

GRZESIKIEWICZ Wiesław, KNAP Lech, MAKOWSKI Michał

MATEMATYCZNY MODEL NAPĘDU ELEKTRYCZNO-HYDROSTATYCZNEGO

Streszczenie

Praca dotyczy matematycznego modelowania elektryczno-hydrostatycznego układu napędowego pojazdu. W prezentowanym etapie modelowania jest rozważany elektro-hydrostatyczny układ zachowawczy. Układ taki służy do analizy doskonałych procesów przetwarzania energii, powstających w czasie rozpędzania lub hamowania pojazdu. Matematyczny opis modelu ma postać zestawu równań różniczkowych opisujących wspomniane procesy energetyczne w układzie hydrostatycznym, elektrycznym i mechanicznym. Obecnie układy te są złożone z wyidealizowanych elementów, które akumulują energię lub ją przetwarzają w sposób doskonały. Prezentowany model będzie wykorzystywany do symulacyjnych badań procesu przetwarzania energii, mających na celu weryfikację struktury i wartości podstawowych parametrów modelu.

WSTĘP

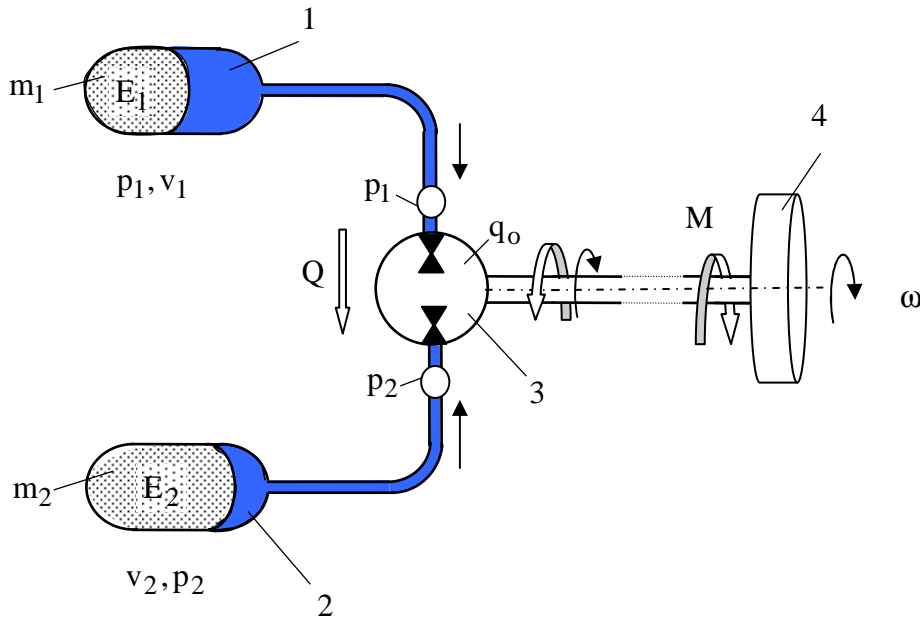
Rozpatrujemy układ napędowy złożony z silnika elektrycznego zasilanego z akumulatora elektrycznego oraz z silnika hydrostatycznego zasilanego z akumulatora hydro-pneumatycznego. Analizujemy możliwości zastosowania takiego napędu hybrydowego do napędzania i hamowania pojazdu. Zasadniczą właściwość takiego napędu hybrydowego upatrujemy w efektywnym przetwarzaniu energii w trakcie napędu i hamowania pojazdu. W tych okresach jazdy pojazdu w układzie napędowym powstają obciążenia o dużej mocy zwłaszcza w układzie elektrycznym. Proponowany napęd hydrostatyczny służy do wspomagania napędu elektrycznego w trakcie przyspieszania i hamowania pojazdu, ze szczególnym uwzględnieniem hamownia odzyskowego.

W pracy przedstawiamy model pojazdu w postaci struktury elektryczno-hydrostatyczno-mechanicznej. Sformułujemy matematyczny opis przetwarzania energii w tej strukturze. Ze względów metodycznych w prezentowanym modelu nie uwzględnimy energetycznych strat towarzyszących przetwarzaniu energii - dzięki temu założeniu układ staje się zachowawczy, co ułatwia bilansowanie przetwarzanej energii. W kolejnym etapie modelowania napędu będą uwzględniane elementy odwzorowujące rozpraszanie energii powstające w czasie ruchu pojazdu oraz w trakcie przetwarzania energii.

1. HYDROSTATYCZNY NAPĘD AKUMULATOROWY

Rozważmy hydrostatyczny napęd złożony z dwóch akumulatorów hydro-pneumatycznych oraz maszyny hydrostatycznej podwójnego działania tzn. pracującej jako pompa lub jako silnik. Układ taki był rozpatrywany w pracach [1] i [2], według których przytoczono matematyczny opis tego układu, którego uproszczony schemat pokazano na rysunku 1. W układzie tym znajdują się: 1 – hydro-pneumatyczny akumulator wysokociśnieniowy, 2 – hydro-pneumatyczny akumulator niskociśnieniowy, 3 – maszyna hydrostatyczna (pompo-

silnik) o sterowanym zmiennym wydatku jednostkowym lub chłonności jednostkowej, 4- bezwładnik odwzorowujący zredukowaną inercję pojazdu.



Rys. 1. Schemat hydrostatycznego układu napędowego: 1,2 – hydro-pneumatyczny akumulator, 3 – maszyna hydrostatyczna, 4 – bezwładnik.

W trakcie rozprężania się gazu znajdującego się w akumulatorze wysokociśnieniowym (1) następuje przepływ cieczy (oleju) do akumulatora niskociśnieniowego (2). Olej przepływający przez silnik (3) napędza bezwładnik (4). Po przełączeniu trybu pracy maszyny hydraulicznej, na tłoczenie, rozpędzony bezwładnik tłoczy olej w kierunku przeciwnym z akumulatora niskociśnieniowego (2) do akumulatora wysokociśnieniowego (1). W ten sposób odbywa się odzyskowe hamowanie bezwładnika.

Na rysunku 1 zaznaczono symbole wielkości fizycznych, które wybrano jako współrzędne do opisu procesu przetwarzania energii w rozważanym układzie:

- v_i , $i = 1,2$ – objętość właściwa gazu zawartego w komorach akumulatorów,
- p_i , $i = 1,2$ – ciśnienie gazu w komorach akumulatorów,
- ω – prędkość kątowna bezwładnika.

Przebieg powstającego w układzie napędowym procesu przetwarzania energii jest uzależniony od ustawienia trybu pracy maszyny hydrostatycznej. W opisywanym modelu wspomniane ustawienie trybu pracy opisujemy zmienną Q , która wyznacza jednostkowy objętościowy wydatek maszyny hydrostatycznej (objętość geometryczną maszyny). Dla rozpatrywanego typu pompo-silnika mamy:

$$Q(t) \in [-Q_0, +Q_0]$$

gdzie Q_0 jest największą wartością jednostkowej wydajności maszyny, przy czym maszyna pracuje jako silnik gdy $Q(t) > 0$, natomiast gdy $Q(t) < 0$, to pracuje jako pompa.

Równania opisujące przetwarzanie energii w analizowanym układzie napędowym mają postać [2]:

$$m_1 \dot{v}_1 = Q\omega \quad (1a)$$

$$m_2 \dot{v}_2 = -Q\omega \quad (1b)$$

$$J\dot{\omega} = q[p_1(v_1) - p_2(v_2)] \quad (1c)$$

$$p_i(v_i) = p_i \left(\frac{v_{0i}}{v_i} \right)^\kappa, \quad i = 1,2 \quad (1d)$$

z warunkami początkowymi:

$$\omega(0) = 0, \quad v_i(0) = v_{0i} \quad (2)$$

gdzie:

- m_i , $i = 1,2$ – masa gazu w akumulatorach,
- v_{0i} , $i = 1,2$ – początkowa objętość właściwa gazu w komorach akumulatorów,
- κ – wykładnik izentropy.

We wstępie wspomniano, że rozpatrujemy układ zachowawczy, czyli taki, że suma energii zgromadzonej w akumulatorach hydro-pneumatycznych oraz w bezwładniku jest stała. To oznacza, że w każdej chwili moc strumienia energii dopływającej do bezwładnika jest równa mocy strumienia odpływającej z akumulatorów. Pokażemy, że równania (1) spełniają ten bilans mocy. W tym celu zauważmy, że moc strumienia energii odpływającej z obu akumulatorów – przy założeniu, że przemiany gazu w komorach akumulatorów są izentropowe – wynosi:

$$m_1 p_1 \dot{v}_1 + m_2 p_2 \dot{v}_2 \quad (3a)$$

natomiast moc strumienia dopływającego do bezwładnika jest równa:

$$J\dot{\omega} \quad (3b)$$

Jeżeli równanie (1a) obustronnie pomnożymy przez p_1 , a równanie (1b) przez p_2 i równanie (1c) przez ω , po czym zsumujemy te równania to otrzymamy równość:

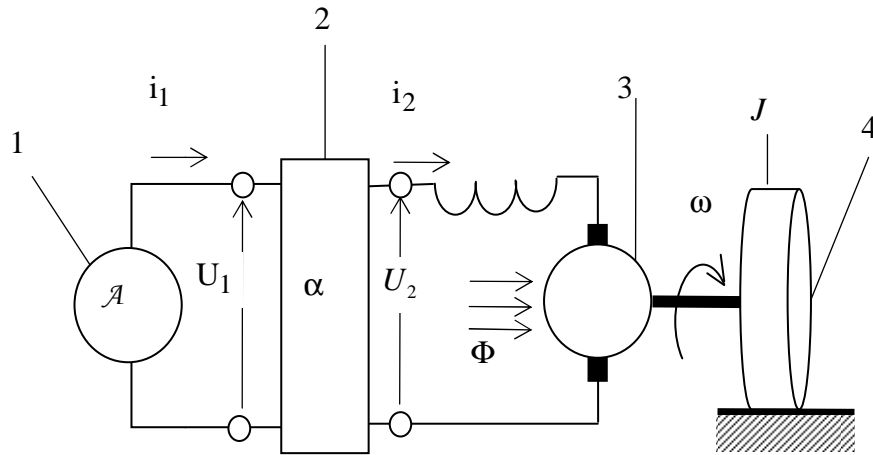
$$m_1 p_1 \dot{v}_1 + m_2 p_2 \dot{v}_2 = J\dot{\omega} \quad (4)$$

która opisuje bilans mocy w układzie. Zatem w trakcie przemiany energetycznej opisanej równaniami (1) ilość energii w układzie jest stała.

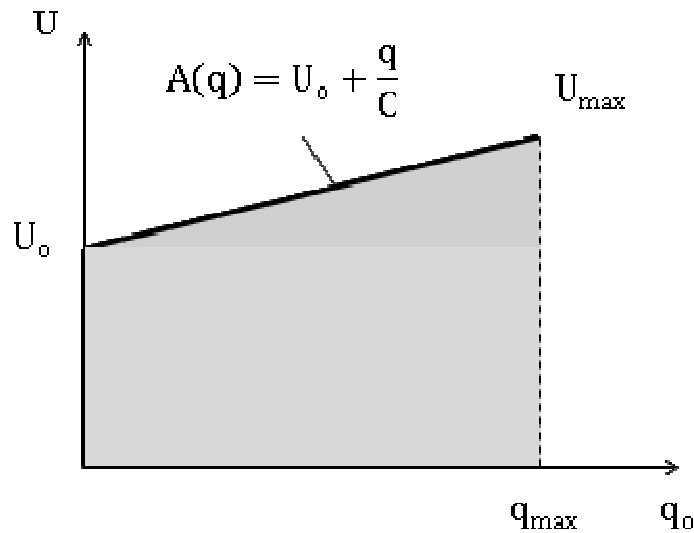
Należy podkreślić, że Q jest zmienną, za pomocą której steruje się procesem przetwarzania energii w układzie – w rezultacie czego następuje napędzanie lub hamowanie bezwładnika. Przykładowe wyniki symulacji przedstawiono w pracy [1].

2. ELEKTRYCZNY NAPĘD AKUMULATOROWY

Analogicznie do opisanego napędu hydrostatycznego będziemy rozpatrywać wyidealizowany elektryczny układ napędowy. Jest to elektromechaniczny układ zachowawczy, w którym energia zgromadzona w akumulatorze jest przetwarzana na energię kinetyczną bezwładnika w trakcie jego napędzania lub zachodzi odwrotny przepływ energii podczas hamowania.



Rys. 2. Schemat elektrycznego układu napędowego: 1 – akumulator, 2 – przekształtnik energoelektroniczny, 3 – maszyna elektryczna, 4 – bezwładnik.

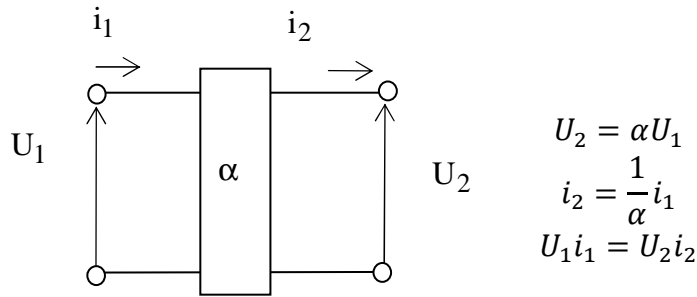


Rys. 3. Charakterystyka akumulatora elektrycznego

Na rysunku 2 pokazano schemat rozważanego układu napędowego, który zawiera: 1 – akumulator energii elektrycznej w postaci nieliniowego kondensatora, 2 – rewersyjny przekształtnik energoelektroniczny [3], 3 – maszynę elektryczną prądu stałego, 4 – bezwładnik odwzorowujący inercję pojazdu.

Do analizy procesu przetwarzania energii przyjęto, że energia elektryczna jest zakumulowana w kondensatorze, którego charakterystykę pokazano na rysunku 3.

W tak przyjętym modelu akumulatora nie powstają straty energetyczne w trakcie ładowania lub rozładowania. Właściwość idealnego przekształtnika energoelektronicznego opisują relacje zamieszczone na rysunku 4, gdzie $\alpha \in [0, 1)$ jest zmienną, za pomocą której steruje się przełożenie przekształtnika. To oznacza, że gdy $\alpha \neq 0$, to napięcie zasilania silnika wynosi $\alpha A(q)$, gdzie $A(q)$ jest napięciem akumulatora (por. rysunek 4).



$$U_2 = \alpha U_1$$

$$i_2 = \frac{1}{\alpha} i_1$$

$$U_1 i_1 = U_2 i_2$$

Rys. 4. Charakterystyka przetwornika energoelektronicznego.

Zestaw wzorów, które określają zależności między zmiennymi opisującymi układ z rysunku 2, ma postać:

$$\dot{q} = -i_1 \quad (5a)$$

$$A(q) = U_1 \quad (5b)$$

$$L \frac{d i_2}{d t} + \varepsilon = U_2, \quad \varepsilon := c \phi \omega \quad (5c)$$

$$U_2 = \alpha U_1 \quad (5d)$$

$$i_2 = \frac{1}{\alpha} i_1 \quad (5e)$$

$$J \dot{\omega} = M, \quad M := c \phi i_2 \quad (5f)$$

gdzie:

- q – ładunek elektryczny zgromadzony w akumulatorze,
- i_1, i_2 – prądy elektryczne płynące w układzie,
- $A(q)$ – napięcie akumulatora,
- $c \phi$ – wyrażenie określające strumień wzbudzenia silnika,
- ε – siła elektromotoryczna indukowana w silniku,
- M – elektromagnetyczny moment napędowy,
- L – indukcyjność obwodu silnika,
- J – moment bezwładności odwzorowujący inercję pojazdu.

Po wykonaniu stosownych przekształceń równań (5) otrzymujemy:

$$\dot{q} = -\alpha i_2 \quad (6a)$$

$$L \frac{d i_2}{d t} + c \phi \omega = \alpha A(q) \quad (6b)$$

$$J \dot{\omega} = c \phi i_2 \quad (6c)$$

Za pomocą zmiennej $\alpha \in [0, 1)$ steruje się procesem przetwarzania energii w układzie, to znaczy napędzaniem lub hamowaniem pojazdu.

Jak już zaznaczono układ z rysunku 2 jest zachowawczy. W układzie tym występują trzy elementy, w których może być akumulowana energia: akumulator, bezwładnik oraz pole

magnetyczne związane z cewkami uzwojenia silnika. Moce strumieni energii dopływających do tych elementów wynoszą odpowiednio:

$$A(q)\dot{q}, J\dot{\omega}, L\frac{di_2}{dt}i_2 \quad (7)$$

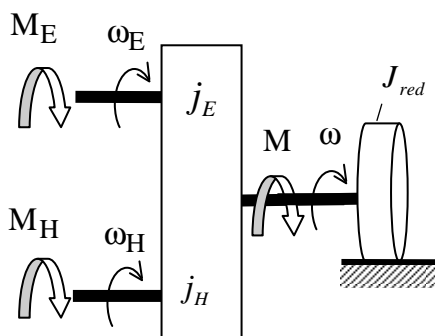
W układzie zachowawczym wyrażenia te bilansują się. Równania (6) ten bilans spełniają. Aby się o tym przekonać mnożymy obustronnie równania (6b) przez i_2 a równanie (6c) przez ω , po czym sumujemy te równania. W rezultacie mamy:

$$L\frac{di_2}{dt}i_2 + J\dot{\omega} + A(q)\dot{q} = 0 \quad (8)$$

Wyrażenie przedstawia sobą bilans mocy w rozważanym układzie. To oznacza, że rozwiązanie równań (6) spełnia warunek wynikający z bilansu mocy.

3. NAPĘD ELEKTRO-HYDROSTATYCZNY

W elektryczno-hydrostatycznym układzie napędowym pojazd jest napędzany przez silnik elektryczny zasilany z akumulatora elektrycznego oraz przez silnik hydrostatyczny zasilany z akumulatora hydropneumatycznego. Rozpatrujemy układ napędowy, w którym oba silniki napędzają niezależnie koła pojazdu poprzez mechanizm napędowy. Wielkością, która charakteryzuje wspomniany mechanizm jest przełożenie, czyli iloraz prędkości kątowej wirnika silnika i koła pojazdu.



Rys. 5. Charakterystyka mechanizmu przeniesienia napędu

Na rysunku 5 przedstawiono symbolicznie ten mechanizm, którego właściwości opisują relacje:

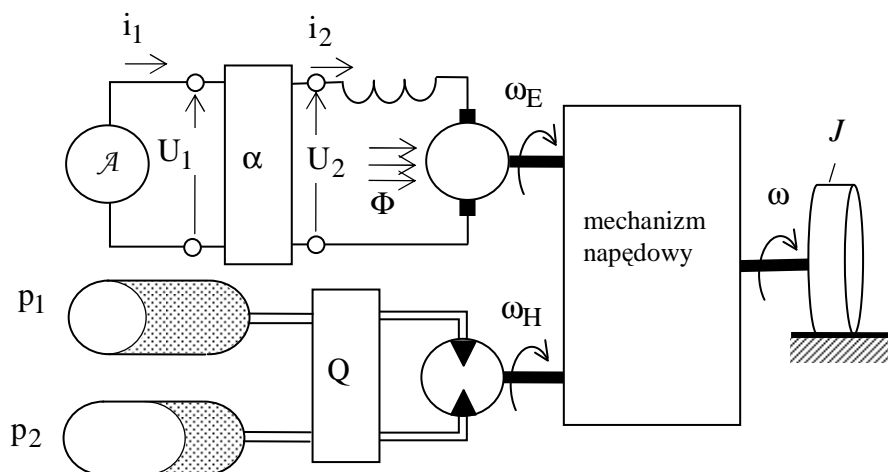
$$\omega_E = j_E \omega \quad (9a)$$

$$\omega_H = j_H \omega \quad (9b)$$

$$j_E M_E + j_H M_H = M \quad (9c)$$

gdzie:

- j_E – przełożenie mechanizmu dla silnika elektrycznego,
- j_H – przełożenie mechanizmu dla silnika hydraulicznego,
- M_E – moment napędowy silnika elektrycznego,
- M_H – moment napędowy silnika hydraulicznego.



Rys. 6. Schemat napędu elektro-hydrostatycznego.

Schemat elektryczno-hydrostatycznego układu napędowego z mechanizmem napędowym pokazano na rysunku 6. Zestaw równań opisujących ten układ napędowy formułujemy na podstawie równań (1) i (6):

$$m_1 \dot{v}_1 = Q \omega_H, \quad m_2 \dot{v}_2 = -Q \omega_H, \\ p_i = p_{0i} \left(\frac{v_{0i}}{v_i} \right)^k, \quad i = 1, 2 \quad (10a)$$

$$M_H = Q(p_1 - p_2), \quad \omega_H = j_H \omega$$

$$\dot{q} = -\alpha i_2, \quad L \frac{di_2}{dt} + c \phi \omega_E = \alpha A(q) \\ M_E = c \phi i_2, \quad \omega_E = j_E \omega \quad (10b)$$

$$J \dot{\omega} = j_E M_E + j_H M_H \quad (10c)$$

Równania (10) opisują proces przetwarzania energii w elektryczno-hydrostatycznym układzie napędowym pojazdu. W równaniach tych występują dwie zmienne (Q, α), które charakteryzują dwa parametry układu. To znaczy:

- Q – objętościowy jednostkowy wydatek maszyny hydrostatycznej,
- α – przełożenie przekształtnika energoelektronicznego.

Za pomocą tych zmiennych steruje się przepływem energii z akumulatorów do pojazdu w czasie napędzania lub przepływem w odwrotnym kierunku w trakcie hamowania odzyskowego. Wartości zmiennych Q, α są ustalane stosownie do warunków jazdy z uwzględnieniem ograniczeń wynikających z obciążenia układu napędowego.

W zależności od wartości zmiennych Q, α napędzanie lub hamowanie może być realizowane jednocześnie za pomocą obu silników albo za pomocą tylko jednego silnika. Zasadniczy udział w pracy analizowanego napędu ma układ elektryczny – układ hydrostatyczny jest włączany do pracy podczas wzrostu obciążeń powstających na przykład podczas rozpędzania lub hamowania pojazdu.

PODSUMOWANIE

Prezentowany w niniejszej pracy opis przetwarzania energii dotyczy układu napędowego złożonego z wyidealizowanych elementów. W następnym etapie modelowania będą odwzorowane przede wszystkim opory ruchu pojazdu oraz zjawiska rozpraszania energii

w akumulatorze elektrycznym a także powstające w układzie hydrostatycznym. Ponadto w tak uzupełnionym modelu będzie uwzględniony model układu automatycznej regulacji prędkości pojazdu [4], [7]. W końcowej wersji modelu napędu elektryczno-hydrostatycznego przewidujemy wprowadzenie modelu maszyny elektrycznej o magnesach trwałych, stosowanej w nowoczesnych napędach hybrydowych [5], [6].

Przy użyciu opracowanego modelu napędu elektryczno-hydrostatycznego będą prowadzone symulacyjne badania wpływu układu hydrostatycznego na efektywność przetwarzania energii podczas napędzania i hamowania pojazdu.

W prezentowanym tu modelu napędu, pojazd jest odwzorowany za pomocą bezwładnika odwzorowującego inercję pojazdu, przy założeniu, iż koła toczą się bez poślizgu.

Układ równań (10) traktujemy jako podstawę do opracowania wstępnych symulacyjnych badań przetwarzania energii w układzie napędowym. Celem tych badań jest weryfikacja struktury i wartości parametrów modelu oraz wstępna analiza obciążeń układu napędowego.

Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2011/01/B/ST8/06822.

BIBLIOGRAFIA

1. Grzesikiewicz W., Knap L., Makowski M., *Symulacyjne badania napędu hydrostatycznego*. Technika transportu szynowego 10/2012. Warszawa 2012.
2. Grzesikiewicz W., Knap L., Makowski M., *Studium energetyczne hydrostatycznego napędu akumulatorowego*. Technika transportu szynowego 10/2012. Warszawa 2012.
3. Hejmo W., Kozioł R., *Systemy mikroprocesorowe w automatyce napędu elektrycznego*. WNT. Warszawa 1994.
4. Koczara W., *Wprowadzenie do napędu elektrycznego*. Oficyna wydawnicza Politechniki Warszawskiej. Warszawa 2012.
5. Szumanowski A., *Hybrid electric Vehicle Drives Design*. Institute for Sustainable Technologies. Radom 2006.
6. Wei Liu, *Introduction to hybrid vehicle system modeling and control*. Wiley 2013.
7. Zawirski K., Deskur J., Kaczmarek., *Automatyka napędu elektrycznego*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej. Poznań 2012.

MATHEMATICAL MODEL OF ELECTRO-HYDROSTATIC DRIVE

Abstract

We present a mathematical model of an electro-hydrostatic drive system of a vehicle. At present, we only consider a model of the electro-hydrostatic conservative system. Such a system is used to analyze idealized processes of energy conversion during vehicle acceleration or deceleration. The mathematical description of the model is comprised of a set of ordinary differential equations describing these energetic processes in hydrostatic, electrical and mechanical systems. Currently, these systems are assumed to contain idealized elements that accumulate energy or convert it without losses. Our model is employed for the simulation study of energetic processes and is aimed at the verification of the structure of the model and values of its basic parameters.

Autorzy:

Prof. nzw. dr hab. inż. **Wiesław Grzesikiewicz**, dr inż. **Lech Knap**, dr inż. **Michał Makowski** – Instytut pojazdów, Politechnika Warszawska.