

Paweł Poczekajło
Wydział Elektroniki i Informatyki
Politechnika Koszalińska
ul. JJ Śniadeckich 2, 75-453 Koszalin

Analiza metod kwantowania współczynników w potokowych filtrach rotatorowych

Słowa kluczowe: filtry potokowe, filtry rotatorowe, kwantowanie współczynników, odpowiedź impulsowa, analiza, pomiary

1. Wstęp

Cyfrowe przetwarzanie sygnałów (CPS) jest obecnie jedną z najszybciej rozwijanych dziedzin Informatyki i Elektroniki. Przyczynił się do tego m.in. duży wzrost liczby przetwarzanych cyfrowo danych. Powszechne są systemy nie tylko jedno- i dwu-wymiarowe (1D, 2D), ale również trój-wymiarowe (3D), które są stosowane powszechnie m.in. w medycynie czy analizie materiałów. Ze względu na gwałtowny wzrost ilości przetwarzanych danych, znacząco wydłużyły się również czasy przetwarzania tych sygnałów przy wykorzystaniu tradycyjnych metod (splot). Najprostszą metodą radzenia sobie z tym problemem jest stosowanie przy implementacji danego systemu platformy sprzętowej o większych możliwościach obliczeniowych. Takie rozwiązanie jest jednak obciążone dość dużymi kosztami (zwłaszcza jeśli projektanci systemów CPS chcą na bieżąco nadążyć za najnowszymi rozwiązaniami sprzętowymi). Tańszą metodą jest opracowanie i implementacja systemów realizujących założone działania CPS przy wykorzystaniu mniejszej ilości operacji lub mniej skomplikowanych obliczeń. W praktyce przekłada się to na możliwość implementacji w prostszych i tańszych układach (procesorach). Przy sprzętowej realizacji dowolnego systemu nieodzownym elementem jest skończona precyzja obliczeń i zapisu liczb. Niniejsza publikacja analizuje problem różnych metod kwantowania współczynników w wybranym systemie CPS.

2. Wybrany system CPS

W artykułach [1, 2, 3] zaprezentowano metody syntezy umożliwiające wygenerowanie optymalnych systemów CPS przy jednoczesnym poprawieniu wybranych parametrów. Przedstawione tam algorytmy pozwalają finalnie na

uzyskanie ortogonalnych systemów potokowych realizowanych za pomocą rotatorów i bloków opóźniających. Pojedynczy rotator, z algebraicznego punktu widzenia, realizuje obrót punktu wokół układu współrzędnych:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_{r1} \\ y_{r2} \end{bmatrix} &= \mathbf{R} \begin{bmatrix} x_{r1} \\ x_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{r1} \\ x_{r2} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} x_{r1} \cos(\alpha) - x_{r2} \sin(\alpha) \\ x_{r1} \sin(\alpha) + x_{r2} \cos(\alpha) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie:

\mathbf{R} - macierz rotacji,

$\cos(\alpha)$, $\sin(\alpha)$ - parametry rotatora,

α - kąt rotacji,

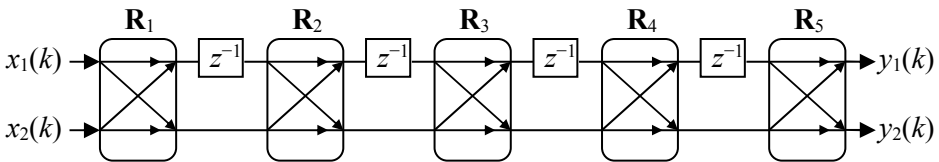
x_{r1} , x_{r2} - współrzędne punktu przed obrotem (dane wejściowe rotatora),

y_{r1} , y_{r2} - współrzędne punktu po obrocie (dane wyjściowe rotatora).

Na rysunku 1 przedstawiono przykład takiego systemu rotatorowego (1D) [1], który realizuje następującą transmitancję:

$$\begin{aligned} T(z) &= 0.0096201 z^0 + 0.2054237 z^{-1} + 0.5699125 z^{-2} \\ &\quad + 0.2054237 z^{-3} + 0.0096201 z^{-4} \end{aligned} \quad (2)$$

Przykładowy filtr 1D (2) wybrany na potrzeby analizy jest fragmentem większej struktury separowalnej 3D [1] i został przeskalowany do spełnienia warunku $|T(e^{j\omega})| \leq 1$ [2]. W kolejnych rozdziałach przedstawiono metody kwantowania współczynników w strukturach rotatorowych, co ma istotny wpływ na działanie i parametry implementowanego filtra [4, 5, 6].



Rys. 1. Schemat potokowego filtra rotatorowego (współczynniki zebrano w tabeli 1)

Tabela 1. Współczynniki filtra rotatorowego z rysunku 1

	$\cos(\alpha)$	$\sin(\alpha)$
\mathbf{R}_1	0.0163460	0.9998664
\mathbf{R}_2	-0.9401110	0.3408685
\mathbf{R}_3	0.6657319	-0.7461910
\mathbf{R}_4	-0.9400823	0.3409476
\mathbf{R}_5	0.9998662	-0.0163596

3. Kwantowanie współczynników

W kolejnych podpunktach przedstawiono różne metody kwantowania, które zostały wykorzystane podczas analizy. Następnie dokonano kwantowania współczynników różnymi metodami przy jednoczesnym wykonaniu pomiaru wybranych parametrów systemu. W ten sposób podjęto próbę określenia najlepszej metody zapisu współczynników w systemie o skończonej precyzji.

3.1. Zastosowane metody kwantowania

Poniżej przedstawiono najpopularniejsze metody kwantowania stosowane do zapisu współczynników w systemach o skończonej precyzji [7]. Ponieważ analiza została wykonana w środowisku Scilab [8], sposoby kwantowania zostały opisane z wykorzystaniem funkcji i metod typowych dla tego oprogramowania. Współczynnikami filtru rotatorowego są funkcje $\cos(\alpha)$ i $\sin(\alpha)$, więc kwantowane wartości mieszczą się w zakresie $\langle -1, 1 \rangle$. Założono, że symulowana jest sytuacja, gdzie współczynniki zapisywane są w systemie stałopozycyjnym. Kwantowanie poszczególnych wartości realizowane jest zgodnie ze wzorem:

$$a_q = \frac{F(2^n a)}{2^n} \quad (3)$$

gdzie:

a - wartość współczynnika przed kwantowaniem

a_q - wartość współczynnika po kwantowaniu

$F()$ - odpowiednia funkcja zaokrąglająca.

n - ilość bitów ułamkowych w zapisie stałopozycyjnym.

Przy analizie wykorzystano następujące funkcje zaokrąglania (3) dostępne w środowisku Scilab:

$round()$ - zaokrąglanie do najbliższej liczby całkowitej,

$fix()$ - zaokrąglanie do liczby całkowitej w stronę zera (jest to typowe kwantowanie przez obcinanie w systemie U1),

$floor()$ - zaokrąglanie do liczby całkowitej w stronę minus nieskończoności (jest to typowe kwantowanie przez obcinanie w systemie U2),

$ceil()$ - zaokrąglanie do liczby całkowitej w stronę plus nieskończoności.

Zastosowana została również modyfikowana metoda kwantowania, która bazuje na funkcji $round()$:

$$a_q = \frac{round(2^n a)}{2^n} + \Delta, \quad (4)$$

gdzie:

$\Delta \in \{-(2^{-n}), 0, 2^{-n}\}$.

Metoda wykorzystująca (4) została zastosowana dla każdego współczynnika, przy jednoczesnym rozpatrzeniu wszystkich możliwych kombinacji wartości Δ . Ponieważ w analizowanym filtrze jest dziesięć współczynników (tabela 1), całkowita liczba różnych kombinacji wynosi łącznie $3^{10} = 59049$. Oczywiście w tym wypadku różne kombinacje mogą dawać odpowiednio pogorszenie lub poprawę wybranych parametrów systemu. Wadą tego rozwiązania jest konieczność przeanalizowania wszystkich wyników i wybrania takiej kombinacji, która pozwala uzyskać lepsze parametry układu względem innych metod kwantowania. Ewentualnie należy wybrać optymalne rozwiązanie, gdyż często poprawie ulega jeden parametr, natomiast drugi w tym samym momencie ulega pogorszeniu. W takim wypadku należy rozważyć, który parametr jest w danym momencie istotniejszy.

3.2. Przeprowadzone analizy

Wszystkie przedstawione w rozdziale 3.1 metody kwantowania zostały zastosowane do filtru z rysunku 1 o współczynnikach w tabeli 1. Następnie system w każdej realizacji został pobudzony deltą Kroneckera, co pozwoliło uzyskać odpowiedź impulsową układu. Z odpowiedzi danego systemu wyznaczono średni błąd odpowiedzi impulsowej (5) oraz wariancję tego błędu (6):

$$S = \frac{\sum_{k=1}^K (x_q(k) - x(k))}{K}, \quad (5)$$

$$V = \frac{\sum_{k=1}^K (x_1(k) - S)^2}{K - 1}, \quad (6)$$

gdzie

$x_q(k)$ - odpowiedź impulsowa badanego systemu,

$x(k)$ - odpowiedź impulsowa wzorcowego sytemu (bez kwantowania współczynników),

K - ilość próbek w odpowiedzi impulsowej systemu.

W tabeli 2 zebrano parametry odpowiedzi impulsowej (5, 6) dla systemów z zastosowaniem różnych metody kwantowania współczynników. Pomiary zostały powtórzone dla dwóch realizacji systemów, tj. z zapisem współczynników w standardzie Q1.8 oraz Q1.12 (odpowiednio jeden bit całkowity i osiem lub dwanaście bitów ułamkowych).

Tabela 2. Parametry odpowiedzi impulsowej potokowych systemów rotatorowych dla różnych metod kwantowania współczynników

	Zapis współczynników w systemie Q1.8		Zapis współczynników w systemie Q1.12	
	<i>S</i>	<i>V</i>	<i>S</i>	<i>V</i>
Kwantowanie z zastosowaniem funkcji <i>round()</i>	0.0001587	0.0000019	-0.0000319	1.308·10⁻⁹
Kwantowanie z zastosowaniem funkcji <i>fix()</i>	-0.0028557	0.0000076	-0.0001578	1.040·10 ⁻⁸
Kwantowanie z zastosowaniem funkcji <i>floor()</i>	-0.0009499	0.0000037	-0.0000374	2.083·10 ⁻⁸
Kwantowanie z zastosowaniem funkcji <i>ceil()</i>	-0.0001156	0.0000038	0.0000151	3.557·10 ⁻⁹
Kwantowanie z zastosowaniem modyfikowanej metody bazującej na funkcji <i>round()</i> *	-0.0000133	0.0000001	0.0000006	3.410·10⁻¹⁰

*prezentowane wyniki z metody modyfikowanej są wybranymi (najlepszymi) z wielu możliwych kombinacji dla tego kwantowania

4. Podsumowanie i dalsze możliwości

Z przedstawionych w tabeli 2 pomiarów, wynika że standardowo stosowane metody kwantowania współczynników nie zawsze sprawdzają się w filtrach rotatorowych (rysunek 1). Wyszczególnione zostały po dwa najlepsze wyniki dla każdej z dokładności zapisu. Metoda modyfikowana, która polega na ręcznej zmienia kwantowanych współczynników (w różnych kombinacjach) daje możliwość uzyskania znacznie lepszych parametrów odpowiedzi impulsowej systemu.

Niestety konieczność analizy wielu rozwiązań dla tej metody jest dość problematyczne, a przy większej ilości współczynników, może być też bardzo czasochłonne. Tak duża poprawa wyników, może wynikać z faktu, że z perspektywy projektanta systemu rotatorowego, parametrami filtru mogą być też kąty rotacji. Natomiast przy implementacji systemu jako parametry przyjmuje się wartości funkcji $\cos(\alpha)$ i $\sin(\alpha)$. Dlatego też metoda modyfikowana pozwala na taką korektę wartości kwantowanych $\cos(\alpha)$ i $\sin(\alpha)$, aby były one zgodne co do kąta rotacji. Dalsze badania będą skupiały się m.in. nad opracowaniem szybkich algorytmów wyszukujących optymalną kombinację kwantowania współczynników przy uwzględnieniu kąta rotacji.

Bibliografia

1. P. Poczekajło i R. Wirski, “*Synthesis and Realization of 3-D Orthogonal FIR Filters Using Pipeline Structures*”, Circuits Systems and Signal Processing, 2017. doi: 10.1007/s00034-017-06.
2. P. Poczekajło i R. Wirski, „*Synteza separowalnych trójwymiarowych filtrów ortogonalnych o strukturze potokowej*”, Przegląd Elektrotechniczny, vol. 89(10), str. 150–152, 2013. doi: 10.15199/48.2016.09.02.
3. P. Poczekajło, „*Potokowa realizacja trójwymiarowego filtru uśredniającego w oparciu o struktury rotatorowe*”, Przegląd Elektrotechniczny, vol. 92(9), pp. 8–11, 2016. doi: 10.15199/48.2016.09.02.
4. P. Poczekajło i K. Wawryn, “*Hardware implementation of 3D pipelined laplace filter based on rotation structures*”, 24nd International Conference Mixed Design of Integrated Circuits and Systems Mixdes 2017, pp. 276-280, 2017. doi: 10.23919/MIXDES.2017.8005215.
5. P. Poczekajło, „*Implementacja sprzętowa potokowego filtru uśredniającego 3D w układzie FPGA*”, Przegląd Elektrotechniczny, vol. 93(8), pp. 17–19, 2017. doi: 10.15199/48.2017.08.04.
6. P. Poczekajło, „*Badanie dokładności rotatora opartego na algorytmie CORDIC w systemie o skończonej precyzji obliczeń*”, Zeszyty Naukowe Wydziału Elektroniki i Informatyki Politechniki Koszalińskiej, vol. 10, pp. 187–192, 2016. ISSN 1897-7421.
7. A.V. Oppenheim i R.W. Schaffer, “*Digital signal processing*”, N.J.: Prentice Hall, 1999. ISBN 0-13-754920-2.
8. Scilab (online), data dostępu 20.10.2017, <http://www.scilab.org/>.

Streszczenie

W artykule przedstawiono wyniki badań nad wpływem kwantowania współczynników na wybrane parametry filtru rotatorowego. Wybrano kilka podstawowych metod kwantowania oraz zaproponowano własne rozwiązanie. W ramach przeprowadzonych badań dokonano analizy poszczególnych odpowiedzi impulsowych systemów. Wyznaczono średni błąd odpowiedzi oraz wariancie tego błędu dla każdego układu. Na podstawie otrzymanych wyników określono optymalne rozwiązanie dotyczące kwantowania współczynników w filtrach rotatorowych.

Abstract

The author present an analysis of the rotation filter parameters after quantization of coefficients. A few methods of quantisation are select and own solution is presented. Impulse response of each systems is measurement and analysed. Mean and variance of impulse response error are computed for all methods of coefficients quantisation. From the research results the author determined optimal quantisation for the pipeline rotation filter.

Keywords: pipeline filter, rotation filter, quantization of coefficients, impulse response, analysis, measurement