Krzysztof WIERZCHOLSKI*

PROBABILISTYCZNE STUDIUM ZATARCIA ŁOŻYSK ŚLIZGOWYCH I TOCZNYCH

PROBABILISTIC STUDIES FOR (SLIDE&ROLLING) BEARING SEIZURE DETERMINATION

Słowa kluczowe:

łożyska toczne, ślizgowe, prognoza zatarć, probabilistyka

Key words:

rolling bearing, sliding bearing, seizure, probability theory

Streszczenie

Dobór, montaż i smarowanie łożyska są podstawowymi warunkami wpływającymi na jego prawidłową i długotrwałą pracę bez zatarcia. Temperatura prawidłowo zamontowanych i smarowanych łożysk nie powinna przekraczać 70°C, a w czasie eksploatacji powinna ustalić się na niższym poziomie. Zatarcie wraz z uszkodzeniem łożyska może nastąpić między innymi na skutek zbyt dużego obciążenia, nieskutecznych uszczelnień lub za ciasnego pasowania powodującego zbyt mały luz łożyska.

* Politechnika Koszalińska, Wydział Technologii i Edukacji, Katedra Mechatroniki i Mechaniki Stoowanej, ul. Śniadeckich 2, 75-453 Koszalin, Polska, tel. (94) 347-83-44, e-mail: krzysztof.wierzcholski@wp.pl.

Badając i prowadząc szczegółowe oględziny zatartego i uszkodzonego łożyska, można wyciągnąć wnioski co do wartości prawdopodobieństwa zatarcia. Wartości te są bardzo istotne dla eksploatacji maszyny. Literatura techniczna opisująca powyższy problem bardzo obszernie wskazuje przyczyny i skutki zatarcia łożyska, natomiast bardzo sporadycznie przyporządkowuje prawdopodobieństwa zatarcia dla badanych uszkodzeń. Prawie nie znajdujemy w literaturze analizy prawdopodobieństwa zatarcia przyporządkowanego ilościom uruchomień łożyska i ilościom występującego zatarcia. Niniejsza praca na podstawie badań doświadczalnych najpierw przyporządkowuje odpowiednie prawdopodobieństwa zatarcia poszczególnym przyczynom uszkodzeń. Następnie w pracy na drodze analizy probabilistycznej podano prognozę prawdopodobieństwa zajścia jednego i kilku przypadków zatarcia.

Ponadto wyznacza się najbardziej niekorzystne przypadki, przy których dla danej ilości uruchomień i ilości zatarcia prawdopodobieństwo ich występowania przyjmuje wartości największe. Praca podaje konkretne przykłady obliczeniowe.

WPROWADZENIE

Defekty łożysk objawiają się ubytkiem lub zniekształceniem ich masy, co w konsekwencji prowadzi do całkowitego zniszczenia łożyska. Należą do nich między innymi zatarcie, złuszczenie, nierówność powierzchni ślizgowej i tocznej **[L. 1–4]**. Według informacji autora metody rachunku prawdopodobieństwa są jednym z najlepszych narzędzi do wyznaczania wpływu omawianych defektów na problemy związane z zatarciem łożysk **[L. 5].** Zatarcia mogą powstać na skutek niewłaściwych materiałów łożyskowych, nadmiernego obciążenia, niewłaściwego montażu łożyska, błędów konstrukcyjnych, korozji, zanieczyszczenia łożyska, przegrzania węzła tarcia, drgań łożyska **[L. 6–9]**.

Niewłaściwe materiały łożyskowe nie spełniają między innymi następujących warunków: odporność na ścieranie i zatarcie, mały współczynnik tarcia i dobre powiązanie z panewką, łatwe docieranie się, odporność chemiczna, dobre przewodnictwo cieplne, dobra obrabialność, duża wytrzymałość na naciski powierzchniowe **[L. 10–13]**.

Nadmierne obciążenie spowodowane jest często niewyważeniem wirnika, niewspółosiowością wałów połączonych sprzęgłami.

Niewłaściwy montaż łożyska rozpoznaje się na ogół po rysach, oraz wgłębieniach na bieżni łożyska. Najczęstsze przyczyny uszkodzeń bieżni to: niewłaściwe luzy promieniowe, przenoszenie sił osiowych podczas montażu, przekoszenie pierścienia wewnętrznego w stosunku do pierścienia zewnętrznego w łożyskach walcowych.

Błędy konstrukcyjne polegają zazwyczaj na niewłaściwym osadzeniu pierścieni łożyska na wale i w oprawie **[L. 10–13]**.

Korozja może wystąpić między innymi na skutek: niewłaściwego przechowywania łożysk, nieodpowiedniego uszczelnienia łożyska, a także zakwaszenia środków smarnych.

Zanieczyszczenie łożyska może być wynikiem: montażu zabrudzonych jego części, dostania się piasku formierskiego do oprawy, niewłaściwego uszczelnienia węzłów łożyskowych, zanieczyszczenia smaru, występowania metalowych opiłków z kół zębatych doprowadzonych do łożyska razem z olejem.

Przegrzanie łożyska jest między innymi często powodowane: małym luzem łożyska na skutek jego nagrzewania się poprzez wał, nieodpowiednim rodzajem smaru plastycznego lub oleju w danych warunkach pracy, zbyt niskim poziomem oleju spowodowany np. jego wyciekiem lub małą ilość smaru w oprawie, niewyważeniem elementów wirujących.

Drgania łożysk tocznych powstają zazwyczaj na skutek błędów wynikających z technologii wykonania elementów łożyska oraz niewłaściwego wyważenia elementów łożyska. Opisanym powodom występowania zatarcia przypisywane są na drodze doświadczalnej przedziały wartości prawdopodobieństw, dla których zatarcia występują na skutek omawianych przyczyn. Na podstawie badań literaturowych można ustalić przedziały lub wartości prawdopodobieństw zajścia awarii i zatarcia łożysk przy wielokrotnej ilości uruchomienia maszyny.

Przyjmujemy, że orientacyjne przedziały wartości prawdopodobieństw mają średnio następujące wartości:

- p_a dla niewłaściwych materiałów łożyskowych,
- p_b dla nadmiernego obciążenia,
- p_c dla niewłaściwego montażu łożyska,
- p_d dla błędów konstrukcyjnych,
- p_e dla korozji,
- p_f dla zanieczyszczeń łożyska,
- p_g dla przegrzania łożyska,
- p_h dla drgań.

Wymienione przyczyny zatarcia mogą występować jednocześnie, grupowo lub pojedynczo. Dlatego ogólne prawdopodobieństwo p występowania zatarcia z zakresu $0 \leq p \leq 1$ określimy funkcją o następującej postaci **[L. 5]:**

$$p = p(p_a, p_b. p_c, \ldots, p_h) \tag{1}$$

Tak więc prawdopodobieństwo niewystąpienia zatarcia lub uszkodzenia przy rozruchu i uruchomieniu maszyny ma wartość $q = 1 - p$.

PROBABILISTYCZNA PROGNOZA ZATARCIA

Jeśli znamy ogólne prawdopodobieństwo zatarcia p zdefiniowane wzorem (1), to również znamy prawdopodobieństwo braku zatarcia równe $1 - p$. Wtedy prawdopodobieństwo p_k dla k-krotnego wystąpienia zatarcia w niezależnych wielokrotnych n próbach n>k uruchomiania maszyny wyznaczać możemy za pomocą rozkładu binormalnego lub Poissona **[L. 5].** Jeśli ogólne prawdopodobieństwo zatarcia p nie jest bardzo małe (0<p<1), a ilość uruchomień n maszyny jest niewielka, to wtedy prawdopodobieństwo k-krotnego zatarcia (n>k) w n niezależnych uruchomieniach maszyny najdokładniej wyznacza rozkład binormalny opisany wzorem **[L. 5]:**

$$p_k = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \tag{2}$$

gdzie k = 0, 1, 2,…, n.

Ze wzoru (2) wynikają zatem zależności (3) opisujące prawdopodobieństwa zatarcia w n niezależnych próbach uruchamiania maszyny dla k = 0 (przy braku zatarcia), dla k = 1 (przy jednym zatarciu), dla k = 2 (przy dwukrotnym zatarciu),…przy k-krotnym, …, przy n-krotnym zatarciu (czyli w przypadku, gdy każde uruchomienie kończy się zatarciem):

$$p_0 = \binom{n}{0} \cdot p^0 q^{n-0}, \quad p_1 = \binom{n}{1} \cdot p^1 q^{n-1}, \quad p_2 = \binom{n}{2} \cdot p^2 q^{n-2}, ... \tag{3}$$
$$., p_k = \binom{n}{k} \cdot p^k q^{n-k}, ..., p_n = \binom{n}{n} \cdot p^n q^0$$

Jeśli ogólne prawdopodobieństwo zatarcia p jest bardzo małe (0<p<1) a ilość uruchomień n maszyny jest bardzo duża, to wtedy prawdopodobieństwo k-krotnego zatarcia (n>k) w n niezależnych uruchomieniach maszyny najdokładniej wyznacza rozkład Poissona opisany wzorem **[L. 5]**:

$$p_k = \frac{(np)^k}{k!} \cdot e^{-np} \tag{4}$$

gdzie k = 0, 1, 2,…, n.

Ze wzoru (4) wynikają zatem zależności (5) opisujące prawdopodobieństwa zatarcia w n niezależnych próbach uruchamiania maszyny dla k = 0, k = 1, k = 2, czyli przy k-krotnym, … lub przy n-krotnym zatarciu:

$$p_0 = \frac{(np)^0}{0!} \cdot e^{-np}, \quad p_1 = \frac{(np)^1}{1!} \cdot e^{-np}, \quad p_2 = \frac{(np)^2}{2!} \cdot e^{-np}, ... \tag{5}$$
$$.........p_k = \frac{(np)^k}{k!} \cdot e^{-np}, ..., p_n = \frac{(np)^n}{n!} \cdot e^{-np}$$

Przykład 1.

Ogólne prawdopodobieństwo zatarcia łożyska w maszynie wynosi p = 0,001, a więc prawdopodobieństwo braku zatarcia ma wartość q = 0,999. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na n = 1000 uruchomień maszyny, dwa razy (k = 2) wystąpi zatarcie?

Rozwiązanie przykładu 1.

Z rozkładu binormalnego (2) dla k = 2, n = 1000, p = 0,001 wyliczamy:

$$p_2 = \binom{1000}{2}(0,001)^2(0,999)^{1000-2} = 0,1840 \tag{6}$$

Z rozkładu Poissona (4) dla k = 2, n = 1000, p = 0,001 wyliczamy:

$$p_2 = \frac{(1000 \cdot 0,001)^2}{2!} \cdot e^{-1000 \cdot 0.001} = 0,1839 \tag{7}$$

Wniosek: Prawdopodobieństwo dwukrotnego zatarcia łożyska podczas tysiąckrotnego uruchamiania maszyny ma wartość 0,18.

NUMERYCZNA PROGNOZA WARTOŚCI ZATARĆ

Maksymalną wartość prawdopodobieństwa p_{kmax}, dla k przypadków zatarcia, przy n uruchomieniach, gdzie n>k wyznaczymy, obliczając, dla jakich wartości prawdopodobieństwa ogólnego p funkcja (4) osiąga ekstremum maksimum.

W tym celu obliczamy pochodną funkcji (4) względem zmiennej p oraz przyrównujemy ją do zera. Otrzymujemy:

$$\frac{\partial p_k}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p}\left[\frac{(np)^k}{k!} \cdot e^{-np}\right] = \frac{(np)^{k-1}}{k!} \cdot ne^{-np}[k - np] = 0. \tag{8}$$

Rozwiązanie równania (8) daje:

$$p = \frac{k}{n} \tag{9}$$

Ponieważ

$$\frac{\partial^2 p_k}{\partial p^2} = \frac{\partial}{\partial p}\left[p_k\left(\frac{k}{p} - n\right)\right] = \frac{\partial p_k}{\partial p}\left(\frac{k}{p} - n\right) - \frac{k}{p^2} p_k \tag{10}$$

stąd

$$\left.\frac{\partial^2 p_k}{\partial p^2}\right|_{p=k/n} = -\frac{n^2}{k} p_k\big|_{p=k/n} < 0 \tag{11}$$

Tak więc w przypadku prawdopodobieństwa ogólnego p = k/n będącego ilorazem ilości zatarcia k przez liczbę n uruchomień maszyny, prawdopodobieństwo p_{kmax} dla k przypadków podczas n uruchomień przyjmuje maksymalną wartość o postaci:

$$p_{k\,max} = p_k\big|_{p=k/n} = \frac{k^k}{k!} e^{-k} \tag{11}$$

dla k = 0, 1, 2,…, n.

Numeryczną prognozę wartości prawdopodobieństwa zatarcia z uwidocznieniem ich maksymalnych wartości p_{kmax} pokazuje **Tab. 1**, a wartości funkcji mas przedstawia **Tab. 2.** Obliczenia przeprowadzono na podstawie wzorów (4), (11).

Tabela 1. Prognozowane wartości prawdopodobieństw $p_k(p_A)$, $p_k(p_B)$, $p_k(p_C)$ dla k = 0, 1, 2, 3, 4, 5 przypadków zatarcia przy 100 i 500 uruchomieniach łożyska dla najbardziej niekorzystnie przyjętego prawdopodobieństwa ogólnego p oraz dla doświadczalnie przyporządkowanych prawdopodobieństw ogólnych p_A, p_B, p_C

Table 1. Probability values $p_k(p_A)$, $p_k(p_B)$, $p_k(p_C)$ for seizing k = 0, 1, 2, 3, 4, 5 during 100 and 500 starts of machine where we take the most unprofitable general probability p and for general probabilities p_A, p_B, p_C assigned in experimental way

n	k	p = k/n	p_A	p_B	p_C	$p_{kmax}(p)$	$p_k(p_A)$	$p_k(p_B)$	$p_k(p_C)$
100	0	**0**	0,000	0,000	0,000	**1,000**	1,000	1,000	1,000
100	1	**0,010**	0,005	0,020	0,030	**0,367**	0,303	0,270	0,149
100	2	**0,020**	0,010	0,030	0,040	**0,270**	0,183	0,224	0,146
100	3	**0,030**	0,020	0,040	0,050	**0,224**	0,180	0,195	0,140
100	4	**0,040**	0,030	0,050	0,060	**0,195**	0,168	0,175	0,133
100	5	**0,050**	0,040	0,060	0,070	**0,175**	0,156	0,160	0,127
n	k	p = k/n	p_A	p_B	p_C	$p_{kmax}(p)$	$p_k(p_A)$	$p_k(p_B)$	$p_k(p_C)$
500	0	**0**	0,000	0,000	0,000	**1,000**	1,000	1,000	1,000
500	1	**0,002**	0,001	0,003	0,004	**0,367**	0,303	0,334	0,270
500	2	**0,004**	0,003	0,005	0,006	**0,270**	0,251	0,256	0,224
500	3	**0,006**	0,005	0,007	0,008	**0,224**	0,213	0,215	0,195
500	4	**0,008**	0,007	0,009	0,010	**0,195**	0,188	0,189	0,175
500	5	**0,010**	0,009	0,011	0,012	**0,175**	0,170	0,171	0,160

Tabela 2. Prognozowane wartości prawdopodobieństw $p_k(p_A)$, $p_k(p_B)$, $p_k(p_C)$ dla k = 0, 1, 2, 3, 4, 5 przypadków zatarcia przy 100 i 500 uruchomieniach dla doświadczalnie przyporządkowanych prawdopodobieństw ogólnych p_A, p_B, p_C

Table 2. Probability values $p_k(p_A)$, $p_k(p_B)$, $p_k(p_C)$ for seizing k = 0, 1, 2, 3, 4, 5 during 100 and 500 starts of machine for general probabilities p_A, p_B, p_C assigned in experimental way

n	k	p_A	p_B	p_C	$p_k(p_A)$	$p_k(p_B)$	$p_k(p_C)$
100	0	0,005	0,010	0,020	**0,6065**	**0,3678**	0,1353
100	1	0,005	0,010	0,020	0,3032	**0,3678**	**0,2706**
100	2	0,005	0,010	0,020	0,0758	0,1849	**0,2706**
100	3	0,005	0,010	0,020	0,0126	0,0613	0,1804
100	4	0,005	0,010	0,020	0,0015	0,0153	0,0902
100	5	0,005	0,010	0,020	0,0001	0,0030	0,0361
500	0	0,005	0,010	0,020	0,0820	0,0067	0,0000
500	1	0,005	0,010	0,020	0,2052	0,0336	0,0004
500	2	0,005	0,010	0,020	**0,2565**	0,0842	0,0022
500	3	0,005	0,010	0,020	0,1297	0,1403	0,0075
500	4	0,005	0,010	0,020	0,0956	**0,1754**	0,0189
500	5	0,005	0,010	0,020	0,0852	**0,1754**	0,0378

WNIOSKI

1. W niniejszej pracy przyporządkowane zostały na drodze eksperymentalnej ogólne prawdopodobieństwa zatarcia łożysk dla rozpatrywanych niedoskonałości wykonawczych i montażowych z uwzględnieniem ilości uruchomień maszyny.
2. Z wykorzystaniem uzyskanych prawdopodobieństw ogólnych wyznaczono algorytm do obliczania prawdopodobieństw wybranej ilości zatarcia przy obranych dowolnie ilościach uruchomień maszyny.
3. Wyznaczone zostały wartości prawdopodobieństw ogólnych, dla których prawdopodobieństwa wybranych ilości zatarcia przyjmują największe wartości dla przyjętej ilości uruchomień maszyny.

LITERATURA

1. Bhushan B.: Handbook of Micro/Nano Tribology, second ed. CRC Press, Boca Raton, London, New York, Washington D.C. 1999.
2. Bhushan B.: Nanotribology and nanomechanics of MEMS/NEMS and Bio-MEMS/BioNEMS materials and devices, Microelectronic Engineering, 2007, 84, pp. 387–412.
3. Canter N.: Developments of a Lean, Green Automobile, Tribology and Lubrication Technology, 2004, 60, pp. 15–16.
4. Grądkowski P.: Aprioryczna ocena niezawodności segmentowych łożysk wzdłużnych podpartych zespołami sprężyn śrubowych. Akademia Górniczo-Hutnicza (rozprawa doktorska) Kraków 2011.

5 Hellwig Z.: Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. PWN, Warszawa1965.
6. Hiratsuka K., Goto M.: The role of changes in hardness of subsurfaces, transfer particles and wear particles in initial-steady wear transition, Wear, 2000, 238, pp. 70–77.
7. Jang G.H., Seo C.H., Ho Scong Lee: Finite element model analysis of an HDD considering the flexibility of spinning disc-spindle, head-suspension-actuator and supporting structure, Microsystem Technologies, 2007, 13, pp. 837–847.
8. Kapoor A. et al.: Automotive Tribology, in: Bharat Bhushan, Modern Tribology Handbook, CRC Press, Boca Raton, London, New York, Washington D.C., 2000, pp. 1187–1229.
9. Ludema K.C.: Friction, Wear, Lubrication, CRC Press, N.Y., London, Tokyo 1996.
10. Młynarczak M., Wasiak Z.: Podstawy eksploatacji remontów maszyn. Wrocław 2009: www://marek mlynarczak@pwr.wroc.pl.
11. Pytko S., Wierzcholski K.: Elastohydrodynamic contact between two rollers under conditions of unsteady motion, Wear, 1979, 55, pp. 245–260.
12. Yang L.J.: A test methodology for the determination of wear coefficient, Wear, 2005, 259, pp. 1453–1461.
13. Yuan C.Q., Peng Z., Yan X.P., Zhou X.C.: Surface roughness evaluation in sliding wear process, Wear, 2008, 265, pp. 341–348.

Summary

Selection, montage, and lubrication are the fundamental conditions, which have an influence on the correct and long-lasting work of bearing without seizure. The temperature of a correctly assembled and lubricated bearing cannot exceed 70°C, and lower temperatures are recommended during extended operation. The seizure can be caused by excessive load from poor seals or insufficient bearing clearance. After considerations about the seized and damaged bearings, we can estimate the probabilistic values of seizing. Technical literature describes this problem very widely and indicates the reasons for seizures. However, this literature rarely indicates the probabilities for seizures and the related damage, and no probabilities are related to the number of starts of the engine. In this paper, the probabilities of seizing are attributed to the causes of damage using experimental results. The paper also presents a probability analysis of the prognosis of the chance of seizing. Moreover, the highest number of starts of the machine that produced the most expensive losses due to seizing was determined by probability, and numerical examples are given.