



**SŁAWOMIR KARAS**

Politechnika Lubelska  
s.karas@pollub.pl  
ORCID 0000-0002-0626-5582



**KRZYSZTOF GNYP**

Vbcadprojekt Spółka z o.o.  
krzysztof.gnypl@vbcadprojekt.pl

## Innowacyjna kładka dla pieszych w Lublinie

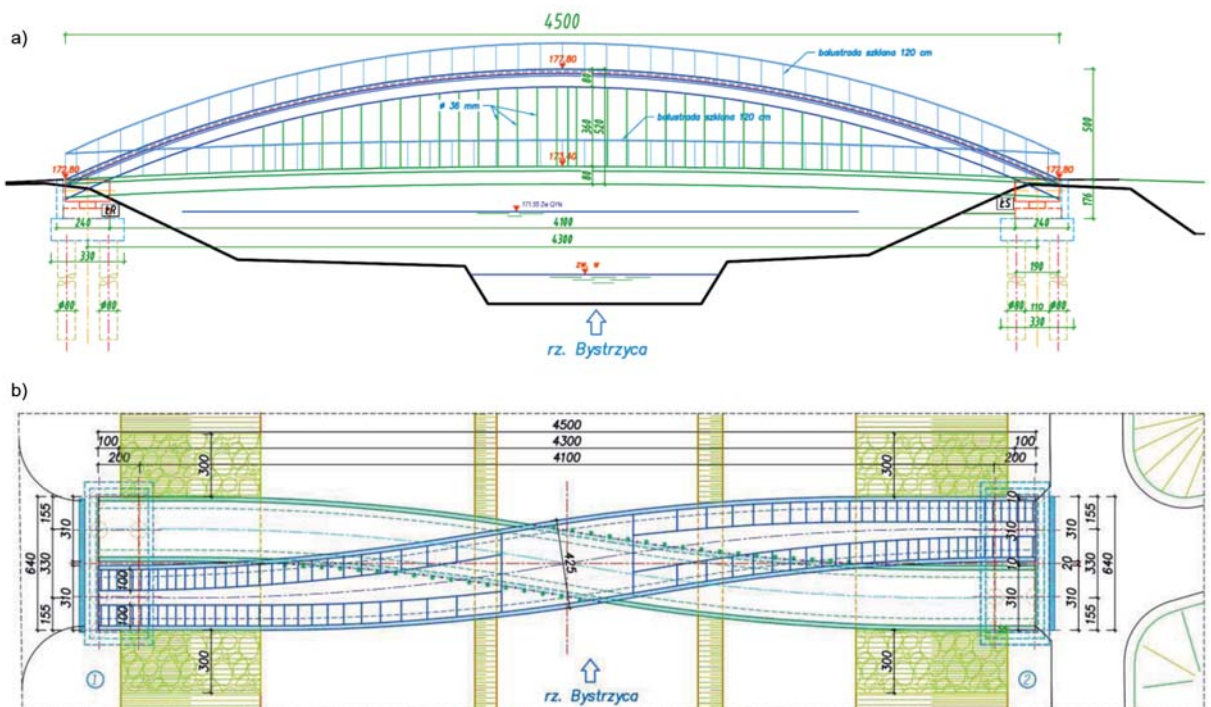
23 listopada 2020 r. w Parku Ludowym w Lublinie, została oddana do użytku nowa kładka dla pieszych i rowerzystów. Obiekt charakteryzuje się odważnym projektowaniem konstrukcji mostowej. Materiałem konstrukcyjnym kładki jest stal gatunku S355J2, a całość nośnej konstrukcji wykonano w technologii spawania. Nawierzchnia pomostów została wykonana z modrzewiowego drewna olejowanego. Górne powierzchnie są ryflowane. Bale pokładów zamocowano na dystansowych podpórkach, co powoduje dodatkowy przyjemny odgłos stąpania podczas chodzenia po kładce.

Balustrady kładki wykonano z tafli szkła hartowanego zamocowanego wspornikowo do pomostów. Górne krawędzie balustrad scala poręcz ze stali nierdzewnej. Całość balustrad została zrealizowana przez lubelską firmę Lub-Glass. W porze nocnej kładka jest podświetlona przewodami ledowymi, lokalnie wspomaganymi przez zwykłe lampy oświetleniowe. Kładka i obszar w jej sąsiedztwie są monitorowane w sposób ciągły, co zwiększa bezpieczeństwo użytkowników

ków kładki nocą. Jednakże najsilniejszą impresję generuje obraz przestrzennej konstrukcji kładki, która w zależności od miejsca obserwacji, odsłania nowe widoki na konstrukcję, pomosty, rzekę i ogólnie otoczenie.

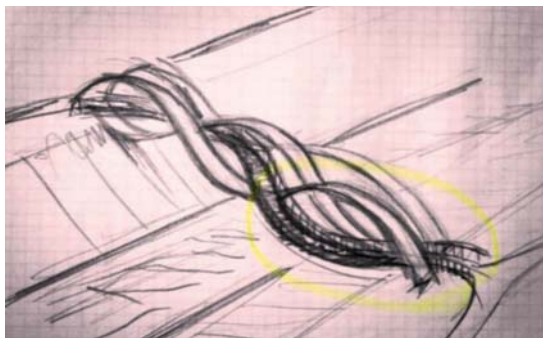
O ile w widoku z boku obraz kładki jest typowy, przypomina most łukowy ze ściągami (rys. 1a), to już w każdym innym ujęciu sprawia kłopot przy próbie rozpoznania i definiowaniu interakcji elementów konstrukcyjnych. Ale już na rysunku 1b), na widoku z góry, pojawia się obraz fragmentu podwójnej helisy (spirala DNA) utworzony przez dwa dźwigary kładki. W przekrojach normalnych oba dźwigary są do siebie bardzo podobne, jednakże, biorąc pod uwagę oba widoki z rysunku 1, dostrzegamy różnice. Dźwigar górny jest wyniosłym łukiem o promieniu  $r = 52,3$  m, podczas gdy dźwigar dolny jest w przybliżeniu płytowy. Ściśle, dźwigar dolny jest także łukiem o niewielkiej wyniosłości wynikającej z jego promienia w płaszczyźnie pionowej równego  $R = 422,0$  m. Oba dźwigary, nie przenikając się, łączą się na swych końcach w rozbudowanym węźle podporowym. Jednocześnie dźwigary w zakresie przęsłowym są połączone wieszakami pionowymi w dwóch rzędach w układzie punktowo-symetrycznym względem środka kładki. Powstała przestrzenna struktura o złożonej symetrii, pracuje jako całość, jak bryła sztywna, podparta przegubowo na równoległych podporach.

Widoczne na rysunku 1b) przegięcie odpowiada łukowi



Rys. 1. Kładka dla pieszych i rowerzystów w Parku Ludowym w Lublinie:  
a) widok z boku;  
b) widok z góry

a)



b)



Rys. 2. Rozwój koncepcji kładki dla pieszych w Parku Ludowym w Lublinie:  
a) pierwszy szkic;  
b) wizualizacja kładki

mierzonemu w planie  $\rho \approx 100$  m. Długość przęsła kładki wynosi 45 m i wynika z odległości w koronie wałów przeciwpowodziowych największej rzeki w Lublinie, rzeki Bystrzycy.

Powierzchnie konstrukcji stalowej pokryto powłokami ochronnymi o barwie srebrzysto-szarej, co powoduje istnienie niewielkiej, chociaż wyraźnej dominandy kolorystycznej terenu nadrzecznego oraz bezpośredniego sąsiedztwa starych drzew Parku Ludowego. Obraz kładki świetnie pasuje do zieleni wiosenno-letniej, złotej jesieni, a zimą jest nieco surrealistycznym jasnym kształtem wśród nagich drzew. Bezpośrednie sąsiedztwo Parku Ludowego z przebudowanymi alejami, akustycznym rzeźbami, sympatycznie zaaranżowanymi placami zabaw dla dzieci sprawia, że kładka mimo swej indywidualności, jest traktowana jak kolejna ciekawostka zrewitalizowanego terenu rekreacyjnego. W sąsiedztwie parku są parkingi o licznych miejscach parkowania samochodów osobowych dla odwiedzających.

Rewitalizacja parku i budowa kładki były objęte inwestycją Miasta Lublina pod nazwą *Rewitalizacja przyrodnicza Parku Ludowego w Lublinie, znajdującego się w obszarze Zintegrowanego Centrum Komunikacyjnego*. Nad koncepcją kładki pracował zespół *LubCom Sp. z o.o.* kierowany wówczas przez śp. Ryszarda Bryłę oraz architekci: Małgorzata Leško, Agata Jaworska-Pogudź i Franciszek Łasocha. Zakres projektowania konstrukcji mostowej realizował zespół *Biura Inżynierskiego Vbcadprojekt Krzysztof Gnyp*. Nie bez znaczenia jest fakt, że oba zespoły – architektoniczny i mostowy to ambitni młodzi ludzie nieskażeni konformizmem i nieprzejętymi partykularyzmami procesów budowlanych. Z drugiej strony – o co najmniej dobrym doświadczeniu zawodowym. Koincydencja osobowości projektantów skutkowałą synergia owocującą niewątpliwym sukcesem.

Koncepcja kładki była inspirowana znanym w świecie chińskim mostem stalowym dla pieszych *Lucky Knot Bridge*. Angielska nazwa nie jest dostatecznie czytelna, ale po konsultacjach z dr Nien-tsu Tuan<sup>1)</sup>, wiadomo jest, że kształt mostu nawiązuje do chińskiej plecionki o kształcie bliskim warkoczowi. Zastosowana nazwa w języku angielskim bardzo spłaszcza treści kryjące się głęboko w historii i tradycji chińskiej, przy czym dotyczy to zarówno nazwy mostu i nazwy rzeki, nad którą wybudowano most. Most wybudowano w centralnych Chinach w mieście Changsha w 2016 roku nad rzeką Xiangjiang. Changsha jest w Chinach znane

z tego, że tu właśnie studiował Mao Zedong. Najdłuższe przęsło mostu ma rozpiętość 185 m. Autorstwo projektu należy do zespołu *NEXT Architects* z Amsterdamu<sup>2)</sup>.

Most z Changsha, poza inspiracją, jest bardzo daleki od kładki w Lublinie. Tu jest raczej właściwe odniesienie do czeskiej kładki dla pieszych we wsi Vrapice zaprojektowanej przez zespół *Aoc architekti*<sup>3)</sup>. *Lávka přes Dřetovický potok* jest niewielką kładką w przeciętnym równinnym krajobrazie wsi pod Prahą, jednakże kładka jest jednocześnie syntezą estetyki i sztuki współczesnej rzeźby, personifikacją przemijania i skromności. W zakresie technicznym – zastosowano tu ultralekki i ultrawytrzymały beton (UHPC) ze zbrojeniem rozproszonym o niemal czarnej barwie, tak ciemnej, że z dalszej odległości można kładkę postrzegać jako konstrukcję ze stali nierdzewnej chronioną patyną korozyjną.

Szukanie analogii jest oczywiście możliwe, ale każda z omawianych konstrukcji jest inna, a łączy je to, że każda z nich jest zachwycająca, chociaż zachwycająca inaczej.

Inicjacją koncepcji kładki w Lublinie był odrębny szkic na papierze kratkowanym, który skreśliła Agata Jaworska-Pogudź (rys. 2a).

Kolejne etapy projektowania były rozwinięciem szkicu, przy czym jednocześnie powstawały następne wizualizacje zarówno u architektów, jak i w biurze mostowym.

Wizualizacja w projektowaniu mostowym ma zupełnie odmienny cel niż w architekturze. Wizualizacja mostowa służy dostrzeganiu potencjalnych niespójności projektu konstrukcji podczas oglądania modelu cyfrowego z różnych stron. Jest to szczególnie pomocne przy złożonych konstrukcjach przestrzennych tak dla projektanta, jak i potencjalnego wykonawcy (rys. 3).

Przedstawione na rysunku 3 obrazy są elementem wdrożonego w *Biurze Inżynierskim Vbcadprojekt Krzysztof Gnyp* systemu automatyzacji procesu projektowania w środowisku Visual Basic, w którym powstaje baza danych obejmująca cały proces projektowania. Baza zawiera wszystkie stadia projektowania, czyli wyniki pomiarów terenowych, badań materiałów, grafiki koncepcji, wymiarowanie od zebrania obciążeń przez fundamentowanie, wyniki analiz statycznych i dynamicznych (FEM), opracowania dokumentacji projektowej i inne. Dwukierunkowa dostępność do bazy danych jest

<sup>2)</sup> Patrz np.: [https://www.nextarchitects.com/en/projects/lucky\\_knot](https://www.nextarchitects.com/en/projects/lucky_knot)

<sup>3)</sup> Patrz np.: <http://www.boysplaynice.com/lavka-pres-dretovicky-potok-aoc-architekti/>

<sup>1)</sup> The University of Cape Town's (UCT)



Rys. 3. Wizualizacja konstrukcji kładki za pomocą modelu cyfrowego oglądane z różnych kierunków

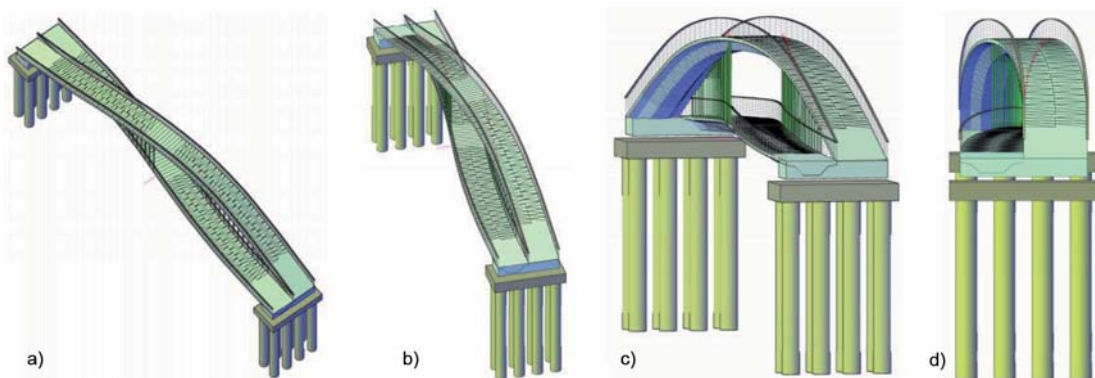


Tabela 1. Ekstremalne wartości naprężeń zredukowanych w elementach kładki oraz ekstremalne przemieszczenia od obciążenia normowego

Element	Ekstremum	$\sigma_{zred.}$ [MPa]	$u_x$	$u_y$	$u_z$
			[mm]		
Pomost dolny	min	14,0	1	-6	-66
	max	293,0	45	17	2
Pomost górny	min	8,0	-5	-4	-64
	max	327,0	53	16	2
Żebra pomost dolny	min	72,0	1	-6	-66
	max	234,0	44	16	2
Żebra pomost górny	min	64,0	-5	-4	-63
	max	191,0	53	16	3
Poprzecznice podporowe	min	5,0	-7	-3	-4
	max	332,0	56	3	3

możliwa dzięki autorskim procedurom obsługującym archiwizowanie, aktualizację i tworzenie nowych danych. Jest to w zminiaturyzowaniu forma BIM, która zmienia tradycyjne projektowanie przez tworzenie spójnych faz projektowania i pomijanie zbędnych informacji.

Kładka była projektowana przy zastosowaniu obciążeń według normy PN-EN 1991-2 [1], w której kładki dla pieszych podlegają obciążeniom statycznym LM4. Przy czym obciążenie tłumem pieszych równe  $q_{tk} = 5,0 \text{ kN/m}^2$  zawiera w sobie przewyższenie dynamiczne. Jednakże uwzględniając współczesny stan wiedzy, podczas projektowania kładki analizowano w podstawowym zakresie odpowiedzi dynamiczne kładki oraz stosowano analizę modalną, która pozwala oszacować sztywność dynamiczną konstrukcji, a dokładniej jej podatność na typowe wzbudzenia od przeciętne-go ruchu pieszych.

Antysymetria kładki budziła niepokój o znaczący wpływ skręcania. W trakcie prac projektowych zespołu mostowego sprawdzono stany graniczne użyteczności i nośności z uwzględ-

nieniem wszystkich obciążeń i oddziaływań. W wyniku analiz skorygowano sztywność wewnętrznych żebier poprzecznych i liczby wieszaków łączących górny i dolny dźwigar. Przyjęte na wstępie wymiary skrajnych węzłów łączących dźwigary nie uległy zmianom.

W tabeli 1 zamieszczono stany ekstremalne poprzez wartości naprężeń zredukowanych wg hipotezy Hubera oraz przemieszczenia. Stosując reguły z normy PN-EN 1993-1-1 [2] naprężenia graniczne przyjęto zgodnie ze wzorem:

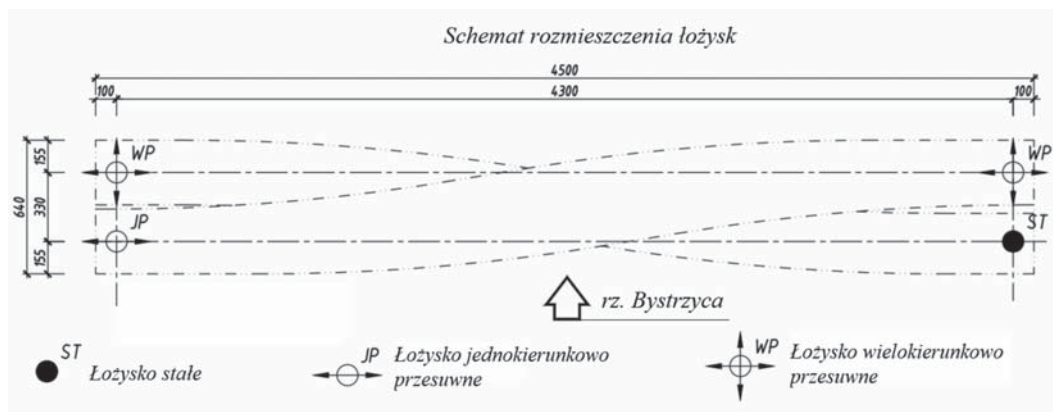
$$f_{sd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{355}{1,0} = 355 \text{ MPa} \quad (1)$$

Maksymalne naprężenie występuję w poprzecznicach podporowych, przy czym zapas nośności stali wynosi:

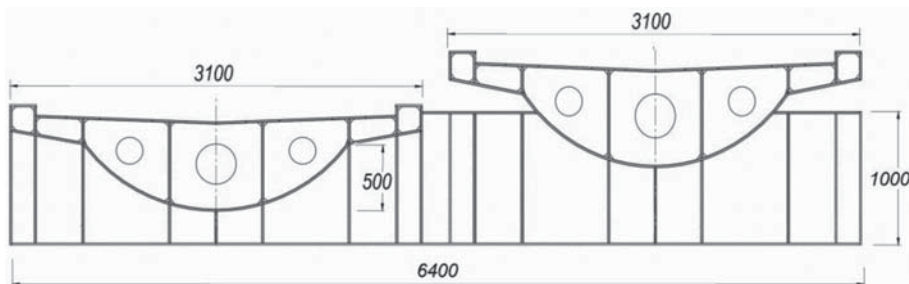
$$\delta = \frac{355 - 332}{355} = 0,065 \rightarrow 6,5\% \quad (2)$$

W przyjętym kartezjańskim układzie odniesienia oś  $x$  odpowiada osi podłużnej kładki zaś oś  $z$  to kierunek pionowy. Maksymalne przemieszczenie wzdłuż osi mostu wynosi  $u_{x \text{ extr.}} = \{-7; 56\}$  mm, natomiast w kierunku poprzecznym do osi kładki przemieszczenie jest w granicach  $u_{y \text{ extr.}} = \{-3; 3\}$  mm.

W projekcie wykonawczym zaproponowano zastosowanie łożysk stalowych, jednakże w czasie budowy wprowadzono zmianę i zamontowano łożyska elastomerowe. Biorąc pod uwagę konieczność zapewnienia swobody przesunięć wzdłużnych i poprzecznych zaprojektowano układ łożysk kładki umożliwiający ruch ograniczany jedynie odkształceniami postaciowymi w łożyskach (rys. 4).



Rys. 4. Łożyskowanie kładki



Rys. 5. Przekrój poprzeczny dźwigarów przy podporze

Maksymalne ugięcia pomostów kładki od charakterystycznych obciążeń normowych wynoszą: pomost dolny  $u_{zd} = 42,3$  mm oraz pomost górny  $u_{zg} = 39,9$  mm. Nie ma jednoznacznych wskazań co do granicznych ugięć mostów łukowych. W omawianym przypadku można zastosować analogię przyjmując, że dźwigar dolny jest w przybliżeniu mostem stalowym obustronnie utwierdzonym. Część przęsłowa przyjętej konstrukcji stanowi  $\sim 52\%$  rozpiętości i wynosi:

$$L' = 0,52L = 0,52 \cdot 45,0 \text{ m} = 23,4 \text{ m} \quad (3)$$

Korzystając z normy PN-82/S-10052 [3] znajdujemy wartość graniczną ugięcia:

$$u_{Lim} = \frac{L'}{500} = 0,0468 \text{ m} > u_{zd} = 42,3 \text{ mm} \quad (4)$$

W przypadku ciężarów stałych (konstrukcyjnych i usuwalnych) uwzględniono, że dźwigar pomostu dolnego jest z wyniesieniem wykonawczym o wartości  $f^{-1} = 0,54$  m.

Kształt dźwigarów w przekroju poprzecznym wynika z koncepcji architektonicznej kładki. Na rysunku 5 przedstawiono przekrój poprzeczny dźwigarów kładki w sąsiedztwie węzła podporowego, który stanowi sztywna skrzyniowa poprzecznicą skrajną.

Przekroje obu dźwigarów odbiegają od typowych przekrojów ustrojów nośnych przęseł mostowych. Wytrzymałościowo podstawowy, centralny fragment dźwigara jest pół-cylindryczny z krótkimi wspornikami. Relatywnie niewielkie wymiary, równomierne obciążenia i zastosowana blacha stalowa o grubości 16 mm sprawiają, że mamy tu dźwigary quasi-ortotropowe, bez stosowania drobnych żeber w blachach pomostów.

## Stadium projektowania – analiza modalna

Innowacyjny kształt kładki wymagał poszerzenia projektowania poza wymogi określone normą [1] przez dodatkową analizę modalną, która dawała wiedzę o podatności dynamicznej kładki. Nie było to specjalnie kłopotliwe, gdyż przestrzenny model MES kładki już istniał. W rezultacie wyznaczono mody i odpowiadające im częstotliwości drgań własnych. Na rysunku 6 zamieszczono część rezultatów analizy modalnej w formie kolejnych powiązanych obrazów.

Wyznaczamy wartość proporcji wartości częstości poprzecznej do wartości częstości giętnej:

$$\frac{f_{q,T}}{f_{2,v}} = \frac{2,92}{3,24} \approx 0,707 < 1,2 \quad (5)$$

Co można interpretować tak, że kładka jest wrażliwa na skrętne postacie drgań [1].

## Komfort użytkowania kładki dla pieszych

Zgodnie z rozporządzeniem [4] kładki dla pieszych powinna charakteryzować minimalna wartość częstotliwości drgań własnych  $n > 3$  Hz. Jednocześnie w rozporządzeniu, zapisano, że drgania

nie powinny być nadmiernie dokuczliwe dla użytkowników i powodować uszkodzeń konstrukcji.

Nadmierna dokuczliwość drgań jest objęta terminem *komfort użytkowników kładek*, który został zdefiniowany w załączniku A2 normy [5] jako *maksymalne akceptowalne wartości przyspieszenia dla każdego z elementów pomostu*:

- $a_v < 0,7 \text{ m/s}^2$  – przy drganiach pionowych,
- $a_h < 0,2 \text{ m/s}^2$  – do drgań poziomych w warunkach normalnego użytkowania oraz
- $a_h < 0,4 \text{ m/s}^2$  – do drgań poziomych w przypadkach gęstego tłumy pieszych.

Należy nadmienić, że w innych, ale analogicznych, dokumentach technicznych stosuje się zamiennie oznaczenie  $f_h \rightarrow f_{h,T}$ , gdzie  $f_{h,T}$  oznacza częstotliwości drgań poziomych/ bocznych i drgań skrętnych (*Torsional*).

Także w normie [5] podane są graniczne wartości pierwszych częstotliwości drgań własnych:

- jeśli  $f_v \geq 5 \text{ Hz}$  i  $f_h \geq 2,5 \text{ Hz}$ ,

to zakłada się, że spełnione są kryteria komfortu.

W projekcie normy [5], poza wymienionymi powyżej warunkami komfortu, znajdujemy alternatywne warunki w formie przedziałów występowania wartości częstotliwości drgań własnych [6], przy czym założono tam, że sytuacje projektowe odpowiadają normalnemu chodowi pieszych, któremu odpowiada częstotliwość pionowych drgań wzbudzających równa około 2 Hz. Oto wskazania co do konieczności lub pominięcia analizy komfortu dla pieszych na kładkach według projektu normy [6]:

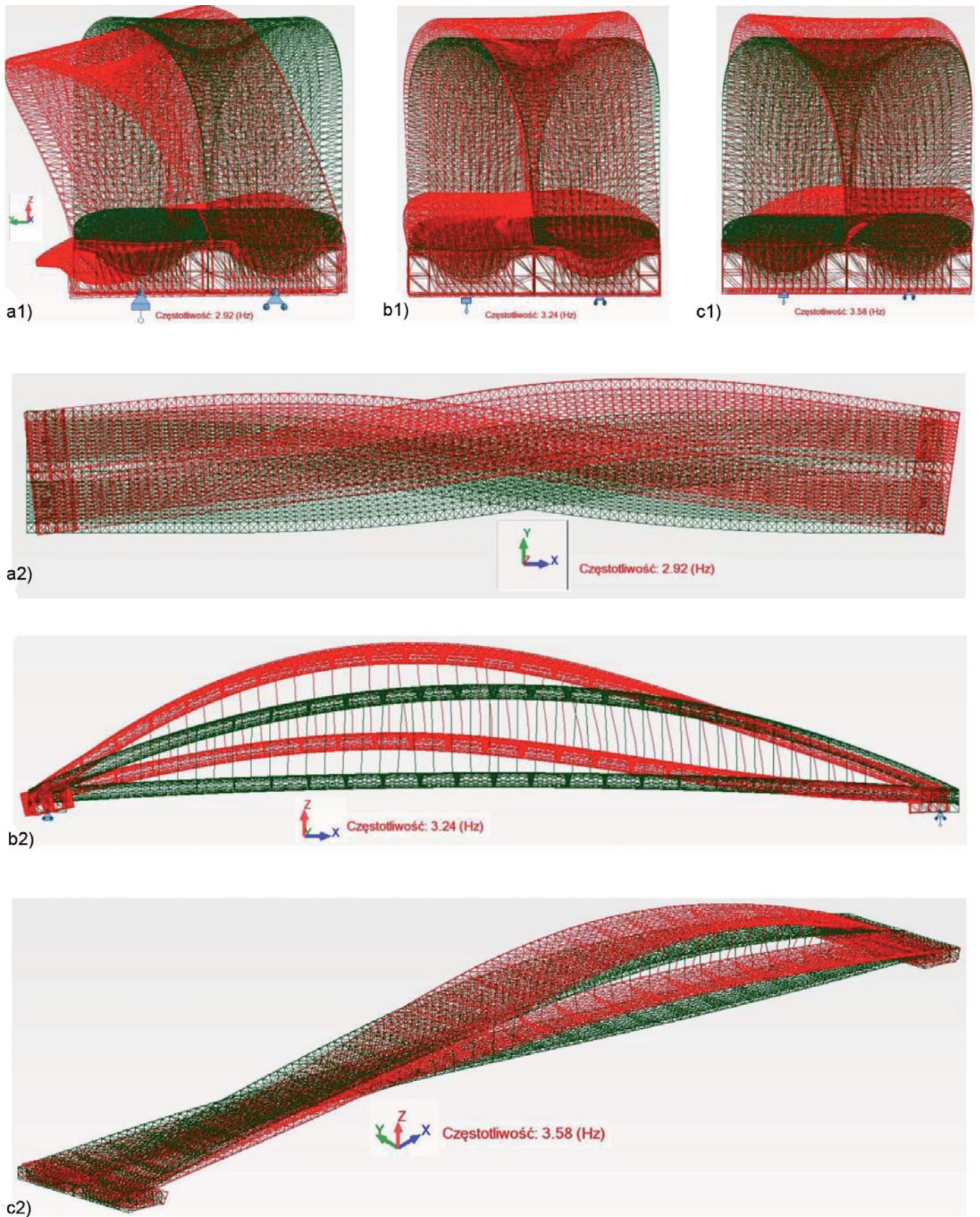
- jeśli  $3 \text{ Hz} < f_v < 5 \text{ Hz}$  oraz  $1,5 \text{ Hz} < f_h < 2,5 \text{ Hz}$  to sprawdzenie warunków komfortu można określić dla konkretnego projektu;
- jeśli  $f_v < 3 \text{ Hz}$  i  $f_h < 1,5 \text{ Hz}$  to należy przeprowadzić weryfikację kryteriów komfortu pieszych.

Zatem w dwóch podstawowych dokumentach technicznych obowiązujących w Polsce mamy rozbieżność granicznych wartości klasyfikujących.

Uzyskane wyniki z analizy modalnej kładki dla pieszych w Parku Ludowym, przy ścisłej interpretacji dokumentów [4–5] nie są zadowalające i w konsekwencji zaistniała niezgodność musi być rozstrzygnięta podczas próbnych obciążeń dynamicznych kładki, które mogą być traktowane jako badania diagnostyczne.

O ile w rozporządzeniu [4] zamieszczono informację o konieczności rozpoznania amplitud przemieszczeń drgającej kładki, to w normie [5] nie ma żadnych wskazań co do ta-





Rys. 6. Pierwsze 3 mody i odpowiadające im częstotliwości drgań własnych kładki: a1) i a2) pierwsza harmonika, pierwsza moda – dominacja przesunięć poziomych przy częstotliwości drgań własnych  $f_{1T} = 2,92$  Hz; b1) i b2) pierwsza harmonika, druga moda giętna pionowa przy  $f_{2v} = 3,24$  Hz; c1) i c2) druga harmonika, trzecia moda giętna pionowa przy  $f_{3v} = 3,58$  Hz.

kich kryteriów. Dodajmy, że podczas częściowej nowelizacji rozporządzenia [4] rozporządzeniem [7], kwestię komfortu pieszych pozostawiono bez zmian.

Nie jest to tylko polski problem. W literaturze przedmiotu tylko w rzadka można przeczytać o próbie ilościowego zdefiniowania relacji (6):

$$\begin{aligned} &(\text{częstotliwość wymuszenia}) \sim (\text{amplitudy} \\ &\text{przyspieszeń}) \sim (\text{amplitudy przemieszczeń}) \end{aligned} \quad (6)$$

Nie kwestionując znaczenia ryzyka wystąpienia niestabilności rezonansowej oraz odczuwalności przyspieszeń elementów konstrukcji, to dla użytkownika kładki i jej projektanta amplitudy przemieszczeń i powstające interakcje *użytkownik – konstrukcja* mogą mieć podstawowe znaczenie. Jedną z prób kształtowania relacji (6) w przypadku kładek dla pieszych można znaleźć w artykułach [8] i [9]. W tabeli 2 zamieszczono wyniki, które w pracy [10] zostały ujęte w sposób opisowy.

Tabela 2. Zestawienie: wymuszenie – przyspieszenie – przemieszczenie – prędkość

Wymuszenie [Hz]	Przyspieszenie [m/s <sup>2</sup> ]	Przemieszczenie [mm]	Prędkość [m/s]
2,0	0,5	3,2	0,04
	1,0	6,3	0,08
1,0	0,5	12,7	0,05
	1,0	25,3	0,16

W pracy [10] przyjęto, że przeciętny chód piechura odpowiada częstotliwości  $f_v = 2,0$  Hz co powoduje przyspieszenia  $a_v = 0,5\text{--}0,8$  m/s<sup>2</sup>. Analogiczne zestawienie, ale w przypadku kładki wiszącej nad łabą w Čelákovicach można znaleźć w pracy [11].

Całkowanie numeryczne amplitud przyspieszeń może być słabo uwarunkowane ze względu na konieczne właściwe modelowanie rzeczywistych warunków brzegowo-początkowych. W sposób pewny, tę charakterystykę można ustalić podczas pomiarów in-situ.

Dodatkowym problemem analityczno-numerycznym jest przyjęcie oddziaływania pieszych na konstrukcję. Najłatwiej jest analizować kładkę obciążoną pojedynczym pieszym, jednakże to nie daje pełnego zakresu odpowiedzi dynamicznej kładki. Zwiększanie liczby pieszych w modelu obciążenia na kładce może prowadzić do efektów zgodnych z wynikami diagnostycznymi, jednakże takie podejście rozmywa klarowność umownego modelu obliczeniowego obciążenia diagnostycznego, np. [11].

Tabela 3. Klasy gęstości ruchu pieszych na kładce [12–14]

	Gęstość tłumienia [P/m <sup>2</sup> ] (*)	Opis ruchu na kładce
Klasa I	~ 0,1	bardzo słaby ruch
Klasa II	0,2	słaby ruch, wygodny i swobodny
Klasa III	0,5	gęsty, nieskrępowany ruch
Klasa IV	1,0	bardzo gęsty ruch, swoboda ruchu ograniczona
Klasa V	1,5	wyjątkowo gęsty ruch, wymuszone tempo ruchu

(\*) P – liczba osób (*ang. persons*) na kładce

W zakresie definiowania komfortu użytkowników kładek dla pieszych wyróżnia się pięć klas ruchu lub gęstości ruchu pieszych (tab. 3).

Liczba uczestników ruchu na kładce ma swoją egzemplifikację w przypadku kładki Millennium w Londynie w dniu jej otwarcia. Sądząc po zdjęciach i filmach zamieszczonych w publikatorach społecznościowych, liczba uczestników ruchu odpowiadała Klasie III, na dodatek wiadomo [8], że częstotliwość drgań poziomych była poniżej wartości granicznej. Tak więc mimo spełnienia formalnych kryteriów komfortu wystąpiło zjawisko powodujące zagrożenie bezpieczeństwa konstrukcji i bezpieczeństwa uczestników ruchu. Jak wiadomo, kładkę Millennium zamknięto nazajutrz po otwarciu na 2 lata, w czasie których mający miejsce stan awaryjny zidentyfikowano jako *lock-in*. Zjawisko *lock-in* jest jednym z podstawowych zadań mechaniki płynów. W przypadku mostów można je definiować następująco [8]:

*Pewna krytyczna liczba pieszych na kładce może powodować amplitudy przyspieszeń poziomych wystarczające do powstania interakcji pieszy – konstrukcja, jest to moment inicjujący trwałą niestabilność spowodowany reakcją przyspieszeniową konstrukcji, która wzrasta nagle.*

*Lock-in* dotyczy wzbudzeń poprzecznych/bocznych, na które uczestnicy ruchu na kładce intuicyjnie reagują przesuwając swe środki ciężkości zgodnie z przesunięciami pomostu, przez co zwiększają ryzyko rezonansu konstrukcji sprzężonej z aktywnym tłumem. W przypadku drgań pionowych pieszy reagując zmiennym naciskiem sprawiając, że analogiczne wzbudzenie typu *lock-in* nie występuje, [12]. Ryzyko wyzwalania amplitudy poprzecznych przyspieszeń 0,1 m/s<sup>2</sup> można oszacować przedziałem:

$$0,8 \leq \frac{f_i}{f_{sm}} \leq 1,2 \text{ Hz}, \quad (7)$$

gdzie  $f_i$  – to poprzeczna naturalna częstotliwość,  $f_{sm}$  – jest średnią częstotliwością chodu pieszych.

Innym oszacowaniem wzbudzenia *lock-in* jest oszacowanie w funkcji przyspieszeń:

$$0,1 \text{ m/s}^2 < a_{lock-in} < 0,15 \text{ m/s}^2 \quad (8)$$

Przyjmuje się, że obie formuły prawidłowo szacują wyzwalanie amplitud poprzecznych *lock-in* [12].

W praktyce często stosowane są odwołania do opracowań mocno osadzonych w zakresie eksperymentów i obciążeń próbnych. W pracach [10], [11], [12] znajdujemy alternatywne parametry komfortu użytkowników kładek. Przy czym komfort użytkowników kładki dla pieszych ma rozszerzoną definicję. W szczególności wyróżniono klasy komfortu (tab. 4).

Dodatkową miarą komfortu kładek stalowych są przedziały współczynnika tłumienia [12], [14]:

$$\zeta = \frac{\delta}{2\pi}, \quad \zeta_{\min} = 0,002 (0,2\%), \quad \zeta_{\text{average}} = 0,004 (0,4\%) \quad (9)$$

gdzie  $\delta$  jest logarytmicznym dekrementem tłumienia.



Tabela 4. Klasy komfortu użytkowników w zależności od przyspieszeń [12]

	Stopień komfortu	$a_v$ [m/s <sup>2</sup> ]	$a_h$ [m/s <sup>2</sup> ]	Opis
Klasa 1	Maksymalny	< 0,5	< 0,1	przyspieszenia jakim podlega konstrukcja, są praktycznie niezauważalne dla użytkowników
Klasa 2	Średni	0,5 – 1,0	0,1 – 0,3	przyspieszenia, są zaledwie odczuwalne
Klasa 3	Minimalny	1,0 – 2,5	0,3 – 0,8	pojawia się przy rzadko występujących konfiguracjach obciążenia, przyspieszenia konstrukcji są odczuwalne
Klasa 4	Dyskomfort	> 2,5	> 0,8	nieakceptowany dyskomfort

Częstotliwość drgań własnych konstrukcji wyznacza się przez zastosowanie szybkiej transformacji Fouriera (FFT) do zakresu tłumionych amplitud przyspieszeń swobodnych. W rezultacie otrzymujemy wartości częstotliwości, które jeśli wystąpią podczas wymuszenia mogą spowodować niestabilność konstrukcji. Poniżej w tabeli 5, zamieszczono przedziały istnienia ryzyka wystąpienia niestabilności w przypadku drgań giętych pionowych. Należy nadmienić, że w różnych pracach pojawiają się oszacowania przedziałów niestabilności z niewielkimi odchyleniami od tych w tabeli 5.

Tabela 5. Wartości częstotliwości określające wystąpienia ryzyka rezonansu od drgań pionowych [9], [10]

Źródło	$f_v$ [Hz]
Eurocode 2	1,6 – 2,4 lub 2,5 – 5,0
Eurocode 5	0 – 5,0
BS 5400	< 5,0
Przepisy japońskie	< 5,0
ISO/DIS 10137	1,7 – 2,3
CEB 209 Bulletin	1,65 – 2,35
Bachmann	1,6 – 2,4

W artykule [14] zamieszczono tabelaryczne zestawienie, które jest uzupełnieniem tabeli 6 przez dodatkowe przypisanie przedziałów częstotliwości do kolejnych harmonik.

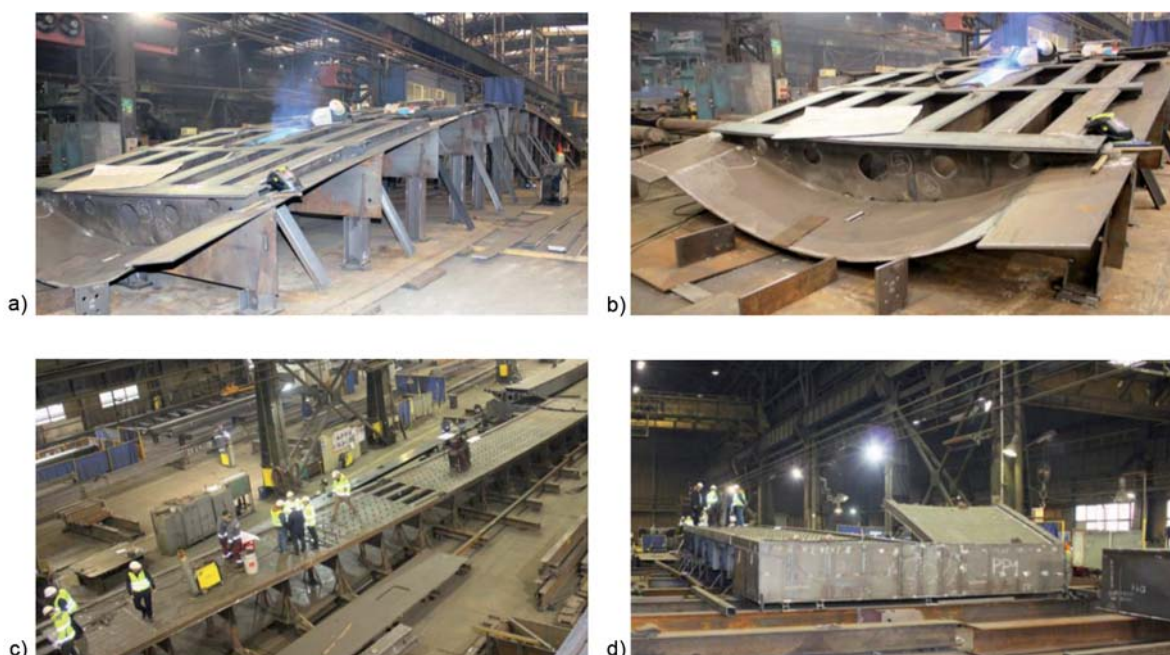
Tabela 6. Przedziały częstotliwości krytycznych w funkcji harmonik [14]

Kierunek	Harmonika	$f$ [Hz]
Pionowy	1	1,25 – 2,3
Pionowy	2	2,50 – 4,6
Poprzeczny	1	0,50 – 1,2

Zagadnienia komfortu użytkowników ruchu są w stałym rozwoju poznawczym, jednocześnie w dalszym ciągu występują zakresy niejednoznaczne interpretacyjnie. Spośród polskich prac należy przywołać artykuł [15], w którym autor przedstawił własną koncepcję definiowania komfortu pieszych. Między innymi wyróżnił klasę kładek, które mogą być stosowane na terenach sportowych, co odpowiadałoby modelom obciążeń wandalistycznych. Ostatnio autorka pracy [16] opublikowała kompendium badań dynamicznych ustrojów nośnych kładek wraz z przykładami rezultatów badań wybranych kładek dla pieszych [16].

## Montaż próbny kładki

Ważnym sprawdzianem poprawności projektu technicznego był próbny montaż kładki u jej wytwórcy, w Hucie Pokój. Przetarg na budowę kładki dla pieszych oraz przebudowę alejek w Parku Ludowym wygrał Budimex SA. Kierowanie budową powierzono ludziom o dużym doświadczeniu wykonawczym. Kierownikiem kontraktu był Piotr Tomaszewski, podczas gdy kierownikiem budowy był Konrad Matyszczak. Projekt drogowy alejek i placów w Parku Ludowym sporządził Grzegorz Zieliński.



Fot. 1. Próbné scalenie dolnego dźwigara kładki w wytwórni: a) podparcie tymczasowe do kształtowania dźwigara dolnego; b) widok na przekrój poprzeczny; c) widok po zamontowaniu blach pomostu; d) poprzecznicą skrajną



Równoległe z pracami fundamentowymi kładki trwało przygotowanie konstrukcji stalowej, która została wstępnie zmontowana w Hucie Pokój. W dniu 23.03.2020 r. przeprowadzono montażowe scalanie konstrukcji mostowej, które było pierwszą praktyczną weryfikacją prac projektowych, (fot. 1). Właśnie podczas tego montażu została potwierdzona poprawność projektu wykonawczego. Alternatywnie był to ostatni moment na wprowadzenie koniecznych korekt. Już w hucie sygnalizowano, że oryginalność konstrukcji może budzić negatywne emocje w trakcie jej budowy, jednakże uczestnictwo w przygotowaniu ciekawego mostu niwelowało trudności, tym bardziej że projekt był dobrze przygotowany.

## Montaż kładki na placu budowy

Ze względu na relatywnie niewielkie wymiary kładki zdecydowano o tradycyjnej metodzie montażu przez ustawienie elementów kładki na podporach tymczasowych (fot. 2). Jednakże w przypadku konstrukcji „podwójnej”, tutaj składającej się z dwóch współpracujących poprzecznie i wzdłużnie dźwigarów, montaż wymagał dodatkowych przeliczeń powstających deformacji każdego z głównych elementów z osobna, a następnie wyliczenie deformacji podczas ich spinania wieszakami pionowymi.

Konstrukcja stalowa została zabezpieczona przeciwkorozyjnie powłokami malarskimi o kolorze srebrno-szarym.



a)



b)



c)



d)

Fot. 2. Montaż i scalanie kładki na przyczółkach: a) i b) zewnętrzne podpory tymczasowe, zmontowany pomost dolny i montaż pomostu górnego; c) węzeł podporowy; d) stabilizacja szczeliny technologicznej do wykonania spawu czołowego



a)



b)

Fot. 3. Kładka po scaleniu z balustradami tymczasowymi (19.06.2020 r.): a) widok na pomost dolny; b) podpórki pod stopnie na pomoście górnym



a)



b)

Fot. 4. Zakończenie prac budowlanych (14.11.2020): a) widok kładki od strony parku; b) drewniane pomosty i szklane balustrady



W czasie silnego nasłonecznienia w obrazie kładki dominuje barwa srebrna. Jak można dostrzec na fotografii 3, do pomostów dospawano podpórki stalowe do montażu bali drewnianych pokładów pomostów. W miejscach spawów, przewidzianych do wykonania na budowie, pozostawiono niezabezpieczone powierzchnie stali (fot. 2d).

Po zakończeniu montażu samej konstrukcji stalowej, jej interesujący odbiór estetyczny współtworzyły podpórki stalowe do mocowania nawierzchni drewnianej. Zastosowane wypełnienia balustrad tymczasowych z półprzezroczystych zielonych tkanin dodatkowo stworzyły zaskakująco plastyczny obraz dopełniający surrealistyczną całość (fot. 3).

Systematycznie, zgodnie z planem, następowały kolejne etapy montażu kładki. Pojawiły się balustrady ze szkła hartowanego i pokłady pomostów. Kładka i jej otoczenie przybierały końcową formę (fot. 4).

## Próbna iluminacja kładki

Ostatnim elementem odbiorczym wyposażenia kładki była jej iluminacja. Zaprojektowano oświetlenie przewodami ledowymi o zmiennej barwie w zakresie 4 kolorów (fot. 5). Pomost dolny jest dodatkowo oświetlany zwykłym światłem z góry przez rząd lamp podwieszonych do spodu dźwigara górnego. Poza oświetleniem nawierzchni chodników, oświetlenie ma zapewniać stan bezpieczeństwa uczestników ruchu publicznego wraz z ciągłym monitoringiem kładki i całego obszaru parkowego.

Próbna iluminacja i jednocześnie odbiór systemu oświetlenia miał charakter uroczysty, w którym uczestniczyli prezydenci miasta Lublin, dziennikarze oraz uczestnicy procesu budowlanego.

## Próbne obciążenie dynamiczne

W zakresie dokumentów budowy nie przewidziano badań próbnych kładki. Inwestor nie skorzystał ze swoich uprawnień do poszerzenia zakresu odbioru o takie badania. Jednakże, innowacyjny kształt kładki, jedno przęsło o rozpiętości teoretycznej  $L_t = 43$  m wymagały praktycznego zweryfikowania sztywności i odpowiedzi dynamicznej kładki. Na skutek zaangażowania KDIM PL i bezpośrednich

rozmów z władzami miasta, zastępca prezydenta miasta Lublin (absolwent PL) Artur Szymczyk zdecydował, że będą przeprowadzone dynamiczne obciążenia próbne. Badania dynamiczne przeprowadził zespół badaczy utworzony w ramach konsorcjum *Atest – Politechnika Lubelska*.

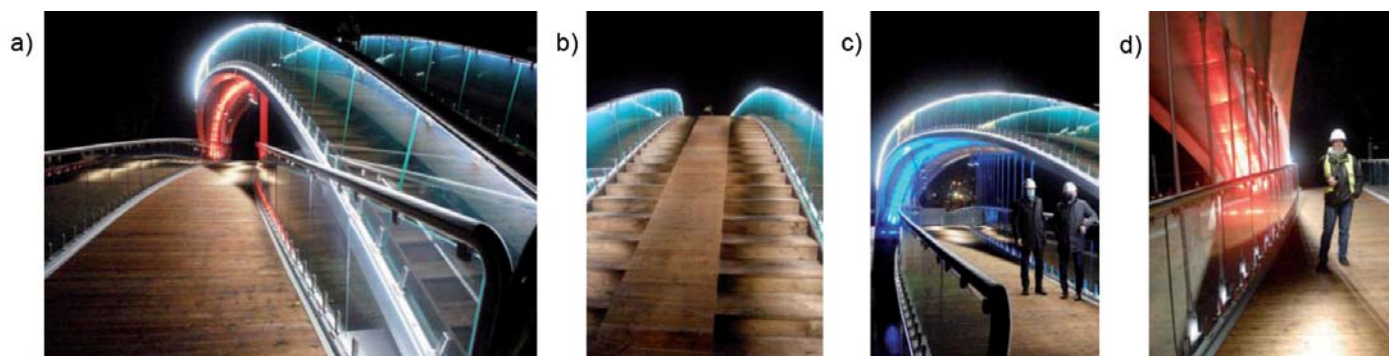
Do projektu próbnego obciążenia wykonano model cyfrowy kładki z uwzględnieniem wprowadzonych zmian w końcowej fazie projektowania obiektu. Uzyskane wyniki teoretyczne różniły się od tych otrzymanych na etapie projektowania, chociaż w niewielkich zakresach. W wyniku przeprowadzonej analizy modalnej otrzymano 10 częstotliwości drgań własnych, a ich wartości zamieszczono w tabeli 7.

Tabela 7. Teoretyczne wartości drgań własnych wyznaczone w projekcie próbnego obciążenia

Przypadek	Częstotliwość [Hz]	Okres [sek]
1	2,80	0,36
2	3,15	0,32
3	3,57	0,28
4	5,46	0,18
5	7,15	0,14
6	9,66	0,10
7	11,62	0,09
8	12,52	0,08
9	14,94	0,07
10	15,66	0,06

Tym razem pomija się prezentację modów odpowiadających poszczególnym wartościom z tabeli 7.

Czas pandemii odcisnął również piętno na badaniach dynamicznych. W projekcie próbnego obciążenia założono, że obciążenia będą w podstawowym zakresie realizowane przez 12 osób. Brak studentów na uczelniach sprawił, że trudno było skompletować dwunastoosobową grupę. Dzięki pomocy udzielonej przez wykonawcę obiektu, udało się po krótkim instruktarzu utworzyć dwunastoosobowy zespół, który wywoływał zaplanowane wymuszenia dynamiczne kładki. Przeprowadzono 21 testów, na pomoście dźwigara górnego i dolnego. Grupa dwunastu osób realizowała kolejno: przejścia swobodne, bieg, sprint, marsz zsynchronizowany. W miejscach  $\frac{1}{4} L_t$ ,  $\frac{3}{4} L_t$  oraz  $\frac{1}{2} L_t$  grupa dwunasto-



Fot. 5. Próbna iluminacja kładki



Fot. 6. Próbné obciążenie dynamiczne: a) i b) umiejscowienie akcelerometrów; c) sprint sześciu osób; d) rejestracja odczytów

osobowa wykonywała podskoki i półprzysiady. Dwukrotnie, w obu kierunkach, na kładce wykonano sprint grupy 6 osób, zakładając, że jest to forma obciążenia wandalistycznego.

Czujniki pomiarowe zamontowano w miejscach uznawanych za najbardziej wrażliwe na wzbudzenie drgań, czyli w miejscach  $\frac{1}{4} L_t$ ,  $\frac{3}{4} L_t$  oraz  $\frac{1}{2} L_t$ . Do pomiaru przemieszczeń zastosowano elektroniczne czujniki przemieszczeń (ugięcia przęsła). Do pomiaru przyspieszeń punktów konstrukcji pod próbnym obciążeniem dynamicznym zastosowano akcelerometry trójosiowe i jednoosiowe montowane bezpośrednio do stalowego ustroju nośnego. Zastosowana aparatura umożliwiła rejestrację z częstotliwością próbkowania wynoszącą min 500 Hz.

Podczas kalibracji przyrządów pomiarowych rozpoznano wstępnie, że podstawowa częstotliwość drgań konstrukcji jest w przybliżeniu równa 3 Hz. Zdjęcia obrazujące wykonanie niektórych elementów badań dynamicznych przedstawiono na fotografii 6.

Ekstrema na kierunku pionowym wystąpiły w  $\frac{1}{4} L_t$  podczas półprzysiadów niesymetrycznych grupy dwunastu osób i odpowiednio wyniosły:

- przemieszczenia pionowe – 2,01 mm,
- przyspieszenia pionowe – 1,0 m/s<sup>2</sup>.

Maksymalne przyspieszenia poziome dźwigara dolnego wyniosły 0,43 m/s<sup>2</sup> podczas próby polegającej na synchronicznych podskokach grupy 12 osób znajdujących się w środku rozpiętości pomostu dolnego.

Kryterium komfortu określone w normie [5] wymaga by przyspieszenia drgań nie przekraczały wartości 0,7 m/s<sup>2</sup> w kierunku pionowym i 0,2 m/s<sup>2</sup> w kierunku poziomym. W przypadku testów mających charakter wandalistyczny uzyskane rezultaty pomiarów tylko w kilku przypadkach okazały się większe.

Komentując zidentyfikowane incydentalne przekroczenia skorzystamy z tabeli 3 [12]. W przypadku przyspieszeń pionowych równych 1,0 m/s<sup>2</sup> odczytujemy, że komfort jest określony na przejściu między klasami komfortu średniego i minimalnego. Zważywszy na incydentalność wystąpienia obciążeń wandalistycznych uznaje się, że zdiagnozowany stan mieści się w granicach pozytywnej oceny. Wartość przyspieszeń poziomych 0,43 m/s<sup>2</sup> niemal dwukrotnie przekracza kryterium z normy [5]. Stosując tabelę 3 z [12] stwierdzamy, że taki stan jest w około 20% zakresu komfortu

minimalnego, jego wystąpienie będzie odczuwalne, jednakże jest stanem rzadko występującym. Zatem, w omawianym przypadku można uznać, że kryterium komfortu minimalnego jest dobrze spełnione.

Wyniki badań próbných wykazały, że w normalnych warunkach użytkowania podczas chodu i biegu niezsynchronizowanego piesi nie będą odczuwać drgań konstrukcji. Przyjmując, że przeciętne warunki użytkowania kładki to przejścia swobodne i trucht, w tabeli 8, zamieszczono wyniki z obciążeń dynamicznych kładki w tych formach.

Tabela 8. Przyspieszenia od obciążeń niewandalistycznych – wymuszenie przez 12 osób

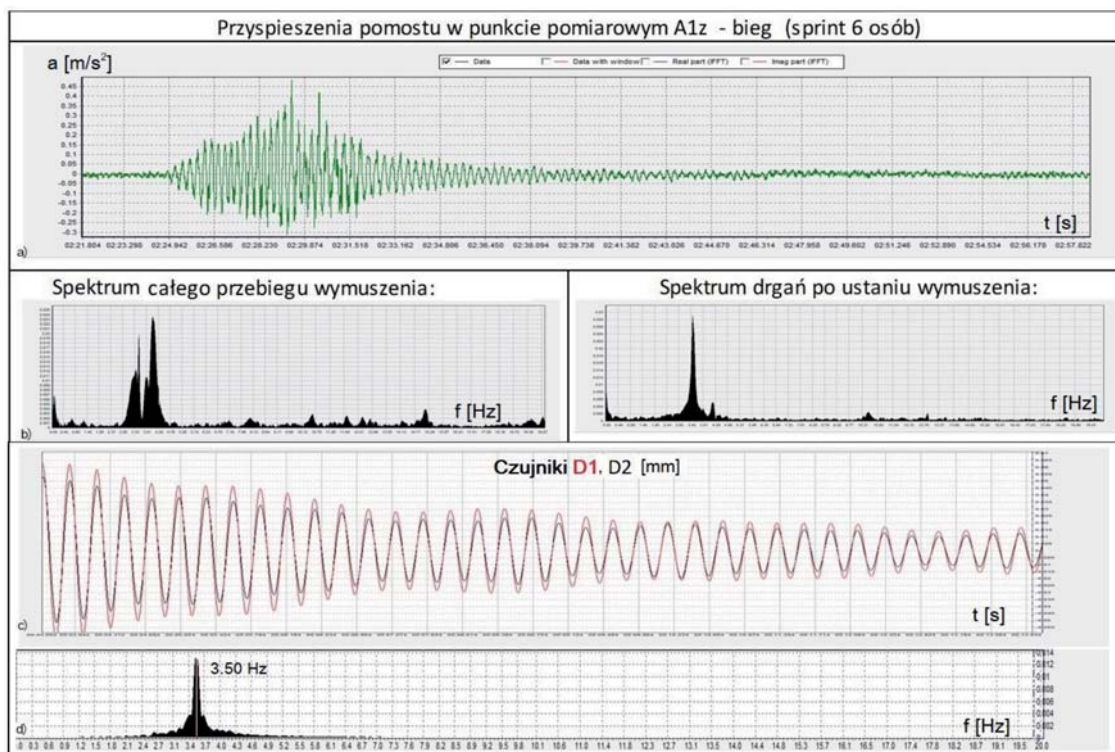
Forma obciążenia	$a_v$ [m/s <sup>2</sup> ]		$a_h$ [m/s <sup>2</sup> ]		$a_{v-max}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$a_{h-max}$ [m/s <sup>2</sup> ]
Przejście swobodne	0,08	0,09	0,05	0,05	0,09	0,06
	0,06	0,09	0,05	0,06		
Trucht	0,10	0,27	0,09	0,08	0,30	0,09
	0,15	0,30	0,09	0,08		

Zamieszczone w tabeli 8 wyniki wskazują, że kryteria komfortu wg [5] są spełnione. Analizując wyniki prób dynamicznych skupiono się na występujących dominujących częstotliwościach drgań swobodnych. Przy czym, analizowane są jednocześnie wartości teoretyczne otrzymane z analizy modalnej i wartości pomierzone podczas próbnego obciążenia dynamicznego. Analizę drgań przeprowadzono przez zastosowania szybkiej transformaty Fouriera (FFT).

Tabela 9. Wyznaczone doświadczalnie charakterystyki drgań kładki

Postać drgań	Częstotliwość drgań swobodnych [Hz]	Współczynnik tłumienia [1]
	$f_{1,v} = 3,50$ Hz	0,0081
	$f_{2,h} = 5,60$ Hz	0,0098
	$f_{3,T} = 10,60$ Hz	0,0068





Rys. 7. Analiza drgań, częstotliwość zidentyfikowana podczas badań 3,5 Hz: a) amplituda przyspieszeń; b) spektrum amplitudy przyspieszeń; c) amplituda przemieszczeń, drgania swobodne tłumione; d) spektrum amplitudy przemieszczeń

Na podstawie wyników próby dynamicznej zidentyfikowano trzy dominujące częstotliwości drgań swobodnych konstrukcji (tab. 9), tj.:

3,5 Hz; 5,6 Hz; 10,6 Hz.

które w przybliżeniu odpowiadają drganiom teoretycznym z modelu numerycznego (tab. 7):

3,58 Hz; 5,46 Hz; 11,62 Hz.

W tabeli 9 zamieszczono wartości trzech pierwszych zdiagnozowanych częstotliwości drgań własnych.

W artykule zamieszcza się tylko jeden obraz analizy odpowiadający zidentyfikowanej częstości drgań swobodnych  $f_{1,v} = 3,5$  Hz (rys. 7).

Wyznaczone doświadczalnie charakterystyki dynamiczne kładki wskazują, że ryzyko wystąpienia niestabilności rezonansowej w zwykłych warunkach użytkowania nie wystąpi.

## Kanony estetyczne

Rozważmy kanony estetyczne, zasady, dotyczące mostów zaproponowane przez Zbigniewa Wasiutyńskiego w monografii *O architekturze mostów* [17]. Dla przypomnienia poniżej przytoczono zasady estetyki obiektów mostowych in extenso.

- (I) Zasada całości – wywołanie wrażenia estetycznego jest uwarunkowane dostrzegalnością wszystkich elementów formy i ich wzajemne zależności.
- (II) Zasada prostoty formy – liczba elementów w formie powinna być dostatecznie mała, aby współzależność elementów w formie była dostrzegalna.

(III) Zasada czytelności formy – aby forma mogła wywołać wrażenia estetyczne, skojarzenia jej elementów powinny być łatwo dostrzegalne.

(IV) Zasada unikania pustki – aby forma mogła wywołać wrażenie estetyczne, musi zaspokajać dążenia poznawcze obserwatora.

(V) Zasada miarowości formy – formy miarowe (równe) sprzyjają wzbudzeniu wrażeń estetycznych.

Czytelnik, który po raz pierwszy czyta/studiuje dzieło

Wasiutyńskiego może być przytłoczony wielowątkowością rozpatrywań, szczegółowością, interdyscyplinarnością a także objętością pracy. Powaga treści, zastosowana narracja i wynikające z nich stwierdzenia są trudne do podważenia. Nawet jeśli pojawi się myśl o podjęciu dyskusji o architekturze mostów to nie jest to kwestionowanie od podstaw. Z drugiej strony, gdyby ktoś sięgnął ponownie po monografię Wasiutyńskiego [18], to mógłby odczuć zawód patrząc na rysunki zawarte tam estetycznych mostów żelbetowych. Można pomyśleć, że te mosty są skrajnie proste, a zasady które opublikowano 10 lat później jeszcze nie istniały. Ale to przecież nie jest możliwe.

Szczęśliwie, w Lublinie mamy dwa zabytkowe mosty Mariana Lutosałwskiego (zaprojektowane przez biuro F. Hennebique'a w Paryżu) (fot. 7).

Pierwszy z nich z 1908 r. na Kalinowszczyźnie, wypełnia wszystkie zasady przywołane powyżej. Także autorzy niniejszego artykułu są pod wrażeniem inteligencji mechanicznej struktury, formy, współzależności etc. Jest w tym moście skromność, obowiązek i brak egzaltacji. Jednakże te wszystkie, jak miemam, wrażenia wynikają ze znajomości reguł mechaniki budowli, która tu może być egzemplifikacją *Imperatywu Kategorycznego* I. Kanta [19]. Zatem sumując – efekt jest ten sam, ale punkt widzenia jest inny. Obecny stan mostu (kładki dla pieszych) odpowiada płytkiej koncepcji trwałej ruiny, ale oby nie było gorzej.

Drugi z mostów M. Lutosałwskiego (1909), przy stosowaniu zasad estetyki – nie jest obiektem estetycznym. Przede wszystkim mamy tu zdecydowany przerost formy nad treścią, który jest rezultatem megalomanii ówczesnego



Foto 7. Mosty Mariana Lutostawskiego w Lublinie: a) most na Kalinowszczyźnie, 1908 r.; b) most w ciągu ul. Zamojskiej, 1909 r.

inwestora. Jednakże, na ogół, to ten most jest uznawany za piękny (niekoniecznie estetyczny). Żaden architekt nie dostrzega treści estetycznych mostu na Kalinowszczyźnie, ale od razu pochwali most w ciągu ulicy Zamojskiej, dokładniej, ten most skojarzy z neogotycką i neobogacką balustradą. Zatem, zasady Wasiutyńskiego niekoniecznie odpowiadają temu co się podoba, są wymagające od ferujących wyroki.

Jak w tym kontekście jawi się nowa kładka dla pieszych w Parku Ludowym? Zdaniem autorów ten obiekt, po głębszej refleksji, mieści się w zasadach. Mieści się także w regułach mechaniki budowli poprzez złożoną, ale czytelną dla specjalisty strukturę.

Wasiutyński nie mógł przewidzieć, że będzie oświetlenie ledowe, że będzie stworzona inna przestrzeń, inna miara estetyczna mostów – Foldability of Frames [20], która całkowicie odmieniła obrazy i postrzeganie mostów w świecie.

Nie każdy w kładce w Parku Ludowym dostrzeże spełnienie zasad Wasiutyńskiego. Wielu ten most się po prostu podoba, wielu chętnie tam pójdzie spędzić wolny czas, zrobić sobie na jego tle zdjęcia. To bardzo dobrze, gdyż obecnie piękno jest w stylu *Microsoft*, a nowa kładka w Lublinie jest jak z bajki. W tym czy w innym sensie estetycznym kładka mieści się w grupie najpiękniejszych mostów dla pieszych, jakie zbudowano.

Na zakończenie artykułu, ponownie piszemy, że ten obiekt powstał dzięki współpracy młodych ludzi, architektów i inżynierów mostowych.

Otwarta jest kwestia patrona kładki. W kontekście przeprowadzonych rozważań estetycznych, autorzy artykułu zgłaszają na patrona Józefa Czechowicza, poetę z Lublina, którego twórczość jest stale aktualna, nowoczesna, melodyczna oraz dostatecznie abstrakcyjna, by się nie zużyć.

#### Bibliografia

- [1] PN-EN 1991-2 Oddziaływania na konstrukcje - Część 2: Obciążenia ruchome mostów
- [2] PN-EN 1993-1-1 Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków
- [3] PN-82/S-10052 Obiekty mostowe. Konstrukcje stalowe. Projektowanie
- [4] Rozporządzenie Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej z dnia 30 maja 2000 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać drogowe obiekty inżynierskie i ich usytuowanie (Dz. U. z 2000 r., Nr 63, poz. 735, z późn. zm.)
- [5] PN-EN 1990:2004/A1 Eurokod. Podstawy projektowania konstrukcji
- [6] EN1990 – Eurocode : Basis of Structural Design – Draft prAnnex A2
- [7] Rozporządzenie Ministra Infrastruktury z dnia 1 sierpnia 2019 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać drogowe obiekty inżynierskie i ich usytuowanie (Dz.U. 2019 poz. 1642)
- [8] Kala Z. Numerical solution of suspension footbridge focusing on human comfort criteria, w *Safety and reliability of complex engineered systems: ESREL 2015*, Ed. E Zio, B Sudret, L Podofillini, B Stojadinović, W Kröger - 2015 - CRC Press.
- [9] Kala J., Hradil P., Salajka V., Jüttner V., *Dynamic-response-of-cable-stayed-steel-bridge-with-tuned-mass-damper-installed-Numerical-and-experimental-approach*, *Mosern Building Materials, Structures and Techniques*, May 19-21, 2010, Vilnius, Lithuania, p. 658-666.
- [10] SÉTRA, *Footbridges – Assessment of vibrational behavior of footbridges under pedestrian loading*. Service d'études techniques des routes et autoroutes, 2006.
- [11] Máca J., Štěpánek J., *Pedestrian load models of footbridges*, 2017 *MATEC Web of Conferences*, DOI: 10.1051/mateconf/201710700009
- [12] Heinemeyer Ch., Feldman M., *European design guide for bridge vibrations*, *Footbridge 2008*, Third international conference.
- [13] Heinemeyer C, Butz C, Keil A, Schlaich M, Goldbeck A, Trometor S, Lukic M, Chabrolin B, Lemaire A, Martin P, Cunha A, Caetano E, authors Sedlacek G, Heinemeyer C, Butz C, Geradin M, editors. *Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations*. EUR 23984 EN. Luxembourg: European Commission; 2009. JRC53442; DOI: 10.2788/33846; p. 82.
- [14] Kasparowa K., Diner D., *Human-induced vibrations on footbridges. Current codes of practice – overview*, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, p. 142-157; <https://www.researchgate.net/publication/341607554>
- [15] Hawryszuków P., *Badania z zakresu komfortu odczuwania drgań przez pieszych na kładkach*, *Inżynieria i Budownictwo*, 9/2016, s. 505-509.
- [16] Banaś A., 2020, *Ocena komfortu pieszego na kładkach*. Case study, „Builder” 08 (277). DOI: 10.5604/01.3001.0014.324.
- [17] Wasiutyński Z., *O architekturze mostów*. PAN, PWN, Warszawa 1971.
- [18] Wasiutyński Z., *Mosty betonowe*, Warszawa, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, 1962.
- [19] Tatarkiewicz W., *Historia filozofii*. T. 2. Warszawa: PWN, 1988, s. 161–184.
- [20] Calatrava S., PhD thesis: *On the foldability of space frames*, ETHZ, 1981.