

**RYDYGIER Edward, STRZYŻAKOWSKI Zygmunt**

## **BADANIE PROCESÓW ENERGETYCZNYCH W KONTAKCIE KOŁO - SZYNA**

### *Streszczenie*

*W artykule przedstawiono metodę modelowania wykorzystującą pojęcie energii jednookresowej w zastosowaniu do badania procesów energetycznych w kontakcie koło – szyna. Koncepcja energii jednookresowej stosowana jest w analizie w czasie rzeczywistym procesów energetycznych w obwodach elektrycznych w stanie okresowym niesinusoidalnym. Wykazano, że opracowana metoda może wspomagać pomiary diagnostyczne pojazdu szynowego i toru, a także służy zapewnieniu bezpieczeństwa przewozów pasażerów i towarów.*

### **WSTĘP**

Badanie procesów energetycznych w kontakcie koło – szyna kolejowa jest wspomaga badania diagnostyczne toru i taboru kolejowego oparte na pomiarach. W diagnostyce kolejowej ważnym zagadnieniem jest badanie skutków kontaktu koła pojazdu i szyny. Ponieważ często z przyczyn technicznych nie jest możliwe uzyskanie pełnego zestawu danych pomiarowych wymaganych do zdiagnozowania deformacji szyny i koła powstałych w wyniku oddziaływania pojazdu szynowego na tor badania pomiarowe wspomagane są badaniami modelowymi [9, 10, 11, 12].

Opracowaną przez autorów artykułu metodą wspomagającą badania kontaktu koło – szyna jest metoda numeryczna nazwana Metodą Symulacyjną rozwiązywania inżynierskich problemów odwrotnych [8]. Metoda ta została wykorzystana do identyfikacji źródeł ciepła w szynie kolejowej spowodowanego kontaktem tocznym koło – szyna. Identyfikacja źródeł w śladzie cieplnym w szynie wywołanym kontaktem tocznym może posłużyć do identyfikacji parametrów mechanicznych układu dynamicznego tor – pojazd szynowy umożliwiających wyznaczenie lokalnych naprężeń, poślizgów, gęstości mocy tarcia. W ogólności jest to problem odwrotny polegający na wyznaczeniu ze skutków cieplnych parametrów mechanicznych stanowiących przyczynę generacji ciepła [9].

W pracy przedstawiono metoda wykorzystująca koncepcję energii jednookresowej w zastosowaniu do badania procesów energetycznych kontaktu koło – szyna. Metoda ta została skonstruowana w oparciu o metody stosowane w badaniu obwodów elektrycznych w czasie rzeczywistym w stanie okresowym niesinusoidalnym [4]. Dokonując adaptacji metody do badań kontaktu koło – szyna założono, że badany układ znajduje się w stanie ustalonym, jest układem zdeterminowanym, a na szynę ze strony koła działa siła normalna nacisku mająca charakter sygnału okresowego [11].

# 1. MODELOWANIE PROCESÓW ENERGETYCZNYCH

Do badań modelowych procesów energetycznych w kontakcie koło – szyna została wcześniej opracowana Metoda Symulacyjna identyfikacji źródeł pola. Metoda Symulacyjna jest efektywną metodą numeryczną wykorzystującą narzędzia obliczeniowe wzięte z analizy kombinatorycznej. W konstrukcji algorytmów metody zastosowano narzędzia obliczeniowe w postaci potęgowych wielomianów monicznych, a w procedurach programów komputerowych wykorzystano zmodyfikowane trójkąty liczbowe generujące wielomiany potęgowe [8]. Badany układ opisany równaniem Poissona ze znanymi warunkami brzegowymi  $u|_{\Gamma}$  na brzegu  $\Gamma$  rozpatrywanego obszaru ma postać [6]

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = f(x, y), \quad (1)$$

gdzie  $x \in (0, l_x)$ ,  $y \in (0, l_y)$ ,  $u = u(x, y) \in R^2$  oznacza funkcję polową,  $f = f(x, y) \in R^2$  - funkcję rozkładu źródeł (funkcję źródłową).

Zadanie identyfikacji źródeł pola w badanym układzie (1) polega na wyznaczeniu funkcji rozkładu źródeł  $f(x, y)$ . W celu rozwiązania tego zadania sposobem numerycznym przybliżono ciągły opis układu modelem dyskretnym. Po zamianie zmiennych ciągłych na dyskretne, np. w przypadku prostokątnej siatki podziału badanego obszaru o wymiarach  $l_x \times l_y$  według wzoru  $x = ih$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, M$ ,  $y = jh$ ,  $j = 0, 1, 2, \dots, N$ ,  $M = l_x/h$ ,  $N = l_y/h$ ,  $h$  - długość kroku dyskretyzacji, oraz przybliżeniu równania różniczkowego (1) równaniem różnicowym za pomocą schematu różnic skończonych uzyskano układ równań algebraicznych wiążących wartości funkcji polowej  $u$  i źródłowej  $f$  w węzłach siatki w następujący sposób [1, 6]

$$u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1} = h^2 f(i, j) = q_{i,j}, \quad i=1, 2, \dots, M, \quad j=1, \dots, N, \quad (2)$$

gdzie:  $u_{i,j} = u(i, j)$ ,  $q_{i,j} = q(i, j)$ .

Z tego względu, że badane zagadnienie polega na rozwiązaniu problemu odwrotnego opracowana metoda została uzupełniona specjalną numeryczną procedurą aproksymacyjną opracowaną na podstawie metody odwrotnych odległości używaną do wygładzania danych w układach 2-D, która stanowi rodzaj samoregulacji [13].

Metoda Symulacyjna została zastosowana do identyfikacji źródeł ciepła w śladzie cieplnym na powierzchni czarnej szyny spowodowanym kontaktem tocznym koło – szyna [7].

## 2. ENERGIA JEDNOOKRESOWA

Pojęcie energii jednookresowej stosowane jest w analizie w czasie rzeczywistym procesów energetycznych w obwodach elektrycznych w stanie okresowym niesinusoidalnym. Procesy energetyczne można wówczas badać na płaszczyźnie fazowej energii oraz oceniać je na podstawie zmian chwilowego napięcia i prądu związanych z danym elementem obwodu w ciągu jednego okresu [14]. Przykładowo rozpatrując dwójnik dynamiczny działający w stanie okresowym niesinusoidalnym, dla którego sygnałem wymuszenia jest napięcie  $v(t) = v(t + T)$ ,  $T$  - okres, a odpowiedzią prąd  $i(t) = i(t + T)$ , można energię oddaną przez źródło  $v(t)$  do odbiornika w przedziale czasu  $\Delta t = nT$ ,  $n \in N$ , określić wyrażeniem [14]

$$W(\Delta t) = nW_T, \quad (3)$$

gdzie  $W_T$  oznacza energię jednookresową, tzn. energię dostarczoną do odbiornika podczas jednego okresu wymuszenia i odpowiedzi.

W stanie okresowym niesinusoidalnym wyznaczenie energii pobranej ze źródła przez odbiornik w danym przedziale czasu  $\Delta t = nT$  można sprowadzić do określenia energii jednookresowej  $W_T$ , a następnie pomnożenia przez  $n$ . Dla badanego zagadnienia  $W_T$  wynosi

$$W_T = \int_0^T v(t)i(t)dt = \int_0^T v(t) \frac{d}{dt} \left( \int i(\tau)d\tau \right) dt = \int_{q(0)}^{q(T)} v(t)dq(t) = \int_{\psi(0)}^{\psi(T)} i(t)d\psi(t), \quad (4)$$

gdzie  $q(t) = \int i(t)dt$  oznacza ładunek, a  $\psi(t) = \int v(t)dt$  - strumień magnetyczny źródła.

Z postaci wyrażenia (4) wynika, że energię jednookresową  $W_T$  pobraną przez odbiornik ze źródła określa pole powierzchni ograniczonej pętlą na fazowej płaszczyźnie energii o współrzędnych  $(v(t), q(t))$  lub równoważnie  $(\psi(t), i(t))$ .

### 3. PROCESY ENERGETYCZNE W KONTAKCIE KOŁO-SZYNA

Rozpatrując kontakt koło – szyna przyjęto, że układ znajduje się w stanie ustalonym, a na szynę ze strony koła działa pionowa siła nacisku mająca charakter sygnału okresowego [10]

$$F(t) = f(t + T), \quad (5)$$

gdzie okres  $T$  odpowiada przedziałowi czasu do przyjechania koła w następnym wagonie,  $T = \Delta x/v$ ,  $v$  - prędkość wzdłuż toru.

W wyniku działania nieciągłej siły normalnej w miejscach styku koła i szyny rozwijają się zniszczenia zwane spallingiem, mające charakter złuszczeń wokół pęknięć na powierzchni szyny i obręczy koła (rys. 1).



Rys. 1. Zniszczenia szyny (na lewo) i koła (po prawej)

W płaszczyźnie pionowej prostopadłej do toru kolejowego układ dynamiczny kontaktu tocznego można opisać następującym układem równań

$$m \frac{d^2 y_1}{dt^2} + b_2 \frac{d(y_1 - y_2)}{dt} + k_2(y_1 - y_2) + b_1 \frac{dy_1}{dt} + k_1 y_1 = 0 \quad (6)$$

$$M \frac{d^2 y_2}{dt^2} + b_2 \frac{d(y_2 - y_1)}{dt} + k_2(y_2 - y_1) = F(t),$$

gdzie  $y_1 = y_1(t)$ ,  $y_2 = y_2(t)$  oznaczają przemieszczenia,  $m$  – masę zastępczą toru,  $b_1$ ,  $k_1$  – parametry dynamiczne toru, natomiast masa  $M$  i parametry dynamiczne  $b_2$ ,  $k_2$  odpowiadają szynie.

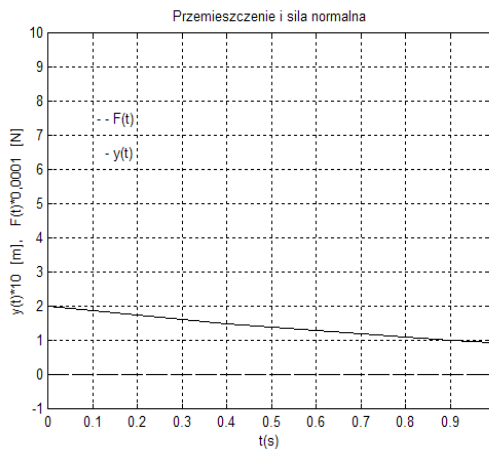
Energię jednookresową w przypadku badania skutków oddziaływania siły normalnej na szynę można przedstawić w oparciu o wzór (4) za pomocą następującej zależności

$$W_T = \int_0^T F w dt = \int_{y(0)}^{y(T)} F dy_2, \quad w = \frac{dy_2}{dt}. \quad (7)$$

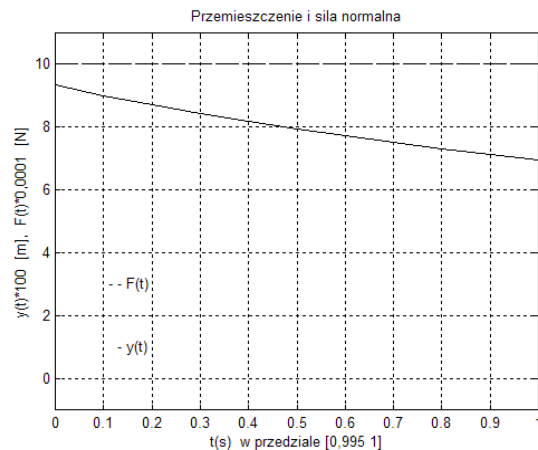
Z postaci wyrażenia (7) wynika, że pole powierzchni ograniczonej pętlą na fazowej płaszczyźnie energii o współrzędnych  $(y_2(t), F(t))$  określa energię  $W_T$  przekazaną w jednym okresie. Korzystając analogii z opisem obwodu elektrycznego, siła  $F(t)$  odpowiada wymuszeniu, czyli napięciu źródłowemu  $v(t)$ , a zmienna przemieszczenia  $y(t)$  - chwilowemu ładunkowi  $q(t)$  płynącemu w obwodzie. Po przekształceniu układu różniczkowego drugiego rzędu dwóch zmiennych (6) w układ różniczkowy pierwszego rzędu czterech zmiennych za pomocą podstawienia [5]

$$\frac{dy_1}{dt} = y_3(t) \quad \frac{dy_2}{dt} = y_4(t), \quad (8)$$

a następnie użyciu funkcji *ode23* z biblioteki MATLABA do numerycznego rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych wyznaczono czasowy przebieg przemieszczenia  $y_2(t)$ . Wartości dla mas oraz parametrów dynamicznych związanych z tłumieniem i sprężystością przyjęto z pracy [3]. Przebiegi czasowe przemieszczenia  $y_2(t)$  oraz siły normalnej  $F(t)$  w jednym okresie przedstawiono na rys. 2 i rys. 3, przy czym na rys. 2 zilustrowano rozwiązanie dla zerowej wartości siły, natomiast na rys. 3 zilustrowano rozwiązanie dla stałej wartości siły. Przy danym okresie  $T = 1$  s można oszacować czas trwania siły nacisku ze wzoru  $\Delta x = v\Delta t$ . Przyjmując prędkość pojazdu  $v = 80$  km/h, a długość styku szacując na  $10^{-2}$  m, otrzymuje się czas trwania sygnału  $\Delta t = 5$  ms.

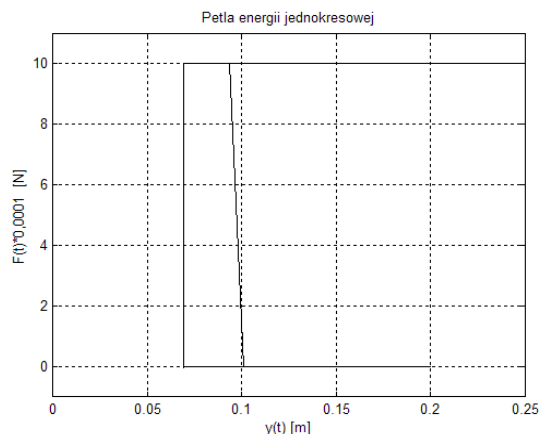


**Rys. 2.** Przemieszczenie i siła gdy  $F(t) = 0$



**Rys. 3.** Przemieszczenie i siła gdy  $F(t) = 100$  kN

W układzie współrzędnych  $(y_2(t), F(t))$  pętla energii jednookresowej przyjmuje postać przedstawioną na rys. 4.



**Rys 4.** Pętla energii jednookresowej

Z wykresu pętli energii przedstawiony na rys. 4 można wyznaczyć wartość energii jednookresowej jako pole powierzchni objętej pętlą.

## PODSUMOWANIE

W pracy wykazano, że metoda wykorzystująca pojęcie energii jednookresowej jest użyteczna w modelowaniu procesów energetycznych kontaktu koło – szyna. Określono założenia umożliwiające wykorzystanie koncepcji energii jednookresowej do badania dynamiki układu pojazd szynowy – tor, tzn. przyjęto, że siła normalna jest nieciągła i periodyczna. Należy podkreślić, że badania modelowe kontaktu koło – szyna nie tylko wspomagają diagnostykę toru i pojazdu kolejowego, ale przez ocenę warunków powodujących deformacje lub zniszczenia w styku koła i szyny służą zapewnieniu bezpieczeństwa przewozów pasażerów i towarów [11].

Należy zdawać sobie sprawę z tego, że bez przeprowadzenia odpowiednich badań modelowych przed dopuszczeniem nowych składów pociągów do eksploatacji może dojść do sytuacji, że koła nowych wagonów w starych szynach ulegną odkształceniu, co nie tylko powoduje dyskomfort jazdy oraz jest źródłem hałasu uciążliwego dla otoczenia, ale może też stanowić przyczynę katastrofy pociągu [2].

## BIBLIOGRAFIA

1. Bjorck A., Dahlquist G., Metody numeryczne. PWN, Warszawa 1987.
2. Bril J., Rydygier E., Analiza stanu bezpieczeństwa transportu krajowego. Mat. XX Warsztatów Naukowych Polskiego Towarzystwa Symulacji Komputerowej nt. „Symulacja w badaniach i rozwoju”, Koszalin-Unieście, czerwiec 2013 r., Wyd. Instytut Technologii i Edukacji Politechniki Koszalińskiej, str. 10-11.
3. Kisilowski J.(red.), Dynamika układu mechanicznego pojazd szynowy-tor. PWN, 1991.
4. Kłos. A., Trzaska Z., Modelowanie sieci elektrycznych. Wyd. Inst. Technologii Eksploatacji, Radom 2007.
5. Palczewski A., Równania różniczkowe zwyczajne. WNT, Warszawa 2004.
6. Potter D., Computational physics. Wiley, New York 1980.
7. Rydygier E., Strzyżakowski Z., Application of inverse problems modelling to design and utilize rail vehicles. Proc. International Conference on Transport of the 21st Century, Stare Jabłonki, Sept. 2007, Vol. 2, pp. 169-174.
8. Rydygier E., Strzyżakowski Z., The Simulation Method used to solve engineering inverse problems. Proc. 6th Vienna Intern. Conf. on Mathematical Modelling MATHMOD9,

Vienna, Feb. 2009, Full Papers CD Volume, Argesim Report No. 35, Wyd. Vienna University of Technology.

9. Rydygier E., Strzyżakowski Z., Application of numerical methods of field sources identification to selected issues in rail vehicle-track system. *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Transport, Z.71, 2009. pp. 196-205.*
10. Rydygier E., Strzyżakowski Z., Metody modelowania układu koło – szyna kolejowa użyteczne w diagnostyce toru kolejowego. *Techn. Transp. Szyn. 9/2012.*
11. Rydygier E., Strzyżakowski Z., Efektywne metody modelowania wspomagające diagnostykę pojazdu szynowego. *Autobusy 3/2013.*
12. Strzyżakowski Z., Modelowanie zagadnień dynamicznych w układach transportowych. *Wyd. Politechniki Radomskiej, Radom 2007.*
13. Tikhonov A. N., Goncharky A. V., Stepanov V. V., Yagola A. G., *Numerical Methods for the Solution of Ill-posed Problems. Kluwer 1995.*
14. Trzaska Z., *Analiza i projektowanie obwodów elektrycznych. Oficyna Wyd. Politechniki Warszawskiej 2008.*

## **STUDY OF ENERGY PROCESSES IN A WHEEL-RAIL CONTACT**

### *Abstract*

*This paper presents a method of modeling that uses the concept of one period energy applied to the study of energy processes in a wheel-rail contact. The concept of one period energy is applied in real-time analysis of energy processes in electric circuits in a periodic non sinusoidal state. It has been shown that the developed method can support the diagnostic measurements of the rail vehicle and the track, and is intended to ensure the safety of passengers and goods transport.*

### **Autorzy:**

**dr hab. inż. Zygmunt STRZYŻAKOWSKI, prof. UTH** – Uniwersytet Technologiczno-Humanistyczny im Kazimierza Pułaskiego w Radomiu oraz McLeod Institute of Simulation Sciences, Radom Satellite Center at the UTH in Radom

**dr Edward RYDYGIER** – Urząd m. st. Warszawy oraz McLeod Institute of Simulation Sciences, Radom Satellite Center at the UTH in Radom