

WYZNACZENIE STANU NIEUSTALONEGO W OBWODZIE INDUKCYJNYM WSPÓŁPRACUJĄCYM Z WARYSTOREM

Streszczenie

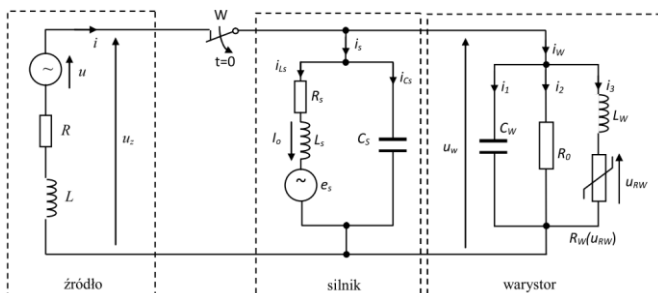
W artykule przedstawiono analizę i symulacje komputerowe obwodu zawierającego indukcyjność wraz z nieliniowym elementem przeciwpięciowym. W celu oceny wyników przeprowadzono aproksymację funkcji nieliniowej kilkoma metodami. Wykazano, że zabezpieczenie obwodu charakteryzującego się szybkimi zmianami prądu wyladowniczego jest niewystarczające i wymaga zastosowania innych środków ochrony.

WSTĘP

Obwody wysokoindukcyjne charakteryzują się akumulacją znacznej energii po komutacji. Energia ta powoduje powstawanie przepięć łączeniowych. Wynika to ze zjawiska samoindukcji i ciągłości prądu w cewce. Istnieje kilka sposobów ograniczania przepięć łączeniowych w takim obwodzie. Analiza przedstawiona w tym artykule dotyczy przypadku równoległego połączenia odbiornika o charakterze indukcyjnym wraz z nieliniowym elementem pasywnym, którego charakterystyka prądowo napięciowa umożliwia zmniejszenie napięcia poniżej napięcia przebicia. Przy zasilaniu prądem stałym wystarczającym elementem nieliniowym jest szybka dioda rozładownicza. Przy prądzie przemiennym wymagany jest element o symetrycznej charakterystyce. Tą symetrię oraz nasycenie napięcia w nieliniowej charakterystyce można uzyskać wykorzystując spiek warystora.

1. OPIS MODELU MATEMATYCZNEGO

Analizowany obwód można podzielić na kilka elementów składowych. Źródło zasilające wraz z linią zostało przedstawione jako szeregowe połączenie idealnego źródła napięcia przemiennego u , rezystancji R i indukcyjności L . Jako wysokoindukcyjny odbiornik przyjęto jedną fazę silnika indukcyjnego. Dla stałych wartości prędkości i obciążenia mechanicznego odbiornik ten można opisać rezystancją R_s i indukcyjnością wewnętrzną L_s , pojemnością międzywojową C_s oraz źródłem napięcia sinusoidalnego, którego amplituda powinna maleć wykładniczo do zera po rozłączeniu klucza W . Warystor został opisany przez rezystancję upływu R_0 , indukcyjność L_w odzwierciedlającą inercję spieku, pojemność struktury C_w oraz nieliniową funkcję R_w .



Rys. 1. Analizowany obwód w ujęciu modelowym

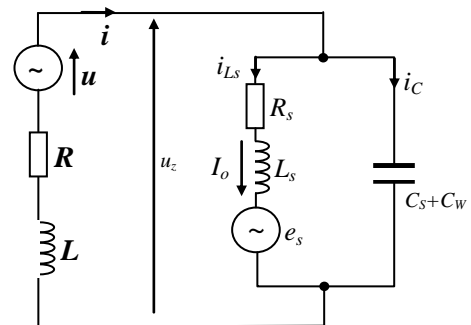
Wszystkie parametry tych modeli wyznacza się zgodnie z wytycznymi omówionymi w pozycji [4].

2. WYZNACZENIE WARTOŚCI POCZĄTKOWYCH ZMIENNYCH STANU

Celem analizy przed komutacją jest wyznaczenie wartości prądu $i_0 = i_{L_s}(0)$ oraz napięcia $U_0 = u_w(0)$. Przed komutacją spełnione jest $U_z \equiv U_w$, zatem:

$$u_w = u_z = u - Ri - L \frac{di}{dt} \quad (1)$$

Uwzględniając fakt, że przed komutacją w stanie ustalonym napięcie U_w jest niższe od napięcia warystorowego można przyjąć $R_w = \infty$. Ponadto $i_s \gg i_w$, więc obwód z rysunku 1 można zastąpić układem przedstawionym na rysunku 2:



Rys. 2. Obwód przed komutacją w stanie ustalonym

Następnie przyjmując, że w stanie ustalonym:

$$\underline{Z}_0 = R + j\omega L, \quad \underline{Z}_s = R_s + j\omega L_s, \quad \underline{Z}_c = \frac{1}{j\omega(C_s + C_w)} \quad (2)$$

można wyprowadzić układ równań:

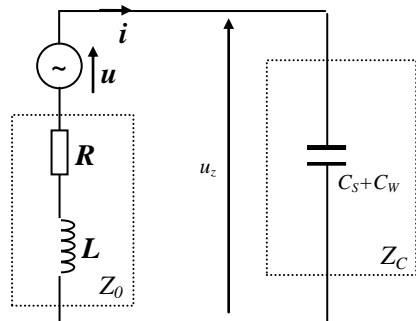
$$\begin{cases} \underline{U}_z = \underline{U} - \underline{Z}_0 \cdot \underline{I} \\ \underline{U}_z = \underline{I}_c \cdot \underline{Z}_c \\ \underline{U}_z = \underline{I}_{L_s} \cdot \underline{Z}_s + \underline{E}_s \\ \underline{I} = \underline{I}_{L_s} + \underline{I}_c \end{cases} \quad (3)$$

Rozwiązując równanie (3) otrzymuje się:

$$\underline{I}_{L_s} = \frac{\underline{U} \cdot \underline{Z}_c - \underline{E}_s (\underline{Z}_c + \underline{Z}_0)}{\underline{Z}_0 \cdot \underline{Z}_c + \underline{Z}_s (\underline{Z}_c + \underline{Z}_0)} \quad (4)$$

Przyjmuje się, że przed komutacją (rys.1) faza początkowa źródła e_s wynosi zero, zatem $e_s = E_m \sin \omega t$, natomiast faza początkowa φ_u źródła $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$ jest niezerowa.

Faza początkowa $\varphi_{ES} = 0$, jest równa fazie początkowej napięcia na zaciskach zasilających silnika $u_z = U_{Zm} \sin \omega t$. Zatem, do wyznaczenia parametrów źródła u można się posłużyć poniższym rysunkiem:



Rys. 3. Obwód do wyznaczenia fazy początkowej φ_u

Powyższy obwód opisują równania:

$$\begin{cases} \underline{U} = \underline{U}_Z - \underline{I} \cdot \underline{Z}_0 \\ \underline{U}_Z = \underline{I} \cdot \underline{Z}_C \end{cases} \quad (5)$$

Zatem, szukane napięcie jest równe:

$$\underline{U} = \underline{U}_Z \left(1 - \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_C} \right) = \underline{U}_Z \left(1 - \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_C} \right), \quad (6)$$

gdzie: $U_Z = \frac{U_{Zm}}{\sqrt{2}}$

Przykładowo dla silnika o mocy 23W uzyskuje się rozwiązania [4]:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_0 &= R + j\omega L = 0,2 + j314 \cdot 254 \cdot 10^{-6} = (0,2 + j0,1) \Omega, \\ \underline{Z}_C &= \frac{1}{j\omega(C_S + C_W)} = \frac{1}{j314(1,4 \cdot 10^{-9} + 80 \cdot 10^{-12})} = -j2151833,4 \Omega, \\ \underline{U} &= 230,7 \left(1 - \frac{0,2 + j0,1}{-j2151833,4} \right) = 230,7 - j0,2 \cdot 10^{-3} = 230,7 e^{-j929,41 \cdot 10^{-9}} \text{ V}. \end{aligned} \quad (7)$$

Podstawiając dane liczbowe dla tego silnika $\underline{Z}_S = 71,3 + j62,6 \Omega$, oraz $E_s = 209,013 \text{ V}$ otrzymuje się:

$$\underline{I}_{L_S} = (170,85 - j146,15) \text{ mA} = 224,83 e^{-j0,708} \text{ mA}. \quad (8)$$

Przyjmując najbardziej niekorzystną sytuację, gdy $i_{L_S}(t)$ osiąga maksimum w chwili komutacji, można wyznaczyć wartość początkową prądu I_0 :

$$I_0 = i_{L_S}(t_0) = |\underline{I}_{L_S}| \cdot \sqrt{2} = 0,318 \text{ A}. \quad (9)$$

Wartość początkowa napięcia odpowiada chwili, gdy $i_{L_S}(t_0) = I_0$, czyli gdy $\omega t = \frac{\pi}{2}$ [4]. Oznacza to, że:

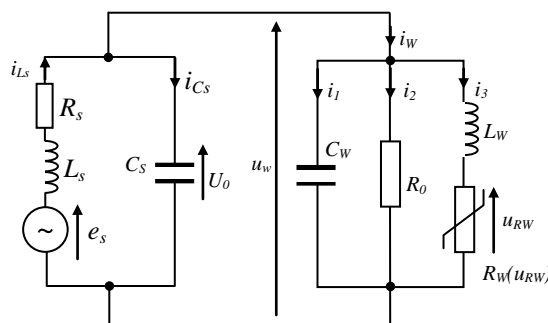
$$U_0 = u_z(t_0) = U_Z \sqrt{2} \sin \left(\omega t_0 + \frac{\pi}{2} - \varphi_{ui} \right). \quad (10)$$

Zatem, dla $t_0 = 0$ będzie:

$$U_0 = u_z(0) = 326,3 \sin \left(\frac{\pi}{2} - 0,577 \right) = 273,4 \text{ V}. \quad (11)$$

3. SYMULACYJNE WYZNACZENIE ROZWIĄZAŃ PO KOMUTACJI

Po komutacji, dla uproszczenia analiz zaniedbano zjawiska łukowe zachodzące na wyłączniku W , oraz wpływ źródła zasilania (rys.1). W tym przypadku główną przyczyną powstawania przepięć na wyłączniku, po rozłączeniu niewielkich prądów indukcyjnych, są zjawiska zachodzące w odbiorniku. Wobec tego obwód analizowany uprości się do postaci:



Rys. 4. Obwód do analizy po komutacji

W czasie t_0^+ zmienia się kierunek prądu i_{L_S} (dalej przyjęto $t_0 = 0$). Do analizy obwodu z rysunku 4 podstawia się warunki początkowe: napięcia $U_0 = u_w(t_0)$, prądu $I_0 = i_{L_S}(t_0)$ oraz zerowy prąd warystora (słuszne dla stanu ustalonego przed komutacją przy pracy warystora poniżej napięcia warystorowego) $i_3(t_0) = 0$. Po komutacji amplituda źródła e_s wykładniczo maleje do zera:

$$e_s(t) = E_m e^{-\alpha t} \sin \omega t, \quad t \geq 0. \quad (12)$$

Badany obwód z rysunku 4 można opisać równaniami:

$$\begin{cases} u_w = u_{RW}(i_3) + L_W \frac{di_3}{dt} \\ i_3 = i_w - \frac{u_w}{R_0} - C_W \frac{du_w}{dt}, t \geq 0. \\ u_w = R_S i_{L_S} + L_S \frac{di_{L_S}}{dt} + e_s \\ -i_{L_S} = i_w + C_S \frac{du_w}{dt} \end{cases} \quad (13)$$

Ze względu na nieliniową funkcję $u_{RW}(i_3)$, układ równań (13) jest układem równań różniczkowych nieliniowych z niewiadomymi u_w, i_w, i_3, i_{L_S} .

Z tego powodu, że zmienna i_w nie jest zmienną stanu, równanie (13) można przekształcić do postaci:

$$\begin{cases} \frac{di_3}{dt} = \frac{1}{L_W} [u_w - u_{RW}(i_3)] \\ \frac{du_w}{dt} = \frac{-1}{C_S + C_W} \left(i_3 + i_{L_S} + \frac{u_w}{R_0} \right), t \geq 0. \\ \frac{di_{L_S}}{dt} = \frac{-1}{L_S} (-u_w + R_S i_{L_S} + e_s) \end{cases} \quad (14)$$

Bardzo wysoka wartość chwilowa napięcia zmniejsza rezystancję warystora do $0,1 \div 50 \Omega$.

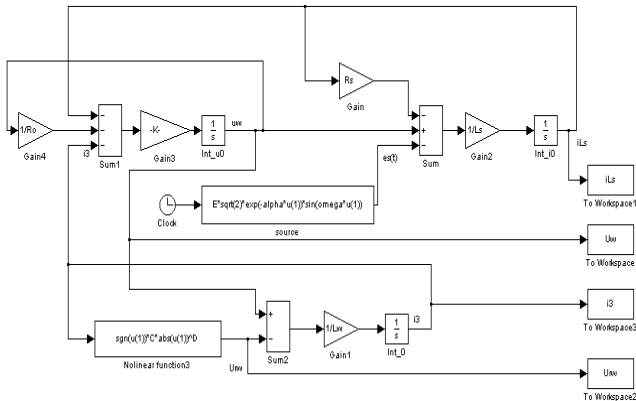
W celu wyznaczenia przebiegów poszukiwanych wielkości za pomocą symulacji w MATLAB'ie, równania (14) należy przekształcić do postaci równań całkowych.

$$i_3 = \frac{1}{L_W} \int [u_W - u_{RW}(i_3)] dt, i_3(0)=0, t \geq 0, \quad (15)$$

$$u_W = \frac{-1}{C_S + C_W} \int \left(i_{L_S} + i_3 + \frac{u_W}{R_0} \right) dt, U_0 = u_W(0), t \geq 0, \quad (16)$$

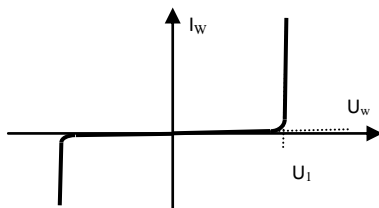
$$i_{L_S} = \frac{-1}{L_S} \int (-u_W + R_S i_{L_S} + e_S) dt, I_0 = i_{L_S}(0), t \geq 0. \quad (17)$$

Powyższe równania przedstawiono w Matlab'ie z toolboxem Simulink w następujący sposób:



Rys. 5. Komputerowy model badanego układu równań

Blok „Nonlinear function” zawiera implementację czterech różnych aproksymacji nieliniowości $u(i)$. Warystory tlenkowe są elementami o symetrycznej charakterystyce napięciowo-prądowej (rys.6), którą można matematycznie przedstawić na kilka sposobów.



Rys. 6. Statyczna charakterystyka prądowo-napięciowa warystora

I. Model matematyczny warystora stosowany szeroko w literaturze przedstawia równanie (18). Nazywany on dalej będzie modelem klasycznym.

$$u_W(i_W) = R_C \cdot i_W^D(t). \quad (18)$$

gdzie:

R_C – rezystancja równa spadkowi napięcia na warystorze w wyniku przepływu prądu stałego o wartości 1 A. Współczynnik zależy od rodzaju materiału,

D – współczynnik nieliniowości warystora, zależy od odległości między ziarnami.

Dla uzyskania prawidłowej ochrony charakterystyka U-I powinna przebiegać maksymalnie płasko. Im mniejszy będzie współczynnik D , tym w mniejszym stopniu wzrasta U_w , przy wzroście I_w .

Uwzględniając symetrię funkcji względem zera otrzymuje się:

$$u_W(i_W) = \text{sgn}(i_W) \cdot R_C \cdot |i_W(t)|^D. \quad (19)$$

Omawiany model matematyczny warystora dla silnych nieliniowości stwarza poważny problem dla symulacji komputerowych w przedziale $-U_1 < u_w < U_1$, ze względu na skończoną dokładność zmienoprzecinkową. W tym przedziale komputer „widzi” proponowany model w sposób niejednoznaczny.

II. Przy analizach analitycznych nieliniowość U-I warystora można aproksymować niepełnym wielomianem potęgowym III stopnia:

$$u_W(i_W) = a \cdot i_W + b \cdot i_W^3. \quad (20)$$

Model (20) nazywany wielomianowym aproksymuje charakterystykę rzeczywistą jedynie w określonym przedziale zmian prądu i_W . Dlatego nie można podać analitycznej metody wyznaczania współczynników tego równania. Współczynniki te wyznacza się metodami graficznymi, porównując otrzymywane charakterystyki z charakterystyką katalogową warystora.

III. Nieliniową funkcję u_W można także aproksymować wzorem:

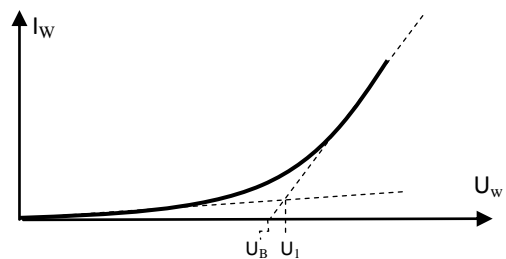
$$u_W(i_W) = \text{sgn}(i_W) \cdot U_2 \cdot (1 - e^{-B|i_W|}) + R_B i_W. \quad (21)$$

Model ten nazywany dalej modelem wykładniczym wymaga wyznaczenia parametrów U_2 , R_B oraz B .

IV. Jako czwartą metodę opisu matematycznego funkcji nieliniowej jest aproksymacja wieloodcinkowa:

$$R_W(u_W) = \begin{cases} \approx 0 & u_W > U_1 \\ \infty & -U_1 < u_W < U_1 \\ \approx 0 & u_W < -U_1 \end{cases} \quad (22)$$

Linearyzując charakterystykę nieliniową linią łamaną uzyskuje się możliwość wyznaczenia rozwiązania liniowych równań różniczkowych.



Rys. 7. Charakterystyka U-I z zaznaczonymi odcinkami liniowymi

Aproksymacja ta dostatecznie dokładnie odwzorowuje rzeczywistą charakterystykę w obszarach styczności linii aproksymowanej z prostymi. Największe błędy aproksymacji pojawiają się w obszarze przejściowym (w otoczeniu punktu U_1).

$$u_w(i_w) = \begin{cases} U_B + R_B \cdot i_w(t) & u_w(i_w) > U_1 \\ R_A \cdot i_w(t) & -U_1 \leq u_w(i_w) \leq U_1 \\ -U_B - R_B \cdot i_w(t) & u_w(i_w) < -U_1 \end{cases} \quad (23)$$

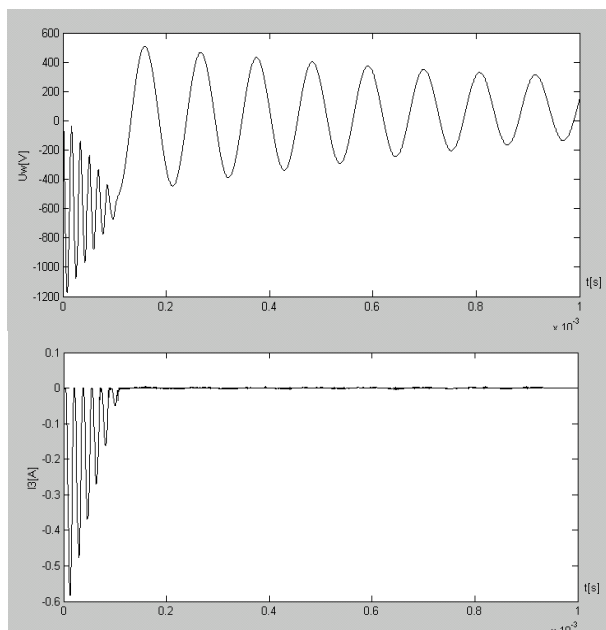
Aproksymacja taka w interpretacji graficznej to szeregowo połączony opornik R_B ze źródłem napięcia stałego U_B .

Rozwiązując równanie (23) dla $u_w(i_w) = U_1$ zapisać można:

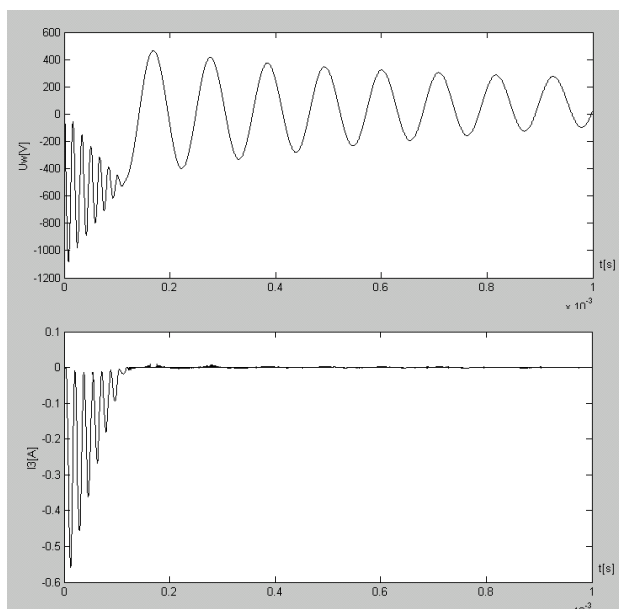
$$U_B = U_1 \left(1 - \frac{R_B}{R_A} \right). \quad (24)$$

W sytuacji, gdy $R_A \gg R_B$ słuszną będzie zależność $U_B \cong U_1$

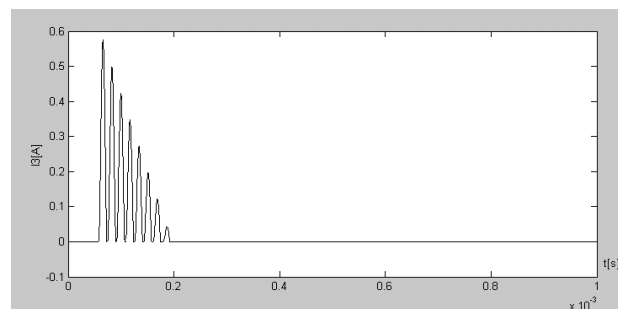
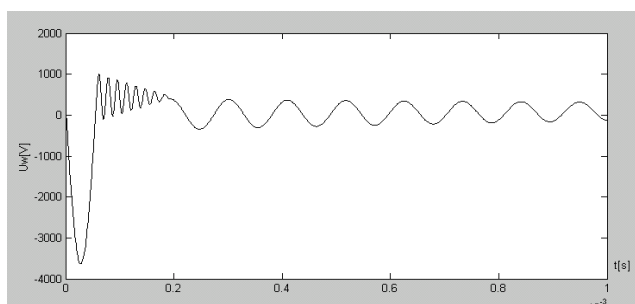
Na kolejnych rysunkach przedstawiono wyniki symulacji dla silnika 23 W, z warunkami początkowymi (9, 11).



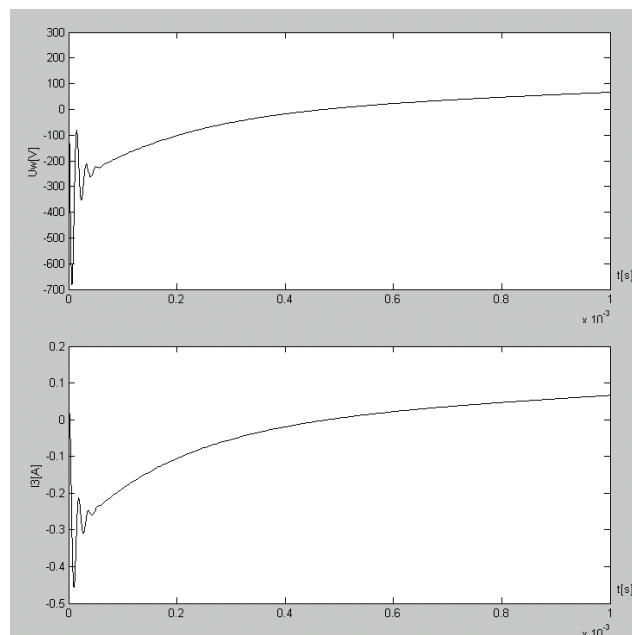
Rys. 8. Przebieg $u_w(t)$ oraz $i_3(t)$ przy aproksymacji funkcją wykładniczą



Rys. 9. Przebieg $u_w(t)$ oraz $i_3(t)$ przy aproksymacji funkcją klasyczną



Rys. 10. Przebieg $u_w(t)$ oraz $i_3(t)$ przy aproksymacji wieloodcinkowej



Rys. 11. Przebieg $u_w(t)$ oraz $i_3(t)$ przy aproksymacji wielomianowej

Porównując maksymalne wartości chwilowe napięć generowanych na zaciskach silnika o mocy 23 W tuż po komutacji, wyznaczone w analizach przeprowadzonych kilkoma metodami, widać przekroczenie napięcia warystorowego.

Oznacza to, że warystor nie chroni skutecznie silnika przy szybkich przepięciach generowanych przy rozłączaniu prądów indukcyjnych. Główną przyczyną tego jest istnienie indukcyjności L_w (rys.1) w modelu warystora, która powoduje niejednoznaczność charakterystyki U-I przy pobudzeniu dynamicznym.

Jakościowy opis zjawisk zachodzących tuż po komutacji na silniku zależy oczywiście od przyjętej aproksymacji funkcji nieliniowej i od metody analizy.

PODSUMOWANIE

Wyniki symulacji komputerowych wykazują generację przepięć rzędu 1,2 kV. Co prawda w analizach nie uwzględniono zjawisk łukowych zachodzących na rozwierających się stykach wyłącznika, lecz wnioskować można, że takie napięcie spowoduje zapłon łuku na rozchodzących się ze skończoną prędkością stykach (w początkowej fazie ruchu, gdy szczelina jest bardzo mała).

Oznacza to, że ochrona przepięciowa przy zastosowaniu warystora jest nieskuteczna. Warystor skutecznie chroni przed przepięciami o wolno narastających zboczach. Szybkozmiennne przebiegi wywołane komutacjami w obwodzie zawierającym indukcyjność wymagają stosowania ochrony dodatkowej, przykładowo dodatkowej pojemności włączonej równoległe z warystorem.

BIBLIOGRAFIA

1. Smyczek J., Duer S., Sokołowski S., Żywno W., Zajkowski K., Podstawy Elektrotechniki i Elektroniki Dla Nielektryków, Laboratorium, Tom 1. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2008
2. Zajkowski K., Wyznaczenie parametrów dwójnika ograniczającego przepięcia pokomutacyjne na silniku. Computer Applications In Electrical Engineering. IEP Politechn.Poznańskiej, Poznań, 2008, s.47-48
3. Zajkowski K., Analysis of overvoltages on inductive system with varistor and capacitor. Academic Journals Issue 59 2009, Publ.by Poznan University of Technology 2009, p.87-97.
4. Zajkowski K., Analiza stanu nieustalonego w obwodach rezystancyjno-indukcyjnych w aspekcie minimalizacji przepięć komutacyjnych. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2011

DETERMINATION OF TRANSIENT STATE IN HARD-INDUCTIVE CIRCUIT COOPERATING WITH VARISTOR

Abstract

The article presents analysis and computer simulations of the circuit comprising inductance with non-linear element which acts surge protection. In order to evaluate the results, an approximation of the nonlinear function performed by several methods. It has been shown that the protection circuit, who is characterized by rapid changes in the discharge current, it is insufficient and requires the use of other means of protection.

Autorzy:

dr inż. **Konrad Zajkowski** – Politechnika Koszalińska, Wydział Mechaniczny, 75-620 Koszalin, ul. Raclawicka 15-17, tel. + 48 94 3478 426, konrad.zajkowski@tu.koszalin.pl

dr hab. inż. **Stanisław Duer** – Politechnika Koszalińska, Wydział Mechaniczny, 75-620 Koszalin, ul. Raclawicka 15-17, tel. + 48 94 3478 262, stanislaw.duer@tu.koszalin.pl