

Włodzimierz Przyborowski
Politechnika Warszawska

PODSTAWOWE RÓWNANIA I FORMY PÓL ELASTOELEKTRYCZNYCH PROSTYCH PRZETWORNIKÓW ELEKTROMECHANICZNYCH TYPU PIEZOELEKTRYCZNEGO

BASIC EQUATIONS AND FORMS OF ELASTOPIEZOELECTRICAL FIELDS IN THE SIMPLE ELECTROMECHANICAL CONVERTERS OF THE PIEZOELECTRIC TYPE

Streszczenie: W pracy sformułowano równania elastopiezoelektryczne dla czterech typów silników piezoelektrycznych; o dwu strukturach realizujących ruch postępowy - liniowy i dwu strukturach o ruchu obrotowym. Opisane formalnie przetworniki cechują się jednoskładowym polem elektrycznym generującym efekt piezoelektryczny. Określono ponadto formy pól (elektrycznego i sprężystego) postępującego i wirującego. Charakter zmienności tych pól fizycznych, stanowi o działaniu tego typu silników.

Abstract: Elasto-piezoelectric equations for four types of piezoelectric motors, two concerning structures that perform progressive-linear movement and two concerning structures performing rotary movement are formulated in the paper. Formally described converters are characterized by uni-componential electrical field that generate piezoelectric effect. Moreover, forms of electric and elastic progressive and rotating fields were determined. Character of changeability of these physical fields decides about performance of motors of this type.

Słowa kluczowe: silniki piezoelektryczne, równania pola i konstytutywne elektropiezospężystości

Keywords: piezoelectric motors, electropiezoeelastic fields, equations of electropiezoeelasticity

1. Wstęp

Znaczny postęp w konstrukcjach elektromechanicznych przetworników piezoelektrycznych [1-7] skłania do systematyzacji równań i struktur pól fizycznych w nich generowanych [8]. Należy jednak zauważyć, że aplikacja teorii pola elektrycznego i sprężystego w analizie i projektowaniu tych przetworników – silników i generatorów, jest bardzo skromna [2 - 6]. A w monografiach poświęconych tej tematyce [8, 9] przedstawiane są tylko podstawowe równania sprężystości i elektryczności. Zauważa się znaczną przewagę efektów badań doświadczalnych i konstrukcyjnych nad badaniami teoretycznymi. W większości artykułów prezentujących przetworniki piezoelektryczne podejmowane są próby formułowania ich schematów obwodowych, niestety bez podstawowego usankcjonowania fizycznego na gruncie opisu polowego (pól sprężystych i elektrycznych). Problem ten jest bardzo złożony wskutek sprzężenia pól elastokinetycznego i elektrycznego przez związki konstytutywne [10, 11]. Elementem złożoności problemu jest również tensor

piezosprężystości sprzęgający wielkości elektryczne z naprężeniowymi, który pomimo dobrego usankcjonowania formalnego nie jest dostatecznie wyznaczony eksperymentalnie dla materiałów piezoelektrycznych. Choć należy zauważyć, że klasyfikacja form strukturalnych piezoelektryków (w znaczeniu osi i płaszczyzn symetrii strukturalnej kryształów piezoelektrycznych) jest już w dużym stopniu usystematyzowana [12]. Przetwarzanie energii w przetwornikach piezoelektrycznych jest również bardzo ważne z uwagi na tworzenie materiałów piezoelektrycznych o strukturze organicznej, co może dać nadzwyczajne możliwości w zastosowaniach medycznych i biologicznych. W pracy sformułowano równania elastopiezoelektryczne dla czterech struktur przetworników elektromechanicznych – silników piezoelektrycznych; dwa przykłady przetworników odnoszą się do struktur realizujących ruch postępowy i dwa ruch obrotowy. Sformułowane równania są uogólnieniem modelu określonego dla prostej struktury silnika tarczowego przedstawionego w pracy [13].

W przedstawionych przykładach struktur silników pole elektryczne wywołujące efekt piezoelektryczny jest jednoskładowe.

Rozpatrywane struktury tego typu silników są najprostsze, ale na ich podstawie można przejść do form bardziej złożonych, a nawet do opisu silników o dwu stopniach swobody i odpowiednich dla nich równań ruchu.

2. Podstawowe równania elektryczności i sprężystości oraz związki konstytutywne elastopiezoelektryczności

Zestaw równań elastopiezoelektryczności obejmuje równania elastokinetyki i elektryczności:

– równania elastokinetyki

$$\sigma_{ji,j} = \rho_m \ddot{u}_i \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = 0.5(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2)$$

gdzie: σ_{ij} – składowe tensora naprężeń, u_i – składowe wektora przemieszczeń, ε_{ij} – składowe tensora odkształceń, ρ_m – gęstość ośrodka, \ddot{u}_i – składowe wektora przyspieszenia;

– pierwszy wskaźnik w indeksie naprężeń tensorowych oznacza współrzędną normalną do powierzchni oddziałującego naprężenia, a drugi wskaźnik współrzędną naprężenia;

– przecinek przy dolnych wskaźnikach oznacza różniczkowanie po współrzędnej przestrzennej, a ponadto po wskaźnikach powtarzających się dokonuje się sumowania;

– równanie elektryczne jest postaci

$$D_{i,i} = 0 \quad (3)$$

które oznacza zerowanie dywergencji wektora indukcji elektrycznej (w zapisie wskaźnikowym). Równanie to zapisane konwencjonalnie

$$\text{ma postać } \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = 0$$

Związki konstytutywne efektów elektropiezoelektrycznych mają postać

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} - e_{kij} E_k \quad (4)$$

$$D_i = e_{ikl} \varepsilon_{kl} + \beta_{ik} E_k \quad (5)$$

gdzie: C_{ijkl} – tensor sztywności, e_{kij} – tensor piezoelektryczny, E_k – składowe wektora pola elektrycznego, β_{ik} – tensor przenikalności dielektrycznej.

Układy równań (1–5) uzupełnia się warunkami brzegowymi. Na powierzchniach styku wirnika lub bieznika, silnika o ruchu obrotowym lub postępowym, zadane są naprężenia:

$$P_{i0} = \sigma_{ji}(\xi^*, t) n_j(\xi^*) \quad (6)$$

gdzie: ξ^* oznacza współrzędną wyróżnionej powierzchni brzegowej w przyjętym układzie współrzędnych $\langle \xi, \varphi, \zeta \rangle$, parametryzującym przetwornik (związany ze stojanem).

Dla pola elektrycznego warunki brzegowe mogą być zadane w reprezentacji potencjału elektrycznego V lub wektora natężenia pola elektrycznego E , który określa się gradientem tego potencjału

$$E_i = -V_{,i} ; (E = -gradV) \quad (7)$$

Ze względu na symetrię funkcji elastokinetycznych (naprężeń i odkształceń) oraz symetrię, podług niektórych wskaźników, parametrów konstytutywnych: sprężystości, piezoelektryczności i przenikalności elektrycznej, można uprościć notację tych funkcji zespalaając w jedno oznaczenie pary indeksów, względem, których rozpatrywany tensor jest symetryczny. Zmniejszają się jednocześnie liczby stałych materiałowych w związkach konstytutywnych (4, 5) i równania przyjmują formę *syntetyczną*.

Dla naprężeń i odkształceń przyjmuje się odpowiednie oznaczenia,

$$t_n \leftrightarrow \sigma_{ij} \quad d_n \leftrightarrow \varepsilon_{ij}$$

$$t_n = \begin{cases} \sigma_{ij} & n = 1, 2, 3; i = j \\ \sigma_{ij} & n = 4, 5, 6; i \neq j \end{cases} \quad (8)$$

$$d_n = \begin{cases} \varepsilon_{ij} & n = 1, 2, 3; i = j \\ \varepsilon_{ij} & n = 4, 5, 6; i \neq j \end{cases}$$

Z zastosowanej notacji do zapisu naprężeń i odkształceń wynika, że wielkości te z indeksem o numerach $n = 1, 2, 3$ oznaczają wielkości główne – normalne, a z indeksem o numerach $n = 4, 5, 6$ są wielkościami stycznymi.

A zatem:

$$t_1 = \sigma_{11}, t_2 = \sigma_{22}, t_3 = \sigma_{33},$$

$$t_4 = \sigma_{23}, t_5 = \sigma_{31}, t_6 = \sigma_{12}$$

$$d_1 = \varepsilon_{11}, d_2 = \varepsilon_{22}, d_3 = \varepsilon_{33},$$

$$d_4 = 2\varepsilon_{23}, d_5 = 2\varepsilon_{31}, d_6 = 2\varepsilon_{12}$$

Dla parametrów konstytutywnych wprowadza się oznaczenia:

$$C_{ijkl} \leftrightarrow c_{ik}, e_{ikl} \leftrightarrow e_{im}, \beta_{ij} \leftrightarrow \beta_i$$

Równania konstytutywne w tej konwencji można zapisać w postaci (macierzowej)

$$[t_i]^{[6/1]} = [c_{ij}]^{[6/6]} [d_j]^{[6/1]} - [e_{ij}]^{[6/3]} [E_j]^{[3/1]} \quad (9)$$

$$[D_i]^{[3/1]} = [e_{ij}]^{[3/6]} [d_j]^{[6/1]} + [\beta_{ij}]^{[3/3]} [E_j]^{[3/1]} \quad (10)$$

gdzie, górne wskaźniki określają odpowiednio liczbę wierszy i kolumn.

Ogólne równania stanu sprężystego i elektrycznego mają postać:

$$\left. \begin{aligned} t_{1,1} + t_{6,2} + t_{5,3} &= \rho_m u_1 \\ t_{6,1} + t_{2,2} + t_{4,3} &= \rho_m u_2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} t_{5,1} + t_{4,2} + t_{3,3} &= \rho_m u_3 \\ D_{1,1} + D_{2,2} + D_{3,3} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

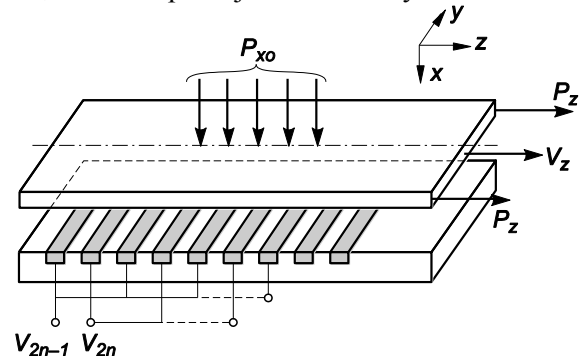
3. Podstawowe równania silników piezoelektrycznych o prostej strukturze

W zadaniu formułowania równań i konstrukcji przetworników elektromechanicznych – silników piezoelektrycznych, można ustalić alternatywnie kierunek pola elektrycznego względem kierunku przemieszczenia ruchomego ustroju silnika. Oznacza to, że polaryzacja elektryczna może być współliniowa z kierunkiem przemieszczenia albo do niego prostopadła. W rozpatrywanych w pracy silnikach piezoelektrycznych przyjęto współkierunkowość pola elektrycznego i głównego przemieszczenia (kinematyki) bieznika lub wirnika silnika. Należy jednocześnie zaznaczyć, że wektory przemieszczeń są w każdym przypadku silnika dwuskładowe. Oczywiście, podstawowe znaczenie ma składowa głównego (wykonawczego) przemieszczenia bieznika lub wirnika.

3.1. Silnik płaski i tubowy o ruchu postępowym

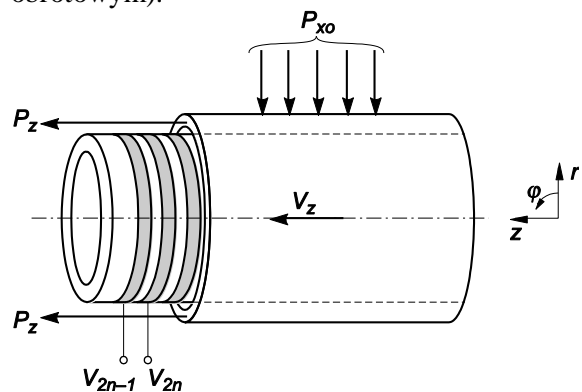
Najprostszy pod względem strukturalnym są przetworniki liniowe realizujące ruch postępowy. W grupie tych przetworników można wyróżnić dwa rodzaje: o strukturze płaskiej i cylindrycznej (tubowej). Szkice konstrukcyjne tego typu silników przedstawiono na rysunkach 1, 2. Można zauważyć, że przetwornik tubowy utworzony jest przez transformację przetwornika płaskiego w wyniku sklejenia powierzchni brzegowych $y = \text{const}$. Elektrody piezoelektryczne (V_{2n-1}, V_{2n})

z formy prętowej (o strukturze prostokątnej – prostopadłościennej) przekształcają się w formę pierścieni okalających wewnętrzny biegnik przemieszczający się ruchem postępowym. Dla wskazanych na rysunkach układów współrzędnych: prostokątnego $\langle x, y, z \rangle$ i walcowego $\langle r, \varphi, z \rangle$, których współrzędne odpowiadają wskaźnikom numeracyjnym $\langle 1, 2, 3 \rangle$, można zapisać jednolite formy równań.



Rys. 1. Szkic przetwornika piezoelektrycznego płaskiego o ruchu postępowym

Podstawowym założeniem przy formułowaniu równań dla tych przetworników jest przyjęcie płaskiego pola przemieszczeń i pominięcie zależności funkcji pola od współrzędnej zorientowanej ortogonalnie do kierunku fali przemieszczeń. Oznacza to więc pominięcie efektu brzegowego. Zanedbuje się również efekt krańcowy w tych silnikach występujący wskutek otwartości wzdłużnej obwodu elektro-sprężystego w tego typu silnikach (w przeciwieństwie do silników o ruchu obrotowym).



Rys. 2. Szkic przetwornika piezoelektrycznego tubowego o ruchu postępowym

Równania przemieszczeniowo-naprężeniowe i piezoelektryczne dla tych przetworników mają postać.

$$\begin{aligned} \rho \ddot{u}_3 &= c_{55} u_{3,11} + 2c_{35} u_{3,31} + c_{33} u_{3,33} + c_{15} u_{1,11} \\ &+ (c_{13} + c_{55}) u_{1,31} + c_{35} u_{1,33} - e_{35} E_{3,1} - e_{33} E_{3,3} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \rho \ddot{u}_1 &= c_{11} u_{1,11} + 2c_{15} u_{1,31} + c_{55} u_{1,33} + c_{15} u_{3,11} \\ &+ (c_{13} + c_{55}) u_{3,31} + c_{35} u_{3,33} - e_{31} E_{3,1} - e_{35} E_{3,3} \\ D_{3,3} &= e_{31} u_{1,13} + e_{35} (u_{1,33} + u_{3,13}) + e_{33} u_{3,33} \\ &+ \beta_3 E_{3,3} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Należy zaznaczyć, że pierwsze równanie przemieszczeniowe odnosi się do wielkości kinematycznej wyróżnionego ruchu, czyli współrzędnej z (3), w układzie prostokątnym i walcowym. Drugie równanie dotyczy przemieszczenia w kierunku współrzędnej x układu prostokątnego i odpowiednio współrzędnej r układu walcowego.

Jednoskładowe pole elektryczne jest skierowane współliniowo do kierunku ruchu, a więc ma składową E_z ($3 \leftrightarrow z$) dla przypadku przetwornika płaskiego i tubowego.

3.2. Silnik cylindryczny

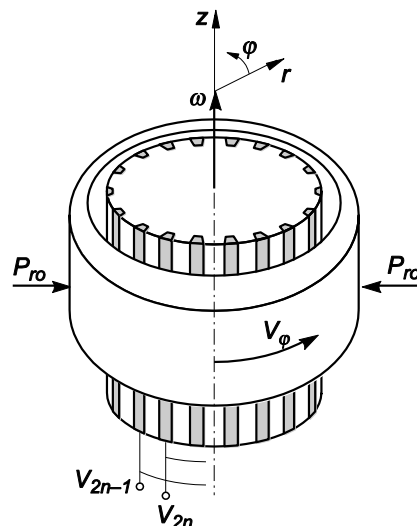
Przetwornik cylindryczny ma typową strukturę przetwornika obrotowego (rys. 3). Zespoły elektrod stanowią, tworzące na pobocznicy walcowej. Natężenie pola elektrycznego jest skierowane tangencjalnie, a przemieszczenia w strefie wirnika mają składową radialną i tangencjalną u_r, u_φ i nie zależą od zmiennej osiowej z . Równania w notacji wskaźnikowej, ale odniesione do cylindrycznego układu współrzędnych mają postać: równania przemieszczeniowe

$$\begin{aligned} \rho \ddot{u}_\varphi &= c_{66} u_{\varphi,rr} + 2c_{26} u_{\varphi,r\varphi} + c_{22} u_{\varphi,\varphi\varphi} + c_{16} u_{r,rr} + \\ &+ (c_{12} + c_{66}) u_{r,r\varphi} + c_{26} u_{r,\varphi\varphi} - e_{26} E_{\varphi,r} - e_{22} E_{\varphi,\varphi} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \rho \ddot{u}_r &= c_{11} u_{r,rr} + 2c_{16} u_{r,r\varphi} + c_{66} u_{r,\varphi\varphi} + c_{26} u_{\varphi,\varphi\varphi} + \\ &+ (c_{12} + c_{66}) u_{\varphi,r\varphi} + c_{16} u_{\varphi,rr} - e_{21} E_{\varphi,r} - e_{26} E_{\varphi,\varphi} \end{aligned}$$

równanie piezoelektryczne

$$\begin{aligned} D_{\varphi,\varphi} &= e_{21} u_{r,r\varphi} + e_{22} u_{\varphi,\varphi\varphi} + e_{26} (u_{r,\varphi\varphi} + u_{\varphi,r\varphi}) + \\ &+ \beta_2 E_{\varphi,\varphi} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$



Rys. 3. Szkic przetwornika piezoelektrycznego cylindrycznego o ruchu obrotowym

Pomimo alfabetycznych wskaźników przy symbolach polowych, pozostawiono wskaźniki numeryczne w indeksowaniu parametrów konstytutywnych w celu ułatwienia odniesienia tych wielkości do ich zapisu macierzowego.

Silnik o przedstawionej strukturze można uznać za konstrukcję standardową. Może być jednak łatwo zmodyfikowany przez zmianę struktury elektrod, czyli zmianę kierunku polaryzacji pola elektrycznego.

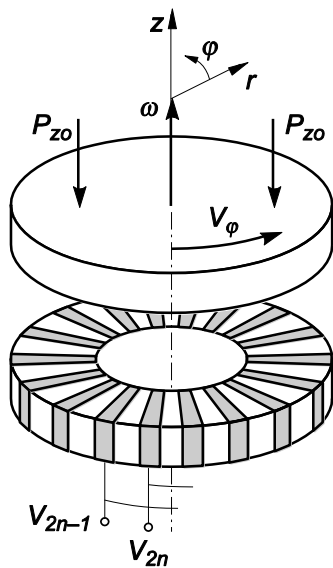
3.3. Silnik tarczowy

Przetwornik tarczowy cechuje się dwuskładowym polem przemieszczeń w strefie wirnika – tangencjalnym i osiowym oraz tangencjalnym polem elektrycznym. Zgodnie z przyjętymi założeniami rozważa się dla tego przetwornika przemieszczenia tangencjalne i aksjalne u_φ, u_z . W celu uproszczenia form równań przemieszczeniowych dla tego silnika, przyjmuje się jednakowy rozkład przemieszczeń na szerokości tarczy w kierunku radialnym, czyli niezależność funkcji elastokinetycznych od zmiennej radialnej. Wielkości te są, więc funkcjami tylko zmiennej z i φ . Równania przemieszczeniowe i piezoelektryczne (o składowej osiowej) mają postać:

$$\rho \ddot{u}_\varphi = c_{44} u_{\varphi,zz} + 2c_{24} u_{\varphi,\varphi z} + c_{22} u_{\varphi,\varphi\varphi} + c_{34} u_{z,zz} + (c_{23} + c_{44}) u_{z,\varphi z} + c_{24} u_{z,\varphi\varphi} - e_{24} E_{\varphi,z} - e_{22} E_{\varphi,\varphi} \quad (17)$$

$$\rho \ddot{u}_z = c_{33} u_{z,zz} + 2c_{34} u_{z,z\varphi} + c_{44} u_{z,\varphi\varphi} + c_{34} u_{\varphi,zz} + (c_{23} + c_{44}) u_{\varphi,\varphi z} + c_{24} u_{\varphi,\varphi\varphi} - e_{23} E_{\varphi,z} - e_{24} E_{\varphi,\varphi}$$

$$D_{\varphi,\varphi} = e_{23} u_{z,z\varphi} + e_{24} (u_{\varphi,z\varphi} + u_{z,\varphi\varphi}) + e_{22} u_{\varphi,\varphi\varphi} + \beta_2 E_{\varphi,\varphi} = 0 \quad (18)$$



Rys. 4. Szkic przetwornika piezoelektrycznego tarczowego o ruchu obrotowym

Przedstawione równania przemieszczeniowo-piezoelektryczne dla określonych, najprostszyc przetworników elektromechanicznych, są złożone i silnie sprzężone, co praktycznie uniemożliwia ich bezpośrednie analityczne rozwiązanie. Należy jednak zauważyć, że podstawowa złożoność odnosi się do zależności funkcji przemieszczeń od współrzędnej normalnej do kierunku ruchu.

W dalszej analizie równań przyjmuje się harmoniczną zmienność funkcji pola od czasu i współrzędnej wyznaczającej kierunek kinematyczny części ruchomej silnika.

4. Funkcje pól elektropiezoelastycznych

W ogólnej postaci pole elektryczne i elastokinetyczne przemieszczające się (postępujące lub wirujące) można, dla pierwszej harmonicznej, przedstawić w postaci

$$P = P_m \exp(j(\lambda \xi - \omega t)) \quad (19)$$

gdzie: ξ oznacza współrzędną przestrzenną w kierunku, której propaguje się fala ($\xi \leftrightarrow z$, $\xi \leftrightarrow \varphi$), λ - liczba falowa propagacji fali, zdeterminowana rozkładem elektrod, ω - częstość zmienności w czasie propagacji fali. Wskazana forma pól odnosi się do pola: elektrycznego, przemieszczeń i naprężeń – $P \leftrightarrow \{E, u, \sigma\}$.

W przetwornikach o ruchu postępowym, zgodnie z przyjętym układem współrzędnych, współrzędną ξ utożsamia się ze współrzędną z - $\xi \equiv z$, a dla przetworników o ruchu obrotowym przyjmuje się tożsamość $\xi \equiv \varphi$.

Korzystając z czynnika czasowo-przestrzennego funkcji pola, równania przemieszczeniowe i elektryczne przekształca się do form zależnych od zmiennej ortogonalnej do kierunku ruchu bieznika lub wirnika.

4.1 Równania przemieszczeniowo-potencjałowe silników o ruchu postępowym

Równania przemieszczeniowo-potencjałowe przetworników o ruchu postępowym, po zastosowaniu funkcji falowej (19) i zależności (7), mają postać:

$$c_{55} u_{z,11} + 2j\lambda c_{35} u_{z,1} + (\rho \omega^2 - \lambda^2 c_{33}) u_z + c_{15} u_{1,11} + j\lambda (c_{13} + c_{55}) u_{1,1} - \lambda^2 c_{35} u_1 - j\lambda e_{35} V_{,1} + \lambda^2 e_{33} V = 0 \quad (20)$$

$$c_{11} u_{1,11} + 2j\lambda c_{15} u_{1,1} + (\rho \omega^2 - \lambda^2 c_{55}) u_1 + c_{15} u_{z,11} + j\lambda (c_{13} + c_{55}) u_{z,1} - \lambda^2 c_{35} u_z - j\lambda e_{31} V_{,1} + \lambda^2 e_{35} V = 0$$

$$j\lambda e_{35} u_{z,1} - \lambda^2 e_{33} u_z + j\lambda e_{31} u_{1,1} - \lambda^2 e_{35} u_1 - \lambda^2 \beta_3 V = 0 \quad (21)$$

Dla silnika płaskiego wskaźnikowi 1 odpowiada współrzędna x . W przypadku silnika tubowego wskaźnikowi 1 odpowiada współrzędna r .

4.2 Równania przemieszczeniowo-potencjałowe silnika cylindrycznego o ruchu obrotowym

Analogiczne równania przemieszczeniowe i piezoelektryczne, dla silnika cylindrycznego o ruchu obrotowym, po zastosowaniu funkcji falowej, przybierają postać:

$$c_{66}u_{\varphi,rr} + 2j\lambda c_{26}u_{\varphi,r} + (\rho\omega^2 - \lambda^2 c_{22})u_{\varphi} + c_{16}u_{r,rr} + j\lambda(c_{12} + c_{66})u_{r,r} - \lambda^2 c_{26}u_r - j\lambda e_{12}V_r + \lambda^2 e_{16}V = 0 \quad (22)$$

$$c_{11}u_{r,rr} + 2j\lambda c_{16}u_{r,r} + (\rho\omega^2 - \lambda^2 c_{66})u_r + c_{16}u_{\varphi,rr} + j\lambda(c_{12} + c_{66})u_{\varphi,r} - \lambda^2 c_{26}u_{\varphi} - j\lambda e_{21}V_r + \lambda^2 e_{26}V = 0$$

$$j\lambda e_{26}u_{\varphi,r} - \lambda^2 e_{22}u_{\varphi} + j\lambda e_{21}u_{r,r} - \lambda^2 e_{26}u_r + -\lambda^2 \beta_2 V = 0 \quad (23)$$

4.3 Równania przemieszczeniowo-potencjalowe silnika tarczowego

Analogiczne równania dla silnika tarczowego przybierają postać:

$$c_{44}u_{\varphi,zz} + 2j\lambda c_{24}u_{\varphi,z} + (\rho\omega^2 - \lambda^2 c_{22})u_{\varphi} + c_{34}u_{z,zz} + j\lambda(c_{23} + c_{44})u_{z,z} - \lambda^2 c_{24}u_z - j\lambda e_{24}V_z + \lambda^2 e_{22}V = 0 \quad (24)$$

$$c_{33}u_{z,zz} + 2j\lambda c_{34}u_{z,z} + (\rho\omega^2 - \lambda^2 c_{44})u_z + c_{34}u_{\varphi,zz} + j\lambda(c_{23} + c_{44})u_{\varphi,z} - \lambda^2 c_{24}u_{\varphi} - j\lambda e_{23}V_z + \lambda^2 e_{24}V = 0$$

$$j\lambda e_{24}u_{\varphi,z} - \lambda^2 e_{22}u_{\varphi} + j\lambda e_{23}u_{z,z} - \lambda^2 e_{24}u_z + -\lambda^2 \beta_2 V = 0 \quad (25)$$

W zakończeniu prezentowanych równań przemieszczeniowo-piezoelektrycznych należy podkreślić ich złożoność, wskutek bardzo silnego sprzężenia fizycznego i formalnego.

5. Wnioski i uwagi końcowe

Kolejnym etapem porządkowania równań elektro-piezo-przemieszczeniowych dla określonych typów przetworników, jest przeanalizowanie parametrów konstytutywnych, w szczególności składowych tensora piezoelektrycznego e_{ijk} . Macierz tych parametrów zawiera wartości zerowe dla materiałów o różnych osiach i płaszczyznach symetrii, co niewątpliwie uprości (zredukuje) składniki równań.

Na podstawie sformułowanych równań można wyznaczyć równania dla silników o ortogonalnej, do kierunku ruchu, polaryzacji pola elektrycznego. Można również uogólnić

przedstawione równania dla silników o ruchu złożonym.

7. Literatura

- [1]. Dąbrowski M.: "Evolution of the theory and application of ultrasonic motors", *Prace Instytutu Elektrotechniki*, zeszyt 208, 2001.
- [2]. M. Hao, W. Chen: "Analysis and Design of a Ring-type Traveling Ultrasonic Motor", *Proceeding of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, Luoyang China,
- [3]. Y. Ting, Y. Tsai, B-K. Hou, S-C. Lin, C-C. Lu; "Stator Design of a New Type of Spherical Piezoelectric Motor", *IEEE Transaction on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 57, No 10, 2010.
- [4]. R. Ryndzionek, J-F.Rouchon, M. Ronkowski: "Koncepcja realizacji i analiza nowego typu silnika piezoelektrycznego o strukturze wielokomórkowej". *Zeszyty BOBRME Komel* nr100, 4/2013.
- [5]. Kołodko A.: "Analiza silnika piezoelektrycznego z falą biegnącą Modelowanie maszyn elektrycznych", *SME 2000* seria 22 No 50.
- [6]. B. Kulesza, A. "Modele silników piezoelektrycznych o ruchu liniowym i obrotowym", *Maszyny Elektryczne - Zeszyty Problemowe*, nr 108, str. 95 -100, 2015.
- [7]. R. Ryndzionek, M. Michna, J-F.Rouchon, M. Ronkowski: "Wybrane wyniki badań prototype wielokomórkowego silnika piezoelektrycznego", *Maszyny Elektryczne - Zeszyty Problemowe*, nr 108, str. 143 -148, 2015.
- [8]. Ueha S., Tomikawa M., Kurosawa M., Nakamura N.: "Ultrasonic Motors. Theory and Application", Clarendon Press, Oxford, 1993.
- [9]. Sashida T., Kenjo T., "An introduction to ultrasonic motors, Oxford, Clarendon Press, 1993.
- [10]. W. Nowacki: "Efekty elektromagnetyczne w stałych ciałach odkształcalnych", PWN, Warszawa 1983.
- [11]. Przyborowski W. "Podstawy teorii elektropiezo-mechanicznych przetworników – silników piezoelektrycznych *Zeszyty BOBRME Komel* nr100, str.1-6, 2015.
- [12]. J. F. Ney: "Własności fizyczne kryształów", PWN, Warszawa 1962.
- [13]. Przyborowski W.: "Równania elektropiezo-sprężystości tarczowego silnika piezoelektrycznego" *Przegląd Elektrotechniczny* nr 2 str. 104-107, 2017.