

WYKORZYSTYWANIE POMIARZY STRZAŁEK POZIOMYCH DO OKREŚLANIA ISTNIEJĄCEJ OSI TORU¹

Władysław Koc

Prof. dr hab. inż., Politechnika Gdańska, 80-233
Gdańsk, ul. Narutowicza 11/12, tel. +48 58 347 10 26,
e-mail: kocwl@pg.gda.pl

Piotr Chrostowski

Dr inż., Politechnika Gdańska, 80-233 Gdańsk, ul. Na-
rutowicza 11/12, tel. +48 58 348 60 90, e-mail: piotr-
chrost@gmail.com

Streszczenie. W artykule podjęto kwestię skuteczności wykorzystania wykresu strzałek poziomych do określania rzeczywistego kształtu toru kolejowego. Temat ten jest o tyle istotny, że przez dziesiątki lat wykres ten był wykorzystywany w metodach regulacji osi toru i dopiero od stosunkowo niedawna stracił swoje kluczowe znaczenie. Najnowsze publikacje o charakterze naukowym wskazują jednak, że poruszany temat nie został jeszcze wyczerpany i nadal poszukuje się skutecznych metod transformacji owych wykresów w celu odtworzenia kształtu osi toru. W niniejszej pracy zaprezentowano główne założenia tych poszukiwań, a także przeprowadzono dyskusję dotyczącą wykresów strzałek otrzymanych w wyniku analizy rzeczywistej osi toru, określonej metodą ciągłych pomiarów satelitarnych. W tym celu został opracowany program komputerowy do symulacji pomiarów strzałki poziomej za pomocą uniwersalnego strzałkomierza, różniącego się od dostępnych przyrządów pomiarowych możliwością stosowania bazy pomiarowej o dowolnej długości. Analiza ta umożliwiła określenie rejonów układu geometrycznego, w których długość cięciwy w istotny sposób wpływa na kształt wykresu strzałek.

Słowa kluczowe: tor kolejowy, pomiary satelitarne, określanie kształtu geometrycznego, wykres strzałek

1. Wprowadzenie

Projektowanie i kształtowanie toru kolejowego w terenie wymaga operowania w lokalnych układach odniesienia. W celu poprawnego wytyczenia nowych, a także modernizowanych układów geometrycznych niezbędne są skuteczne metody dedykowane obsłudze geodezyjnej, od której w dużej mierze zależy ostateczny efekt prac. Konieczność operowania w lokalnych układach odniesienia wynika z występujących na kolei długościami elementów geometrycznych – odcinków prostych i łukowych, które są często tak duże, że wizualna ocena ich kształtu jest bardzo utrudniona. W tej sytuacji rozwiązaniem jest podział trasy na krótsze odcinki, które są rozpatrywane oddzielnie. Staje się to jednak źródłem dodatkowych błędów, a całościowa ocena danego układu staje się bardzo trudna.

¹ Wkład procentowy poszczególnych autorów: Koc W. 50%, Chrostowski P. 50%.

Szczególne trudności sprawia kształtowania geometryczne toru kolejowego w płaszczyźnie poziomej. Przez całe dziesięciolecie jedyną stosowaną metodą oceny kształtu toru był pomiar strzałek poziomych. Również w metodach regulacji osi toru podstawy do analizy nie stanowiła rzeczywista oś istniejącego toru, lecz jej transformacja w postaci wykresu strzałek.

Sytuacja taka uległa radykalnej zmianie po stworzeniu możliwości efektywnego wykorzystanie systemu GPS [6] w pomiarach ukształtowania geometrycznego linii kolejowych. W Polsce przełomowym momentem był rok 2008, w którym nastąpiło uruchomienie Aktywnej Sieci Geodezyjnej ASG-EUPOS [1]. Pomimo tego, że pomiary wykorzystujące techniki pozycjonowania satelitarnego miały miejsce już wcześniej, to możliwości, jakie przyniosła sieć naziemnych stacji referencyjnych, wprowadziły nową jakość, zmieniając istotnie rząd wielkości związany z dokładnością określania pozycji. Do wzrostu tej dokładności przyczyniają się również inne elementy rozwoju technik satelitarnych, jak np. możliwość pomiarów dwusystemowych GPS/Glonass.

Już pierwsze pomiary wykorzystujące poprawki określane przez stacje systemu ASG-EUPOS wykazały, że zastosowana technika pomiarowa otwiera zupełnie nowe perspektywy w zakresie określania rzeczywistego położenia toru. Jej wykorzystanie umożliwia również bardzo precyzyjne określenie podstawowych danych do projektowania modernizacji linii kolejowej [3, 4, 5].

Pomimo nowych możliwości technicznych odtwarzania osi toru, kwestia wykorzystywania do tego celu wykresu strzałek jest nadal aktualna, co wskazuje na wagę problemu oraz na niewyczerpany stan zagadnienia. Wykorzystywane w diagnostyce nierówności toków szynowych pomierzone strzałki w dalszym ciągu stanowią dane do rozważań teoretycznych, prowadzących do określenia krzywizny toru, która z kolei jest pochodną rzeczywistego kształtu geometrycznego, tj. położenia osi toru w układzie współrzędnych prostokątnych. Przykładem takiej analizy jest referat prezentowany w bieżącym roku na międzynarodowej konferencji Railway Engineering w Londynie [8]. W pracy zostaną przedstawione główne założenia owego referatu, a następnie przeprowadzona zostanie krótka analiza wykresów strzałek sporządzonych na podstawie bezpośrednich pomiarów kształtu toru kolejowego wykonanych techniką pozycjonowania satelitarnego. Zaprezentowany zostanie również wykorzystany algorytm obliczeniowy oraz funkcjonowanie programu.

2. Określanie kształtu toru kolejowego w płaszczyźnie poziomej

Tor kolejowy usytuowany jest w terenie jako konstrukcja przestrzenna, a położenie jego osi poddawane jest regulacji jednocześnie w płaszczyźnie pionowej i poziomej. W artykule podjęty został temat ukształtowania osi toru jedynie w płaszczyźnie poziomej, choć omawiane zależności geometryczne są analogiczne również w przypadku ukształtowania osi toru w profilu podłużnym. Operując pa-

rametrami opisującymi kształt toru istniejącego, należy mieć na uwadze to, w jaki sposób zostały one pozyskane: czy są wynikiem bezpośredniego pomiaru, czy też w sposób pośredni, na drodze transformacji innych parametrów. Dyskutowany w niniejszym artykule problem dotyczy rekonstrukcji kształtu toru, tj. określenia jednoznacznej pozycji osi toru w przyjętym układzie współrzędnych. Jest to o tyle ważne, że wszelkie zmiany związane z regulacją osi toru lub modernizacją układu geometrycznego wynikają z projektu. Dlatego tak ważne jest, aby projektant pracował na dokładnych danych wejściowych, a wykonawcy owego projektu mieli łatwość w jego realizacji. Idealną sytuacją byłaby praca w jednym i tym samym układzie odniesienia oraz aby metody tyczenia zmian położenia osi toru bazowały na współrzędnych punktów jednoznacznie określających jej położenie w terenie. Z tego właśnie względu poszukiwane są metody określające położenie toru za pomocą współrzędnych prostokątnych.

Autorzy pracy [8] postawili sobie za zadanie opracowanie skutecznej metody określenia zbioru współrzędnych prostokątnych opisujących położenie osi toru na podstawie pomiarów wykonywanych przez drezynę pomiarową, diagnozującą stan nierówności toków szynowych. Założenie to wydaje się być słuszne z dwóch powodów: po pierwsze wykres strzałek, jaki dostarcza tego rodzaju pomiar, od wielu lat miał kluczowe zastosowanie w projektowaniu regulacji osi toru, a po drugie pomiar nierówności jest rutyną diagnostyczną, a w związku z tym wszystkie linie są regularnie w ten sposób mierzone oraz istnieje ciągła aktualizacja danych dotyczących konkretnych linii.

Do osiągnięcia zamierzonego celu autorzy pracy [8] opracowali metodykę wykorzystującą tzw. filtry cząsteczkowe oparte na metodach Bayesowskich i symulacjach metodą Monte Carlo. Są to obecnie najbardziej zaawansowane metody optymalizacyjne, które dostarczają optymalnych rozwiązań problemu na podstawie danych pomiarowych. Zdefiniowano następujący problem:

Na podstawie danych dostarczonych z pomiaru drezyną, tj. sygnału strzałek poziomych $d(s)$, $0 < s < S$, gdzie:

$$d(s) = v(s) + w(s) \quad (1)$$

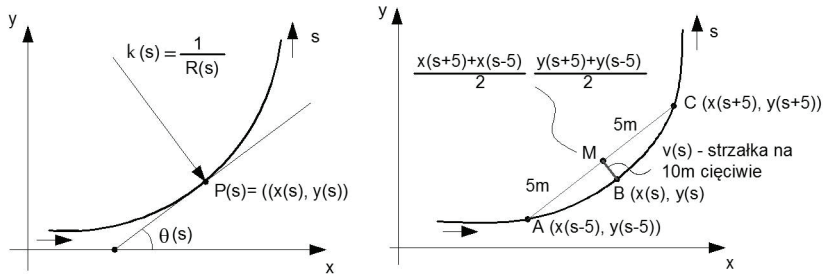
$$v(s) \approx \pm \sqrt{\left(x(s) - \frac{x(s+5) + x(s-5)}{2}\right)^2 + \left(y(s) - \frac{y(s+5) + y(s-5)}{2}\right)^2} \quad (2)$$

$w(s)$ – sygnał błędu pomiarowego,

obliczony zostanie przebieg krzywizny, który posłuży następnie do wyznaczenia przebiegu punktów reprezentujących kształt osi toru:

$$P(s) = (x(s), y(s)), \quad 0 < s \leq S \quad (3)$$

Na rysunku 1 przedstawiono interpretację geometryczną strzałki w układzie współrzędnych prostokątnych. Oczywiście jest, że relacja pomiędzy parametrycznym opisem krzywej o długości S (o stopniu swobody s) a wartością strzałki $v(s)$ nie jest zależnością ścisłą. Jednak autorzy argumentują zastosowanie tej relacji stosunkowo małymi wartościami przyrostu rzędnej $y(s)$ dla bazy (cięciwy) 10 m.



Rys. 1. Parametry geometryczne przyjęte do zdefiniowania krzywizny oraz strzałki poziomej przyjęte do algorytmu obliczeniowego [8]

Budując model analityczny zdefiniowano parametryczny opis łuku poziomego, za pomocą układu następujących równań różniczkowych:

$$\begin{cases} \frac{dx}{ds} = \cos \theta(s) \\ \frac{dy}{ds} = \sin \theta(s) \\ \frac{d\theta}{ds} = \kappa(s) \end{cases} \quad (4)$$

Do rozwiązania tego nieliniowego problemu (który został opisany jako dyskretny z krokiem $h = Ds$) zastosowano metodę rozwiązania układów równań różniczkowych 6-tego rzędu, tak zwaną *Backward Differentiation Formula*, otrzymując w ten sposób układ równań algebraicznych o określonych współczynnikach α i β_0 :

$$\begin{cases} x_n = -\sum_{i=1}^6 \alpha_i x_{n-i} + h\beta_0 \cos \theta_n \\ y_n = -\sum_{i=1}^6 \alpha_i y_{n-i} + h\beta_0 \sin \theta_n \\ \theta_n = -\sum_{i=1}^6 \alpha_i \theta_{n-i} + h\beta_0 \kappa_n \end{cases} \quad (5)$$

Kluczowym problemem jest wyznaczenie kąta θ , określającego krzywiznę na długości osi ds . Problem polega na obliczeniu wektora $K_{1:N} = \{\kappa_1, \dots, \kappa_N\}$ na podstawie wektora $D_{1:N} = \{d_1, \dots, d_N\}$. Do tego celu posłużono się metodami estymacji Bayesowskiej, a implementację oparto na algorytmie filtrów cząsteczkowych i symulacjach Monte Carlo.

Definiując odpowiedni wektor zawierający wektory parametrów szukanych:

$$z_n = \begin{Bmatrix} x_n \\ y_n \\ \theta_n \\ \kappa_n \end{Bmatrix} \quad (6)$$

oraz funkcje gęstości prawdopodobieństwa według reguł Bayesowskich:

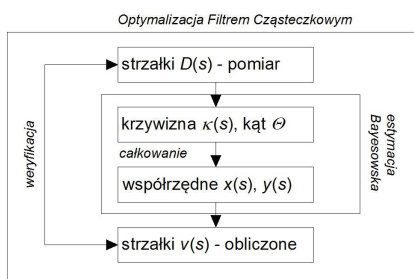
$$p(z_n | D_{1:n-1}) = \int p(z_n | z_{n-1}) p(z_{n-1} | D_{1:n-1}) dz_{n-1} \quad (7)$$

$$p(d_n | D_{1:n-1}, Z_{1:n-1}, z_n) = p(d_n | z_n) \tag{8}$$

możliwe jest wyznaczenie stanu wektora z_n , pod warunkiem posiadania obserwacji sygnału strzałek D z wzoru Bayesa:

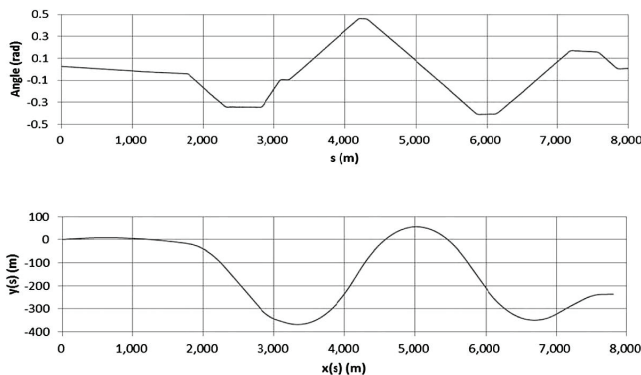
$$p(z_n | D_{1:n}) = \frac{p(d_n | z_n) p(z_n | D_{1:n-1})}{\int p(d_n | z_n) p(z_n | D_{1:n-1}) dz_n} \tag{9}$$

Rozkład ten jest wyznaczany przy użyciu filtrów cząsteczkowych, a podstawy algorytmu podano w pracy [8]. Finalną konkluzją autorów jest wniosek o możliwości odtworzenia przebiegu krzywizny na podstawie strzałek pomierzonych 10-metrową cięciwą. Jako dowód zaprezentowano przykład ilustrujący porównanie strzałek pomierzonych i otrzymanych w wyniku działania algorytmu, który w sposób ogólny przedstawia rysunek 2.



Rys. 2. Schemat procesu odtwarzania kształtu osi toru na podstawie wykresu strzałek poziomych

Na rysunku 3 pokazano wynikowe wykresy odtworzonego kształtu toru oraz porównania strzałek pomierzonych i strzałek symulowanych na bazie odtworzonego kształtu.



Rys. 3. Wynik procesu odtwarzania kształtu osi toru na podstawie wykresu strzałek poziomych: u góry wykres kąta θ , u dołu odtworzony kształt osi toru {8}

W dalszym ciągu pozostaje jednak otwarte pytanie, z jaką dokładnością – w relacji do rzeczywistego kształtu analizowanego fragmentu linii kolejowej – odtworzony został układ geometryczny w postaci obliczonych współrzędnych $x(s)$, $y(s)$?

Autorzy pracy [8] nie omawiają niestety tej fazy działania algorytmu, dowodząc jedynie podobieństwa wykresów strzałek. W procesie estymacji kształtu geometrycznego występują operacje całkowania, a także przybliżenia w samych definicjach parametru wejściowego, tj. strzałki poziomej. W dalszej części niniejszego opracowania zostanie przedstawiona krótka analiza problemu występujących niejednoznaczności dotyczących zależności pomiędzy wykresem strzałek i parametrami geometrycznymi układu złożonego z odcinków prostych, krzywych przejściowych oraz łuku kołowego. Kwestia ta była już wcześniej podejmowana w pracy [2].

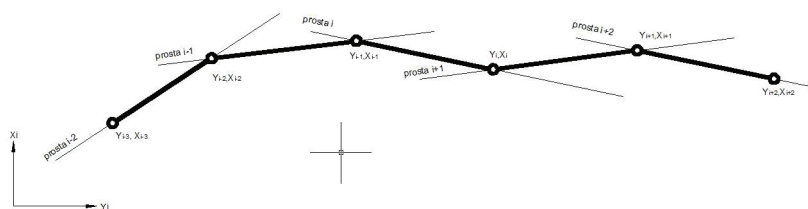
3. Algorytm obliczeniowy do wyznaczenia wartości strzałek z pomiarów satelitarnych

Aby sprawdzić możliwości wykorzystywania wykresu strzałek, przeprowadzono na początek dyskusję dotyczącą wpływu długości cięciwy na uzyskany przebieg wykresu strzałek. W praktyce inżynierskiej stosuje się różnej długości cięciwy, przy czym najpopularniejszą jest cięciwa 10-metrowa, stosowana powszechnie w pojazdach diagnostycznych. Równie często stosowane są krótkie cięciwy (od 1 m do 4 m), szczególnie do regularnych inspekcji nierówności toków szynowych; natomiast do regulacji osi toru podczas napraw głównych i modernizacji stosuje się cięciwy kilkudziesięciometrowe (do 90 m). Taka sytuacja doprowadziła do opracowania sposobów przeliczania sygnału strzałek pomierzonych względem konkretnej długości cięciwy na strzałki sprzężone z dowolną inną długością bazy pomiarowej. Metody te pozwalają na porównywanie wyników pomiarów pochodzących z różnych systemów pomiarowych, co z pewnością ma wiele praktycznych zalet. Jednakże występujące w tych metodach przybliżenia sprawiają, że wykorzystywanie sygnałów strzałek do określania położenia osi toru wymaga monitorowania spowodowanych tymi przybliżeniami niejednoznaczności.

W celu sprawdzenia wpływu długości cięciwy na wykres strzałek zostaną wygenerowane odpowiednie wykresy dla dwóch przypadków – rejonów zmiany kierunków głównych trasy. Do tego celu zastosowano opracowany algorytm obliczeniowy, wykorzystujący pomiary satelitarne wykonane na tych łukach poziomych. Następnie algorytm zaimplementowano w środowisku Scilab 4.0 [7].

Pomiary satelitarne przeprowadzone na wybranych odcinkach linii dostarczają zbiór współrzędnych Y_i, X_i punktów trasy (podczas analizy operowano Państwowym Układem Odniesień Współrzędnych Geodezyjnych 2000). Dla wybranego przypadku otrzymano określony zbiór punktów, który będzie indeksowany zmienianą $i \in \{0, n\}$ (rys. 4). Jako że mamy do czynienia z opisem dyskretnym, cała trasa w omawianym algorytmie jest opisana w sposób analityczny, jako ciąg prostych przechodzących przez dwa sąsiednie punkty.

$$\bar{X}_i = X_{i-1} + \frac{X_i - X_{i-1}}{Y_i - Y_{i-1}}(Y - Y_{i-1}), \quad Y \in (Y_{i-1}, Y_i), \quad i \in \{1, n\} \quad (10)$$



Rys. 4. Układ punktów mierzonej trasy z naniesionymi prostymi poligonu

Kolejnym krokiem jest przyjęcie położenia punktu początkowego obliczeń $Y_p \in \langle Y_0, Y_n - \bar{c} \rangle$ gdzie \bar{c} jest rzutem długości cięciwy na oś odciętych. Y_p określa równocześnie startowe położenie początku cięciwy pomiarowej. Określamy przedział odpowiadający Y_p , taki że $Y_p \in \langle Y_{i-1}, Y_i \rangle$; wprowadza się oznaczenie $i_p = i$. Wartość rzędnej X_p wyznaczana jest:

$$X_p = X_{i_p-1} + s_{i_p} (Y_p - Y_{i_p-1}) \quad (11)$$

gdzie:

$$s_{i_p} = \frac{X_{i_p} - X_{i_p-1}}{Y_{i_p} - Y_{i_p-1}}$$

Można teraz przyjąć długość cięciwy pomiarowej c i przystąpić do poszukiwania jej punktu końcowego o współrzędnych Y_K, X_K . W pierwszym kroku (iteracji) znajdowany jest punkt przecięcia okręgu o promieniu c i środkiem w punkcie P z prostą $\overline{X_{i_p}}$. Jako rozwiązanie zadania traktuje się $Y_K \in \langle Y_p, Y_n \rangle$ sprawdzając warunek $Y_K < Y_{i_p}$. Jeśli warunek ten nie jest spełniony (a tak z reguły będzie), poszukiwania są kontynuowane, wyznaczając punkt przecięcia okręgu z prostą $\overline{X_{i_p+1}}, \overline{X_{i_p+2}}$ itd., aż do znalezienia właściwej prostej $\overline{X_{i_p+r}}$.

Równanie cięciwy jest następujące:

$$\overline{X_c} = X_p + \frac{X_K - X_p}{Y_K - Y_p} (Y - Y_p) \quad (12)$$

a współrzędne jej środka

$$Y_S = \frac{Y_p + Y_K}{2}, \quad X_S = \frac{X_p + X_K}{2} \quad (13)$$

Następnie określa się przedział odpowiadający Y_S , taki że $Y_S \in \langle Y_{i-1}, Y_i \rangle$, po czym wyznaczane jest równanie prostej prostopadłej do prostej (10), poprowadzonej z punktu S ; jest to równanie strzałki poziomej.

$$\overline{X_s} = X_S - \frac{Y_K - Y_p}{X_K - X_p} (Y - Y_S) \quad (14)$$

W tym momencie przystępuje się do poszukiwania współrzędnych Y_w, X_w punktu przecięcia prostej (14) z odpowiednią prostą osnowy $\overline{X_{i_p+t}}$. Po ich wyznaczeniu możliwe jest określenie wartości szukanej strzałki za pomocą wzoru

$$f(X_S) = \pm \sqrt{(X_W - Y_S)^2 + (X_W - X_S)^2} \quad (15)$$

W ten sposób wyznaczana jest pierwsza wartość $f(Y_S)$ i jednocześnie pierwszy punkt na wykresie strzałek. Do wyjaśnienia pozostaje jeszcze kwestia umowy znaków. Zakłada się, że baza pomiarowa zawsze przesuwana się wzdłuż toru w prawą stronę (patrzac z punktu widzenia obserwatora) i jako dodatnie (+) przyjmujemy odchylenia na lewo od cięciwy, a jako ujemne (–) odchylenia na prawo.

Przyjmuje się teraz krok obliczeń k , tj. skok przy przesuwaniu bazy pomiarowej wzdłuż osi toru. Wyznaczane są współrzędne \hat{Y}_P, \hat{X}_P nowego położenia początku cięciwy pomiarowej. Dalszy tok postępowania jest analogiczny, jak w opisanym wcześniej przypadku startowego położenia cięciwy.

Dodając kolejno krok k otrzymuje się zbiór punktów Y_S, f_S , które przedstawione w postaci graficznej tworzą wykres strzałek poziomych. Obliczenia są zakończone, gdy szukając końca kolejnej cięciwy otrzymamy wartość jego odciętej $Y_K > Y_n$.

4. Program komputerowy

W prezentowanej analizie proces tworzenia wykresu strzałek ma charakter iteracyjny. Strzałki obliczane są dla pomierzonego odcinka toru, tak więc algorytm wykorzystuje bazę danych zawierającą współrzędne prostokątne punktów rzeczywistej osi toru kolejowego. Chociaż charakter tej reprezentacji jest dyskretny, to autorzy nie szukają sposobu nieliniowej interpolacji punktów osi z uwagi na możliwość wprowadzania niepotrzebnego zaburzenia w postaci falowania modelu interpolacyjnego. Ponadto pomiar dostarczał współrzędnych punktów oddalonych od siebie co 30 ÷ 40 cm, co zapewniało w kontekście omawianego problemu quasi ciągły charakter informacji.

Przedstawiony w punkcie 3 algorytm został zaimplementowany do środowiska Scilab 4.0 [7]. Działanie programu można podzielić na następujące etapy:

- wprowadzenie tablicy z danymi (punkty pomiarowe),
- liniowa interpolacja danych (zagęszczenie punktów pomiarowych, jeśli zachodzi potrzeba),
- obliczenie współrzędnych punktu końca cięciwy, której początek porusza się po punktach danych wejściowych (lub po punktach z interpolacji liniowej),
- obliczenie wartości strzałek w połowie cięciwy oraz określenie jej znaku,
- archiwizacja wartości strzałek względem przebytej drogi i wygenerowanie wykresu.

Dane do programu dostarczone powinny być w pliku tekstowym jako ciąg współrzędnych poziomych Y oraz pionowych X , reprezentujących trasę w państwowym systemie odniesień przestrzennych 2000. Metodyka prowadzenia pomiarów musi uwzględnić specyfikę prezentowanej analizy, a zatem dane powinny pochodzić z pomiarów ciągłych. Do analizy wykorzystano wyniki pomiarów przeprowadzonych w eksploatowanym torze kolejowym, których metodyka przedstawiona została w pracy [4].

Dane są wprowadzane do programu za pomocą funkcji, która odczytuje współrzędne Y_i, X_i zapisane w pliku tekstowym i tworzy na ich podstawie macierz próbek, w lokalnym układzie współrzędnych, tj. po przesunięciu początku układu do miejsca pierwszego punktu w układzie 2000. Taki tok postępowania eliminuje operacje na dużych liczbach, które wynikają z przyjętego układu 2000.

Kolejnym krokiem jest interpolacja, która ma na celu zagęszczenie danych pomiarowych. W przypadku prezentowanej analizy wykorzystano algorytm do interpolacji liniowej z uwzględnioną przez użytkownika gęstością podziału odstepu pomiędzy kolejnymi próbkami. Tak przygotowana nowa tablica współrzędnych tworzy zbiór danych wejściowych do algorytmu obliczania strzałek. Na tym etapie użytkownik wprowadza do programu długość cięciwy „wirtualnego strzałkomierza”.

Algorytm wyznaczania wartości strzałki bazuje na obliczeniach geometrycznych, które wykonywane są wielokrotnie podczas przemieszczania się cięciwy. W celu określenia punktu przecięcia się cięciwy z modelem geometrycznym analizowanego odcinka (ciąg współrzędnych) zakłada się, że punkt początkowy może przemieszczać się tylko po punktach zawartych w tablicy danych (po interpolacji), natomiast współrzędne końca cięciwy obliczane są jako punkty przecięcia z odcinkami wyznaczonymi przez punkty pomiarowe sprzed interpolacji. Takie podejście zapewnia niezmienną długość cięciwy. Zatem punkty sprzed interpolacji tworzą ciąg segmentów, które stanowią odniesienie do identyfikacji położenia końca cięciwy. Jako że rozwiązanie problemu geometrycznego wyznaczenia punktu końca cięciwy generuje dwa rozwiązania (przed początkiem cięciwy oraz za początkiem według numeracji segmentów), program kontroluje wybór odpowiedniego punktu i zapisuje informację o numerze segmentu, w którym cięciwa przecina się z linią prostą opisującą dany segment. Informacja ta pozwala na dynamiczne przeszukiwanie segmentów w procesie iteracyjnym, przez co przeszukiwane jest tylko najbliższe otoczenie wędrującego po punktach pomiarowych początku cięciwy, co znacznie skraca czas obliczeń.

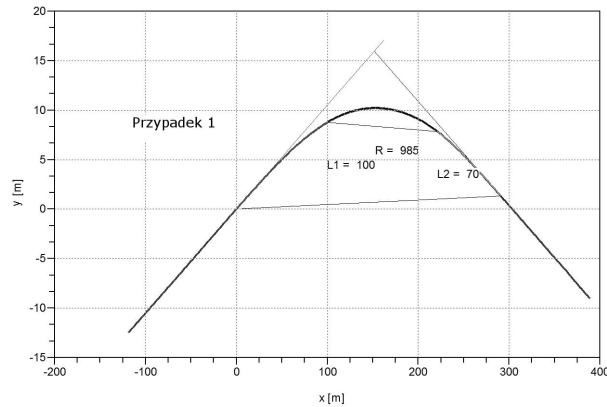
W ostatniej fazie algorytm oblicza współrzędne punktu przecięcia linii prostopadłej do cięciwy w połowie jej długości z prostą reprezentującą odpowiedni segment, prosta ta również jest odszukana z całego zbioru. Wartość strzałki przypisywana jest do lokalizacji początku cięciwy, co pozwala na porównywanie szeregów strzałek obliczonych dla różnej długości bazy na jednym wykresie, generowanym przez program po zakończeniu obliczeń.

5. Interpretacja wykresu strzałek uzyskanego dla różnych długości cięciwy

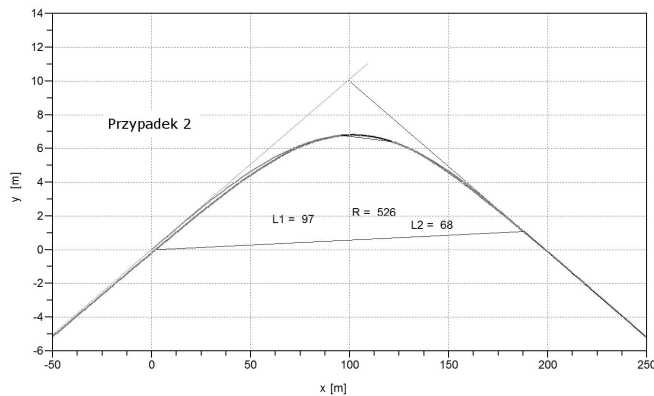
5.1. *Wpływ długości cięciwy na lokalizację rejonów zmiany kierunku trasy*

Aby przeanalizować wpływ długości cięciwy na przebieg wykresu strzałek, wygenerowano serie wykresów dla dwóch typowych układów geometrycznych, składających się z fragmentów kierunków głównych (odcinków prostych) oraz łuków kołowych z krzywymi przejściowymi o różnej długości. Pierwszy przypadek to

łuk kołowy o promieniu $R = 985$ m i krzywe przejściowe o długości $L_1 = 100$ m i $L_2 = 70$ m, drugi zaś o parametrach $R = 526$ m, $L_1 = 97$ m i $L_2 = 68$ m. Oba łuki poziome zostały zidentyfikowane w programie SATTRACK [3] z pomiarów satelitarnych eksploatowanej linii kolejowej. Na rysunkach 5 i 6 pokazano oba układy w postaci punktów pomiarowych, na tle których nałożono zaprojektowane łuki o podanych parametrach.



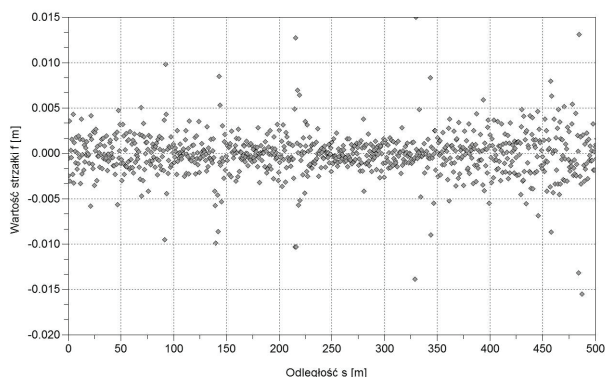
Rys. 5. Układ geometryczny przyjęty do analizy wykresów strzałek - przypadek 1



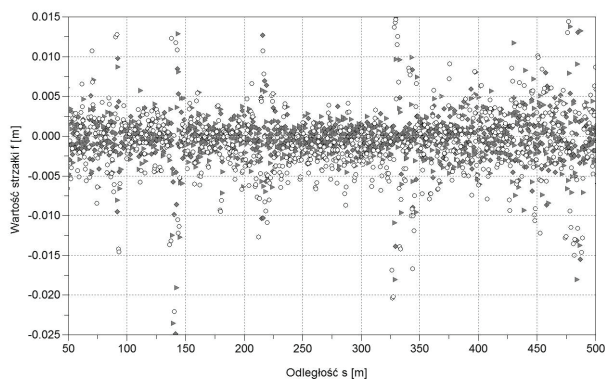
Rys. 6. Układ geometryczny przyjęty do analizy wykresów strzałek - przypadek 2

Na rysunku 7 pokazano wynik działania algorytmu generującego strzałki dla przypadku 1 na podstawie współrzędnych prostokątnych pomierzonej osi toru. Wykres wygenerowano dla krótkiej cięciwy $c = 1$ m. Z przebiegu wartości strzałek, bez dodatkowej analizy, nie jest możliwa ocena lokalizacji łuku kołowego z krzywymi przejściowymi. Na rysunku 8 zilustrowano ten sam odcinek trasy, a strzałki obliczono dla wartości cięciw $c = 1$ m, $c = 2$ m, $c = 4$ m. Wszystkie te cięciwy są cięciwami krótkimi, stosowanymi w diagnostyce nierówności toków szynowych. Jednak i tym razem lokalizacja układu jest utrudniona z racji tego, że informacja o linii trendu nadal mieści się w granicach oscylacji wynikających

z nierówności eksploatowanego toru oraz z niepewności związanej z przyjętą metodyką pomiarową. Widać jednak, że dla cięciwy najdłuższej (4 m) trend przebiegu w środkowej sekcji wykresu obniżył się w stosunku do wartości pozostałych serii (dla krótszych cięciw).

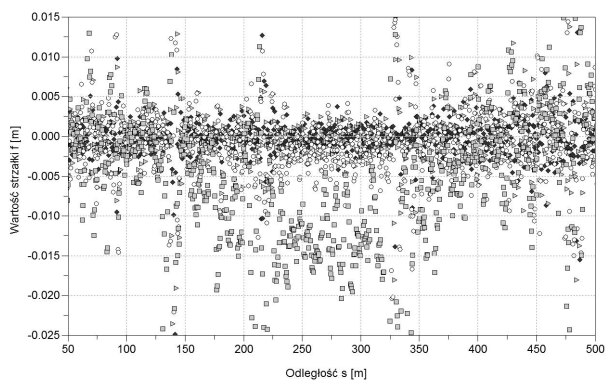


Rys. 7. Wykres strzałek obliczonych na bazie cięciwy $c = 1$ m - przypadek 1

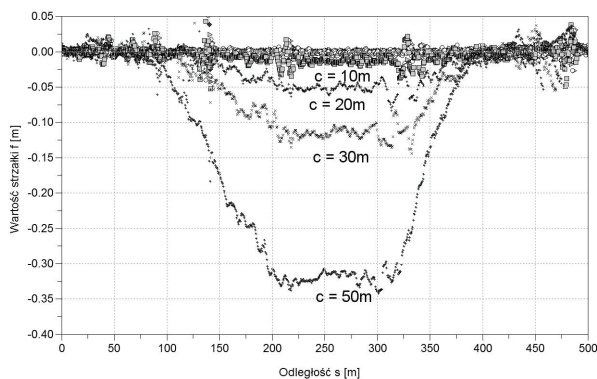


Rys. 8. Wykresy strzałek wyznaczonych dla wartości cięciw $c = 1$ m (romb), $c = 2$ m (trójkąt), $c = 4$ m (okrąg) - przypadek 1

Na rysunku 9 do przebiegów pokazanych na rysunku 8 dołożono przebieg strzałki obliczony dla cięciwy 10 m. Jest to długość bazy stosowanej w drzynach pomiarowych. Z jej przebiegu można już zlokalizować położenie łuku poziomego, przebieg ten wyraźnie różni się od strzałek generowanych dla krótkich cięciw ($1 \div 4$ m). Rysunek 10 zawiera porównanie przebiegu strzałek wyznaczonych dla krótkich i długich, tj. kilkudziesięciometrowych cięciw $c = 20$ m, $c = 30$ m, $c = 50$ m. W przypadku strzałek wyznaczonych dla długich cięciw lokalizacja łuku poziomego jest już jednoznaczna.

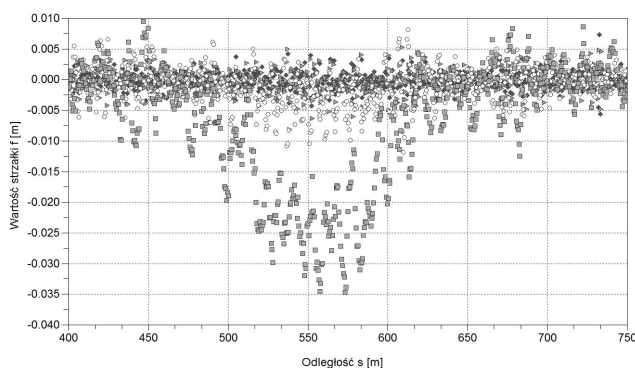


Rys. 9. Wykresy strzałek wyznaczonych dla wartości cięć $c = 1$ m (romb), $c = 2$ m (trójkąt), $c = 4$ m (okrąg) oraz dla cięcia $c = 10$ m (kwadrat) - przypadek 1

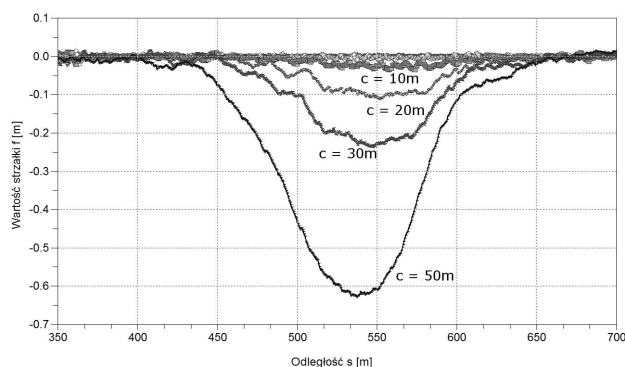


Rys. 10. Wykresy strzałek wyznaczonych dla wartości cięć krótkich (wykresy oscylujące wokół zera): $c = 1$ m, $c = 2$ m, $c = 4$ m, dla cięcia $c = 10$ m oraz dla cięć długich: $c = 20$ m, $c = 30$ m, $c = 50$ m - przypadek 1

Rysunki 11 i 12 prezentują wyniki obliczeń dla łuku poziomego z przypadku 2. Na rysunku 11 pokazano przebiegi strzałek obliczonych dla krótkich cięć i cięcia $c = 10$ m, natomiast na rysunku 12 – porównanie strzałek obliczonych dla cięć krótkich oraz kilkudziesięciometrowych. Przypadek 2 obejmuje łuk kołowy o znacznie mniejszej wartości promienia, w związku z tym różnice trendu wykresów strzałek są wyraźniejsze. Jednak i tym razem dopiero cięcia $c = 10$ m daje stosunkowo wyraźną lokalizację rejonu zmiany kierunków głównych trasy.



Rys. 11. Wykresy strzałek wyznaczonych dla wartości cięć $c = 1$ m (romb), $c = 2$ m (trójkąt), $c = 4$ m (okrąg) oraz dla cięć $c = 10$ m (kwadrat) - przypadek 2

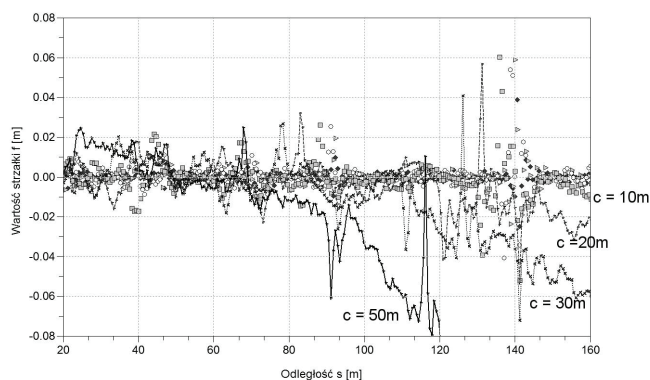


Rys. 12. Wykresy strzałek wyznaczonych dla wartości cięć krótkich (wykresy oscylujące wokół zera): $c = 1$ m, $c = 2$ m, $c = 4$ m, dla cięć $c = 10$ m oraz dla cięć długich: $c = 20$ m, $c = 30$ m, $c = 50$ m - przypadek 2

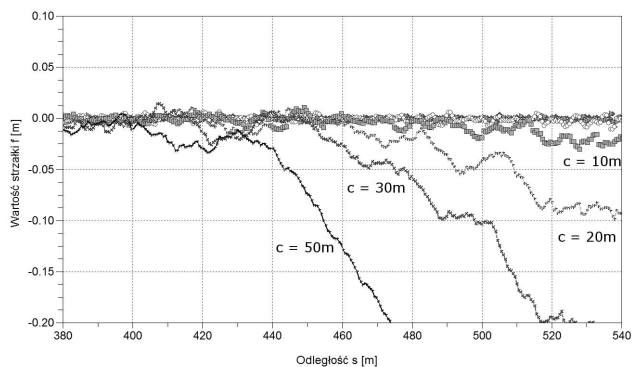
Z wykresów pokazanych na rysunkach 7 ÷ 12 wyraźnie wynika, że odtworzenie charakteru przebiegu trasy jest bezpośrednio uzależnione od przyjętej długości cięć. Występujący w środkowej części układu łuk kołowy ujawnia się właściwie dopiero przy długości cięć $c = 10$ m, natomiast przy cięciwach krótszych interpretacja wykresu może prowadzić do fałszywego obrazu sytuacji geometrycznej. Porównanie przebiegów strzałek dla przypadku 1 i 2 wskazuje również na silny wpływ parametrów geometrycznych układów na informację zawartą w wykresie strzałek. Dla promieni rzędu kilku tysięcy metrów należy spodziewać się trudności w interpretacji tych przebiegów wygenerowanych dla krótkich cięć. Dlatego też należałoby się poważnie zastanowić, na ile miarodajne może być operowanie krótkimi cięciwami do celów rekonstrukcji układu geometrycznego. Nasuwa się również wniosek, że z punktu widzenia właściwej interpretacji wykresu najkorzystniejsze jest operowanie cięciwami o większej długości.

5.2. Analiza wykresów strzałek na odcinkach prostych oraz na odcinkach położonych w łuku

Kolejny etap analizy dotyczył skuteczności wykorzystania wykresów strzałek na odcinkach prostych oraz łukowych. Na rysunkach 13 i 14 pokazano fragment wykresów strzałek obejmujący odcinek prosty i przejście do odcinka łukowego (połączenie prostej i krzywej przejściowej), odpowiednio dla przypadku 1 i 2. W przypadku fragmentu prostej (po lewej stronie wykresu) trudno doszukiwać się jakiegokolwiek prawidłowości; kształt wykresów dla poszczególnych długości cięciw różni się między sobą bardzo wyraźnie.



Rys. 13. Wykres strzałek obliczonych na bazie krótkich cięciw: $c = 1\text{ m}$ (romb), $c = 2\text{ m}$ (trójkąt), $c = 4\text{ m}$ (okrąg) oraz dla cięciwy $c = 10\text{ m}$ (kwadrat) oraz dla długich cięciw: $c = 20\text{ m}$, $c = 30\text{ m}$, $c = 50\text{ m}$ - przypadek 1, strefa przejścia z prostej w krzywą przejściową



Rys. 14. Wykres strzałek obliczonych na bazie krótkich cięciw: $c = 1\text{ m}$ (romb), $c = 2\text{ m}$ (trójkąt), $c = 4\text{ m}$ (okrąg) oraz dla cięciwy $c = 10\text{ m}$ (kwadrat) oraz dla długich cięciw: $c = 20\text{ m}$, $c = 30\text{ m}$, $c = 50\text{ m}$ - przypadek 2, strefa przejścia z prostej w krzywą przejściową

W momencie przejścia na krzywą przejściową widać już pojawienie się pewnych trendów na wykresach strzałek – szczególnie w przypadku długich cięciw. Możliwe wydaje się zlokalizowanie początku krzywej przejściowej, jednak znów zauważa się silny wpływ długości cięciwy. W zasadzie analiza taka zaczyna mieć sens dopiero dla cięciw kilkudziesięciometrowych. W takiej sytuacji praktyczne wykorzystanie wykresów strzałek (np. do regulacji osi toru) staje się co najmniej dyskusyjne.

Jak już wcześniej stwierdzono, przy krótkich cięciwach ($c < 10$ m) trudno jest interpretować wykres strzałek w kontekście lokalizacji i oceny łuków poziomych. W rozpatrywanych przypadkach teoretyczny trend wyłania się dla wykresów sporządzonych na bazie cięciw 10 m i większych. Wówczas już widać wyraźnie, że wartości strzałki pomiarowej oscylują wokół pewnej linii, która odpowiada modelowej krzywiźnie toru w płaszczyźnie poziomej.

Na wszystkich przedstawionych wykresach charakter przebiegu strzałek na długości układu geometrycznego jest silnie nieliniowy i zależny nie tylko od rzeczywistego kształtu toru, ale przede wszystkim od długości przyjętej cięciwy. Natomiast warto jest zauważyć, że w rejonie domniemanej lokalizacji łuku kołowego pewne trendy w kształtowaniu się wykresu strzałek przy różnych cięciwach dają się wychwycić nawet w ocenie wizualnej (przy czym oczywiście nie dotyczy to krótkich cięciw). Widać to wyraźnie na rysunku 12, jednak w rozpatrywanym przypadku występujące prawidłowości obejmują pewien zakres długości cięciw; pojawiają się dla cięciw o długości 10, 20 i 30 m, natomiast dla cięciwy $c = 50$ m znów zaczynają słabnąć. Te obserwacje również świadczą o silnym wpływie długości cięciwy na odzwierciedlenie kształtu rzeczywistego w wykresie strzałek. Niepewność modelowania rzeczywistego kształtu toru na podstawie przebiegu wykresu strzałek może pociągać za sobą błędną interpretację tegoż kształtu.

6. Podsumowanie

Przez całe dziesięciolecie jedyną stosowaną metodą oceny kształtu toru był pomiar strzałek poziomych. Również w metodach regulacji osi toru podstawy wyjściowej nie stanowiła rzeczywista oś istniejącego toru, lecz jej transformacja w postaci wykresu strzałek. Omówiony referat [8] z tegorocznej konferencji RAILWAY ENGINEERING w Londynie jednoznacznie wskazuje na wciąż aktualny charakter zagadnienia dotyczącego odtwarzania kształtu istniejącej osi toru z wykresów strzałek wykorzystywanych w diagnostyce toru kolejowego.

Wyniki otrzymane z zaawansowanych algorytmów optymalizacyjnych prezentowanych w pracy [8] wskazują na możliwość wygenerowania kształtu osi toru, który pozwoli odtworzyć wykres strzałek dopasowany do danych wejściowych w procesie optymalizacji. Niestety, nie dokonano porównania rzeczywistego układu geometrycznego z otrzymanym na drodze obliczeń kształtem osi toru. Wyniki zaprezentowane na rysunku 3 mają charakter dyskusyjny, zwłaszcza w rejonach odcinków prostych, gdzie należałoby spodziewać się stałej krzywnicy.

Możliwość oceny skuteczności wykorzystywania pomierzonych strzałek poziomych do określania istniejącej osi toru została stworzona przez pojawienie się techniki ciągłych pomiarów satelitarnych, która otworzyła zupełnie nowe perspektywy w zakresie określania rzeczywistego położenia toru. W celu wyjaśnienia omawianej kwestii został opracowany odpowiedni program komputerowy do symulacji pomiarów strzałki poziomej za pomocą wirtualnego strzałkomierza, pozwalającego operować dowolną długością bazy pomiarowej.

Z przeprowadzonej analizy wykresów strzałek, wykonanej za pomocą programu symulującego dla zróżnicowanej długości cięciwy, jednoznacznie wynika, że przy niedużych wartościach cięciwy ($1 \div 4$ m) interpretacja wykresu może prowadzić do fałszywego obrazu sytuacji geometrycznej. Dlatego też, z punktu widzenia interpretacji wykresu, korzystniejsze jest operowanie cięciwami o większej długości.

Na wykresach strzałek wyznaczonych na odcinkach prostych torów trudno byłoby w wielu przypadkach znaleźć jakąkolwiek jednoznaczną prawidłowość. Kształt wykresów dla poszczególnych długości cięciw może się różnić między sobą bardzo wyraźnie. Ponadto w wielu przypadkach nie występuje zachowanie zależności pomiędzy długością cięciwy i wartością odpowiedniej strzałki. W takiej sytuacji praktyczne wykorzystanie wykresów strzałek na odcinkach prostych (np. do regulacji osi toru) staje się co najmniej dyskusyjne. Ten sam wniosek dotyczy rejonów krzywych przejściowych, gdzie nieliniowy charakter wykresu strzałek jest mocno uzależniony od długości cięciwy.

Na długości analizowanego łuku kołowego występujące trendy w kształtowaniu się wykresu strzałek przy różnych cięciwach dają się wychwycić nawet w ocenie wizualnej. Świadczyć to może o stosunkowo niewielkim udziale deformacji charakteryzujących się krótką długością fali. Stwierdzenie to wymagałoby jednak potwierdzenia na drodze bardziej szczegółowej analizy.

Współczesne techniki pomiarowe, bazujące na pozycjonowaniu satelitarnym, umożliwiają odtworzenie w sposób bezpośredni kształtu osi toru. Może to pomóc w weryfikacji podejścia do zagadnienia przedstawionego w pracy [8]. Trzeba sobie jednak uświadomić to, że w aktualnej sytuacji poszukiwania te nabierają głównie charakteru poznawczego.

Bibliografia

- [1] Bosy J., Graszka W., Leonczyk M., ASG-EUPOS – the Polish contribution to the EUPOS project. Symposium on Global Navigation Satellite Systems, Berlin, Germany, 11-14 November 2008.
- [2] Koc W., Chrostowski P., Skuteczność wykorzystywania wykresu strzałek w analizie ukształtowania poziomego toru. Technika Transportu Szynowego 2012, nr 9, CD-ROM.

-
- [3] Koc W., Specht C., Wyniki pomiarów satelitarnych toru kolejowego. *Technika Transportu Szynowego* 2009, nr 7-8.
 - [4] Koc W., Specht C., Chrostowski P., Program komputerowy do określania kształtu eksploatowanego toru kolejowego, *Technika Transportu Szynowego* 2012, nr 9, CD-ROM.
 - [5] Koc W., Specht C., Jurkowska A., Chrostowski P., Nowak A., Lewiński L., Bornowski M., Określanie przebiegu trasy kolejowej na drodze pomiarów satelitarnych. II Konferencja Naukowo-Techniczna „Projektowanie, Budowa i Utrzymanie Infrastruktury w Transporcie Szynowym INFRA-SZYN 2009”, Zakopane, 22-24.04.2009.
 - [6] Specht C., System GPS. Wydawnictwo BERNARDINUM, Pelplin, 2007.
 - [7] Strona internetowa: <http://www.scilab.org> (The Free Platform for Numerical Computation), Scilab Enterprises 2012.
 - [8] Yoshimura A., Naganuma Y., A new method to reconstruct the track geometry from versine data measured in the curved track using the Monte Carlo Particle Filter. 12th International Conference and Exhibition RAILWAY ENGINEERING 2013, London, UK, 10th-11th July 2013.