

Dyskretna optymalizacja pompy zębatej z podciętą stopą zęba za pomocą nakładkowych drzew logicznych

Marian A. Partyka, Maria Natowska

1. Wstęp

Układy hydrauliczne są coraz częściej stosowane ze względu na możliwości przenoszenia dużych mocy przy stosunkowo wysokiej sprawności. Jednym z głównych elementów każdego układu są generatory energii strumienia cieczy. Najczęściej stosowane w przemyśle są pompy zębate o zazębieniu zewnętrznym. Ich udział szacowany jest na około 50%. Tak powszechne zastosowanie wynika z prostej i zwartej ich konstrukcji, niezawodności działania, małych gabarytów w porównaniu do innych jednostek pompujących, dużego współczynnika sprawności, wysokiej odporności na zanieczyszczenia czynnika roboczego oraz niskiego kosztu wytwarzania. Dodatkowo jednostki zębate mogą działać ze znacznymi prędkościami obrotowymi i pod tym względem przewyższają inne rodzaje pomp wporowych. Wymienione zalety, a także wysokie ciśnienia robocze, dochodzące do 30 MPa, oraz sprawność całkowita dochodząca do 90% mają wpływ na rozległe zastosowania w układach sterowniczych, napędowych lub smarowniczych maszyn i urządzeń. W złożonych sytuacjach procesu projektowania ważne jest odpowiednie zapisanie algorytmiczne i oprogramowanie przedstawionych metod projektowania grafów i drzew rozgrywających parametrycznie, aby w szczególności uniknąć złożoności obliczeniowej typu wykładniczego. Prawidłowa praca układu będzie zależała od zmian wartości parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych, od cech i własności dynamicznych układu lub elementu [1, 2].

2. Badania hydrauliczne pompy zębatej z podciętą stopą zęba

Optymalizacja pompy zębatej wymaga obliczenia sprawności: objętościowej (η_v), hydrauliczno-mechanicznej (η_{hm}) oraz całkowitej (η_c). Ze względu na występujący konflikt modelowy często sprawność całkowitą oblicza się bezpośrednio przy jednoczesnym założeniu spełnienia dopuszczalnego pozostałych sprawności. Podejście takie skutkuje dużą możliwością oszczędności energetycznych.

Sprawność całkowitą pompy określa się stosunkiem mocy wyjściowej (N_{wy}) do mocy włożonej (N_{we}) lub jako [3, 4, 7,8]:

$$\eta_c = \frac{N_{wy}}{N_{we}} \cong \eta_v \cdot \eta_{hm} \quad (1)$$

Streszczenie: Optymalizacja pompy zębatej z podciętą stopą zęba wymaga obliczenia sprawności objętościowej, hydrauliczno-mechanicznej oraz całkowitej. Ze względu na konflikt modelowy często oblicza się bezpośrednio sprawność całkowitą przy założeniu spełnienia dopuszczalnego pozostałych sprawności. Nakładkowe drzewa logiczne są dodatkową niezależną metodą.

DISCRETE OPTIMIZATION OF A GEAR PUMP AFTER TOOTH ROOT UNDERCUTTING BY MEANS OF MULTI-DIMENSIONAL LOGIC TREES

Abstract: Optimization of the gear pump after tooth root undercutting requires calculations of volumetric, mechanical and total efficiencies. Because of the model conflict, total efficiency is often calculated on the assumption that the other efficiencies are acceptable. Multiple-dimensional logical trees are the additional independent method.

Sprawność objętościowa pompy zębatej (η_v) definiowana jest jako stosunek wydajności rzeczywistej Q_{rz} do wydajności teoretycznej Q_t :

$$\eta_v = \frac{Q_{rz}}{Q_t} \quad (2)$$

W pompie na całkowite straty objętościowe wpływ mają następujące parametry: odkształcenia elementów pompy, ściśliwość cieczy, niecałkowite wypełnienie komór roboczych w okresie ssania oraz przecieki wewnętrzne, proporcjonalne do lepkości i gęstości cieczy. Uwzględniając wszystkie współczynniki i zależności między nimi, otrzymuje się wzór na sprawność objętościową:

$$\eta_v = 1 - c_\mu \cdot \frac{p}{2\pi \cdot \mu \cdot n} - c_r \cdot \frac{1}{n} \cdot \sqrt{\frac{2p}{\rho}} \cdot \sqrt[3]{q^{-1}} \quad (3)$$

gdzie:

C_μ – współczynnik, który jest funkcją rozmiarów i liczby szcze-
lin, zależny od wydajności właściwej pompy;

p – ciśnienie robocze;

q – wydajność właściwa;

ρ – gęstość cieczy;

n – prędkość obrotowa;

μ – lepkość dynamiczna cieczy;

c_r – współczynnik zależny od rodzaju i rozmiaru szczelin oraz
wydajności właściwej pompy.

Sprawność hydrauliczno-mechaniczna pompy (η_{hm}) okre-
śla się stosunkiem momentu teoretycznego M_t do sumy
momentu strat hydrauliczno-mechanicznych ΔM i momentu
teoretycznego M_t :

$$\eta_{hm} = \frac{M_t}{\Delta M + M_t} \quad (4)$$

Ostatecznie otrzymuje się wzór:

$$\eta_{hm} = \frac{1}{1 + c_v \cdot 2\pi \frac{\mu \cdot n}{p} + c_p \cdot \frac{\rho \cdot n^2}{2p} \sqrt[3]{q^2} + c_p} \quad (5)$$

gdzie:

c_p – współczynnik zależny od rodzaju pompy;

c_r – współczynnik zależny głównie od wydajności właściwej
pompy;

c_v – współczynnik zależny od rodzaju pompy;

p_t – ciśnienie tłoczone;

... – pozostałe parametry jak dla sprawności objętościowej.

Ostatecznie, korzystając ze wzorów (1), (3) i (5), otrzymuje
się równanie opisujące sprawność całkowitą:

$$\eta_c = \frac{1 - c_\mu \cdot \frac{p}{2\pi \cdot \mu \cdot n} - c_r \cdot \frac{1}{n} \sqrt{\frac{2p}{\rho}} \cdot \sqrt[3]{q^{-1}}}{1 + c_v \cdot 2\pi \frac{\mu \cdot n}{p} + c_p \cdot \frac{\rho \cdot n^2}{2p} \sqrt[3]{q^2} + c_p} \quad (6)$$

W opracowaniu za funkcje uznano (η_v), (η_{hm}) i (η_c), natomiast
za zmienne decyzyjne przyjęto parametry: M , n , p_t , Q_{rz} . Przed-
stawione postępowanie ma sens z punktu widzenia zastoso-
wania pompy zębatej z podciętym zębem w różnych układach,
wykazania poprawności i dokładności obliczeń matematycz-
nych, a także wyznaczenia rozbieżności obliczeniowych, wyni-
kających z różnych algorytmów stosowanych w projektowaniu
pompy zębatej:

- wyznaczenie maksymalnej sprawności objęto-
ściowej przy założeniu dopuszczalnej sprawności
hydrauliczno-mechanicznej;
- wyznaczenie maksymalnej sprawności hydrauliczno-
mechanicznej przy założeniu dopuszczalnej sprawności
objętościowej;
- wyznaczenie maksymalnej sprawności całkowitej [3, 5, 7, 8].

W szczególności można podać bardziej szczegółowe opisy
analizowanych parametrów, uwzględniając umowny parametr
wyrażony wzorem [7, 8]:

$$k = \frac{n \cdot \mu}{p} \quad (7)$$

Podejście takie wymaga ciągłego uwzględniania konfliktu
kryterialnego sprawności objętościowej (η_v) oraz sprawności
hydrauliczno-mechanicznej (η_{hm}).

3. Optymalizacja dyskretna pompy zębatej z podciętą stopą zęba

W optymalizacji pompy zębatej obliczono sprawność obję-
tościową, hydrauliczno-mechaniczną oraz całkowitą [4].
Optymalizacja sprawności pompy może więc przebiegać
jako wielokryterialna bądź monokryterialna. Zakładając, że
funkcją celu jest sprawność całkowita pompy, a poszukiwa-
nymi parametrami są wartości parametrów konstrukcyjnych
i/lub eksploatacyjnych, optymalizację można przeprowadzić
oddzielnie przy zmiennych parametrach konstrukcyjnych
i eksploatacyjnych, poszukując maksymalnej wartości spraw-
ności [3, 5]. Maksymalna sprawność pompy o danej konstrukcji
uzyskiwana jest poprzez dobór parametrów konstrukcyjnych
i eksploatacyjnych.

4. Logiczne drzewa decyzyjne

Drzewa logiczne w ujęciu decyzyjnym zawierają na każdym
piętrze logiczną zmienną decyzyjną, przypisaną do danego
parametru konstrukcyjnego i/lub eksploatacyjnego. Zmiany
wartości arytmetycznych parametrów konstrukcyjnych
i/lub eksploatacyjnych są zakodowane gałązkowo wartościami
logicznymi kolejno od lewej do prawej strony dla poszczegól-
nych zmiennych i przyjmują następujące wartości $M = 0, 1, 2, 3$,
 $p_t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ oraz dla n , $Q_{rz} = 0, 1, 2, 3, 4$ w każdej
wiązce decyzyjnej. Projektowanie elementu albo układu można
przeprowadzać według dowolnej kolejności zmian dla para-
metrów, ale tylko drzewa logiczne z minimalną liczbą gałęzi
prawdziwych (oznaczonych sposobem pogrubionym), bez gałęzi
izolowanych po redukcji dopuszczalnych pełnych wiązek
z góry na dół, opisują prawdziwą rangę ważności parametrów
konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych od najważniejszego na
dole do najmniej ważnego na górze [6]. Obowiązuje zasada, że
na każdym piętrze jest tylko jedna zmienna decyzyjna [6, 9].

Do analizy wybrano wartości arytmetyczne badanych para-
metrów, które zakodowano potem logicznymi zmiennymi
decyzyjnymi dla potrzeb logicznych drzew decyzyjnych w opty-
malizacji dyskretniej pompy zębatej z podciętym zębem [4]:

$n = 500$ [rpm] ~ 0 ; $n = 800$ [rpm] ~ 1 ; $n = 1000$ [rpm] ~ 2 ;

$n = 1500$ [rpm] ~ 3 ; $n = 2000$ [rpm] ~ 4 ;

$p_t = \approx 0$ [MPa] ~ 0 ; $p_t = 5$ [MPa] ~ 1 ; $p_t = 10$ [MPa] ~ 2 ;

$p_t = 15$ [MPa] ~ 3 ; $p_t = 20$ [MPa] ~ 4 ; $p_t = 25$ [MPa] ~ 5 ;

$p_t = 28$ [MPa] ~ 6 ; $p_t = 30$ [MPa] ~ 7 ;

$Q_{rz} \in \langle 20, 2; 21, 1 \rangle \left[\frac{1}{min} \right] \sim 0$; $Q_{rz} \in \langle 34, 2; 34, 9 \rangle \left[\frac{1}{min} \right] \sim 1$;

Tabela 1. Wartości arytmetyczne i logiczne ustalonych parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych i funkcji celu [4]

n	p_t	Q_{rz}	M	η_v	η_{hm}	η_c
0	0	0	0	94,6	0,0	0,0
	1		0	92,1	98,0	90,3
	2		1	91,3	91,8	83,8
	3		1	90,9	91,5	83,1
	4		2	90,9	90,7	82,4
	5		3	92,1	88,5	81,5
	6		3	92,5	90,9	84,1
	7		3	93,0	90,0	83,6
1	0	1	0	98,0	0,0	0,0
	1		0	97,5	92,8	90,5
	2		1	96,2	90,6	87,2
	3		1	96,0	89,9	86,3
	4		2	95,7	88,4	84,6
	5		3	97,0	87,6	85,0
	6		3	97,5	88,5	86,3
	7		3	97,8	88,5	86,5
2	0	2	0	99,9	0,0	0,0
	1		0	99,1	92,8	92,0
	2		1	98,7	86,2	85,1
	3		1	97,4	85,6	83,4
	4		2	97,4	84,2	82,1
	5		3	97,4	85,1	82,9
	6		3	97,4	84,7	82,5
	7		3	97,2	85,3	82,9
3	0	3	0	100,9	0,0	0,0
	1		0	100,0	84,0	84,0
	2		1	99,6	84,1	83,8
	3		1	99,1	84,9	84,1
	4		2	98,1	82,3	80,7
	5		3	98,4	84,2	82,9
	6		3	98,2	84,3	82,8
	7		3	98,1	83,3	81,7
4	0	4	0	100,3	0,0	0,0
	1		0	100,0	75,0	75,0
	2		1	99,3	75,2	74,6
	3		1	98,8	76,9	76,0
	4		2	98,4	77,8	76,5
	5		3	98,8	82,7	81,7
	6		3	98,7	82,2	81,2
	7		3	98,6	82,0	80,9

Tabela 2. Zakodowane logicznie dane dla rzeczywistych sprawności

Dane dla sprawności całkowitej η_c

n	p_t	Q_{rz}	M
0	1	0	0
1	1	1	0
1	2	1	1
1	3	1	1
1	6	1	3
1	7	1	3
2	1	2	0

Dane dla sprawności hydrauliczno-mechanicznej η_{hm}

n	p_t	Q_{rz}	M
0	1	0	0
0	2	0	1
0	3	0	1
0	4	0	2
0	6	0	3
0	7	0	3
1	1	1	0
1	2	1	1
1	3	1	1
2	1	2	0

Dane dla sprawności objętościowej η_v

n	p_t	Q_{rz}	M
1	0	1	0
1	1	1	0
1	2	1	1
1	3	1	1
1	5	1	3
1	6	1	3
1	7	1	3
2	0	2	0
2	1	2	0
2	2	2	1
2	3	2	1
2	4	2	2
2	5	2	3
2	6	2	3
2	7	2	3
3	0	3	0
3	1	3	0
3	2	3	1
3	3	3	1
3	4	3	2
3	5	3	3
3	6	3	3
3	7	3	3
4	0	4	0
4	1	4	0
4	2	4	1
4	3	4	1
4	4	4	2
4	5	4	3
4	6	4	3
4	7	4	3

$$Q_{rz} \in \langle 43,3; 44,5 \rangle \left[\frac{1}{\min} \right] \sim 2; Q_{rz} \in \langle 65,5; 67,3 \rangle \left[\frac{1}{\min} \right] \sim 3$$

$$Q_{rz} \in \langle 87,6; 89,3 \rangle \left[\frac{1}{\min} \right] \sim 4$$

$$M \in \langle 2,0; 47,0 \rangle [Nm] \sim 0; M \in \langle 77,0; 125,0 \rangle [Nm] \sim 1;$$

$$M \in \langle 138,0; 182,0 \rangle [Nm] \sim 2; M \in \langle 200,0; 259,0 \rangle [Nm] \sim 3$$

a następnie uwzględniono zakodowanie logicznymi zmiennymi decyzyjnymi w kompleksowych wielowartościowych logicznych drzewach decyzyjnych. Przyjęto wartości liczbowe zakresu zmian poszczególnych sprawności: $\eta_v \geq 0,96$; $\eta_{hm} \geq 0,89$; $\eta_c \geq 0,86$ (tabela 1) [4].

Aby uzyskać dokładne wyniki, zostało rozrysowanych $4! = 24$ drzew dla każdej badanej sprawności przedstawiających wszystkie możliwe kombinacje ustawienia zmiennych na czterech piętrach. Następnie wybrany został układ optymalny, czyli drzewo z najmniejszą liczbą prawdziwych gałęzi.

Wszystkie zakodowane wartości zostały przedstawione w ogólnej tabeli wartości arytmetycznych i logicznych dla M , n , p_t , Q_{rz} (tabela 1), a z nich wyselekcjonowano i odpowiednio pogrupowano wartości dla poszczególnych sprawności: η_c , η_{hm} i η_v (tabela 2) [6, 7, 8].

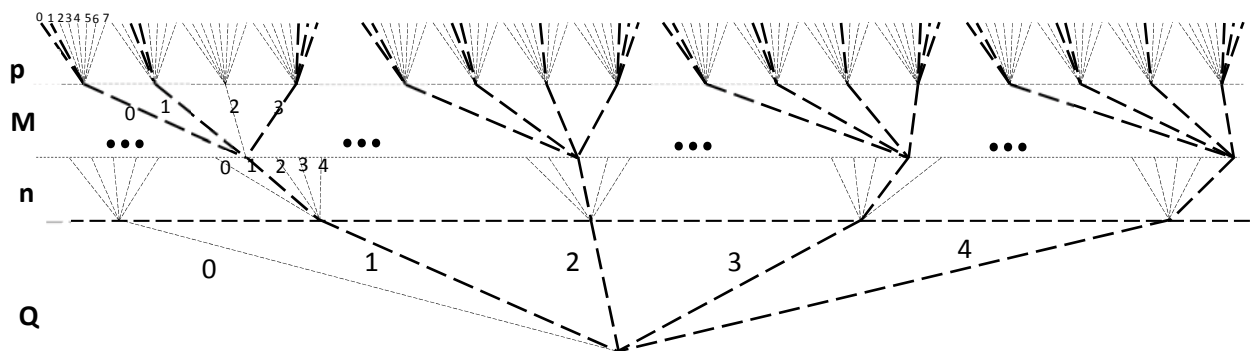
Efekt końcowy kodowania pozwolił na naniesienie wartości zmiennych na wielowartościowe drzewa logiczne, a następnie na uzyskanie odpowiednich wniosków podobnie jak w [9].

Na podstawie tabeli 2 rozrysowano realizowane drzewa decyzyjne odpowiednio dla sprawności η_{hm} , η_v , η_c .

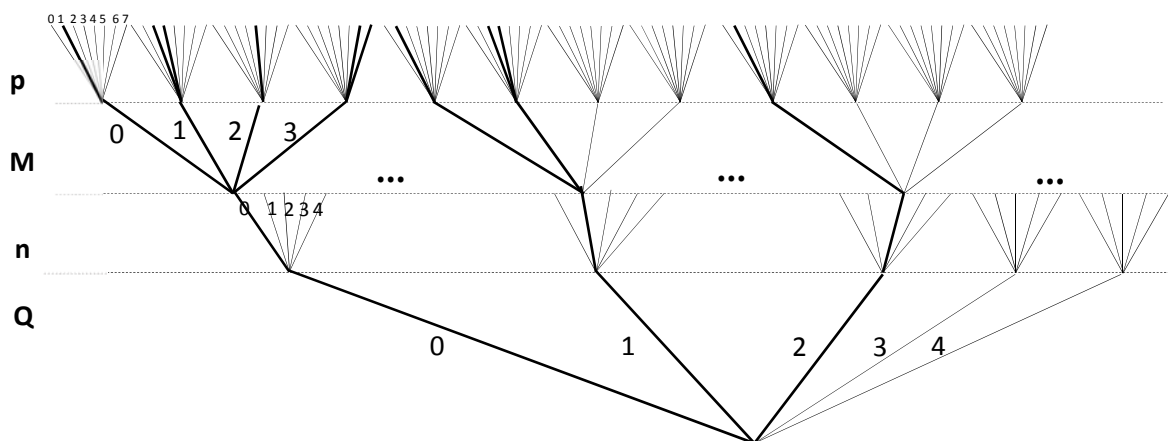
Można udowodnić, że zarówno dla sprawności hydrauliczno-mechanicznej, sprawności objętościowej, jak i sprawności całkowitej najkorzystniejszym układem w sensie minimum liczby gałęzi prawdziwych jest układ pięter od korzenia $Q_{rz}nMp_t$ oraz $nQ_{rz}Mp_t$.

5. Nakładkowe drzewa decyzyjne

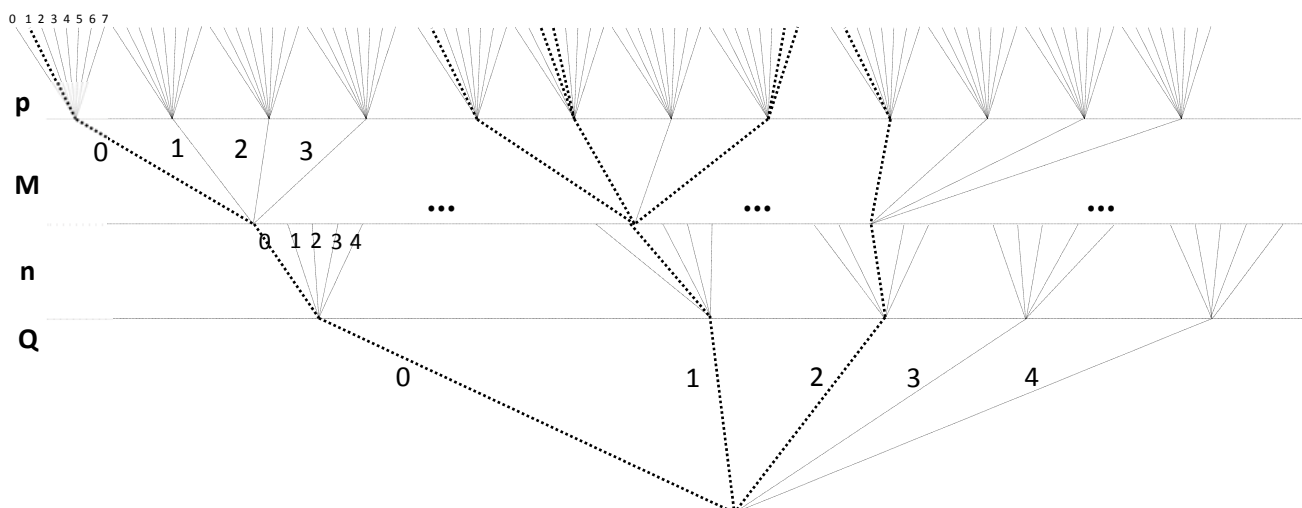
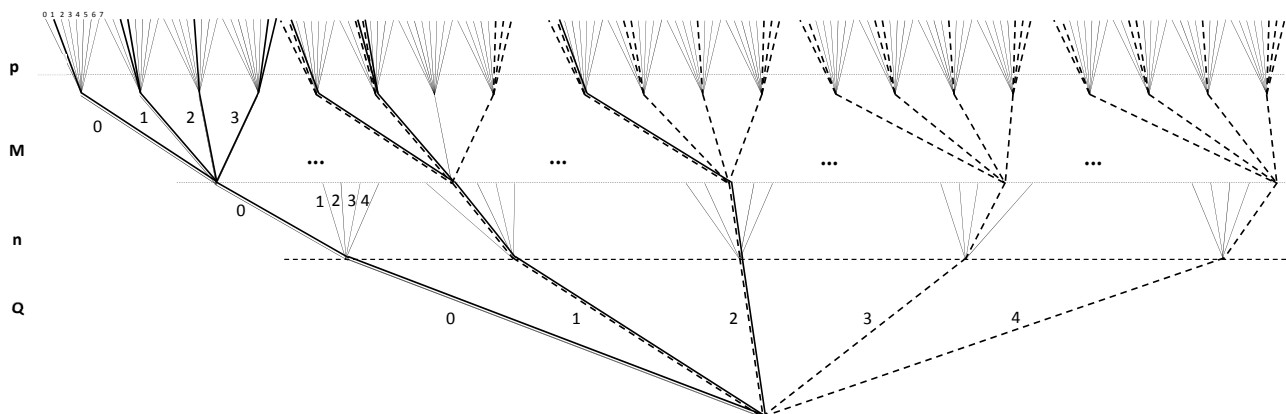
Znalezienie maksymalnej sprawności objętościowej η_v przy spełnieniu dopuszczalnej sprawności



Rys. 1. Sprawność objętościowa η_v



Rys. 2. Sprawność hydrauliczno-mechaniczna η_{hm}

Rys. 3. Sprawność całkowita η_c Rys. 4. Sprawność objętościowa η_v i hydrauliczno-mechaniczna η_{hm}

hydrauliczno-mechanicznej η_{hm} albo maksymalnej sprawności hydrauliczno-mechanicznej η_{hm} przy spełnieniu dopuszczalnej sprawności objętościowej η_v dotyczy jednej i tej samej pompy zębatej z podciętą stopą zęba. Dlatego zamiast niezależnego liczenia dodatkowego sprawności całkowitej η_c można wykonać nakładkowe wielowartościowe logiczne drzewa decyzyjne dla η_{hm} , η_v o kolejności pięter identycznej do najlepszych oddzielnie dla η_{hm} , η_v (rysunek 4), podobnie jak w [6].

Na rysunku 4 można znaleźć identyczne ścieżki decyzyjne dla η_{hm} , η_v (równocześnie) i porównać z η_c (rysunek 3), celem ostatecznego najlepszego wyboru konstrukcyjnego według tabeli 1 i odpowiedniej kolejności pięter $Q_{rz}nMp_t$ oraz $nQ_{rz}Mp_t$.

6. Wnioski

Nakładkowe drzewa decyzyjne są niezależną metodą projektowania wobec innych kompleksowych metod projektowania. Wspólne ścieżki oznaczają spełnienie kompromisu w celu uzyskania optymalnego rozwiązania według ustalonego zbioru kryterialnego. Potencjalne rozbieżności obliczeniowe przeważnie

wynikają z niewłaściwych zaokrągleń arytmetycznych dla sprawności η_{hm} , η_v , η_c .

W rozpatrywanym przypadku dla pompy zębatej z podciętą stopą zęba optymalnymi rozwiązaniami są drzewa o kolejności pięter: $Q_{rz}nMp_t$ oraz $nQ_{rz}Mp_t$ i nakładkowe drzewa decyzyjne (różnią się kilkoma gałązkami na najwyższych piętrach drzew).


Na rysunku został przedstawiony tylko układ $Q_{rz}nMp_t$ dla sprawności η_{hm} , η_v , η_c , ponieważ drzewa dla układu $nQ_{rz}Mp_t$ wyglądają tak samo, gdyż wartości Q_{rz} i n przyjmują takie same wartości (tabela 1 i tabela 2).

Podobna analiza logicznych drzew nakładkowych została dokonana w [6]. Podobnie wyznaczono niezależnie sprawność całkowitą oraz wykonano drzewo nakładkowe dla sprawności hydrauliczno-mechanicznej η_{hm} i sprawności objętościowej η_v , a następnie dokonano porównania z drzewem decyzyjnym dla sprawności całkowitej η_c .

W przypadkach bardziej złożonych konieczne jest opracowanie specjalnego algorytmu na temat wyznaczania optymalnych nakładkowych drzew logicznych.

Literatura

- [1] DEPTUŁA A.: *Coefficient of the structure complexity for multi-valued decision logic trees*. XLI Konf. Zast. Mat., Zakopane 2012, Inst. Mat. PAN, Warszawa 2012.
- [2] DEPTUŁA A., PARTYKA M.A.: *Analiza porównawcza dokładności w procesie wyznaczania rangi ważności parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych pompy zębatej z podciętą stopą zęba*. Innovations in Management and Production Engineering, Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, Opole 2015, s. 47–59.
- [3] OSIŃSKI P.: *Impact of the tooth root undercutting on hydraulic and acoustic properties of gear pump*. Raport PRE nr 14/2005; Politechnika Wroclawska. Wrocław 2005.
- [4] OSIŃSKI P., DEPTUŁA A., PARTYKA M.A.: *Discrete optimization of a gear pump after tooth root undercutting by means of multi-valued logic trees*. Archives of Civil and Mechanical Engineering, Volume 13, Issue 4, December 2013, pp. 422–431.
- [5] DEPTUŁA A., PARTYKA M.A.: *Discrete optimization of a gear pump after tooth undercutting by means of complex multi-valued logic trees*. XVI Konferencja Innowacje w Zarządzaniu i Inżynierii Produkcji, Zakopane 2013, Pol. Towarz. Zarz. Prod. PTZP 2013.
- [6] GRABOWSKI C., PARTYKA M.A.: *Nakładkowe drzewa logiczne dla kryterium kompromisu w optymalizacji dyskretnej na przykładzie pomp zębatych*. „Górnictwo Odkrywkowe” 4–5/2008.
- [7] KOLLEK W.: *Pompy zębate*. Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław 1996.
- [8] KOLLEK W.: *Wpływ parametrów eksploatacyjnych na sprawność pomp zębatych*. „Sterowanie i Napęd Hydrauliczny” 3/1983.
- [9] PARTYKA M.A.: *Optymalizacja dyskretna pompy wirowo-śmigłowej w ruchu turbinowym – zastosowanie wielowartościowych drzew logicznych*. „Napędy i Sterowanie” 1/2004.

 prof. dr hab. Marian A. PARTYKA jest profesorem zwyczajnym na Wydziale Inżynierii Produkcji i Logistyki Politechniki Opolskiej; mgr inż. Maria NATORSKA jest asystentką na Wydziale Inżynierii Produkcji i Logistyki Politechniki Opolskiej; e-mail: m.natorska@po.opole.pl

artykuł recenzowany