

Zbigniew POCHANKE
Tadeusz DASZCZYŃSKI

OBWÓD ZASTĘPCZY UZWOJENIA Z RDZENIEM

STRESZCZENIE *Artykuł zawiera propozycję konstrukcji obwodu zastępczego uzwojenia opartą na obwodzie magnetycznym rdzenia. Uzyskana tą drogą macierz indukcyjności, po uwzględnieniu macierzy pojemności daje model uzwojenia pozwalający na wyznaczenie jego funkcji obwodowych. Model umożliwia badania sposobu, w jaki rdzeń wpływa na charakterystyki częstotliwościowe obwodowe uzwojenia. Obwód ten może być użyty do badań symulacyjnych wrażliwości charakterystyk częstotliwościowych na zmiany parametrów rdzenia oraz do oceny dokładności metod estymacji parametrów modeli uzwojeń.*

Słowa kluczowe: *modelowanie, charakterystyka częstotliwościowa, rdzeń magnetyczny*

1. WSTĘP

Istnieje powszechne przekonanie, że w modele transformatorów w zakresie częstotliwości większych niż 20 kHz – tj. modele konstruowane do symulacji przepięć i procesów łączeniowych – nie muszą (nie powinny ?) uwzględniać ferromagnetycznego rdzenia. Tymczasem obserwacje pokazują, że rdzeń wpływa na charakterystyki częstotliwościowe funkcji obwodowych uzwojenia w zakresie do kilkuset kiloherców [3, 4]. Mechanizm takiego oddziaływanie nie jest jasny. Pogłębione badania empiryczne są kosztowne, ponieważ wymagają konfrontacji dwóch fizycznych modeli transformatora: z rdzeniem i bez rdzenia.

Niniejszy tekst zawiera propozycję konstrukcji obwodu zastępczego uzwojenia z rdzeniem o założonym obwodzie magnetycznym. Obwód ten opisuje się metodę węzłową dla napięć magnetycznych, a stąd wyprowadza macierzową relację pomiędzy strumieniami magnetycznymi i przepływami w segmentach cewki. Z uzyskanej tą drogą macierzy indukcyjności – po dodaniu macierzy pojemności – konstruuje się odpowiednie funkcje obwodowe.

prof. dr hab. inż. Zbigniew POCHANKE, mgr inż. Tadeusz DASZCZYŃSKI
e-mail: [zbigniew.pochanke; daszczyt]@ee.pw.edu.pl

Institut Elektroenergetyki, Wydział Elektryczny, Politechnika Warszawska,
ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa

2. OBWÓD MAGNETYCZNY ZMIENNOPRĄDOWY

Proponowany obwód zbudowany jest z dwójników (perameancji) dwojakiego rodzaju:

- dwójników aktywnych reprezentujących segmenty magnetowodu z częścią uzwojenia, jaką można przypisać temu segmentowi,
- dwójników pasywnych reprezentujących drogi strumieni rozproszonych.

Wszystkie permeancje są liniowe:

$$\Delta V = \frac{1}{\Lambda} \Phi \quad (1)$$

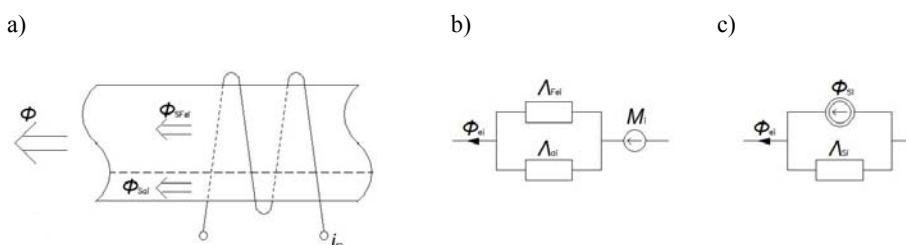
gdzie:

- Λ – permeancja danego dwójnika,
- Φ – strumień,
- ΔV – spadek napięcia magnetycznego.

Relację (1) traktować można stałoprądowo, symbolicznie w analizach częstotliwościowych albo operatorowo w analizach procesów przejściowych.

Dwójnik aktywny pokazano na rysunku 1. Jest on zdefiniowany przez:

- liczbę zwojów z_i ,
- permeancję rdzenia Λ_{Fei} ,
- permeancję Λ_{ai} powietrza pomiędzy rdzeniem a uzwojeniem.



Rys. 1. Segment magnetowodu:

a – struktura, b – schemat zastępczy oczkowy, c – schemat zastępczy węzłowy

W określonych warunkach stan dwójnika jest scharakteryzowany przez prąd uzwojenia i_{si} określający:

- w reprezentacji oczkowej – siłę magnetomotoryczną:

$$M_i = z_i i_{si} \quad (2)$$

- w reprezentacji węzłowej – strumień zwarcia dwójnika:

$$\Phi_{si} = M_i \Lambda_{si} \quad (3)$$

przy czym zastępcza permeancja segmentu magnetowodu:

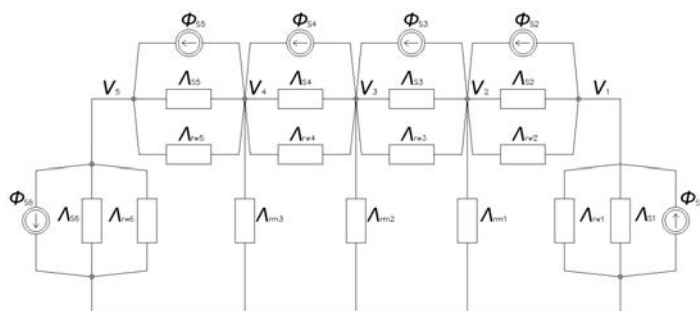
$$\Lambda_{si} = \Lambda_{Fei} + \Lambda_{ai} \quad (4)$$

Permeancja Λ_{ai} jest liczbą rzeczywistą, natomiast permeancję rdzenia Λ_{Fei} wyraża się jako iloczyn permeancji stałoprądowej Λ_{FeDCi} i funkcji $\hat{\mu}_{rel}(j\omega)$ lub $\mu_{rel}(s)$ wyrażającej wpływ zmienności pola magnetycznego na efektywną przenikalność rdzenia:

$$\Lambda_{Fei} = \Lambda_{FeDCi} \mu_{wzgl} \quad (5)$$

Opisywany obwód magnetyczny konstruowany jest przez połączenie przedstawionych dwójników aktywnych w sieć o topologii zależnej od modelowanej struktury magnetycznej.

W przypadku pojedynczego, jednowarstwowego uzwojenia jest to połączenie szeregowe dwójników aktywnych, jak to przykładowo pokazano na rysunku 2.



Rys. 2. Przykładowa sieć magnetyczna złożona z 6 segmentów (dwójniki $\Phi_{s1}, \Lambda_{s1} - \dots - \Phi_{s6}, \Lambda_{s6}$) i permeancji rozproszonych:

- własnych, segmentów $\Lambda_{rw1} - \dots - \Lambda_{rw6}$
- wzajemnych, między segmentami $\Lambda_{rm1} - \dots - \Lambda_{rm3}$

Powstały w powyższy sposób szkielet sieci magnetycznej uzupełnia się dwójnikami rozproszeniowymi, rozpiętymi pomiędzy węzłami sieci szkieletu. Sieć służy do wyznaczenia macierzy indukcyjności uzwojeń segmentów

Równanie węzłowe sieci magnetycznej zapisuje się w postaci:

$$\Lambda \mathbf{V} = \Phi_s \quad (6)$$

gdzie:

- Λ – jest macierzą perancyjną sieci,
- \mathbf{V} – wektorem napięć (magnetycznych) węzłowych,
- $\Lambda \mathbf{V} = \Phi_s$ – wektorem strumieni źródłowych segmentów.

Dalej poszukuje się strumieni segmentów sprzężonych z ich uzwojeniami – w podanym przykładzie $\Phi_e = [\Phi_{e1} \dots \Phi_{e6}]^T$

$$\Phi_e = \Lambda_s (\mathbf{M} - \mathbf{e} \Lambda^{-1} \mathbf{e}^T \Lambda_s \mathbf{M}), \quad (7)$$

gdzie:

Λ_s – macierz (diagonalna) permeancji źródłowych Λ_{si} (por. rys.1),

\mathbf{M} – oznacza wektor sił magnetomotorycznych w segmentach.

$$\mathbf{M} = z \mathbf{I}_s \quad (8)$$

przy czym z jest macierzą diagonalną liczby zwojów uzwojeń segmentów a \mathbf{I} – wektorem prądów $\mathbf{I} = [i_{s1} \dots i_{s6}]$ w uzwojeniach segmentów.

Macierz \mathbf{e} jest macierzą koincydencji źródeł i węzłów (przejścia z potencjałów węzłowych na napięcia międzyzaczaskowe segmentów) – w podanym przykładzie:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ -1 & 1 & & & & \\ & -1 & 1 & & & \\ & & -1 & 1 & & \\ & & & -1 & 1 & \\ & & & & -1 & 1 \\ & & & & & -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Relacja pomiędzy strumieniami skojarzonymi uzwojeń segmentów a ich prądami ma postać:

$$\Psi = z \Lambda_s (\mathbf{1} - \mathbf{e} \Lambda^{-1} \mathbf{e}^T \Lambda_s) z \mathbf{I}_s \quad (10)$$

Stąd poszukiwana macierz indukcyjności uzwojeń segmentów wyraża się zależnością:

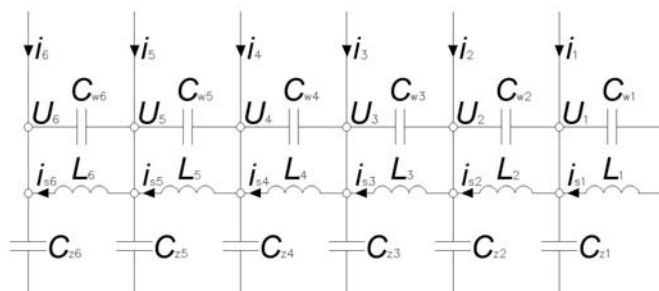
$$\mathbf{L} = z \Lambda_s (\mathbf{1} - \mathbf{e} \Lambda^{-1} \mathbf{e}^T \Lambda_s) z \quad (11)$$

3. MACIERZ IMPEDANCJI UZWOJENIA

Elektryczny schemat zastępczy uzwojenia powstaje przez połączenie uzwojeń segmentów magnetowodu odpowiednio do struktury uzwojenia. Jeśli jest to uzwojenie warstwowe, to podstawą schematu zastępczego jest szeregowym połączeniem indukcyjności reprezentujących kolejne segmenty. Rysunek 3 przedstawia taki schemat dla przykładowej sieci magnetycznej z rysunku 2. Indukcyjności są sprzężone mag-

netycznie, jak to przedstawiono w p.2. Macierz indukcyjności określa wyrażenie (11). Schemat uzupełniony jest pojemnościami: własnymi $[C_{w1}..C_{w6}]$ i doziemnymi $[C_{z1}..C_{z6}]$.

Uzwojenie jest zasilane prądami $[i_1..i_6]$ doprowadzanymi do węzłów sieci (fizycznie tożsamy z zaciskami segmentów).



Rys. 3. Przykładowy schemat zastępczy uzwojenia

Macierz impedancji uzwojenia, rozumie się tu jako współczynnik \mathbf{Z} do wzoru:

$$\mathbf{U} = \mathbf{Z}\mathbf{I} \tag{12}$$

gdzie wektor $\mathbf{U} = [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4 \ U_5 \ U_6]^T$ zawiera napięcia węzłowe, a wektor $\mathbf{I} = [i_1 \ i_2 \ i_3 \ i_4 \ i_5 \ i_6]^T$ – prądy zasilające sieć.

W sieci zastępczej uzwojenia wielkościami zależnymi od pobudzenia \mathbf{I} są: napięcia węzłowe oraz prądy w indukcyjnościach tożsame z prądami ze wzoru (2). Jeśli wielkości te zestawić w wektor niewiadomych $\mathbf{x} = [U_1 \ .. \ U_6 \ i_{s1} \ .. \ i_{s6}]$ i zdefiniować wektor pobudzenia $\mathbf{v} = [i_1 \ .. \ i_6 \ 0 \ .. \ 0]^T$, to równanie węzłowe dla analizy harmonicznej ma postać:

$$\begin{bmatrix} j\omega\mathbf{C} & \mathbf{o}^T \\ \mathbf{o} & j\omega\hat{\mathbf{L}}(\omega) \end{bmatrix} \mathbf{x} = \mathbf{v} \tag{13}$$

gdzie \mathbf{C} oznacza macierz pojemności sieci, zaś $\hat{\mathbf{L}}(\omega)$ jest indukcyjnością ze wzoru (11) z zaznaczeniem, że jest to macierz zespolona, zależna od pulsacji wymuszenia.

Odwrotność

$$\mathbf{T} = \left[\begin{array}{cc} j\omega\mathbf{C} & \mathbf{o}^T \\ \mathbf{o} & j\omega\hat{\mathbf{L}}(\omega) \end{array} \right]^{-1} \tag{14}$$

daje rozwiązanie problemu – poszukiwaną macierzą impedancji jest lewa górna część macierzy \mathbf{T} :

$$\mathbf{Z} = \mathbf{T}(1..n_w, 1..n_w) \quad (15)$$

wiążąca prądy zasilające węzły \mathbf{I} z napięciami węzłowymi \mathbf{U} – por. (12).

4. PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA OBWODU ZASTĘPCZEGO UZWOJENIA Z RDZENIEM

Proponowany obwód zastępczy zastosowano do badania wpływu prądów wirowych w rdzeniu na charakterystyki częstotliwościowe impedancji przykładowego uzwojenia.

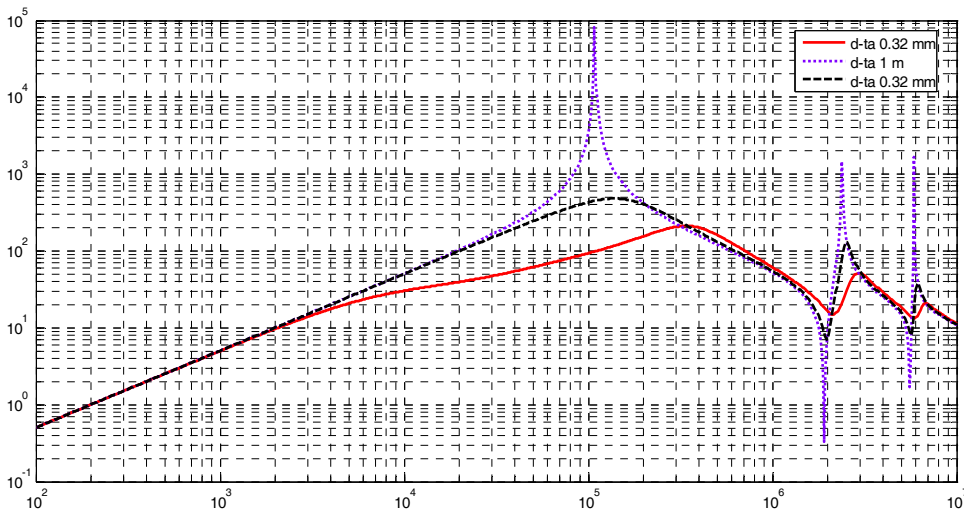
Efekt prądów wirowych wyrażony jest we wzorze na permeancję rdzenia (5). Występującą tam względną, efektywną przenikalność $\hat{\mu}_{wzgl}(j\omega)$ wyznaczano, wg modelu idealnego, jednowymiarowego wnikania pola magnetycznego w głąb blachy transformatorowej:

$$\hat{\mu}_{wzgl}(j\omega) = \frac{\tanh(x)}{x} \quad (16)$$

gdzie $x = \frac{d}{2} \sqrt{j\omega\sigma\mu_{DC}}$, przy czym: d – grubość blachy, σ – konduktywność elektryczna blachy, μ_{DC} – przenikalność magnetyczna stałoprądowa.

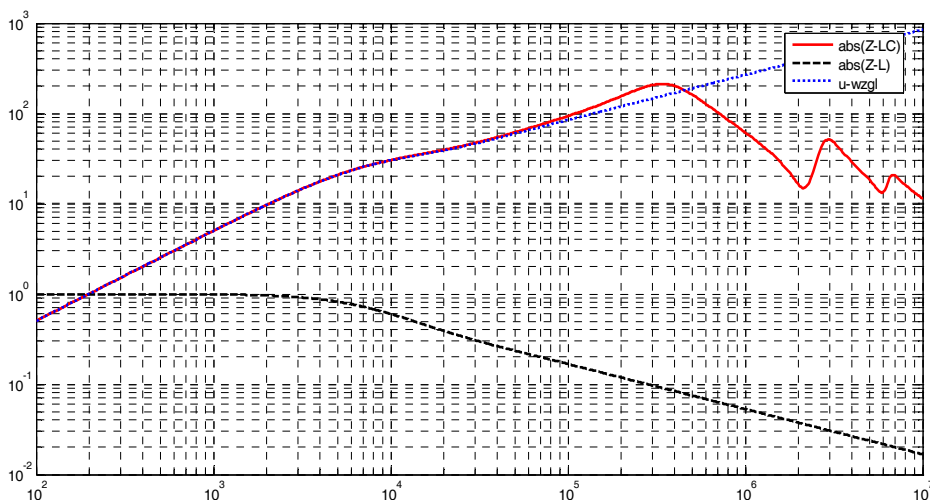
Symulację przeprowadzono dla trzech wartości iloczynu $\sigma\mu_{DC}$, prowadzących do trzech głębokości wnikania pola: $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu_{DC}}}$ dla pulsacji 314 1/s: 1m, 1 mm, 0.32 mm

Wyniki pokazano na rysunkach 4 i 5.



Rys. 4. Charakterystyki częstotliwościowe impedancji przykładowego uzwojenia z trzema ferromagnetykami o głębokościach wnikania 1m, 1 mm, 0.32 mm

Powyższe wyniki dowodzą wpływu prądów wirowych w ferromagnetyku na impedancję w zakresie częstotliwości znacznie przekraczających konwencjonalnej granicy 20 kHz.



Rys. 5. Charakterystyki częstotliwościowe przykładowego uzwojenia z ferromagnetykiem o głębokości wnikania 0.32 mm:

- $\text{abs}(Z_{LC})$ – impedancji,
- $\text{abs}(Z_L)$ – impedancji po usunięciu pojemności z modelu,
- u_{wzgl} – modułu względnej, efektywnej przenikalności $\hat{\mu}_{\text{wzgl}}(j\omega)$.

Charakterystyki z rysunku 5 pokazują, że w badanym uzwojeniu główną przyczyną przesunięcia pierwszego rezonansu jest zmniejszenie efektywnej indukcyjności sieci.

5. PODSUMOWANIE

Proponowany sposób konstrukcji obwodu zastępczy uzwojenia z ferromagnetykiem nie pretenduje do modelowania uzwojeń dla celów technicznych – np. w celu badania przepięć czy napięć łączeniowych. Obwód zastępczy uzwojenia może być użyty do badań symulacyjnych wrażliwości charakterystyk częstotliwościowych na zmiany parametrów rdzenia oraz do oceny dokładności metod estymacji parametrów modeli uzwojeń

Forma powstałego obwodu zastępczego – operatorowa lub częstotliwościowa – zależy od sposobu zdefiniowania permeancji ferromagnetyka.

Zastosowanie przedstawionego modelu zależy od postawionych pytań i adekwatności danych o rozkładzie pól magnetycznego i elektrycznego w przestrzeni uzwojenia. Podany przykład symulacji wykazuje, że proponowany model może być użytecznym narzędziem badań wpływu rdzenia na charakterystyki częstotliwościowe funkcji obwodowych uzwojeń.

LITERATURA

1. Dąbrowski M.: Pola i obwody magnetyczne maszyn elektrycznych, WNT 1971.
2. Bernas S., Z. Ciok: Modele matematyczne elementów systemu elektroenergetycznego”, WNT, Warszawa 1977.
3. Daszczyński T., Pochanke Z.: Aproksymacja charakterystyk częstotliwościowych blach transformatorowych. Przegląd Elektrotechniczny, nr 12a, s. 117–120, 2012.
4. Abeywickrama K. G. N. B., Daszczyński T., Serdyuk Y. V., Gubański S. M.: Determination of complex permeability of silicon steel for use in high-frequency modeling of power transformers, IEEE Trans. on Mag., vol. 44, nr 4, s. 438–444, 2008.
5. Mitchell S. D., Welsh J. S.: Permeability and its Influence on the Broadband Frequency Response of Power Transformer. Power and Energy Engineering Conference, APPEEC 2009. Asia-Pacific, s. 1 – 4, 2009.
6. Alvarez D. L., Rosero J. A., Mombello E. E.: Circuit Model of Transformers Windings using Vector Fitting, for Frequency Response Analysis (FRA) PART II: Core Influence, Workshop on Power Electronics and Power Quality Applications (PEPQA), July 2013.

Przyjęto do druku dnia 21.10.2015 r.

EQUIVALENT CIRCUIT OF A WINDING WITH A MAGNETIC CORE

Zbigniew POCHANKE, Tadeusz DASZCZYŃSKI

ABSTRACT *An equivalent circuit of the winding that is based on the magnetic core circuit has been proposed. The obtained inductance matrix with consideration of the capacitance one leads to the winding model that enables to determinate its circuit functions. This model can be useful for investigations of the core influence on the winding frequency response. The equivalent circuit under consideration can be also employed for the evaluation process of the frequency response sensitivity on the core parameters as well as for accuracy estimation of determination of winding parameters.*

Keywords: *modelling, frequency response, magnetic core*

Zbigniew POCHANKE – emerytowany profesor Wydziału Elektrycznego Politechniki Warszawskiej, wieloletni pracownik Zespołu Aparatów Elektrycznych.

Tadeusz DASZCZYŃSKI – absolwent Wydziału Elektrycznego Politechniki Warszawskiej, aktualnie zatrudniony na stanowisku Asystenta w Zespole Aparatów i Automatyki Elektroenergetycznej w Instytucie Elektroenergetyki Politechniki Warszawskiej.