

Leszek SOBONKIEWICZ, Gabriel FILIPCZAK

e-mail: g.filipczak@po.opole.pl

Katedra Inżynierii Procesowej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Opolska, Opole

Wykorzystanie równania *Hagena-Poiseuille'a* do określania właściwości reologicznych zawiesin wysokoskoncentrowanych

Wstęp

Zagadnienia reologii układów niejednorodnych są niezwykle istotne przy projektowaniu oraz eksploatacji instalacji przemysłowych. Zwłaszcza ważna jest znajomość lepkości układu jako parametru wpływającego na warunki przepływu zawiesin w rurach, a w konsekwencji także na zużycie energii przez urządzenia przetwarzające. Wybór metody wyznaczania lepkości zawiesin ma bardzo duże znaczenie praktyczne. Złożona problematyka w połączeniu z wieloma rodzajami układów niejednorodnych ciecz-ciało stałe sprawia, że zagadnienia te wciąż są przedmiotem badań eksperymentalnych i licznych opracowań [Dziubiński i in., 2009].

W niniejszej pracy podjęto próbę oceny właściwości reologicznych zawiesin wysokoskoncentrowanych opierając analizę danych doświadczalnych na równaniu *Hagena-Poiseuille'a*. Do bezpośredniej oceny właściwości reologicznych zawiesin wykorzystano laboratoryjny reometr kapilarny własnej konstrukcji.

Metodologia badań doświadczalnych

Lepkość zawiesiny zależy od wielu czynników, wśród których w literaturze [Kembłowski, 1973; Bandrowski i in., 1995] podaje się jako najważniejsze: udział fazy stałej, lepkość cieczy wchodzącej w skład zawiesiny, skłonność do tworzenia agregatów i ich podatność na sedymentację, polidispersyjność fazy stałej i rozmiar jej cząstek, stopień jednorodności zawiesiny oraz inne, w tym obecność w układzie środków powierzchniowo-czynnych, mających skądinąd ogromny wpływ na zjawiska zachodzące na granicy faz. Z tak złożonych powodów podawane w literaturze metody obliczeniowe mają najczęściej charakter równań empirycznych, które bazują zasadniczo na dwóch wielkościach – lepkości cieczy (η_c), jako fazy ciągłej oraz poprawki uwzględniającej koncentrację ciała stałego, jak to przykładowo przedstawiono w tab. 1. Pomija się przy tym rozmiar cząstek tworzących zawiesiny oraz ich kształt, stan niejednorodności zawiesiny itp., co znacznie utrudnia uogólnienie tych metod na różne przypadki procesowe. Należy też zaznaczyć, że w zdecydowanej większości przypadków opisane w literaturze metody odnoszą się do zawiesin o cechach newtonowskich, podczas gdy takie dwufazowe układy, zwłaszcza przy dużej koncentracji ciała stałego, wykazują często cechy płynów nienewtonowskich. Wraz ze zmianą warunków przepływu skutkuje to zmianą lepkości, na co wpływ mają efekty ścinania płynu [Bandrowski i in., 2001].

Tab. 1. Wybrane metody obliczania lepkości pozornej zawiesin [Bandrowski i in., 2001]

Równanie	Zakres	Autor
$\eta_z = \eta_c \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^{-2.5}$	ogólnie zawiesiny	Landel i in., 1963
$\eta_z = \eta_c \frac{1}{1 - \varphi^{1/3}}$	$0.5 < \varphi < 0.9$	Hatschek, 1920
$\eta_z = \eta_c \left\{1 + \frac{54}{5f^3} \left[\frac{\varphi}{1 - (\varphi/\varphi_{max})^3} \right]\right\}$	skoncentrowane zawiesiny; $1 < f < 2$	Simha, 1952
$\eta_z = \frac{9}{8} \eta_c \left[1 - \left(\frac{\varphi}{\varphi_{max}}\right)^{1/3}\right]^{-1}$	zawiesiny o granicznej koncentracji ($\varphi \rightarrow \varphi_{max}$)	Frankel i Acrivos, 1967
$\eta_z = \eta_c [1 + 2.5\varphi + 10.05\varphi^2 + 0.0027 \exp(16.6\varphi)]$	ogólnie zawiesiny	Thomas, 1965

Wiadomo, że równanie *Hagena-Poiseuille'a* dobrze opisuje warunki hydrodynamiczne laminarnego przepływu płynu przez kanał o stałej średnicy i zgodnie z tym równaniem strumień zawiesiny jest równy

$$V_z = \frac{\pi d^4}{128} \frac{\Delta P}{L \eta_z}, \quad (1)$$

gdzie:

d – średnica wewnętrzna kapilary pomiarowej, [m]

ΔP – spadek ciśnienia na długości kapilary pomiarowej, [Pa]

L – długość kapilary, [m]

η_z – lepkość zawiesiny (pozorna), [Pa·s]

Na tej podstawie szybkość ścinania ($\dot{\gamma}$) wyrażona jest zależnością

$$\dot{\gamma} = \frac{32V_z}{\pi d^3} \quad (2)$$

natomiast naprężenie ścinające (τ) opisuje równanie

$$\tau = \frac{d\Delta P}{4L}. \quad (3)$$

Lepkość zawiesiny, traktowana w tym przypadku jako wielkość pozorna, wyrażona jest stosunkiem naprężenia (τ) do szybkości ścinania ($\dot{\gamma}$), tj.:

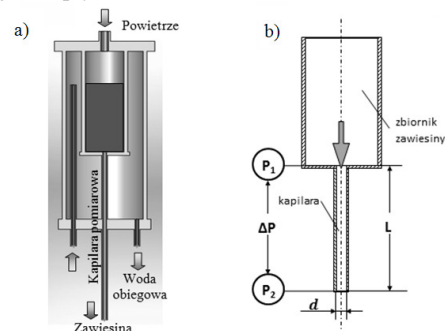
$$\eta_z = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}. \quad (4)$$

W ten sposób na drodze eksperymentalnej można wyznaczyć charakterystyki reologiczne o zastępczych parametrach naprężenia ścinającego i szybkości ścinania, a w konsekwencji wartość współczynnika lepkości pozornej zawiesiny.

Badania doświadczalne

Aparatura. W badaniach własnych posłużono się gazowym reometrem kapilarnym, którego zasadę działania objaśniono na rys. 1.

W swej zasadniczej konstrukcji reometr ten zbudowany jest z dwóch pionowych cylindrów tworzących koncentryczny układ – rys. 1a. Wewnętrzny cylinder stanowi zbiornik zawiesiny, w którego denku zamontowana jest kapilara pomiarowa o długości $L = 500$ mm i średnicy $d = 5,2$ mm – rys. 1b. Zewnętrzny cylinder stanowi natomiast rodzaj termostatu, umożliwiającego utrzymywanie stałej temperatury układu podczas wykonywania pomiaru. Zawiesina jest tłoczona do kapilary za pomocą sprężonego powietrza, którego ciśnienie (P_1) zadane w zbiorniku roboczym reometru jest stałe podczas dokonywania pomiaru. Strumień objętościowy zawiesiny (V_z) określano poprzez pomiar czasu w jakim przez kapilarę wypływa odpowiednia objętość płynu.



Rys. 1. Reometr kapilarny a) zasada działania, b) schemat

Tab. 2. Zakres parametrów pomiarowych badanych zawiesin

Średnica balotyny w zawieszynie	Lepkość [Pa·s]	Szybkość ścinania [1/s]	Naprężenie ścinające [Pa]
1 mm	0,9÷6,8	13÷576	52÷520
90÷150 μm	0,9÷10,2	15÷383	53÷520

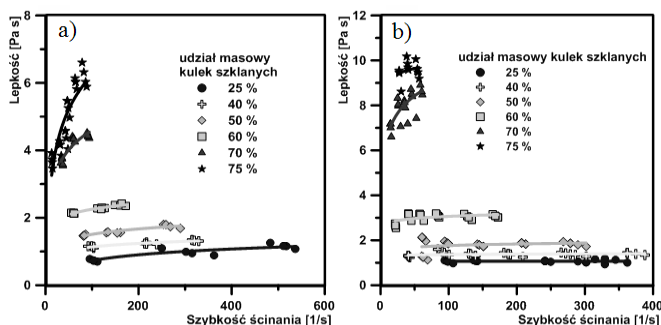
Badania prowadzono przy nadciśnieniu powietrza w zbiorniku reometru w zakresie od 200 do 3000 hPa, co pozwalało uzyskiwać charakterystyki reologiczne zawiesin w szerokim zakresie zmian szybkości ścinania. Ogólny zakres parametrów pomiarowych dla badanych zawiesin podano w tab. 2.

Materiały. W badaniach doświadczalnych wykorzystywano dwie grupy zawiesin z kuleczek szklanych (tzw. balotyny), wytworzonych na bazie oleju przekładniowego *Transol 320*. Pierwszą grupę stanowiły zawiesiny zawierające kulki o średniej średnicy 1 mm, natomiast drugą – cząsteczki w zakresie frakcji (90÷150)·10⁻³ mm. W obu przypadkach koncentracja badanych zawiesin mieściła się w zakresie 25÷75% mas. Lepkość bazowego oleju w temperaturze 25°C wynosiła 0,895 Pa·s.

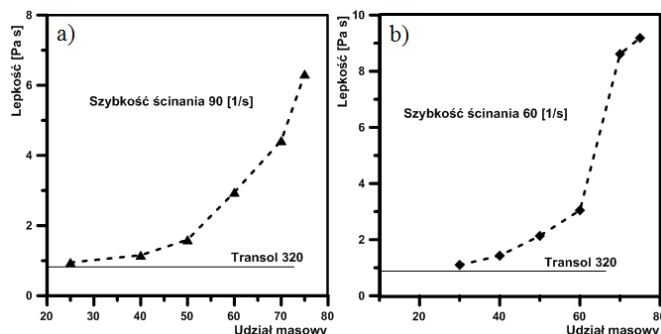
Wyniki i dyskusja

Na podstawie otrzymanych wyników badań na rys. 2 przedstawiono zależność lepkości pozornej badanych zawiesin od szybkości ścinania. Wyniki pomiarów wskazują, że zawiesiny zawierające cząstki ciała stałego o większej średnicy (Rys. 2a) cechują się mniejszą lepkością pozorną. W przypadku zawiesiny zawierającej frakcję kulek szklanych 90÷150 μm można natomiast zauważyć (Rys. 2b), że przy stężeniu masowym ciała stałego przekraczającym 60% wzrost lepkości jest znacznie większy, niż ma to miejsce w przypadku zawiesiny składającej się z balotyny o średnicy 1 mm (Rys. 2a). Cechą wspólną obu rodzajów zawiesin jest gwałtowny wzrost ich lepkości – a jednocześnie spadek szybkości ścinania – gdy ma się do czynienia z układami o najwyższej (> 60%) koncentracji masowej kulek szklanych. Z kolei układy o niskiej koncentracji ciała stałego (średnio < 40%), niezależnie od rozmiaru cząstek ciała stałego, posiadają zbliżoną do siebie wartość lepkości pozornej, oraz podobnej wartości zakres szybkości ścinania. Świadczy to o dobrym upłynięciu zawiesin o relatywnie małej koncentracji oraz ich newtonowskim charakterze. Rozproszony rozkład punktów doświadczalnych zauważany dla zawiesin o największej koncentracji (70÷75%) jest niewątpliwie wynikiem występowania silnych efektów przyściennej, a dodatkowo – efektem utraty płynności układu niejednorodnego ciec-ciała stałego. W ujęciu reologicznym wskazuje to także na efekt zagęszczania ścinaniem.

Wpływ koncentracji cząstek ciała stałego na lepkość zawiesin (przy stałej szybkości ścinania) przedstawiono na rys. 3. Widoczne jest, że dla zawiesiny zawierającej cząstki balotyny o średnicy 1 mm (Rys. 3a), maksymalna wartość lepkości wynikająca z granicy płynięcia zawiesiny jest o ok. 30% mniejsza, aniżeli ma to miejsce dla zawiesiny z cząstkami bardziej rozdrobnionymi (Rys. 3b). Dla wysokoskoncentrowanych zawiesin ($\phi > 60\%$) wskazuje to na odmienny ich charakter reologiczny, a ściślej – na wyraźne cechy nieniuonowskie. Wynika to niewątpliwie z dużego zagęszczenia cząstek stałych (balotyny), zbliżonego do geometrycznie maksymalnego ich upakowania, ze znacznie mniejszymi przestrzeniami międzycząsteczkowymi, w zakresie których właściwości smarne cieczy ulegają znacznemu zmniejszeniu. Rośnie przy tym tarcie między cząsteczkami ciała stałego, a więc i lepkość układu.



Rys. 2. Wpływ szybkości ścinania na lepkość pozorną zawiesiny zawierającej kulki szklane o średnicy: a) 1 mm, b) 90÷150 μm,



Rys. 3. Wpływ koncentracji na lepkość pozorną zawiesiny zawierającej kulki szklane o średnicy: a) 1 mm, b) 90÷150 μm,

W warunkach transportu rurami na skutek utraty płynności układu może to w konsekwencji prowadzić do zjawiska *przepychania* wysokoskoncentrowanej zawiesiny, aniżeli faktycznego jej przepływu.

Zauważyć można (Rys. 3), że dla zawiesin rozrzedzonych – praktycznie o koncentracji ciała stałego < 40% – wykazywana lepkość pozorną nie zależy od szybkości ścinania i jest niewiele większa od oleju (0,895 Pa·s). Wskazuje to na dobre warunki płynności tego typu układów, które mogą być opisane modelami jak dla płynów newtonowskich.

Przedstawione w tab. 2 przykładowe porównanie wartości lepkości pozornej wyznaczonej doświadczalnie z wynikami obliczeń wg niektórych metod obliczeniowych (Tab. 1) pokazują, że zakres pomiarowy lepkości zawiesin wysokoskoncentrowanych mieści się w średnim zakresie wartości obliczeniowych, jakkolwiek najbliższych metodzie *Hatscheka*. Odstępstwo wartości lepkości wyznaczonej doświadczalnie od wartości obliczeniowych wg pozostałych metod jest niewątpliwie spowodowane ograniczeniem ich zastosowania do zawiesin o relatywnie niedużej koncentracji. Podane metody bazują na udziale objętościowym ciała stałego w zawieszynie, co nieco komplikuje porównanie obliczonych wartości. Porównanie z innymi metodami daje jeszcze większe odstępstwa.

Tab. 2. Porównanie wyników badań i obliczeń współczynnika lepkości pozornej zawiesin wysokoskoncentrowanych – $\phi = 60\%$ mas. ($t = 22^\circ\text{C}$)

Współczynnik lepkości, [Pa·s]	Badania doświadczalne. własne	Metoda obliczeniowa		
		<i>Simha, 1952</i>	<i>Thomas, 1965</i>	<i>Hatschek, 1920</i>
2,2		1,64	1,52	2,37

Wnioski

Stwierdzono, że do opisu cech reologicznych zawiesin wysokoskoncentrowanych można wykorzystać prawo *Hagena-Poiseuille'a*, opisujące laminarny ruch płynu w reometrze kapilarnym. Badania doświadczalne wykazały, że w stosunkowo dużym zakresie zmian parametrów reologicznych możliwa jest dokładna ocena lepkości pozornej zawiesin oraz wskazanie na obszary utraty płynności układu niejednorodnego.

Stwierdzono, że zawiesiny zawierające drobniejsze cząstki ciała stałego wykazują większą lepkość, a jednocześnie cechują się lepszymi kryteriami wynikającymi z upłynięcia zawiesiny.

Porównanie wyników badań lepkości zawiesin z wartościami obliczonymi wg różnych metod pokazuje, że równanie *Hagena-Poiseuille'a* może z powodzeniem być wykorzystane do oceny właściwości reologicznych wysokoskoncentrowanych zawiesin różnego rodzaju.

LITERATURA

Bandrowski J., Merta H., Ziolo J. 2001. *Sedymentacja zawiesin. Zasady i projektowanie*, wyd. II. Wyd. Pol. Śląskiej, Gliwice
 Dziubiński M., Kiljański T., Sęk J. 2009. *Podstawy reologii i reometrii płynów*. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej. Łódź
 Kembłowski Z. 1973. *Reometria płynów nieniuonowskich*. WNT Warszawa