oddziaływaniem stacjonarnym lub quasi-stacjonarnym koła pojazdu (spoczynek lub ruch prostoliniowy ze stałą prędkością po poziomej i równej powierzchni) modelowany jako warstwowa półprzestrzeń liniowo-sprężysta, o ile warunki podparcia powierzchni bocznych umożliwiają względnie swobodne przesunięcia w kierunkach stycznych do tych powierzchni. W przypadku tych warunków nieprzesuwnych (np. na skutek sposobu wbudowania

krawężnika) zmieniają się istotnie wartości kluczowych wielkości (w porównaniu do wartości tych wielkości dla modelu odniesienia). Pojawia się także efekt brzegowy w postaci rozciągania na górnej powierzchni w pobliżu krawędzi jezdni. Jednakże, konsekwencją uwzględniania warunków brzegowych na powierzchniach bocznych nawierzchni jest również utrata warunków obrotowej symetrii stanu deformacji i w efekcie związanej z tym możliwości prostego rozwiązania analizowanego zagadnienia.

W przypadku innego typu konstrukcji nawierzchni, jak np. nawierzchni drogi zamiejskiej, wpływ warunków brzegowych na powierzchniach bocznych (powierzchnie swobodne) się nie ujawnił (por. [5]).

## **THE INFLUENCE OF BOUNDARY CONDITIONS ON THE LATERAL SURFACES OF FLEXIBLE PAVEMENT OF URBAN ROAD ON ITS DEFORMATION, EFFORT AND DURABILITY. APPLICATION OF FEM**

### *Abstract*

The influence of boundary conditions on the lateral surfaces of typical (representative) flexible pavement structure of urban road on elastic deformation, effort and durability of the pavement is presented. It was assumed that the mechanistic *basic* model of the road pavement is linearly elastic layered continuum of construction layers of finite widths with two variants of boundary conditions on lateral surfaces and the reference model (*for comparison purposes*) is multilayered elastic half-space with the identical set of (*now infinite*) layers as in the basic model. The load is the interaction of standard *truck* wheel – static, perpendicular to the *pavement* surface and uniformly distributed on a circular area. Based on the basic (*initial*) model the FEM *models* were built for calculations and a comparative analysis *with* the reference model.

### **BIBLIOGRAFIA**

1. Burmister D.M.: *General theory of stress and displacements in layered soil systems*. Appl. Physics 1945
2. *Rozporządzenie Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej z dnia 2 marca 1999 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać drogi publiczne i ich usytuowanie* (Dz. U. z dnia 14 maja 1999 r.)
3. BISAR 3.0, Shell Bitumen, 1998. Shell International Oil Products BV
4. Hopman P.C.: *The Visco-Elastic Multilayer Program VEROAD*. Heron, Vol. 41, 1996, No 1
5. Nagórska M.: *Wpływ warunków brzegowych na deformację statyczną, wyężenie i trwałość nawierzchni drogowej podatnej. Zastosowanie MES przy wykorzystaniu programu ABAQUS*. Praca dyplomowa magisterska, Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej, Warszawa 2012
6. Piłat J., Radziszewski P.: *Nawierzchnie asfaltowe*. WKŁ, Warszawa 2007
7. Biezuchow N.I.: *Teoria sprężystości i plastyczności*. PWN, Warszawa 1957

### *Autorzy:*

**mgr inż. Magdalena Nagórska** – Politechnika Warszawska  
**prof. dr hab. inż. Roman Nagórski** – Politechnika Warszawska