

Marcin MICZKA

Instytut Metalurgii Żelaza

ZASTOSOWANIE METOD BAYESOWSKICH DO PROGNOZOWANIA TEMPERATURY STALI W KADZI ODLEWNICZEJ I KADZI POŚREDNIEJ¹

W artykule przedstawiono podstawy metodyczne dla prognozowania i analizy ryzyka procesu produkcyjnego w hutnictwie żelaza i stali, ze szczególnym uwzględnieniem prognozowania temperatury w różnych fazach procesu stalowniczego. Metodologia oparta jest na reprezentacji systemu dynamicznego w przestrzeni stanu oraz wnioskowaniu bayesowskim. Pozwala to przede wszystkim uchylić założenie o stałości szacowanych parametrów, prowadzić analizę dla całości rozkładu statystycznego oraz uwzględnić tzw. informację a priori czyli pochodzącą spoza zbioru danych. Praca ma charakter przeglądowy i stanowi podstawę do dalszych badań, których ostatecznym celem jest wdrożenie systemu prognozowania i analizy ryzyka w jednej z polskich stalowni, a następnie opracowanie podobnych rozwiązań dla przypadku innych faz procesu hutniczego. Zaprezentowano zakres informacji na który zgodę wyraziło kierownictwo przedsiębiorstwa.

Słowa kluczowe: stalownia, temperatura ciekłej stali, analiza statystyczna, reprezentacja systemu dynamicznego w przestrzeni stanu, wnioskowanie bayesowskie.

APPLICATION OF BAYESIAN METHODS FOR FORECASTING THE STEEL TEMPERATURE IN THE LADLE AND TUNDISH

The article presents the methodological basis for forecasting and risk analysis of the production process in the iron and steel industry, with particular emphasis on forecasting temperatures in the different stages of the steelmaking process. The methodology is based on the state space representation of a dynamic system and Bayesian inference. Above all it enables repeal the assumption of a constant estimated parameters, analyze the statistical distribution of the whole and take into account the so-called a priori information, from outside the dataset. Article is a review and provides a basis for further research, with the ultimate goal to implement a system for forecasting and risk analysis in one of the Polish steel mill, and then develop similar solutions for other phases of the metallurgical process. Presented range of information on which business executives expressed consent.

Key words: steel mill, crude steel temperature, statistical analysis, state space representation of dynamic system, bayesian inference

¹ Dziękuję za konsultacje w dziedzinie technologii wytwarzania stali dr. inż. Mariuszowi Boreckiemu, dr. inż. Haraldowi Kani oraz dr. inż. Bogdanowi Zdonkowi.

1. WPROWADZENIE

Prognozowanie temperatury w kadzi pośredniej jest klasycznym zagadnieniem z dziedziny metalurgii żelaza i stali. Znane są dwa podejścia do tego zagadnienia: modele fizyczne (wychodzące z teorii termodynamiki) oraz modele statystyczne. Pierwsze podejście, w najbardziej zaawansowanej formie, wymaga stosowania złożonych metod obliczeniowych, takich jak metoda elementów skończonych, w celu symulacji procesów opisujących zjawiska termodynamiczne oraz dynamikę przepływu cieczy. W metodzie tej, najczęściej przyjmowane jest założenie o braku składnika losowego, które jest uchylane w modelach statystycznych. W klasie takich metod najczęściej wykorzystywane są sieci neuronowe (*extreme learning machine*). Według źródeł literaturowych, predykcja za pomocą metod statystycznych wymaga znacznie mniej czasu, a to ma istotne znaczenie praktyczne. Znane są również przykłady integracji obydwóch podejść.

Występowanie składnika losowego jest związane z działalnością człowieka w trakcie procesu produkcyj-

nego. Stąd decyzje podejmowane w tych samych warunkach nie są w pełni powtarzalne. Jest to podstawowe uzasadnienie zastosowania metod statystycznych w analizie i zarządzaniu procesami produkcyjnymi.

Powyższe metody, obejmujące teorie fizyczne oraz te wykorzystujące zarejestrowane w przedsiębiorstwach dane liczbowe, opisujące stosunkowo stabilne procesy metalurgiczne, pozwalają jedynie na punktową prognozę temperatury. Uogólnienie prognozy na cały rozkład statystyczny oraz uwzględnienie dodatkowej informacji spoza próby, co jest konieczne w przypadku wystąpienia nieplanowanych zdarzeń (np. postojów) w celu skorygowania prognozy, wymaga zastosowania nieklasycznych metod statystycznych, do których należą metody bayesowskie.

Wnioskowanie bayesowskie jest historycznie najstarszą, statystyczną metodą estymacji parametrów rozkładu prawdopodobieństwa. Polega ona na wykorzystaniu przy budowie przedziałów estymacyjnych wzoru brytyjskiego matematyka Thomasa Bayesa (1702–1763). W teorii tej szacowany parametr, czyli np. średnia, traktowany jest jako zmienna losowa. Założenie takie

jest uzasadnione np. w przypadku statystycznej kontroli jakości produkcji. Wskutek rozregulowania maszyn i urządzeń oraz różnic w jakości używanych materiałów i surowców, niektóre charakterystyki produkowanych partii wyrobów ulegają zmianom w czasie, odchylając się losowo od założonych standardów i norm. Podejście bayesowskie jest zatem uzasadnione w przypadku prognozowania temperatury stali w kadzi odlewniczej i kadzi pośredniej. Ze względu na występowanie składnika losowego, temperatura wydania z obróbki pozapiecowej jest zwykle zawyżana, a utrzymanie jej na poziomie jak najbliższym wymaganiom technologicznym ma istotne znaczenie zarówno dla utrzymania wysokiej jakości produkowanej stali jak i obniżenia kosztów zużycia energii oraz zwiększenia wydajności produkcji, co wiąże się z szybkością odlewania. Ponadto dążenie do większej precyzji sterowania procesami technologicznymi poprzez wykorzystanie dużych baz danych i modeli symulacyjnych ma swoje uzasadnienie ekonomiczne. Jest to między innymi rosnąca konkurencja rynkowa oraz rosnące wymagania odbiorców wyrobów hutniczych. Wykorzystanie metod statystycznych jest także rozszerzeniem badań w dziedzinie metalurgii na analizę procesów technologicznych na miejscu, niejako na „żywym organizmie” w czasie jego funkcjonowania.

Zaprezentowana metodyka zostanie rozwinięta w współpracy z jedną z polskich stalowni oraz Cardiff School of Engineering działającą w ramach Cardiff University, która specjalizuje się w dziedzinie Intelligent Manufacturing. Jej rozwój jest podyktowany przemianami strukturalnymi, jakie zachodzą w gospodarce, a które nazywane są już „trzecią rewolucją przemysłową”. Ma ona doprowadzić do powrotu niektórych rodzajów przemysłu, a co za tym idzie miejsc pracy, do wysoko rozwiniętych gospodarek europejskich. Masowe wytwarzanie podobnych do siebie produktów ma ustąpić miejsca bardziej zindywidualizowanej produkcji (*mass customisation*). Ponieważ przetwórstwo przemysłowe staje się w coraz większym stopniu zinfomatyzowane, w przedsiębiorstwach gromadzone są duże zbiory danych. Wiedza w nich zawarta oraz umiejętność jej wykorzystanie staje się podstawą do osiągnięcia wysokich wskaźników wzrostu gospodarczego oraz wysokiej pozycji rynkowej. Powstała za tym idea przedsiębiorstwa inteligentnego, które charakteryzuje się również tym, że ludzie nie pracują w nim w ciężkich warunkach. Wiąże się to z wyeliminowaniem człowieka z niektórych procesów decyzyjnych, które zostaną przejęte przez systemy informatyczno-automatyczne, a to wiąże się z powstaniem nowych rodzajów ryzyka.

Zarządzanie ryzykiem kojarzone jest najczęściej z naukami ekonomicznymi. Istnieje jednak rozwijająca się dziedzina wiedzy, której przedmiotem jest ryzyko istniejące w systemach technicznych. Jest to część ryzyka operacyjnego przedsiębiorstwa przemysłowego. Zwykle w systemach takich procesy techniczne i technologiczne są w wysokim stopniu kontrolowane. W związku z tym, szczególnym przedmiotem badań w tej dziedzinie są zdarzenia w przemyśle przetwórczym charakteryzujące się niskim prawdopodobieństwem zajścia i poważnymi konsekwencjami, które obejmują wszelkie nieplanowane zdarzenia lub wypadki, powodujące znaczące straty biznesowe, w tym poważne zakłócenia gospodarcze, które wynikają z zagrożeń naturalnych, poważnych awarii czy zakłóceń w łańcuchu dostaw. Zdarzenia te mogą wynikać z naturalnych źródeł lub złego

funkcjonowania systemu zarządzania oraz mogą być związane z poważniejszymi, zewnętrznymi czynnikami ryzyka, takimi jak zmiany klimatu lub nagle zmiany w technologii i regulacjach prawnych. Ponieważ tego rodzaju zdarzenia mogą mieć poważne i długoterminowe konsekwencje mogą być rozpatrywane w kontekście długofalowego, zrównoważonego rozwoju.

Oprócz przemian w systemach gospodarczych, można również zaobserwować przemiany w metodyce prowadzenia badań naukowych. Według Harvard Business Review rozróżniono cztery paradygmaty prowadzenia takich badań:

1. Eksperymentowanie (*experimentation*),
2. Teoria (*theory*),
3. Symulacje komputerowe (*computation simulation*),
4. Analiza dużych zbiorów danych (*data analysis*), inaczej zastosowania wszystkich znanych metod statystycznej analizy danych w celu odkrywania zależności istniejących w systemach przyrodniczych, technicznych czy gospodarczych.

W związku z tym, że w przedsiębiorstwach gromadzone są obecnie duże zbiory danych, które lepiej opisują procesy technologiczne niż eksperymenty prowadzone w laboratoriach, rozwój metodyki prowadzenia badań naukowych wiąże się z opracowywaniem metod ich analizy, a w szczególności statystycznej analizy danych. Istotne jest również to, że ciężar badań naukowych przenoszony jest z odkrywania nowych zależności na bardziej precyzyjny pomiar zależności już znanych, z uwzględnieniem czynników charakterystycznych dla danego miejsca, co pozwala lepiej zarządzać procesami produkcyjnymi.

2. METODY STATYSTYKI BAYESOWSKIEJ

Przewidywanie zdarzeń charakteryzujących się niskim prawdopodobieństwem zajścia i poważnymi konsekwencjami, wymaga uwzględnienia dodatkowej informacji, spoza zbioru obserwacji. Podejście takie jest charakterystyczne dla metod statystyki bayesowskiej, opartych na definicjach prawdopodobieństwa *a priori* (bezwarunkowego) oraz prawdopodobieństwa *a posteriori* (empirycznego, wynikowego) [1].

Stanowisko bayesowskie charakteryzuje równoprawne traktowanie wszystkich wielkości występujących w modelu statystycznym (obserwacje, parametry, zmienne ukryte) i zgoda na włączenie do wnioskowania ogółu informacji wstępnych. W szczególności stosowane są dwie zasady probabilistyki:

- warunkowanie względem wielkości obserwowanych, czyli danych statystycznych,
- wyznaczanie rozkładów brzegowych, głównie brzegowych rozkładów *a posteriori* wielkości będących przedmiotem badania (kluczowych parametrów lub przyszłych obserwacji).

Wnioskowanie o parametrze θ (oznaczenia jak w tabeli 1) dokonywane jest na podstawie rozkładu warunkowego tego parametru przy ustalonych obserwacjach, czyli na podstawie tzw. rozkładu *a posteriori* o funkcji gęstości danej wzorem Bayesa:

$$p(\theta | y) = \frac{p(y | \theta)p(\theta)}{p(y)} \quad (1)$$

gdzie $p(y) = \int_{\Theta} p(y | \theta)p(\theta)d\theta$

jest brzegową gęstością wektora obserwacji.

Tabela 1. Porównanie dwóch podejść w analizie statystycznej
Table 1. Comparison of the two approaches in statistical analysis

Stanowisko niebayesowskie	Stanowisko bayesowskie
<p>Niech wektor $y \in Y \subset R^n$ oznacza możliwy przebieg (możliwą realizację) zjawiska empirycznego. Rozważana jest rodzina rozkładów prawdopodobieństwa indeksowanych przez wektor $\theta \in \Theta \subset R^s$</p> $P = \{p(\cdot \theta), \theta \in \Theta\},$ <p>gdzie $p(\cdot \theta): Y \rightarrow R_+ \cup \{0\}$ jest funkcją gęstości określoną na zbiorze możliwych realizacji zjawiska. Na gruncie niebayesowskim rodzina P definiuje parametryczny model statystyczny – tzw. model próbkowy w ramach którego rozważane jest zagadnienie estymacji wektora θ (np. wartość oczekiwana czy wariancja) i jego funkcji.</p>	<p>Na gruncie bayesowskim rodzina P nie stanowi jeszcze kompletnego modelu statystycznego. Obok modelu próbkowego wprowadzana jest miara probabilistyczna na zbiorze Θ – o funkcji gęstości $p(\theta)$ – czyli tzw. rozkład <i>a priori</i>. Bayesowski model statystyczny jest więc jednoznacznie scharakteryzowany przez funkcję łącznej gęstości dla wektora (potencjalnych) obserwacji i wektora parametrów, czyli: $p(y, \theta) = p(y \theta) p(\theta)$</p>

Źródło: Opracowanie własne na podstawie [1, 2, 5]

Formalnie, różnice w stanowisku niebayesowskim i bayesowskim zostały przedstawione w tabeli 1 [1, 2, 5].

We wnioskowaniu bayesowskim istotne znaczenie odgrywają metody numeryczne, zastosowanie których pozwala na całkowanie w celu uzyskania próby z rozkładu *a posteriori*. Do najbardziej znanych metod należą:

1. Kwadratury i aproksymacje Laplace'a,
2. Metoda Monte Carlo z funkcją ważności,
3. Metoda eliminacji,
4. Metoda Monte Carlo oparta na łańcuchach Markowa i jej rozwinięcia w postaci algorytmów: „Hit-and-run”, „Multiple try Metropolis”, „Dynamic weighting”,
5. Algorytm Metropolisa-Hastingsa,
6. Losowanie Gibbsa i jego uogólnienie – Slice Sampling.

Idea prawdopodobieństwa warunkowego może zostać wykorzystana do konstruowania modeli opisujących hutniczy proces produkcyjny. Pozwala to z jednej strony uwzględnić wiedzę *a priori* czyli pochodzącą spoza zbioru danych, a z drugiej uchylić założenie o stałości szacowanych parametrów w czasie. Poza tym zastosowanie wnioskowania bayesowskiego pozwala prognozować nie tylko średni poziom wybranej zmiennej, ale cały rozkład prawdopodobieństwa. W związku z tym informacja potrzebna osobom podejmującym decyzje oraz analizującym ryzyko jest pełniejsza. Przykładem takiego zagadnienia jest prognozowanie i analiza ryzyka zmian temperatury w kadzi odlewniczej i kadzi pośredniej.

3. ZARYS METODYKI STOSOWANEJ W ZARZĄDZANIU PROCESAMI HUTNICZYMI

Poniżej przedstawiono zarys metodyki zastosowanej przez zespół pracowników Waseda University, Sumitomo Metal Industries, Ltd i Kyoto University [3, 4], która jest podstawą do prowadzenia własnych badań w dziedzinie zastosowań metod statystycznych w prognozowaniu oraz analizie ryzyka procesów hutniczych. Przykład dotyczy prognozowania temperatury w kadzi odlewniczej i kadzi pośredniej, co jest istotne ze względu na to, że odpowiedni jej poziom musi być utrzymany w celu osiągnięcia wysokiej jakości produktu. Zaproponowany model pozwala prognozować poziom temperatury i jej rozkład prawdopodobieństwa. Model może być zastosowany do:

- planowania procesu wytwarzania stali,

- analizy wrażliwości temperatury na zmiany parametrów procesu,
- sterowania poziomem temperatury w różnych fazach procesu.

Przykładowa baza danych, stworzona w jednym z japońskich przedsiębiorstw, zawiera 2 840 wierszy (rekordów), opisujących parametry 18 kadzi (od konwertora do maszyny COS), obejmujące 78 zmiennych (np. temperatura ciekłej stali, skład chemiczny, stan kadzi, ilość żużla, ilość żelazostopów, czas obróbki, czas przejścia pomiędzy fazami, ilość energii doprowadzonej do podgrzania, parametry łuku elektrycznego itd.).

Proces hutniczy od konwertora do maszyny COS został podzielony na 4 fazy i pięć miejsc pomiaru temperatury:

- przed spustem z konwertora,
- po wprowadzeniu żelazostopów do kadzi spustowej,
- przed i po odgazowywaniu,
- po wlaniu do kadzi pośredniej maszyny COS.

W związku z tym, że proces hutniczy składa się z wielu faz (stanów systemu) wzajemnie od siebie zależnych, zastosowano reprezentację systemu dynamicznego w przestrzeni stanu, co krótko opisano poniżej. Modele takie wykorzystywane są np. do analizy cyklu koniunkturalnego, który również charakteryzuje się różnymi fazami. Są one zaliczane do grupy metod analizy szeregów czasowych² [5, 6].

Obserwowaną temperaturę w momencie t oznaczono jako X_t , pozostałe zmienne jako wektor Y_t . Wszystkie zmienne potraktowano jako zmienne losowe (ich wartości występują z określonym prawdopodobieństwem). Zmienną oznaczającą stan systemu oznaczono jako T_t , przy czym stan systemu zmienia się z T_{t-1} na T_t , co opisuje równanie:

$$T_t = f_t(T_{t-1}, Y_t) + \varepsilon_t \quad (2)$$

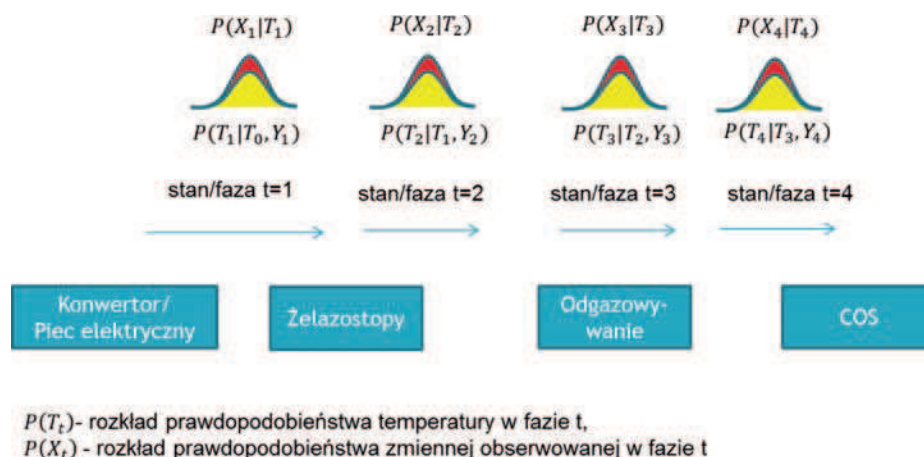
$$P(T_t | T_{t-1}, Y_t) = N(T_t; f_t(T_{t-1}, Y_t), \sigma^2) \quad (3)$$

² Większość modeli szeregów czasowych można zapisać w następującej formie: $y_t = g(z_t, \theta, \varepsilon_t)$, gdzie g jest znaną funkcją, z_t jest wektorem zmiennych objaśniających zmiany y_t , θ jest wektorem niezmiennych parametrów podlegających estymacji, a ε_t opisuje składnik losowy. Przy niezmiennym postaci funkcji g wartość θ opisuje jeden stan systemu, jeżeli natomiast θ jest zmienne w czasie – θ_t , to mamy do czynienia z opisem różnych stanów systemu. Ogólna postać klasy modeli przestrzeni stanów wygląda następująco:

$$y_t = Aa_t + Bz_t + \varepsilon_t - \text{równanie dla zmiennych obserwowanych}$$

$$a_t = Ca_{t-1} + \eta_t - \text{równanie stanu}$$

Modele tej klasy są użyteczne między innymi do opisu dynamiki charakteryzowanej przez zmiany stanów, które zdają się nie mieć obserwowalnej i mierzalnej przyczyny, a także dynamiki zależnej od tzw. zmiennej przełącznikowej pomiędzy stanami, realizacjami której nie dysponujemy oraz dla której nie istnieje odpowiednia zmienna zastępcza.



Rys. 1. System prognozowania temperatury z zastosowaniem prawdopodobieństwa warunkowego

Fig. 1. The prediction of the temperature using a conditional probability

gdzie $N(\cdot; \mu, \sigma^2)$ oznacza rozkład normalny z wartością oczekiwaną μ i wariancją σ^2 . Prognoza temperatury obserwowanej jest dana równaniem:

$$X_t = T_t + \zeta_t \quad (4)$$

$$P(X_t | T_t) = N(X_t; T_t, \tau^2) \quad (5)$$

Prognozowanie temperatury polega na oszacowaniu parametrów odpowiednich rozkładów, co pokazano na rysunku 1. Tak więc prognoza nie dotyczy tylko średniej, ale wszystkich parametrów opisujących rozkład prawdopodobieństwa.

W celu obliczenia charakterystyk rozkładu prawdopodobieństwa $P(T_4 | X_{0:3}, Y_{1:4})$ stosowana jest procedura sekwencyjna. Wychodząc z założenia, że T_t zależy wyłącznie od T_{t-1} :

$$P(T_t | T_{0:t-1}) = P(T_t | T_{t-1}) \quad (6)$$

oraz rozpoczynając od $P(T_0)$, przeprowadzane są cztery iteracje od $P(T_{t-1})$, aż do $P(T_4)$. W pierwszym kroku, przy założeniu rozkładu *a priori* $P(T_{t-1})$ i poziomów zmiennych obserwowanych X_{t-1} , rozkład $P(T_{t-1})$ modyfikuje rozkład *a posteriori* zgodnie z założonym powyżej modelem. Obliczenia dokonywane są zgodnie z następującą formułą:

$$P(T_{t-1} | X_{t-1}) \propto P(X_{t-1} | T_{t-1})P(T_{t-1}) \quad (7)$$

Następnym krokiem jest transformacja. Mając dany rozkład *a posteriori* o postaci $P(T_{t-1} | X_{t-1})$, rozkład zmiennej prognozowanej $P(T_t)$ obliczany jest za pomocą formuły $P(T_t | T_{t-1}, Y_t) = N(T_t; f_t(T_{t-1}, Y_t), \sigma^2)$. W trakcie wykonywania iteracji, waga informacji wstępnej maleje, a rośnie dokładność predykcji.

Opisana powyżej metodyka zostanie zastosowana dla przypadku jednej z polskich stalowni. Będzie ona rów-

nież podstawą do rozwinięcia innych rodzajów metodyki oraz zastosowań dla innych etapów hutniczego procesu produkcyjnego.

Poniżej przedstawiono przykład pokazujący ideę zastosowania klasycznych metod statystycznych oraz wnioskowania bayesowskiego w analizie danych rejestrowanych na jednej z polskich stalowni. Przedstawione szeregi czasowe, uzupełnione o zbiór dodatkowych zmiennych wpływających na poziom temperatury, będą podstawą do opracowania systemu równań z zastosowaniem reprezentacji systemu dynamicznego w przestrzeni stanu.

4. BADANIA WŁASNE W DZIEDZINIE ZASTOSOWAŃ WNISKOWANIA BAYESOWSKIEGO

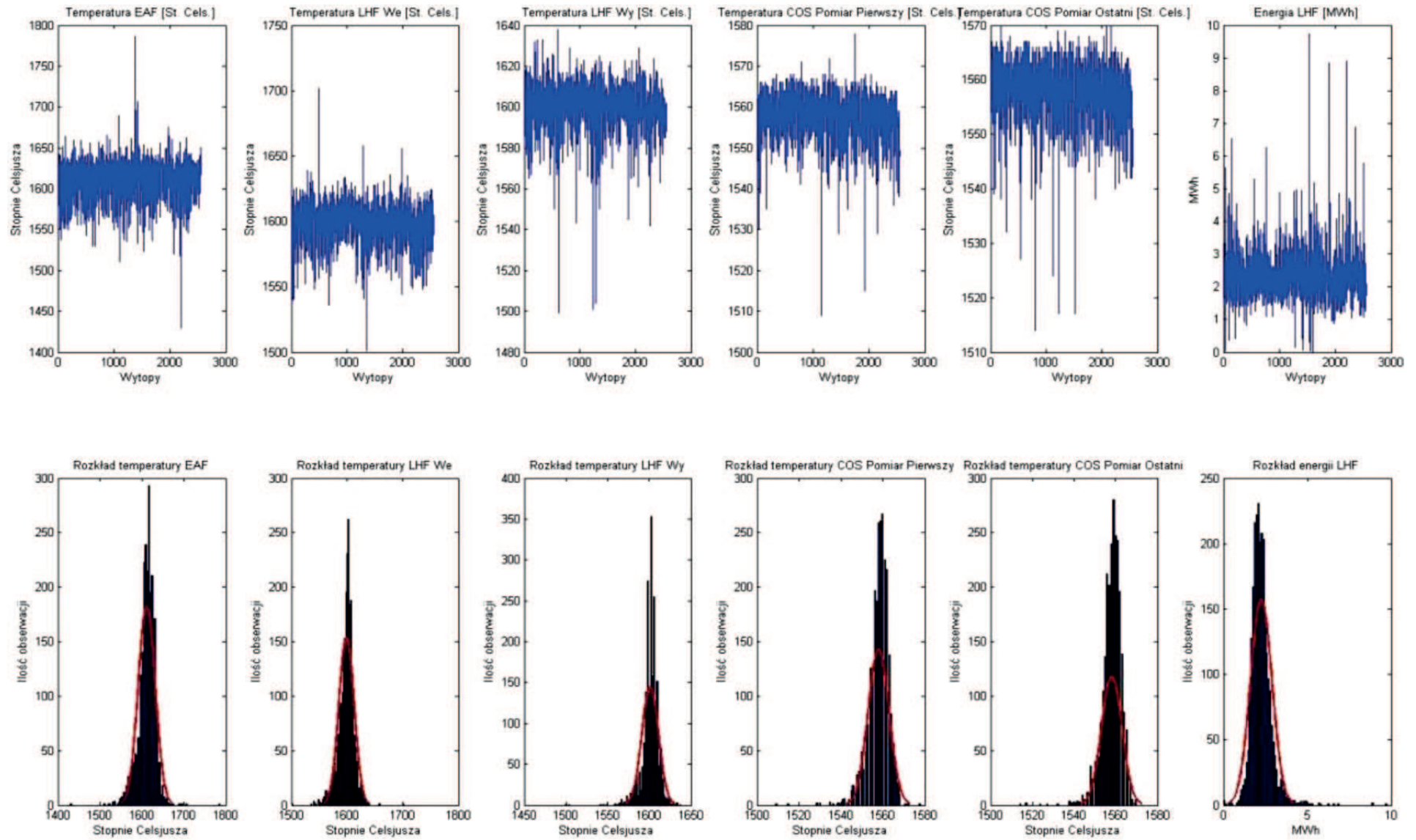
Punktem wyjścia do stworzenia systemu prognozowania temperatury w kadzi odlewniczej i kadzi pośredniej jest zbiór obserwacji temperatury dla procesu produkcyjnego wybranego gatunku stali:

- na wyjściu z elektrycznego pieca łukowego (EAF – Electric Arc Furnace),
- na wejściu stanowiska obróbki pozapiecowej (LHF We – Ladle Heating Furnace),
- na wyjściu stanowiska obróbki pozapiecowej (LHF Wy),
- pierwszy i ostatni pomiar w kadzi pośredniej na urządzeniu COS
- oraz zużycia energii elektrycznej na stanowisku obróbki pozapiecowej (Rys. 2).

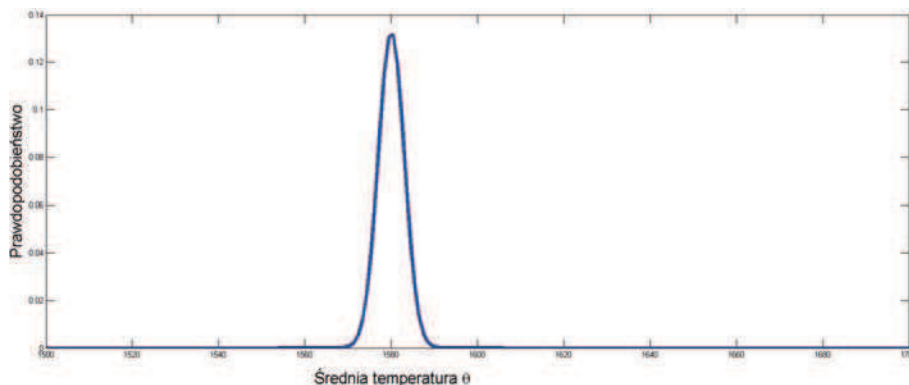
Tabela 2. Miary statystyczne dla szeregów czasowych temperatury i zużycia energii

Table 2. Statistical measures for time series of temperature and energy consumption

	Temperatura na wyjściu EAF	Temperatura na wejściu LHF	Temperatura na wyjściu LHF	Pierwszy pomiar temperatury na COS	Ostatni pomiar temperatury na COS	Zużycie energii LHF
	T_1 [°C]	T_2 [°C]	T_3 [°C]	T_4 [°C]	T_5 [°C]	E [MWh]
Średnia	1 612	1 599	1 601	1 558	1 558	2
Wariancja	395,7	176,7	95,9	24,2	23,2	0,4
Odchylenie standardowe	19,9	13,3	9,8	4,9	4,8	0,6
Współczynnik zmienności	1,23%	0,83%	0,61%	0,32%	0,31%	27,86%

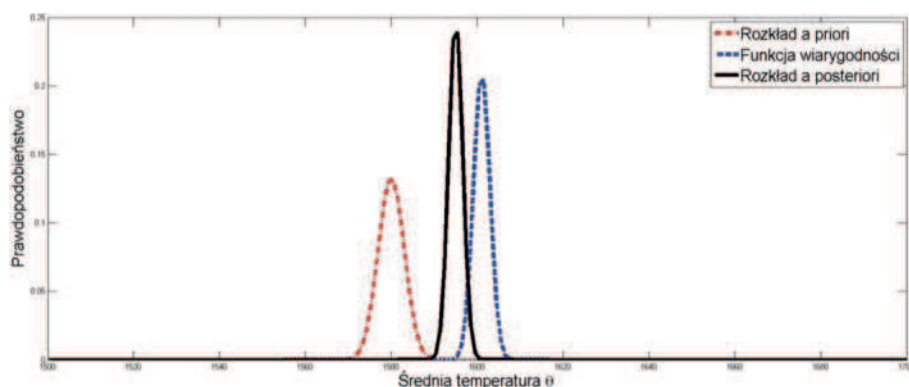


Rys. 2. Szeregi czasowe i rozkłady prawdopodobieństwa dla temperatur i zużycia energii w wybranych fazach procesu odlewania stali dla przykładowego przedsiębiorstwa
 Fig. 2. Time series and probability distributions for temperatures and energy consumption in some phases of the process of casting for the exemplary company



Rys. 3. Rozkład *a priori* temperatury w wybranym miejscu procesu odlewania stali

Fig. 3. Prior distribution of temperature at the desired location casting process



Rys. 4. Rozkład *a priori*, funkcja wiarygodności i rozkład *a posteriori* dla średniej temperatury

Fig. 4. Prior distribution, likelihood function and the posterior distribution for average temperatures

Średnie, wariancje, odchylenia standardowe oraz współczynniki zmienności dla analizowanych procesów pokazano w tabeli 2.

Powyższa analiza jest przykładem klasycznego wnioskowania statystycznego. Przyjmowane jest założenie, że rozkład temperatury X ma postać rozkładu normalnego (Gausa):

$$X|\theta \sim N(\theta, \sigma^2) \quad (8)$$

Wnioskowanie bayesowskie wychodzi od założenia o istnieniu wiedzy spoza analizowanego zbioru obserwacji. Przyjęto, że wariancja rozkładu danych zarejestrowanych σ^2 jest znana, a rozkład *a priori* średniej ma również postać rozkładu normalnego:

$$\theta \sim N(\mu, \tau^2) \quad (9)$$

Rozkład ten reprezentuje wiedzę *a priori* o temperaturze w danym miejscu procesu produkcyjnego, a zatem wartość oczekiwana μ i wariancja τ^2 są znane. Wiedza ta może wynikać ze zdobytego doświadczenia opartego na wcześniejszych badaniach, intuicji czy wiedzy eksperckiej.

Podstawę wnioskowania statystycznego stanowi ciągle informacja uzyskana z obserwacji, stąd przy dostatecznej ich ilości, nawet dość znaczne zmiany rozkładu *a priori* nie pociągają za sobą większych zmian w otrzymywanych rozkładach *a posteriori*. Niewielkie zmiany mogą być jednak istotne w przypadku bardzo precyzyjnego sterowania procesami produkcyjnymi. Źródłem dodatkowej informacji, mogą być długoletni pracownicy przedsiębiorstw zwykle wykazujący intuicję, która poprawia trafność prognozowania.

W prezentowanym przykładzie przyjęto *a priori*, że średnia temperatura na wyjściu ze stanowiska obróbki pozapiecowej będzie wynosić 1580 stopni, a odchylenie standardowe 3 stopnie Celsjusza (Rys. 4). Operacja tak może być dokonywana przez pracownika odpowiedzialnego za planowanie procesu produkcyjnego.

Wnioskowanie o parametrze θ (np. średnia temperatura) dokonywane jest na podstawie rozkładu warunkowego tego parametru przy ustalonych obserwacjach, czyli na podstawie tzw. rozkładu *a posteriori* o funkcji gęstości danej wzorem Bayesa:

$$p(\theta|X) = \frac{p(X|\theta)p(\theta)}{p(X)} \quad (10)$$

gdzie
$$p(X) = \int_{\theta} p(X|\theta)p(\theta)d\theta$$

jest brzegową gęstością wektora obserwacji. Rozważana jest rodzina rozkładów prawdopodobieństwa indeksowana przez wektor $\theta \in \Theta \in R^s$. Centralnym punktem wnioskowania bayesowskiego jest wyznaczenie rozkładu *a posteriori* łączącego informacje o parametrze pochodzące z funkcji wiarygodności i rozkładu *a priori*, którego funkcja gęstości dana jest wzorem:³

$$p(\theta|X) \propto L(\theta, X) p(\theta) \quad (11)$$

Gdzie \propto jest symbolem proporcjonalności (równości z dokładnością do stałej dodatniej), a $L(\theta, X)$ jest funkcją wiarygodności definiowaną jako $L(\theta, X) = p(X|\theta)$.

Łącząc wiedzę z obserwacji z wiedzą *a priori* osiągnięta jest większa efektywność estymatorów⁴. Rozkłady *a priori*, funkcję wiarygodności oraz *a posteriori* dla średniej temperatury na wyjściu ze stanowiska obróbki cieplnej przedstawiono na rysunku 4.

³ Wiarygodność bayesowska jest tożsama z klasyczną funkcją wiarygodności. Mianowicie w statystyce klasycznej funkcją wiarygodności nazywamy funkcję gęstości rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej rozpatrywaną jako funkcję parametrów od której ona zależy (prawdopodobieństwo otrzymania obserwacji przy danych parametrach rozkładu statystycznego).

⁴ Estymator parametru (np. średnia temperatura) powinien być nieobciążony czyli najbardziej zbliżony do prawdziwej wartości, efektywny czyli charakteryzujący się najmniejszym rozrzutem spośród wybranych estymatorów oraz zgodny czyli wraz ze wzrostem liczby obserwacji jego wariancja i obciążenie powinny dążyć do zera.

Powyżej przedstawiono przykład jednowymiarowej analizy statystycznej temperatury w kadzi odlewniczej z zastosowaniem wnioskowania bayesowskiego. Następnym krokiem jest analiza wielowymiarowa oraz analiza regresji, która pozwala poznawać powiązania pomiędzy różnymi zjawiskami. W przypadku wnioskowania bayesowskiego rozkłady *a priori*, funkcji wiarygodności oraz *a posteriori* dotyczą szacowanych parametrów funkcji regresji. Dalszym uogólnieniem jest analiza szeregów czasowych, która pozwala uwzględnić ich właściwości oraz zależności występujące w czasie. Ostatnim krokiem jest przejście do zaprezentowanego modelu przestrzeni stanu i wnioskowania bayesowskiego.

5. PODSUMOWANIE

Prognozowanie temperatury w kadzi odlewniczej i kadzi pośredniej ma istotne znaczenie dla uzyskania odpowiedniej jakości stali, wydajności związanej z szybkością odlewania oraz ograniczenia zużycia energii potrzebnej do podgrzewania. Osiągnięcie tych celów wymaga rozwiązania problemów zarówno natury technicznej i technologicznej jak i tych obejmujących dziedzinę zarządzania i organizacji procesów produkcyjnych. Ostatecznie działania takie powinny wpłynąć na obniżenie jednostkowego kosztu zmiennego produkcji oraz powinny mieć korzystny wpływ na środowisko naturalne.

Procesy przebiegające na stalowni charakteryzują się pewną zmiennością, a zatem obecnością składnika losowego. W związku z tym zastosowanie metod statystycznych jest w tym przypadku uzasadnione. Wysoka precyzja sterowania procesami technologicznymi wymaga zmniejszenia tej zmienności oraz uwzględnienia dodatkowej informacji spoza zbioru danych (np. wynikającej z doświadczenia pracowników), co jest możliwe dzięki zastosowaniu np. metod bayesowskich.

Dotychczasowe analizy danych rejestrowanych na wybranej stalowni pokazują, że przeciętna zmienność temperatury sięga kilkunastu stopni Celsjusza. Proponowane rozwiązanie powinno doprowadzić do obniżenia tego wskaźnika o kilka stopni, a w dalszej perspektywie znacznie poniżej 10 stopni Celsjusza. Większa stabilność procesów pozwoli na bardziej trafne prognozowanie.

Zbliżanie temperatury w kadzi pośredniej do temperatury krytycznej (odpowiednio większej od temperatury likwidusu) wiąże się z większym ryzykiem zastygnięcia stali, ale obniża koszty zużycia energii i polepsza jakość produktu. Takie zarządzanie procesami technologicznymi wymaga bardzo precyzyjnego sterownia oraz pomiaru ryzyka, czyli w tym przypadku prawdopodobieństwa osiągnięcia temperatury krytycznej w kadzi pośredniej. Podstawową miarą ryzyka jest odchylenie standardowe czyli jeden z parametrów rozkładu statystycznego. W przypadku analizowanych procesów współczynnik zmienności (stosunek odchylenia standardowego do średniej) waha się w granicach od 1,23÷0,31%, co odpowiada wahaniom temperatury od kilkunastu do kilku stopni. Wydaje się, że jest to niewielki rozrzut obserwacji, ale wynikiem tego jest utrzymywanie temperatury procesu na poziomie nawet o kilkadziesiąt stopni Celsjusza przekraczającym temperaturę likwidusu. Obniżenie temperatury procesu wytwarzania stali wymaga więc lepszego zarządzania ryzykiem, które obejmuje jego pomiar za pomocą metod statystycznych. Wynikiem tego rodzaju projektów będzie więc przede wszystkim zbliżenie temperatury procesu do temperatury krytycznej, co wiąże się z większym ryzykiem zastygnięcia stali, a co za tym idzie spowodowania znaczących strat biznesowych. Jest to szczególnie przypadek szerszego zagadnienia zbliżania parametrów procesów technologicznych do nieprzekraczalnych granic, wtedy kiedy jest to korzystne z punktu widzenia efektywności produkcji (jakości i rentowności).

Zastosowanie praktyczne pokazanej metodyki wiąże się z odpowiednim opomiarowaniem procesu produkcyjnego oraz oprogramowaniem pozwalającym na szybkie tworzenie i przetwarzanie dużych zbiorów danych o wymaganej strukturze. Są to zatem prace o charakterze interdyscyplinarnym, pozwalające na rozszerzenie działalności Instytutu w Europejskiej Przestrzeni Badawczej.

Rozwinięcie w Polsce i Europie bardzo precyzyjnych procesów technologicznych pozwalających na produkcję wyrobów wysokiej jakości jest istotne dla procesu reindustrializacji, ponieważ masowa produkcja wyrobów niskiej i średniej jakości została przeniesiona z Europy i rejonu Atlantyku w rejon Pacyfiku. Wydaje się, że będzie to powrót do Europy nowej formy rzemiosła czyli działalności rozwijanej od starożytności w tym regionie świata.

LITERATURA

1. Domański Cz., Pruska K.: Nieklasyczne metody statystyczne, PWE, Warszawa, 2000
2. Fisz M.: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna, PWN, Warszawa, 1969
3. Sonoda S., Murata N., Hino H., Kitada H., Kano M.: A statistical model for predicting the liquid steel temperature in ladle and tundish by bootstrap filter, ISIJ International, 2012, vol. 52, no. 6, pp. 1086-1091
4. Ahmad I., Kano M., Hasebe S., Kitada H., Murata N.: Prediction of Molten Steel Temperature in Steel Making Process with Uncertainty by Integrating Gray-Box Model and Bootstrap Filter, Journal of Chemical Engineering of Japan, 2014, vol. 47, no. 11, pp. 827-834
5. Box G.E.P., Jenkins G.M., Reinsel G.C.: Time series analysis, forecasting and control, Wiley series in probability and statistics, Wiley, New Jersey, 2008
6. Terasvirta T., Thostheim D., Granger C.W.J.: Modelling non-linear economic time series, Advanced texts in econometrics, Oxford University Press, 2010