

## MODELOWANIE CZASU INICJACJI KOROZJI ZBROJENIA Z ZASTOSOWANIEM ARYTMETYKI PRZEDZIAŁOWEJ

Tomasz KRYKOWSKI  
Politechnika Śląska, Wydział Budownictwa, Gliwice, Polska

**Słowa kluczowe:** *arytmetyka przedziałowa, chlorki, dyfuzja, korozja zbrojenia.*

### 1. Wprowadzenie

Obowiązująca w Unii Europejskiej Norma EC narzuca grubości otulin, które powinny być zapewnione w konstrukcjach narażonych na agresję chlorkową (klasy XD i XS). Warunki te są ogólne i nie ujmują wielu sytuacji, które mogą wystąpić w trakcie użytkowania obiektu. Kłopotliwa może być ocena całkowitych kosztów eksploatacji i prognozowanie optymalnych terminów remontu – np. na potrzeby BIM (building information modelling) czy też oceny odporności obiektu na wpływy złożonej agresji fizykochemicznej.

Jednym ze sposobów oceny stanu granicznego trwałości z uwagi na problemy korozji zbrojenia jest dwuetapowy model trwałości konstrukcji żelbetowych [21]. Model dwuetapowy zakłada, że do korozji dochodzi, gdy koncentracja migrujących w otulinie betonowej jonów chlorkowych na powierzchni prętów zbrojeniowych osiągnie warunki sprzyjające inicjacji korozji zbrojenia. Zagadnienia transportu chlorków poruszane są m. in. w pracach [3, 4, 14, 19], natomiast tematyka warunków inicjacji czy kinetyki reakcji elektrodowej w powstającym ogniwie omawiana jest m.in. w [1, 2, 6, 7, 10, 11, 13, 17].

Transport jonów chlorkowych w betonie, inicjacja i wytwarzanie masy produktów korozji są zagadnieniami obciążonymi niepewnościami, które wynikają z bardzo złożonej struktury betonu oraz przemian fizykochemicznych zachodzących wewnątrz tej struktury. Jednym ze sposobów matematycznego opisu tych niepewności, które zwykle nie mają charakteru probabilistycznego, jest podejście bazujące na arytmetyce interwałowej [16].

Problemem w stosowaniu liczb interwałowych jest możliwość wystąpienia mocno przeszacowanego zbioru rozwiązań. Jedną z metod, które pozwalają na uniknięcie przeszacowania rozwiązania, jest podejście oparte na liczbach afinicznych [20].

W niniejszej pracy przedstawione zostało zastosowanie algebry interwałowej w sformułowaniu afinicznym do oceny czasu inicjacji korozji zbrojenia w konstrukcjach żelbetowych. Obliczenia zostały wykonane z uwzględnieniem przyrostowego sformułowania MES (schemat wsteczny Eulera) oraz pakietu bibliotek do obliczeń na liczbach afinicznych i interwałowych INTLAB [18].

## 2. Algebra przedziałowa (interwałowa)

Liczbę interwałową  $X^I$  [5] definiujemy jako przedział liczbowy postaci  $X^I = [x^-, x^+]$ , gdzie  $x^- < x^+$ . Stąd możemy napisać, że

$$X^I = [X^0 - \Delta X, X^0 + \Delta X], \quad (1)$$

gdzie  $X^0$  i  $\Delta X$  są odpowiednio wartością średnią oraz wielkością zaburzenia (niepewności)

$$X^0 = 0,5 (x^+ + x^-), \quad \Delta X = 0,5 (x^+ - x^-). \quad (2)$$

Liczbą afiniczną nazywamy liczbę  $X^A$ , która może być zapisana w postaci zależności

$$X^A = X^0 + \Delta X^1 \varepsilon_1 + \Delta X^2 \varepsilon_2 + \dots + \Delta X^k \varepsilon_k + \dots, \quad (3)$$

gdzie  $\varepsilon_k = [-1, 1]$  jest jednostkowym przedziałem interwałowym [20], natomiast  $\Delta X^k$  jest odchyleniem od wartości średniej. Podstawowe operacje algebraiczne na liczbach przedziałowych ujmują zależności

$$X^I + Y^I = [x^- + y^-, x^+ + y^+], \quad (4)$$

$$X^I - Y^I = [x^- - y^+, x^+ - y^-], \quad (5)$$

$$X^I \cdot Y^I = [\min(x^- y^-, x^- y^+, x^+ y^-, x^+ y^+), \max(x^- y^-, x^- y^+, x^+ y^-, x^+ y^+)], \quad (6)$$

$$X^I / Y^I = [x^-, x^+] \cdot [1/y^+, 1/y^-]. \quad (7)$$

Analogiczne działania na liczbach afinicznych [8, 9, 12, 18, 20] ujęte są równaniami

$$X^A \pm Y^A = X^0 \pm Y^0 + \sum_{i=1}^n (\Delta X^i \pm \Delta Y^i) \varepsilon_i, \quad (8)$$

$$X^A \cdot Y^A = X^0 \cdot Y^0 + \sum_{i=1}^n (X^0 \cdot \Delta Y^i + \Delta X^i \cdot Y^0) \varepsilon_i + z_k \varepsilon_k, \quad z_k \cong \sum_{i=1}^n |X_i| \cdot \sum_{i=1}^n |Y_i|, \quad (9)$$

$$X^A / Y^A = X^A \cdot (Y^A)^{-1} \cong X^A \cdot Z^A. \quad (10)$$

Funkcja  $Z^A = 1 / Y^A$  w przedziale  $[y^-, y^+]$  w równaniu (10) może być wyznaczona zgodnie z pracami [15, 18] z zastosowaniem aproksymacji Czebyszewa

$$Z^A = \alpha Y^A + \beta + \delta \varepsilon_{n+1}, \quad (11)$$

gdzie:

$$\alpha = \frac{-1}{y^- y^+}, \quad \beta = \frac{1}{2y^-} + \frac{1}{2y^+} + \frac{1}{\sqrt{y^- y^+}}, \quad \delta = \left| \frac{1}{2y^-} + \frac{1}{2y^+} - \frac{1}{\sqrt{y^- y^+}} \right|, \quad (12)$$

natomiast  $\varepsilon_{n+1}$  jest dodatkowym przedziałem jednostkowym. Przy niewielkich odchyleniach od wartości średniej można stosować zależności zdefiniowane w pracy [22].

### 3. Modelowanie transportu jonów chlorkowych

Do oceny ryzyka aktywacji korozji zbrojenia zastosowano równanie dyfuzji Ficka. Przyjęto, że proces jest liniowy, niestacjonarny i zachodzi w ustalonych warunkach cieplno-wilgotnościowych. Transport jonów chlorkowych w betonie opisano stosując II prawo Ficka. W celu uproszczenia rozważań pominięto wpływ pól wilgoci i temperatury na transport jonów chlorkowych w betonie. Wówczas równanie dyfuzji przyjmie postać

$$\frac{\partial c_{Cl^-}}{\partial t} + \text{div} \mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{j} = -D \cdot \text{grad} c_{Cl^-}, \quad (16)$$

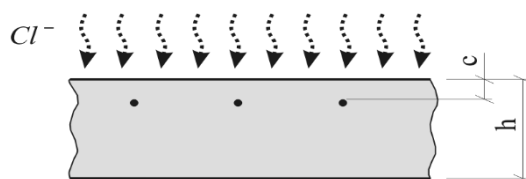
gdzie:  $c_{Cl^-}$  – koncentracja jonów chlorkowych odniesiona do masy cementu,  $\mathbf{j}$  – wektor gęstości strumienia masy jonów chlorkowych,  $D$  – współczynnik dyfuzji jonów chlorkowych. Obliczenia wykonano z zastosowaniem MES stosując schemat wsteczny Eulera. Przyrostowa forma słaba równania różniczkowego (16) odniesiona do kolejnych chwil czasu  $t_n, t_{n+1}$  przyjmie postać

$$\left( \frac{1}{\Delta t} \bar{\mathbf{C}}_{n+1}^{dyf} + \bar{\mathbf{K}}_{n+1}^{dyf} \right) \cdot \bar{\mathbf{c}}_{n+1} = \bar{\mathbf{R}}_{n+1}^{dyf} + \frac{1}{\Delta t} \bar{\mathbf{C}}_n^{dyf} \cdot \bar{\mathbf{c}}_n, \quad (17)$$

gdzie:  $\bar{\mathbf{c}}$  – wektor opisujący zmiany koncentracji w węzłach elementów skończonych;  $\bar{\mathbf{R}}^{dyf}$  – wektor obciążenia dyfuzyjnego;  $\bar{\mathbf{C}}^{dyf}, \bar{\mathbf{K}}^{dyf}$  – odpowiednio macierze pojemności dyfuzyjnej oraz sztywności.

### 4. Przykład obliczeniowy

Wykonano analizę trwałości elementu żelbetowego poddanego oddziaływaniu agresywnego środowiska zawierającego jony chlorkowe (rys. 1).



Rys. 1. Schemat analizowanego elementu żelbetowego poddanego agresji chlorkowej.  
Fig. 1. Scheme of the analyzed reinforced concrete element subjected to chloride attack.

Obliczenia wykonano stosując jednowymiarowy model MES przy wykorzystaniu programu komputerowego napisanego w języku Matlab/Octave z uwzględnieniem biblioteki INTLAB, która pozwala na prowadzenie operacji algebraicznych na liczbach przedziałowych (w pracy zastosowano liczby afiniczne zależne). Celem przeprowadzanych obliczeń było oszacowanie przedziału czasu, w którym może dojść do inicjacji procesu korozji zbrojenia.

Przyjęto, że koncentracja jonów chlorkowych na brzegu rozpatrywanego elementu wynosi  $c_0 = 0,75\%$  masy cementu (% m. c.), natomiast współczynnik dyfuzji jonów chlorkowych  $D = 7 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$ . Zgodnie z zaleceniami RILEM przyjęto, że do korozji zbrojenia dochodzi po przekroczeniu koncentracji krytycznej  $c_{Cr,kr,H+} \geq 0,4\%$  m. c. w odniesieniu do całkowitej liczby chlorków (chlorki rozpuszczalne w kwasie).

Obliczenia wykonane zostały w przypadku dwóch wariantów grubości otulin betonowych  $c$  równych 3 cm i 5 cm, stosując w obliczeniach liczby interwałowe w sformułowaniu afinicznym. Rozwiązania, które uzyskano na podstawie metody przedziałowej, zweryfikowano stosując metodę Monte Carlo (MC). Wartość odchylenia  $\Delta X$  od wartości średniej  $X^0$  (błędu) przyjęto jako część wartości średniej  $X^0$ , tj.

$$\Delta X = \Delta_{\%} \cdot X^0, \quad (18)$$

gdzie  $\Delta_{\%}$  jest procentowym, maksymalnym odchyleniem od wartości średniej  $X^0$ .

Wyniki obliczeń z metody Monte Carlo uzyskano generując 30 losowych wartości parametrów i przyjmując parametry losowe  $X_i$  zgodnie z zależnościami

$$X_i = x^- + (x^+ - x^-)I_i, \quad x^- = X^0 - \Delta X, \quad x^+ = X^0 + \Delta X, \quad (19)$$

gdzie  $I_i$  jest zmienną losową o rozkładzie liniowym z przedziału  $\langle 0,1 \rangle$ .

Obliczenia wykonano zakładając wartości procentowego odchylenia od wartości średniej  $\Delta_{\%}$  równe 4, 6 i 8 %. Wartości przyjętych parametrów materiałowych i koncentracji chlorków na brzegu zestawiono w tablicy 1.

Tablica 1. Wartości średnie parametrów  $X^0$  oraz procentowe odchylenia od wartości średniej  $\Delta_{\%}$ .

Analizowane zmienne	Średnia	$\Delta_{\%}=4 \%$	$\Delta_{\%}=6 \%$	$\Delta_{\%}=8 \%$
Współczynnik dyfuzji, $D$ [ $\text{cm}^2/\text{s}$ ]	$7 \cdot 10^{-8}$	$2,8 \cdot 10^{-9}$	$4,2 \cdot 10^{-9}$	$5,6 \cdot 10^{-9}$
Koncentracja chlorków, $c_0$ [% m. c.]	0,75	0,03	0,045	0,06

Wartości zmian koncentracji jonów chlorkowych w przypadku otuliny o grubości  $c = 3$  cm, uzyskanych w węźle na powierzchni pręta zbrojenia dla założonego procentowego odchylenia  $\Delta_{\%}$ , zostały zestawione w tablicach 2, 3 i 4. Analogicznie, zmiany koncentracji jonów chlorkowych w przypadku otuliny o grubości  $c = 5$  cm zestawiono w tablicach 5, 6 i 7.

Tablica 2. Wyniki obliczeń zmian koncentracji chlorków na powierzchni zbrojenia [% m. c.] – niepewność  $\Delta_{\%} = 4 \%$ , grubość otuliny  $c = 3$  cm.

Czas, $t$ [rok]	Rozwiązanie rzeczywiste (MC)			Rozwiązanie przedziałowe
	$R^{min}$	$R^{max}$	$R^{avg}$	$R^{aff\_int}$
25	0,5851	0,6135	0,5992	(0,5740; 0,6264)
50	0,6607	0,6919	0,6763	(0,6457; 0,7091)

Tablica 3. Wyniki obliczeń zmian koncentracji chlorków na powierzchni zbrojenia [% m. c.] – niepewność  $\Delta\% = 6\%$ , grubość otuliny  $c = 3$  cm.

Czas, $t$ [rok]	Rozwiązanie rzeczywiste (MC)			Rozwiązanie przedziałowe
	$R_{min}$	$R_{max}$	$R_{avg}$	$R_{aff\_int}$
25	0,5780	0,6206	0,5992	(0,5475; 0,6552)
50	0,6529	0,6997	0,6763	(0,6093; 0,7484)

Tablica 4. Wyniki obliczeń zmian koncentracji chlorków na powierzchni zbrojenia [% m. c.] – niepewność  $\Delta\% = 8\%$ , grubość otuliny  $c = 3$  cm.

Czas, $t$ [rok]	Rozwiązanie rzeczywiste (MC)			Rozwiązanie przedziałowe
	$R_{min}$	$R_{max}$	$R_{avg}$	$R_{aff\_int}$
25	0,5709	0,6278	0,5992	(0,5022; 0,7039)
50	0,6451	0,7075	0,6763	(0,5387; 0,8232)

Tablica 5. Wyniki obliczeń zmian koncentracji chlorków na powierzchni zbrojenia [% m. c.] – niepewność  $\Delta\% = 4\%$ , grubość otuliny  $c = 5$  cm.

Czas, $t$ [rok]	Rozwiązanie rzeczywiste (MC)			Rozwiązanie przedziałowe
	$R_{min}$	$R_{max}$	$R_{avg}$	$R_{aff\_int}$
25	0,4773	0,5037	0,4905	(0,4667; 0,5153)
50	0,5946	0,6257	0,6101	(0,5763; 0,6453)

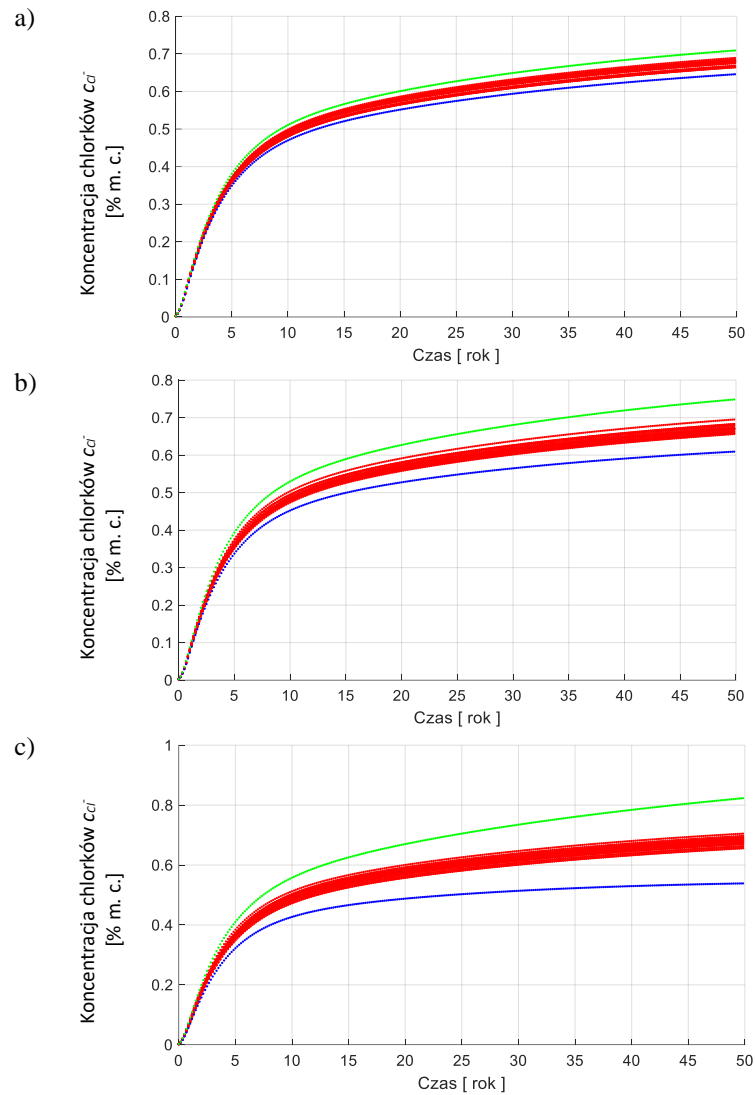
Tablica 6. Wyniki obliczeń zmian koncentracji chlorków na powierzchni zbrojenia [% m. c.] – niepewność  $\Delta\% = 6\%$ , grubość otuliny  $c = 5$  cm.

Czas, $t$ [rok]	Rozwiązanie rzeczywiste (MC)			Rozwiązanie przedziałowe
	$R_{min}$	$R_{max}$	$R_{avg}$	$R_{aff\_int}$
25	0,4708	0,5104	0,4905	(0,4408; 0,5423)
50	0,5868	0,6336	0,6101	(0,5295; 0,6937)

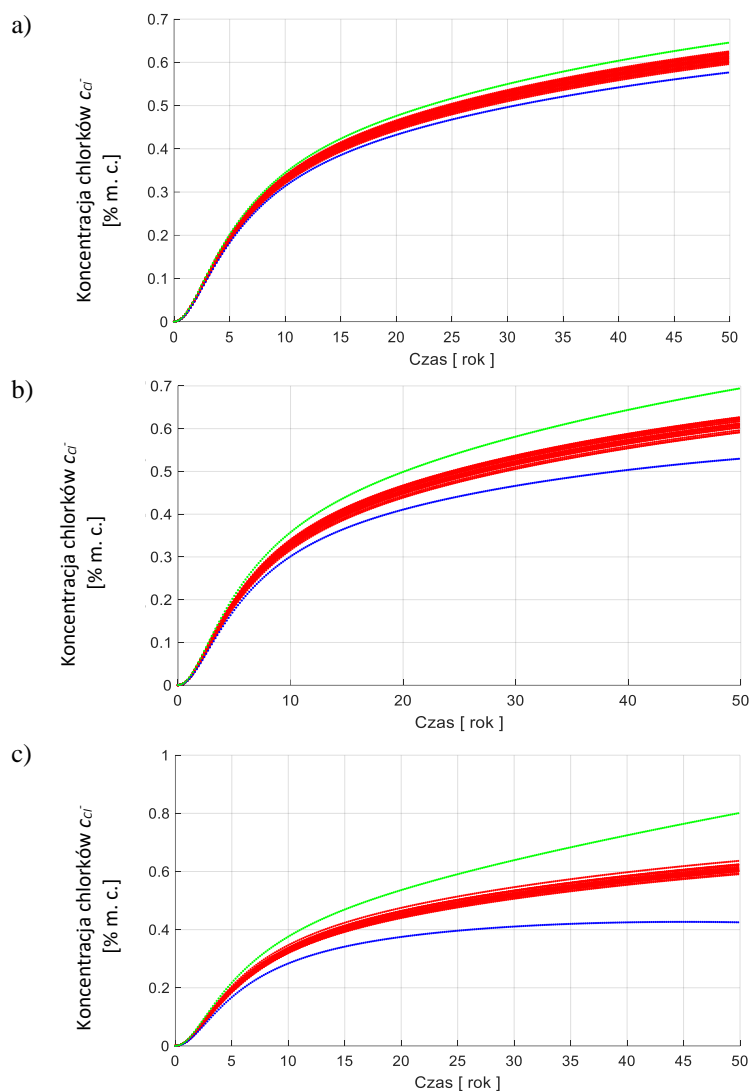
Tablica 7. Wyniki obliczeń zmian koncentracji chlorków na powierzchni zbrojenia [% m. c.] – niepewność  $\Delta\% = 8\%$ , grubość otuliny  $c = 5$  cm.

Czas, $t$ [rok]	Rozwiązanie rzeczywiste (MC)			Rozwiązanie przedziałowe
	$R_{min}$	$R_{max}$	$R_{avg}$	$R_{aff\_int}$
25	0,4642	0,5171	0,4905	(0,3957; 0,5890)
50	0,5791	0,6414	0,6101	(0,4253; 0,8003)

Graficznie przebiegi zmiany koncentracji chlorków na powierzchni zbrojenia w funkcji czasu przy odchyleniach od wartości średniej  $\Delta\%$  równych 4, 6 i 8 % oraz otulinie o grubości 3 cm przedstawiono odpowiednio na rys. 2a, 2b i 2c. Analogiczne obrazy zmian koncentracji jonów chlorkowych na powierzchni zbrojenia w przypadku otuliny o grubości 5 cm przedstawiono na rys. 3a, 3b i 3c.



Rys. 2. Analiza transportu jonów chlorkowych w betonie – grubość otuliny  $c = 3$  cm; sformułowanie afiniczne – ograniczenia dolne i górne (odpowiednio kolor niebieski i zielony); rozwiązanie metodą Monte Carlo (kolor czerwony); niepewności parametrów materiałowych i wartości brzegowych: a)  $\Delta\% = 4\%$ , b)  $\Delta\% = 6\%$ , c)  $\Delta\% = 8\%$ .  
 Fig. 2. Analysis of chloride ions transport in concrete – thickness of the cover  $c = 3$  cm; affine formulation – bottom and top limits (green and blue color respectively); solution by using the Monte-Carlo method (red color); uncertainty of material parameters and boundary conditions: a)  $\Delta\% = 4\%$ , b)  $\Delta\% = 6\%$ , c)  $\Delta\% = 8\%$ .



Rys. 3. Analiza transportu jonów chlorkowych w betonie – grubość otuliny  $c = 5$  cm; sformułowanie afiniczne – ograniczenia dolne i górne (odpowiednio kolor niebieski i zielony); rozwiązanie metodą Monte Carlo (kolor czerwony); niepewności parametrów materiałowych i wartości brzegowych: a)  $\Delta_{\%} = 4$  %, b)  $\Delta_{\%} = 6$  %, c)  $\Delta_{\%} = 8$  %.

Fig. 3. Analysis of chloride ions transport in concrete – thickness of the cover  $c = 5$  cm; affine formulation – bottom and top limits (green and blue color respectively); solution by using the Monte-Carlo method (red color); uncertainty of material parameters and boundary conditions: a)  $\Delta_{\%} = 4$  %, b)  $\Delta_{\%} = 6$  %, c)  $\Delta_{\%} = 8$  %.

Analiza uzyskanych wyników pozwala na określenie czasu, po którym dochodzi do inicjacji procesu korozji zbrojenia w elementach żelbetowych. Wyniki te, w zależności od grubości otuliny i założonej niepewności parametrów materiałowych oraz warunków

brzegowych, zostały zestawione w tablicy 8. Procentowy błąd obliczeń  $\delta$  uzyskano porównując wyniki otrzymane z zastosowaniem metody Monte Carlo i liczb afinicznych (wartości stanowiące ograniczenia dolne i górne)

$$\delta = \frac{t_{MC} - t_{Af}}{t_{MC}} 100\% . \quad (20)$$

Tablica 8. Czas inicjacji korozji – ograniczenia górne  $t_{max}$ , dolne  $t_{min}$  i błąd oszacowania trwałości elementu żelbetowego z zastosowaniem metod bazujących na liczbach afinicznych oraz metodzie Monte Carlo – przyrost kroku czasowego  $\Delta t = 2$  miesiące.

Niepewność [%] (grubość otuliny)	Liczby afiniczne [rok]		Metoda Monte Carlo [rok]		Błąd $\delta$ [%]	
	$t_{min}$	$t_{max}$	$t_{min}$	$t_{max}$	$\Delta_{min}$	$\Delta_{max}$
4 (3 cm)	5,5	6,66	5,66	6,5	2,83	5,5
6 (3 cm)	5,17	7,66	5,5	6,66	6	15
4 (5 cm)	13,5	16,66	14	15,83	3,6	5,2
6 (5 cm)	12,33	18,66	13,5	16,5	8,6	13,1
8 (3 cm)	5	8,33	5,5	7	10	19
8 (5 cm)	11,16	26,16	13,16	16,83	21,9	55,4

## 5. Wnioski

Analiza uzyskanych rezultatów pozwala na stwierdzenie, że przy niewielkich niepewnościach (do ok. 4 % wartości średniej) danych materiałowych i warunków brzegowych metoda obliczeń oparta o liczby przedziałowe w sformułowaniu afinicznym pozwala na realistyczną ocenę momentu, w których wystąpi zagrożenie korozyjne konstrukcji żelbetowej w efekcie działania chlorków. Na podstawie zmieszczonych w pracy wyników można także zauważyć, że przedziały czasu, w których może nastąpić inicjacja korozji (nawet w przypadku niewielkich niepewności), stanowią istotną część okresu eksploatacji obiektu. Oczywistym rozwiązaniem tego problemu mogą być częstsze remonty. Oznaczają one wprawdzie wyższe, cząstkowe koszty eksploatacji elementów konstrukcji żelbetowych, ale minimalizują ryzyko uszkodzenia zbrojenia, co może przyczynić się do zmniejszenia całkowitych kosztów ich eksploatacji. Zdaniem autora, przedstawione podejście wydaje się bardzo perspektywiczne i powinno być dalej rozwijane.

### Oznaczenia symboli

- $c$  – grubość otuliny betonu, concrete cover thickness, [m];
- $c_0$  – koncentracja jonów chlorkowych na brzegu elementu, initial chloride ions concentration on the boundary of element, [% m. c.];
- $c_{Cl^-}$  – koncentracja jonów chlorkowych, chloride ions concentration, [% m. c.];
- $\mathbf{j}$  – wektor gęstości strumienia masy jonów chlorkowych, chloride ions mass flux density vector, [kg/(m<sup>2</sup>·s)];
- $t$  – czas, time, [s];
- $D$  – współczynnik dyfuzji jonów chlorkowych, chloride ions diffusion coefficient, [m<sup>2</sup>/s];



$\Delta\%$  – maksymalne odchylenie od wartości średniej, maximal deviation from the average value, [%].

### Literatura

- [1] Alonso, C., Andrade, C., Castellote, M., Castro, P.: Chloride Threshold Values to Depassivate Reinforcing Bars Embedded in a Standardized OPC Mortar, *Cement and Concrete Research*, 30, 7 (2000), 1047-1055.
- [2] Angst, U., Elsener, B., Larsen, C.K., Vennesland, Ø.: Critical Chloride Content in Reinforced Concrete – A Review, *Cement and Concrete Research*, 39, 12 (2009), 1122-1138.
- [3] Bažant, Z., Xi, Y.: Modeling Chloride Penetration in Saturated Concrete, *Journal of Materials in Civil Engineering*, 11, 1 (1999), 58-65.
- [4] Černý R., Rovnaníková P.: *Transport processes in concrete*, Spon Press, London-New York, 2002.
- [5] Chen S., Lian H., Yang X.: Interval Static Displacement Analysis for Structures with Interval Parameters, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 53, 2 (2002), 393-407.
- [6] Dao, L.T.N., Kim, S.H., Ann, K.Y.: Modeling Steel Corrosion in Concrete Structures – Part 1: A New Inverse Relation Between Current Density and Potential for the Cathodic Reaction, *International Journal of Electrochemical Science*, 5, 3 (2010), 302-313.
- [7] Dao, T.N.L., Dao, V.T.N., Kim, S.H., Ann, K.Y.: Modeling Steel Corrosion in Concrete Structures – Part 2. A Unified Adaptive Finite Element Model for Simulation of Steel Corrosion, *Int. J. Electrochem. Sci.*, 5, 3 (2010), 314-326.
- [8] De Figueiredo, L.H., Stolfi, J.: Affine Arithmetic: Concepts and Applications, *Numerical Algorithms*, 37, 1-4 (2004), 147-158.
- [9] Degrauwe, D., Lombaert, G., De Roeck, G.: Improving Interval Analysis in Finite Element Calculations by Means of Affine Arithmetic, *Computers and Structures*, 88, 3-4 (2010), 247-254.
- [10] Englund, S., Sørensen, J. D.: A Probabilistic Model for Chloride-Ingress and Initiation of Corrosion in Reinforced Concrete Structures, *Structural Safety*, 20, 1 (1998), 69-89.
- [11] Glass, G.K., Buenfeld, N.R.: The Presentation of the Chloride Threshold Level for Corrosion of Steel in Concrete, *Corrosion Science*, 39, 5 (1997), 1001-1013.
- [12] Hassan, El-O.: *Hansen's Generalized Interval Arithmetic Realized in C-XSC*, Bergische Universität Wuppertal, 2006.
- [13] Yong, K, A., Song, H-W.: Chloride Threshold Level for Corrosion of Steel in Concrete, *Corrosion Science*, 49, 11 (2007), 4113-4133.
- [14] Koniarczyk, M., Gawin, D.: Numerical Modelling of Coupled Heat, Moisture and Salt Transport in Porous Materials, *Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences*, 13, 1 (2006), 565-574.
- [15] Manson, G.: Calculating Frequency Response Functions for Uncertain Systems Using Complex Affine Analysis, *Journal of Sound and Vibration*, 288, 3 (2005), 487-521.
- [16] Moore, R.E.: Interval Analysis, *Mathematics of Computation*, 22, 101 (1968), 219-222.
- [17] Pradhan, B., Bhattacharjee, B.: Rebar Corrosion in Chloride Environment, *Construction and Building Materials*, 25, 5 (2011), 2565-2575.

- [18] Rump, S.M., Kashiwagi, M.: Implementation and Improvements of Affine Arithmetic, Nonlinear Theory and its Applications, IEICE, 2, 3 (2015), 1101-1119.
- [19] Saetta, A., Scotta, R., Vitaliani, R.: Mechanical Behavior of Concrete Under Physical-Chemical Attacks, Journal of Engineering Mechanics, 124, 10 (1998), 1100-1109.
- [20] Stolfi, J., de Figueiredo, L.: Self-Validated Numerical Methods and Applications, Proc. of the Monograph for the 21<sup>st</sup> Brazilian Mathematics Colloquium, Citeseer, 1997.
- [21] Tutti, K.: Corrosion of steel in concrete, Swedish Cement and Concrete Research Institute, 1982.
- [22] Witek, H.: Metoda rozmytych elementów brzegowych w analizie konstrukcji budowlanych o parametrach niepewnych, Silesian University of Technology, Praca doktorska, Promotor: Jerzy Skrzypczyk, 2005.

## **MODELING OF TIME OF REINFORCEMENT CORROSION INITIATION WITH THE APPLICATION OF INTERVAL ARITHMETIC**

### **Summary**

In this paper, the application of interval arithmetic in the affine formulation to the determination of time to initialization of corrosion cracking of reinforced concrete structures was formulated. The calculations were made with the use of the incremental FEM formulation (backward Euler scheme) and the library of numerical procedures for the interval-affine computations INTALB.