

# Wyznaczanie bezpiecznej i rozgrywającej trajektorii statku w sytuacjach kolizyjnych

*Determination of the safe and game ship trajectory in collision situations*

W artykule przedstawiono uproszczony model procesu rozgrywanego sterowania statkiem w sytuacjach kolizyjnych na morzu w postaci wielokrokowej gry macierzowej  $j$  obiektów sterowania. Sformułowano macierz gry zawierającą wartości ryzyka kolizji obliczone na podstawie informacji z systemu antykolizyjnego ARPA, dla dopuszczalnych strategii własnego statku i poszczególnych  $j$  spotkanych statków. Do rozwiązania zadania bezpiecznego i optymalnego sterowania statkiem wykorzystano metodę dualnego programowania liniowego. Rozważania zilustrowano komputerową symulacją wyznaczania bezpiecznej trajektorii własnego statku w rzeczywistej sytuacji nawigacyjnej na morzu podczas mijania się z wieloma spotkanymi statkami.

**Słowa kluczowe:**

transport morski, bezpieczeństwo żeglugi, teoria gier.

The paper describes an approximated model of the process game ship control in collision situations at sea as the model of multi-step matrix game of  $j$  control objects. Formulated game matrix containing a collision risk calculated on the basis of information from the ARPA anti-collision system, for permissible strategies of own ship and individual  $j$  met ships. To solve the task safe and optimal control of the ship used method of dual linear programming. These considerations have been illustrated with a computer simulation of determining own safe ship trajectory in situation at sea during passing many ships.

**Key words:**

maritime transport, safety of navigation, game theory.

## Wstęp

Bezpieczeństwo żeglugi na morzu wymaga respektowania przez statki reguł Międzynarodowego Prawa Drogi Morskiej (*MPDM*). Jednak te reguły stosują się tylko do dwóch statków przy dobrej widzialności, zaś w warunkach ograniczonej widzialności podają tylko zalecenia ogólnego charakteru i nie uwzględniają wszystkich niezbędnych warunków bezpiecznego mijania się statków (Bist, 2000; Padfield, 1969; Tyska, 1978). Tak więc rzeczywisty proces mijania się statków zachodzi w warunkach nieokreśloności i konfliktu przy nieściśłym współdziałaniu statków w myśl zasad *MPDM*. Dlatego celowe jest przedstawienie procesu oraz opracowanie i badanie do celów eksploatacji metod bezpiecznego sterowania statkiem z zastosowaniem reguł teorii gier (Isaacs, 1965; Kouemou, 2009; Luce & Raiffa, 1964; Osborne, 2004).

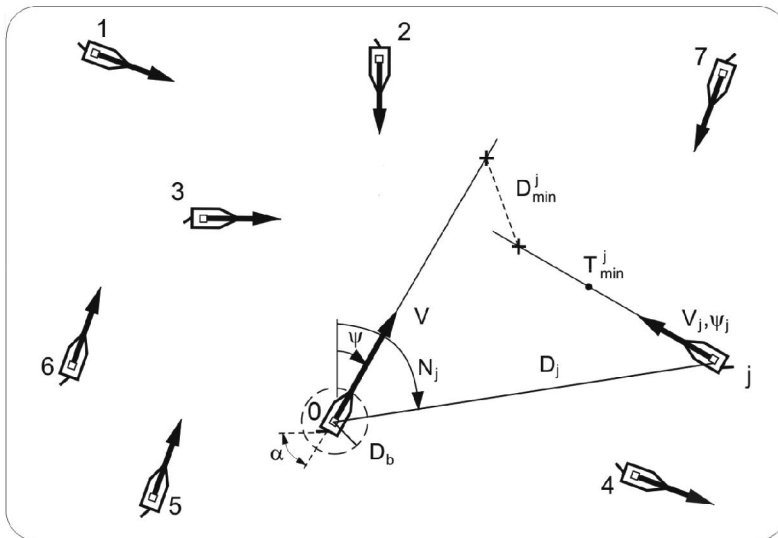
## Proces rozgrywanego sterowania statkiem

Ruch własnego statku z prędkością  $V$  i kursem  $\psi$  względem spotkanego  $j$ -tego statku poruszającego się z prędkością  $V_j$  i kursem  $\psi_j$  tworzy pewną sytuację na morzu. Wielkości charakteryzujące tę sytuację w postaci odległości  $D_j$  i namiaru  $N_j$  do  $j$  obiektu mierzone są za pomocą radarowego systemu antykolizyjnego *ARPA* (ang. *Automatic Radar Plotting Aids*).

System *ARPA* umożliwia automatyczne śledzenie do 20 obiektów, wyznaczanie ich prędkości i kursu oraz elementów zbliżenia w postaci najmniejszej odległości zbliżenia  $D_{\min}^j = DCPA_j$  (ang. *Distance of the Closest Point of Approach*) i czasu pozostającego do jej osiągnięcia  $T_{\min}^j = TCPA_j$  (ang. *Time to the Closest Point of Approach*; rys. 1).

Rysunek 1

Sytuacja nawigacyjna mijania się własnego statku 0 z j spotkanym statkiem



Źródło: opracowanie własne.

Zasadniczym zadaniem całego układu sterowania jest uniknięcie kolizji, które polega na sterowaniu własnym statkiem w taki sposób, aby najmniejsza odległość zblżenia  $D_{\min}^j$  stała się większa od ustalonej w danych warunkach nawigacyjnych bezpiecznej odległości mijania  $D_b$ . Osiąga się to najpierw poprzez wybór bezpiecznego manewru kursem  $\Delta\psi$  lub/i prędkością  $\Delta V$ , bądź bezpiecznej trajektorii statku  $p_b(\Delta\psi_k, \Delta V_k, t)$ , jako sekwencji kolejnych zmian kursu i prędkości według wcześniej przyjętego algorytmu komputerowego wspomaganie sterowania.

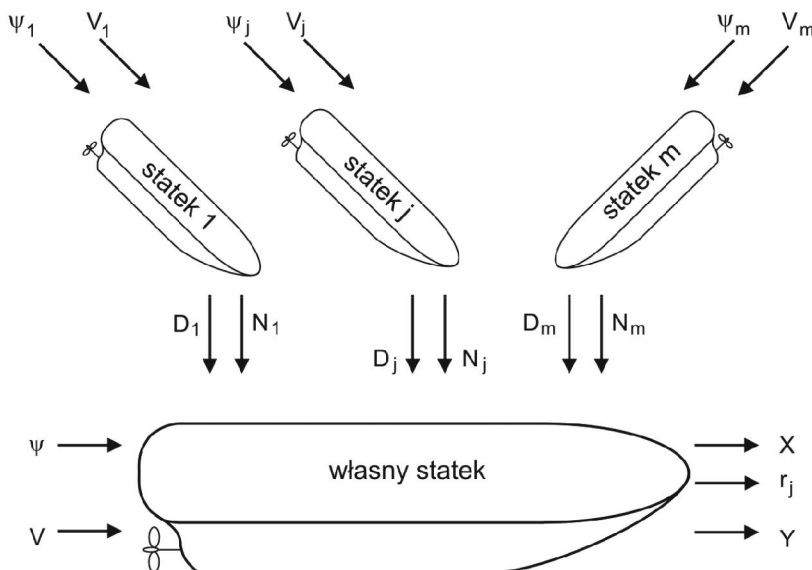
## Model gry macierzowej

Pomijając równania dynamiki statku, dokładny i złożony opis procesu zapobiegania kolizjom w postaci gry różniczkowej sprowadza się do modelu wielokrokowej gry macierzowej j uczestników (rys. 2).

Wartość ryzyka kolizji definiuje się jako odniesienie aktualnej sytuacji zblżenia, opisaną przez parametry  $D_{\min}^j$  i  $T_{\min}^j$ , do założonej oceny sytuacji jako bezpiecznej, określonej przez bezpieczną odległość

Rysunek 2

Schemat rozgrywającego ruchu statków



Źródło: opracowanie własne.

zbliżenia  $D_b$  i czas bezpieczny  $T_b$ , niezbędne do wykonania manewru uniknięcia zderzenia, opisuje zależność:

$$r_j = \left[ \lambda_1 \left( \frac{D_{\min}^j}{D_b} \right)^2 + \lambda_2 \left( \frac{T_{\min}^j}{T_b} \right)^2 + \lambda_3 \left( \frac{D_j}{D_b} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

gdzie:

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  — współczynniki wagi zależne od stanu widzialności na morzu, dynamicznej długości i szerokości statku (domeny statku) oraz rodzaju rejonu żeglugi.

Na rysunku 3 przedstawiono powierzchnię ryzyka kolizji statku w funkcji względnej minimalnej odległości i minimalnego czasu zbliżenia z  $j$ -tym statkiem.

Wielokrokową grę macierzową, w której gracz WS (własny statek) ma możliwość użycia  $s_0$  różnych strategii czystych, a gracz SS (spotkane statki) ma  $s_j$  różnych strategii czystych, można opisać za pomocą macierzy ryzyka kolizji  $R$ , gdzie liczba wierszy odpowiada liczbie dopuszczalnych strategii własnego statku, a na liczbę kolumn składa się łączna liczba dopuszczalnych strategii wszystkich spotkanych statków biorących udział w danej sytuacji kolizyjnej.

$$R = [r_j(s_j, s_0)] = \begin{pmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & \dots & r_{1,s_0-1} & r_{1,s_n} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & \dots & r_{2,s_0-1} & r_{2,s_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{s_1,1} & r_{s_1,2} & \dots & r_{s_1,s_0-1} & r_{s_1,s_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{s_j,1} & r_{s_j,2} & \dots & r_{s_j,s_0-1} & r_{s_j,s_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{s_m,1} & r_{s_m,2} & \dots & r_{s_m,s_0-1} & r_{s_m,s_n} \end{pmatrix} \quad (2)$$

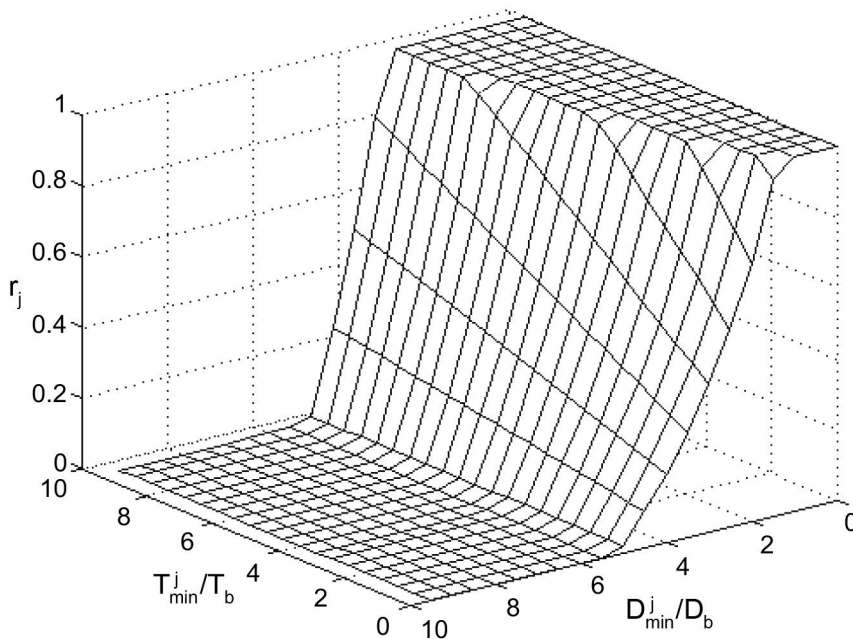
Macierz gry  $R[r_j(s_0, s_j)]$  zawiera wartości ryzyka kolizji  $r_j$  wyznaczone w oparciu o dane z systemu antykolizyjnego *ARPA* dla dopuszczalnych strategii  $s_0$  własnego statku i dopuszczalnych strategii  $s_j$  poszczególnych  $j$ -tych spotkanych statków. Ograniczenia na wybór strategii  $(s_0, s_j)$  wynikają z zaleceń przepisów prawa drogi morskiej *MPDM* (Mesterton-Gibbons, 2001; Owen, 1975; Perez, 2005).

### Algorytm wyznaczania trajektorii rozgrywającej

W praktyce gra macierzowa nie ma punktu siodłowego, nie istnieje więc zagwarantowany stan równowagi gry i w celu znalezienia rozwiązania optymalnego

Rysunek 3

Powierzchnia wartości ryzyka kolizji  $r_j$  dla  $D_j/D_b=4$



Źródło: opracowanie własne.

go można posłużyć się dualnym programowaniem liniowym. W zagadnieniu dualnym gracz WS dąży do minimalizacji ryzyka kolizji, natomiast gracz SS dąży do maksymalizacji lub minimalizacji ryzyka kolizji. Składowe strategii mieszanej wyrażają rozkład prawdopodobieństwa wykorzystania przez graczy ich strategii czystych.

W rezultacie przy kryterium sterowania:

- dla gry macierzowej niekooperacyjnej opisanej przez:

$$I_{0,j}^* = \min_{s_0} \max_{s_j} r_j \quad (3)$$

- dla gry macierzowej kooperacyjnej przedstawionej przez:

$$I_{0,j}^* = \min_{s_0} \min_{s_j} r_j \quad (4)$$

otrzymuje się macierz prawdopodobieństwa  $P$  użycia strategii czystych:

$$P = [p_j(s_j, s_0)] = \begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & \dots & p_{1,s_0-1} & p_{1,s_n} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \dots & p_{2,s_0-1} & p_{2,s_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{s_1,1} & p_{s_1,2} & \dots & p_{s_1,s_0-1} & p_{s_1,s_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{s_j,1} & p_{s_j,2} & \dots & p_{s_j,s_0-1} & p_{s_j,s_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{s_m,1} & p_{s_m,2} & \dots & p_{s_m,s_0-1} & p_{s_m,s_n} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Rozwiązaniem zadania sterowania jest strategia własnego statku o największym prawdopodobieństwie:

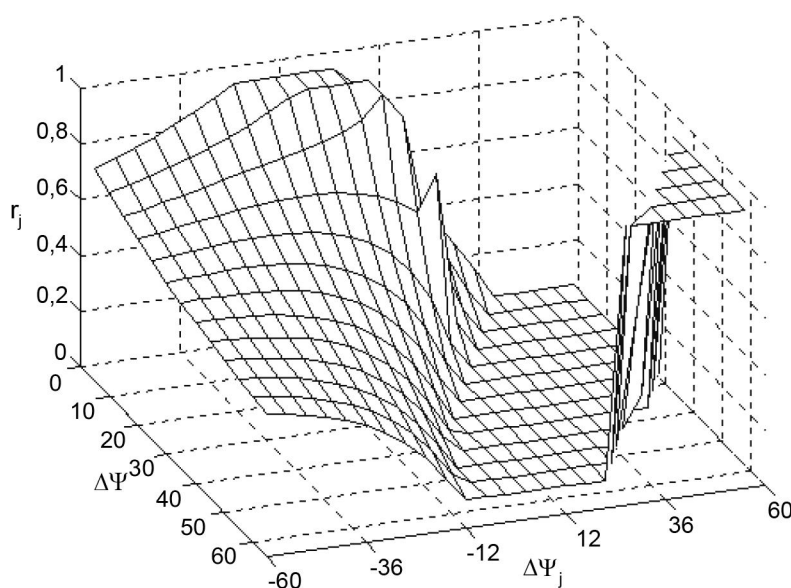
$$u_{0,s_0}^* = u_{0,s_0}^* \left\{ [p_j(s_j, s_0)]_{\max} \right\} \quad (6)$$

W grze wielokrokowej trajektorię własnego statku traktuje się jako sekwencję kolejnych zmian w czasie jego kursu i prędkości. Ustala się bezpieczną odległość mijania się statków w danych warunkach widzialności na morzu  $D_b$ , czas wyprzedzenia manewru  $t_w$  i czas trwania jednego etapu trajektorii  $t_e$  jako kroku obliczeniowego. W każdym kroku wyznacza się najbardziej niebezpieczny spotkany statek pod względem wartości ryzyka kolizji  $r_j$ .

Następnie w oparciu o semantyczną interpretację przepisów prawa drogi morskiej *MPDM* (Międzynarodowe Przepisy o Zapobieganiu Zderzeniom na Morzu) wybiera się kierunek zwrotu własnego statku do obiektu najbardziej niebezpiecznego. Dla dopuszczalnych strategii własnego statku  $s_0$  oraz  $j$ -tego spotkanego statku  $s_j$  wyznacza się macierz ryzyka kolizji  $R$  (Engwerda, 2005; Straffin, 2001; Wells, 2013). Stosując zasadę dualnego programowania liniowego do rozwiązania gry macierzowej, uzyskuje się wartości optymalne kursu i prędkości własnego statku oraz  $j$ -tego spotkanego statku, przy najmniejszych odchyleniach od ich wartości początkowych. Na rysunku 4 przedstawiono zależność ryzyka kolizji od strategii kursowych własnego statku oraz spotkanego  $j$ -tego statku.

Rysunek 4

Zależność ryzyka kolizji własnego statku z  $j$ -tym spotkanym statkiem w funkcji ich strategii manewrowych



Źródło: opracowanie własne.

Jeżeli na danym etapie brak jest rozwiązania przy prędkości  $V$  własnego statku, to obliczenia powtarza się przy prędkości zmniejszonej o 25%, aż do uzyskania rozwiązania gry. Obliczenia powtarza się krok po kroku do chwili, gdy wszystkie elementy macierzy  $R$  będą równe zero, a własny statek po wyminięciu spotkanych statków wraca na początkowy kurs i prędkość. Algorytm wielokrokowej gry macierzowej  $wgm$  wyznaczania bezpiecznej trajektorii rozgrywającej statku w sytuacji kolizyjnej opracowano wykorzystując funkcję  $lp$  — *linear programming* z Optimization Toolbox oprogramowania Matlab/Simulink. Dla wersji podstawowej programu  $wgm$  do badań symulacyjnych przyjęto następujące wartości strategii:

$$\begin{aligned} s_0 = 13 &\rightarrow \left| 0^\circ \div 60^\circ \right| \text{ co } 5^\circ \\ s_j = 25 &\rightarrow \left( -60^\circ \div +60^\circ \right) \text{ co } 5^\circ \end{aligned} \quad (7)$$

Na rysunku 5 zobrazowano strategię kursowe własnego statku oraz spotkanego  $j$ -tego statku.

## Symulacja komputerowa

Na rysunku 6 przedstawiono trajektorie rozgrywające własnego statku w sytuacji  $m=9$  spotkanych stat-

ków w Cieśninie Kattegat, dla gry macierzowej niekooperacyjnej według algorytmu  $wgm\_nk$  oraz dla gry macierzowej kooperacyjnej według algorytmu  $wgm\_k$ , w warunkach dobrej i ograniczonej widzialności na morzu.

## Podsumowanie

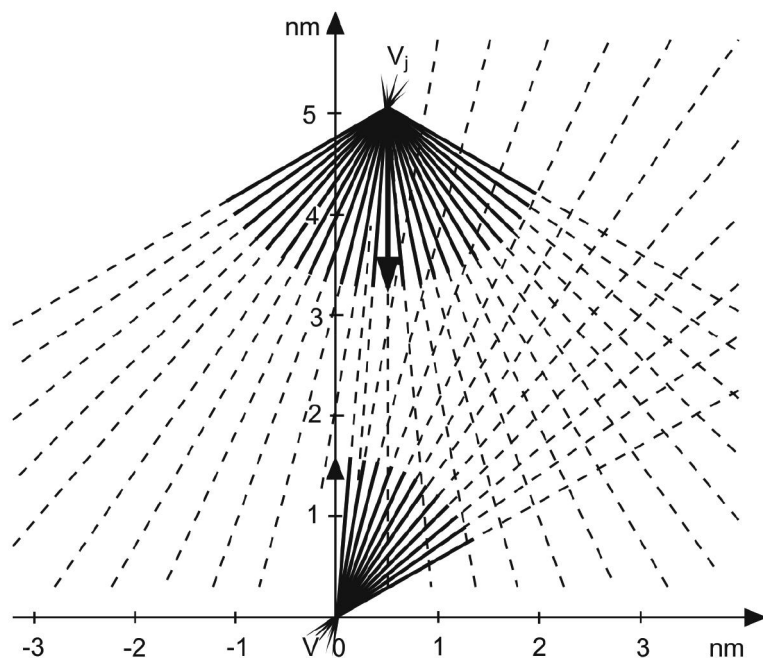
Kształt wyznaczonej bezpiecznej trajektorii rozgrywającej zależy od parametrów własnego statku, warunków nawigacyjnych, parametrów spotkanych statków oraz wartości czasu bezpiecznego, odległości bezpiecznej, czasu trwania etapu i czasu wyprzedzenia manewru.

Uwzględniane zmiany wielkości wartości  $D_b$  i  $T_b$  w sytuacjach szczególnie niebezpiecznych nie są brane pod uwagę w sposób dokładny, ograniczając się do wybierania manewru, który gwarantuje minimalizację ryzyka kolizji w stosunku do wszystkich spotkanych statków (rys. 7).

W programie  $wgm\_nk$  gry niekooperacyjnej własny statek w poszczególnych sytuacjach ma większą wartość odchylenia od trajektorii, wydłużony czas trwania całej symulacji, ponieważ statki uczestniczące w sytuacji kolizyjnej nie współpracują z naszym statkiem. W programie  $wgm\_k$  gry kooperacyjnej statki współpracują ze sobą, dzięki temu własny statek obiera prostsze trajektorie i czas realizacji całej symulacji jest krótszy. Statki pomagają sobie nawzajem, dzięki temu odchylenie od trajektorii jest mniejsze niż w przypadku gry niekooperacyjnej (rys. 8).

Rysunek 5

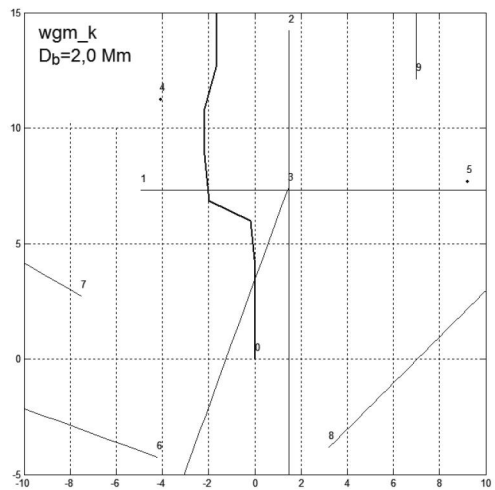
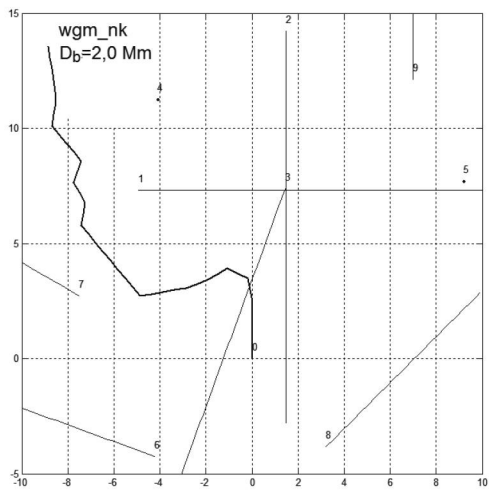
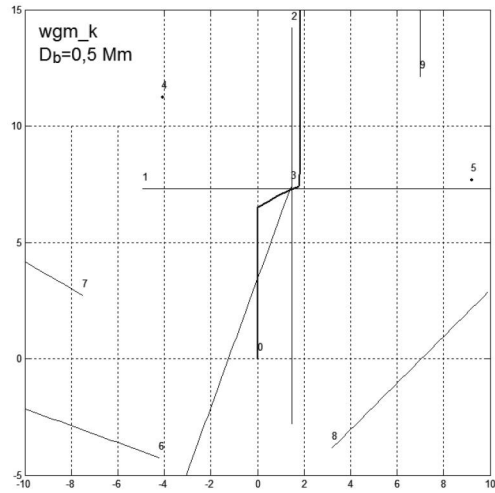
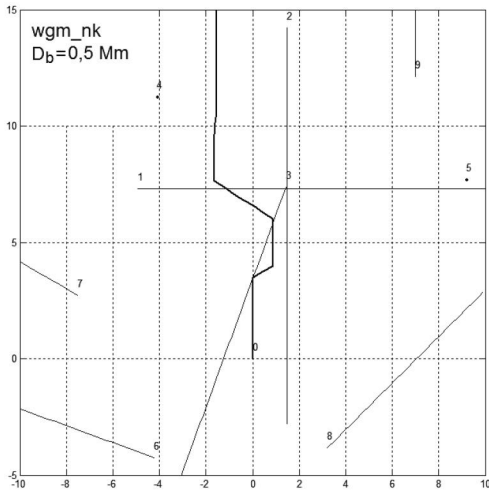
Dopuszczalne strategie manewrowe własnego statku  $s_0$  i  $j$ -tego spotkanego statku  $s_j$



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 6

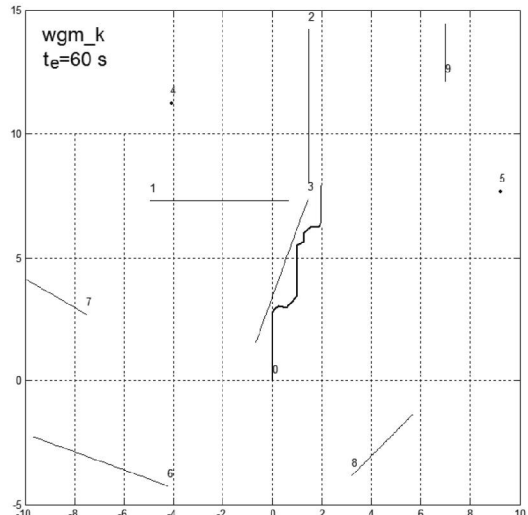
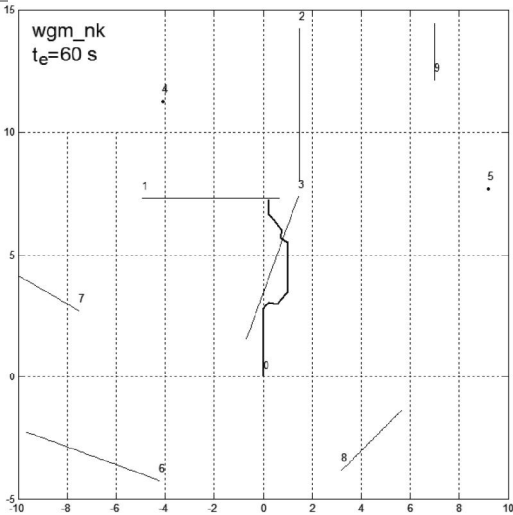
Trajektorie statku w grze macierowej niekooperacyjnej i kooperacyjnej dla dobrej widzialności na morzu przy  $D_b=0,5$  Mm i ograniczonej przy  $D_b=2,0$  Mm



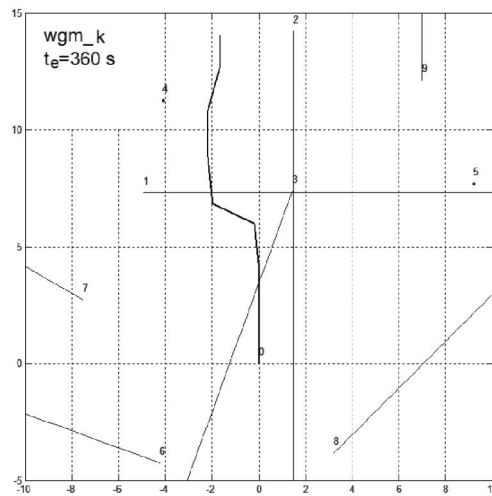
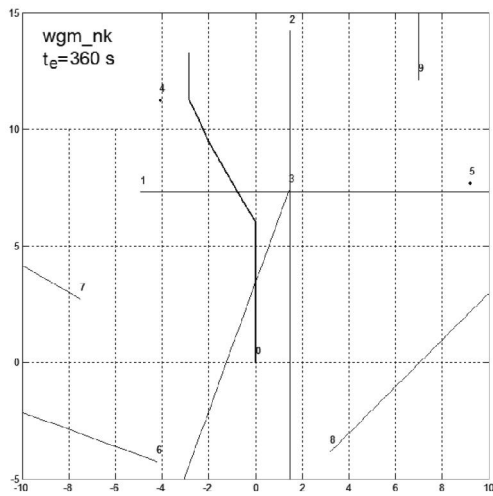
Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 7

Trajektorie statku w grze macierowej niekooperacyjnej i kooperacyjnej zależnie od wartości czasu  $t_e$  etapu trajektorii



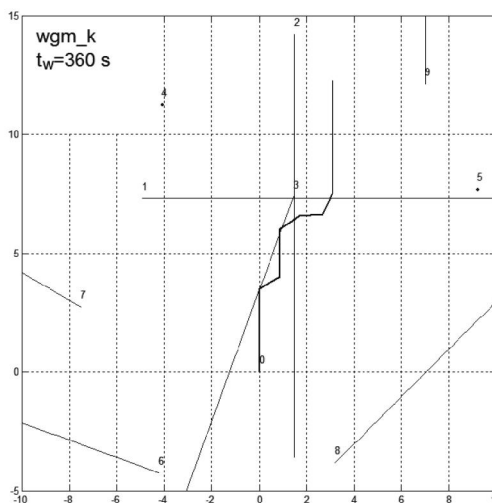
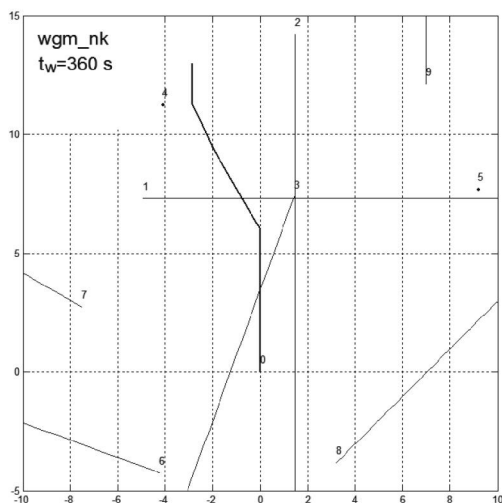
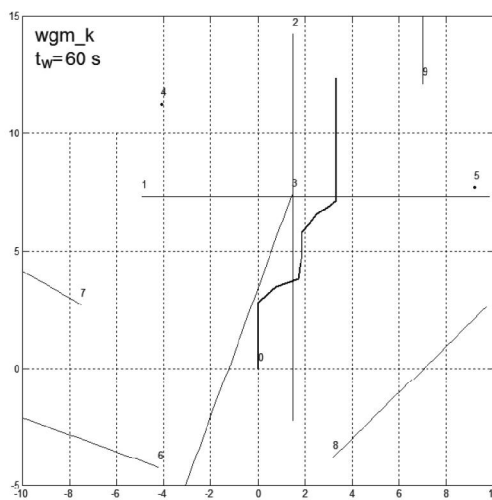
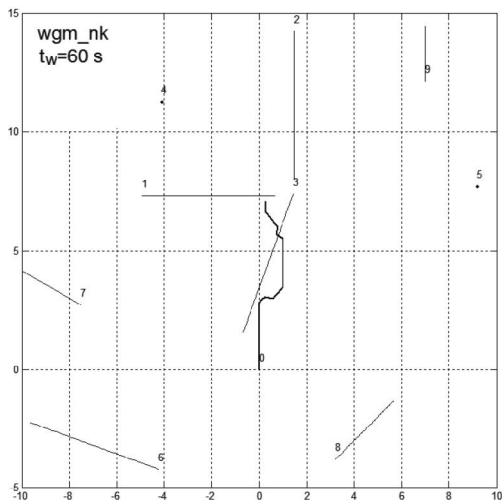
Cd. rysunku 7



Źródło: opracowanie własne.

### Rysunek 8

Trajektorie statku w grze macierzowej niekooperacyjnej i kooperacyjnej zależnie od wartości czasu  $t_w$  wyprzedzenia manewru

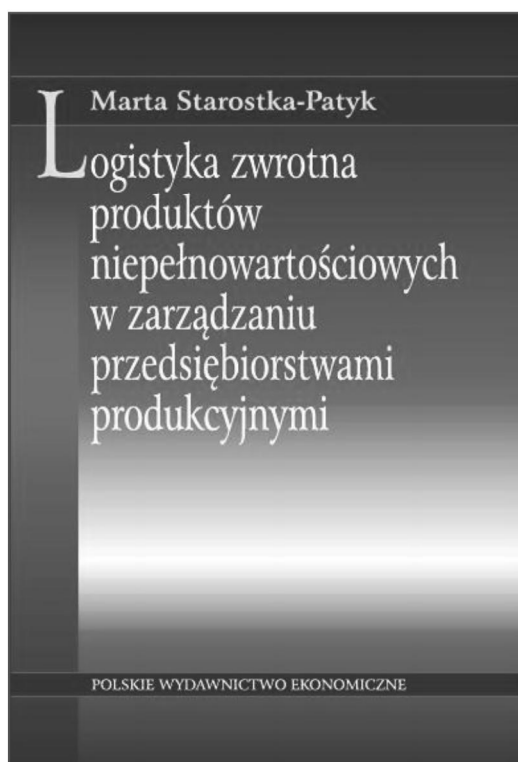


Źródło: opracowanie własne.

## Bibliografia

- Bist, D.S. (2000). *Safety and security at sea*. Oxford-New Delhi: Butter Heinemann.
- Engwerda, J.C. (2005). *LQ dynamic optimization and differential games*. West Sussex: John Wiley & Sons.
- Isaacs, R. (1965). *Differential games*. New York: John Wiley & Sons.
- Kouemou, G. (2009). *Radar technology. Chapter 4 by Józef Lisowski: Sensitivity of safe game ship control on base information from ARPA radar* (61–86). In-tech, Croatia.
- Luce, R.D., Raiffa, H. (1964). *Gry i decyzje*. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
- Mesterton-Gibbons, M. (2001). *An introduction to game theoretic modeling*. American Mathematical Society. Providence.
- Osborne, M.J. (2004). *An introduction to game theory*. New York: Oxford University Press.
- Owen, G. (1975). *Teoria gier*. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
- Padfield, P. (1969). *Zmora zderzeń*. Gdańsk: Wydawnictwo Morskie.
- Perez, T. (2005). *Ship motion control*. London: Springer.
- Straffin, P.D. (2001). *Game theory and strategy*. Warszawa: Scholar.
- Tyszka, T. (1978). *Konflikty i strategię, niektóre zastosowania teorii gier*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.
- Wells, D. (2013). *Games and mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

## PWE poleca



W obecnych realiach gospodarczych sposób zarządzania przedsiębiorstwami, uwzględniający zagadnienia zrównoważonego rozwoju, procesy globalizacji, zmiany podstaw społecznych i dynamiczny rozwój rynków, ulega ciągłym przeobrażeniom. Dlatego też kluczową kwestią jest poszukiwanie, wybieranie i stosowanie najbardziej innowacyjnych narzędzi oraz sposobów umożliwiających dostosowanie zarządzania przedsiębiorstwami do tych warunków.

Przedsiębiorstwa produkcyjne, szczególnie podatne i wrażliwe na zmiany w gospodarce, skłoniły się zatem w ostatnich latach ku koncepcji logistyki zwrotnej, której procesy istotnie wspomagają zarządzanie przepływami produktów niepełnowartościowych, realizując jednocześnie cele tych przedsiębiorstw w aspektach: ekonomicznym, ekologicznym oraz społecznym.

W monografii zaprezentowano miejsce i znaczenie procesów logistyki zwrotnej w obszarze zarządzania przepływami produktów niepełnowartościowych w polskich przedsiębiorstwach produkcyjnych. Wskazano, że to rozwój rynków oraz propagowanie koncepcji zrównoważonego rozwoju kreuje potrzebę tworzenia i wdrażania do zarządzania przedsiębiorstwami nowoczesnych rozwiązań, jakimi są procesy logistyki zwrotnej.

Księgarnia internetowa: [www.pwe.com.pl](http://www.pwe.com.pl)