

Tadeusz PRZYBYŁO, Michał SZYPER
 AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA, KATEDRA METOLOGII

Sklejany model właściwości dynamicznych elektrochemicznego czujnika tlenu

Mgr inż. Tadeusz PRZYBYŁO

Mgr inż. Tadeusz Przybyło ur. 12.03.1971. Absolwent Wydziału EAIiE na kierunku Elektrotechnika o specjalności Metrologia. Pracujący zawodowo jako projektant elektronicznej aparatury medycznej. Doktorant na Wydziale EAIiE w Katedrze Metrologii. Tematyka pracy doktorskiej obejmuje zagadnienia związane z elektrochemicznymi czujnikami stężenia gazów.



e-mail: tadzik@klub.chip.pl

Prof. dr hab. inż. Michał SZYPER

Profesor zwyczajny w Katedrze Metrologii na Wydz. EAIiE AGH. Autor i współautor ponad 100 publikacji, w tym 3 książek. Tematyka badawcza: modelowanie systemów pomiarowych, identyfikacja modeli, okna czasowe, pomiary jakości energii elektrycznej, konstrukcja aparatury pomiarowej. Członek i przewod. Sekcji „Metrologia Interdyscyplinarna” KBN w kilkunastu konkursach. V-przew. KMiAN PAN w kadencji 2003-2006.



e-mail: szyper@agh.edu.pl

Streszczenie

Artykuł przedstawia nową koncepcję budowania modeli właściwości dynamicznych elektrochemicznego czujnika tlenu. Koncepcja polega na wyznaczaniu sygnału wyjściowego czujnika jako funkcji sklejaney z obliczanych przedziałami rozwiązań układu równań różniczkowych, o współczynnikach zależnych od kierunku zmian mierzonego stężenia tlenu. Przedstawiono model operacji sklejanego oraz wyniki eksperymentalnej weryfikacji modelu sklejanego.

Słowa kluczowe:

Modelowanie systemów pomiarowych, funkcje i operacje sklejanego

A spline model of the dynamic properties of an electrochemical oxygen sensor

Abstract

The article presents a new concept of constructing models of electrochemical oxygen sensor dynamic properties. The concept consists in the evaluation of sensor output signal as a spline function from the calculated at intervals solutions of a system of differential equations with coefficients dependent on the direction of oxygen concentration changes. A model of the operation of splining as well as the results of the experimental model verification have been shown.

Keywords:

Modelling of measuring systems, spline functions and operations

1. Wstęp

Elektrochemiczne czujniki stężenia tlenu stosowane są m. in. do badania zdolności wysiłkowej osób poddawanych silnym i zmiennym w czasie obciążeniom fizycznym. W procesie oddychania w czasie wysiłku fizycznego generowana jest tzw. "fala oddechowa" tj. dwukierunkowy, okresowy przepływ gazu wdychanego i wydychanego, o zmiennym natężeniu przepływu, zmiennym okresie i kształcie tego sygnału oraz o zmiennym składzie chemicznym, w tym stężeniu tlenu (O_2). Stężenie tlenu w wydechu jest miarą efektywności wymiany gazowej w płucach.

Jedną z głównych trudności w poprawnym pomiarze wartości chwilowych, tj. czasowego przebiegu sygnału stężenia tlenu w wydechu są ograniczone właściwości dynamiczne czujników stężenia. W przypadku czujników elektrochemicznych ograniczenia te wynikają z natury występujących w nich zjawisk fizycznych i chemicznych, do których należą: dyfuzja cząstek tlenu przez membranę, transport jonów przez elektrolit oraz wymiana ładunków elektrycznych na elektrodach [1] [3]. Rozwój konstrukcji tych czujników [2] [6] umożliwia obecnie osiągnięcie

tw. zastępczej stałej czasowej o wartości około 100 [ms]. Okazuje się jednak, że wartość tej stałej, podawanej przez producentów czujników jako pewnego rodzaju miara właściwości dynamicznych czujników elektrochemicznych jest myląca, ponieważ sugeruje, że właściwości dynamiczne czujnika wystarczy przybliżyć modelem rzędu pierwszego.

Prowadzone w przewodzie doktorskim T. Przybyły prace nad identyfikacją modeli i cyfrową korekcją właściwości dynamicznych elektrochemicznych czujników tlenu wykazały, że dla dobrego odwzorowania czujnika w modelu poprawny model czujnika powinien być bardziej złożony, tj. wyższego rzędu, a jego współczynniki powinny być zmienne i zależeć od znaku pochodnej sygnału stężenia tlenu w czasie [5]. W wyniku poszukiwania modelu dobrze odwzorowującego rzeczywiste właściwości dynamiczne takich czujników powstała koncepcja zastosowania modelu o szczególnej postaci, który nazwany został modelem sklejanym. Model sklejanego przez analogię do sklejanego funkcji [4] polega na sklejanym operacji, np. równań różniczkowych, wzdłuż trajektorii rozwiązań tych równań w punktach (początkach przedziałów czasu), w których zmieniają się ich współczynniki oraz warunki początkowe. Wykażemy, że taki sposób modelowania jest poprawny i skuteczny.

2. Koncepcja sklejanego modelu czujnika elektrochemicznego

Na wstępie przyjmujemy i uzasadnimy kilka założeń upraszczających zagadnienie modelowania złożonych zjawisk fizycznych i chemicznych zachodzących w czujnikach elektrochemicznych.

Z1. Modelowany czujnik zastąpimy tzw. modelem o stałych skupionych, o zmiennych współczynnikach, który będzie przybliżał wszystkie wymienione w p.1 zjawiska łącznie. Poprawność tego założenia wykażemy wyznaczając wartość błędu odwzorowania czujnika w modelu.

Z2. Przyjmujemy, że model będzie liniowy i skalarny. Deklarowana przez producentów przybliżona liniowość czujnika, została potwierdzona eksperymentalnie. Wpływ temperatury jest z dobrym przybliżeniem skompensowany elektrycznie.

Z3. Sygnał stężenia tlenu jest ciągły dla każdej wartości argumentu (czasu). Wartości współczynników modelu są ustalone w ograniczonych przedziałach argumentu, w których sygnał jest funkcją monotoniczną, ale mogą być różne w zależności od znaku pochodnej tego sygnału. Współczynniki te można wyznaczyć eksperymentalnie.

Dla powyższych założeń czujnik może być opisany za pomocą skalarnego zwyczajnego równania różniczkowego o zmiennych, ale przedziałami ustalonych współczynnikach:

$$\sum_{i=0}^n a_{ki} u^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^m b_{kj} c^{(j)}(t), \quad \{u_{0k}^{(i)}\}; i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m; k = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

gdzie dla każdego k -tego przedziału argumentu $(t_k; t_{k+1})$: $u(t)$ jest zmienną zależną równania (1) odwzorowującą sygnał wyjściowy czujnika, $c(t)$ jest zmienną niezależną odwzorowującą sygnał wejściowy czujnika, $\{[a_{ki}]; [b_{kj}]\}$ jest zbiorem współczynników modelu, (i) oraz (j) są rzędem pochodnych zmiennych modelu, natomiast $\{u_{0k}^{(i)}\}$ jest zbiorem warunków początkowych, wyznaczanych dla wartości argumentu $t = t_k$ w każdym przedziale $(t_k; t_{k+1})$. Ponieważ zgodnie z założeniami Z1-Z3 wartości argumentu $t = t_k$ są tak dobrane, że w każdym przedziale $(t_k; t_{k+1})$ wartości współczynników $\{[a_{ki}]; [b_{kj}]\}$ są stałe a zmienna $c(t)$ jest ciągła, to równanie (1) ma rozwiązanie ciągłe i jednoznaczne w tym przedziale.

Jak już wspomniano, na podstawie eksperymentów ustalono, że współczynniki $\{[a_{ki}]; [b_{kj}]\}$ tworzą dwa zbiory wartości w zależności od znaku pochodnej zmiennej $c(t)$, co zapiszemy w postaci wyrażenia:

$$s(t) = \operatorname{sgn} \left[\frac{dc(t)}{dt} \right]_{(t_k; t_{k+1})} = \begin{cases} 1 & \text{dla } [a_{1i}]; [b_{1j}] \\ -1 & \text{dla } [a_{2i}]; [b_{2j}] \end{cases} \quad (2)$$

gdzie za pomocą indeksów (1,2) oznaczono współczynniki równania (1) odpowiednio dla nie ujemnej i ujemnej wartości funkcji $s(t)$. Wartości współczynników tego równania zmieniane są zatem w modelu czujnika dla każdej wartości argumentu $t = t_k$, dla której funkcja $s(t)$ zmienia swój znak. W istocie rzeczy zatem trajektorię rozwiązań $u(t)$ równania (1) tworzy się przez naprzemienne rozwiązywanie dwu równań o stałych współczynnikach $\{[a_{1i}]; [b_{1j}]\}$ oraz $\{[a_{2i}]; [b_{2j}]\}$ w kolejnych przedziałach $(t_k; t_{k+1})$, sklejając te rozwiązania dla wartości argumentu $t = t_k$. Jeśli w kolejnych przedziałach czasu rozwiązanie równania (1) o współczynnikach $\{[a_{1i}]; [b_{1j}]\}$ oznaczymy przez $u_1(t, t_k)$ natomiast rozwiązanie równania (1) o współczynnikach $\{[a_{2i}]; [b_{2j}]\}$ oznaczymy przez $u_2(t, t_k)$, to sklejanie rozwiązań można zrealizować za pomocą wyrażenia:

$$u(t) = r(t)u_1(t, t_k) + (1 - r(t))u_2(t, t_k) \quad (3)$$

gdzie $r(t)$ jest tzw. "funkcją znakową":

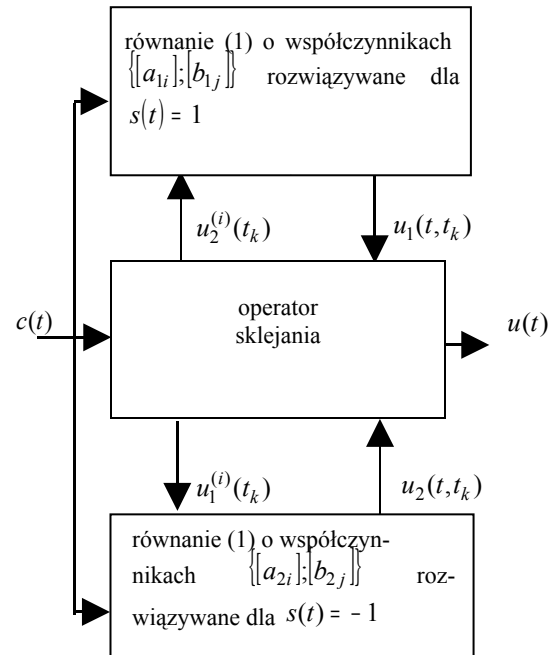
$$r(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } s(t) = 1 \\ 0 & \text{dla } s(t) = -1 \end{cases} \quad (4)$$

Warunkiem poprawności sklejania jest ciągłość zmiennej $u(t)$ i jej pochodnych aż do rzędu n w punktach sklejania. Warunek ten można zrealizować dobierając odpowiednio warunki początkowe rozwiązań dla $t = t_k$ w każdym sklejonym przedziale. Sposób dobierania warunków początkowych przedstawimy za pomocą wyrażenia:

$$u_{0k}^{(i)} = \begin{cases} u_2^{(i)}(t) \delta(t - t_k) = u_2^{(i)}(t_k) & \text{dla } s(t) = 1 \\ u_1^{(i)}(t) \delta(t - t_k) = u_1^{(i)}(t_k) & \text{dla } s(t) = -1 \end{cases} \quad (5)$$

przy czym dystrybucja $\delta(t - t_k) = \left| \frac{ds(t)}{dt} \right| \rightarrow t_k$ jest

stosowana do wyznaczania wartości t_k argumentu t , dla których należy zmienić wartości współczynników w równaniu (1) i obliczyć warunki początkowe dla kolejnego przedziału $(t_k; t_{k+1})$. Kolejne warunki początkowe dla równania (1) w przedziałach następnych obliczane są za pomocą zmiennych $u_1(t, t_k)$ lub $u_2(t, t_k)$ z przedziałów poprzednich. Schemat blokowy modelu sklejonego przedstawiono na rys. 1.



Rys.1. Schemat blokowy sklejonego modelu czujnika elektrochemicznego
Fig. 1. Block diagram of the spline model of electrochemical sensor

Przedstawiony sposób modelowania uzasadnia nazwę "model sklejany". Wyrażenia (2), (3), (4), i (5) tworzą tzw. "operator sklejania" dwu równań o ogólnej postaci (1) ale o naprzemiennie zmiennych współczynnikach, ustalonych w każdym przedziale, w którym zmienna niezależna $c(t)$ jest monotoniczna. Skuteczność tego sposobu modelowania wykazemy wyznaczając eksperymentalnie i porównując błąd odwzorowania właściwości dynamicznych czujnika rzeczywistego w modelu sklejonym z błędami odwzorowania dla dwu innych rodzajów modeli.

3. Identyfikacja i weryfikacja modelu sklejonego

Identyfikację modelu sklejonego wybranego egzemplarza elektrochemicznego czujnika tlenu przeprowadzono metodą skokowych zmian stężenia tlenu na wejściu czujnika w zakresie od $c_{\min} = 16,6\%$ do $c_{\max} = 20,8\%$, co odpowiada zakresowi ciśnienia parcjalego (16,6[kPa], 20,8[kPa]). Na podstawie danych podanych przez producenta oraz własnych badań eksperymentalnych przyjęto, że w podanym wyżej zakresie charakterystyka statyczna czujnika $u(c)$ jest liniowa z błędem nie większym niż 1% górnej granicy zakresu. Kontrolowana temperatura czujnika oraz wzorcowego gazu o zmiennym stężeniu tlenu wynosiła 23,0 [°C]. Pomiary wykonano w specjalnie w tym celu zbudowanej komorze o objętości 3 cm³, przy przepływie gazu około 20 [ml/s]. Stężenie tlenu w gazie wzorcowym mierzono za pomocą czujnika paramagnetycznego z błędem nie większym niż 0,1% górnej granicy badanego zakresu. Skoki stężenia o charakterze wzrostu oraz spadku pomiędzy wartościami dolnej i górnej granicy zakresu wykonano przez

przełączanie strug gazu wzorcowego płynącego przez komorę za pomocą zaworu elektromagnetycznego o krótkim czasie trwania stanów przejściowych, po ustaleniu się wszystkich stanów przejściowych czujnika.

Jako algorytm identyfikacji przyjęto metodę strojonego modelu, zakładając liczbę $n + m$ wyznaczanych współczynników, tj. rząd równania (1) oraz dopuszczalne zbiory ich wartości i minimalizując w tych zbiorach funkcjonal błędu. Błąd zdefiniowano jako średniokwadratową miarę różnicy pomiędzy odpowiedzią rzeczywistego czujnika oraz modelu dla dwu kierunków zmian stężenia tlenu w gazie wzorcowym. Obliczenia wykonano w MATLABie. Uzyskano następujące wyniki identyfikacji:

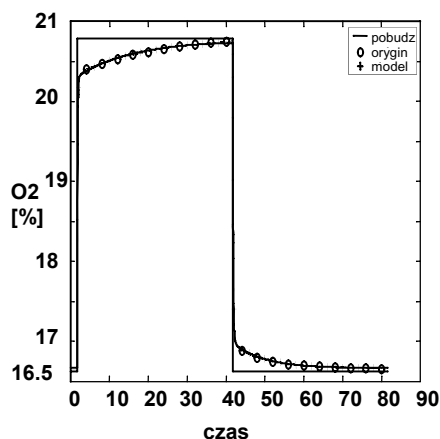
1. Dla skokowego wzrostu stężenia tlenu:

$n=3, m=1, a_{10} = 0,072 [1/V], a_{11} = 0,9531 [s/V],$
 $a_{12} = 2,2754 [s^2/V], a_{13} = 0,1926 [s^3/V], b_{10} = 2,0492 [1/Pa],$
 $b_{11} = 0,1920 [s/Pa]$, błąd identyfikacji: 0,58% górnej granicy zakresu.

2. Dla skokowego spadku stężenia tlenu:

$n=3, m=1, a_{20} = 0,0080 [1/V], a_{21} = 0,5601 [s/V],$
 $a_{22} = 2,3450 [s^2/V], a_{23} = 0,1899 [s^3/V], b_{20} = 2,201 [1/Pa],$
 $b_{21} = 0,1716 [s/Pa]$, błąd identyfikacji: 0,96% górnej granicy zakresu.

Przebiegi czasowe ilustrujące pobudzenia oraz odpowiedzi czujnika i modelu przedstawiono na rys.2.



Rys.2. Przebiegi czasowe pobudzenia i odpowiedzi uzyskane w procesie identyfikacji czujnika.

Fig. 2. Time courses of the sensor stimulation and response received as a result of identification

Wyniki identyfikacji modelu badanego elektrochemicznego czujnika tlenu są następujące:

- modele czujnika dla obydwu kierunków zmian stężenia tlenu różnią się istotnie od modeli rzędu pierwszego,
- przyjęty model czujnika o postaci (1) dla $n=3$ i $m=1$ umożliwia uzyskanie błędów identyfikacji o wartości mniejszej niż 1% górnej granicy zakresu; taką wartość błędów uznano za wystarczającą,
- wartości współczynników przyjętego modelu różnią się istotnie dla skokowego wzrostu oraz skokowego spadku stężenia tlenu, co uzasadnia stosowanie modelu sklejanego.

Weryfikację sklejanego modelu elektrochemicznego czujnika tlenu z zastosowaniem współczynników uzyskanych w procesie identyfikacji przeprowadzono wyznaczając wartość błędu odwzorowania czujnika w modelu sklejanym i porównując ten błąd z błędami odwzorowania tego samego czujnika w dwu innych modelach. Jako sygnał pobudzenia zarówno dla czujnika rzeczywistego jak i dla modeli zastosowano sygnał prostokątny o

zakresie zmienności stężenia tlenu: od 17,8 % do 20,8 %, okresie sygnału o wartościach: 8 [s]; 1 [s]; 0,5 [s] i wypełnieniu 50 %.

Jako modele zastosowano: model sklepany, model (1) (wysokiego rzędu, ale o optymalnie dobranych stałych współczynnikach niezależnie od kierunku zmian stężenia tlenu) i model pierwszego rzędu o wartości stałej czasowej podanej przez producenta.

Zastosowano następującą definicję błędu odwzorowania czujnika w jego modelach:

$$\delta_{\bullet RMS\%} = \frac{100}{u_{r\max}} \sqrt{\int_0^{t_{\max}} [u_r(t) - u_{m\bullet}(t)]^2 dt} \quad (6)$$

gdzie: $u_r(t)$ jest uzyskaną eksperymentalnie odpowiedzią rzeczywistego czujnika na pobudzenie, $u_{m\bullet}(t)$ jest odpowiedzią każdego z badanych modeli, $u_{r\max}$ jest maksymalną wartością odpowiedzi czujnika rzeczywistego natomiast t_{\max} jest czasem całkowania, równym wielokrotności stosowanego okresu pobudzenia.

Wyniki weryfikacji o postaci zależności błędu odwzorowania (6) od rodzaju modelu czujnika i okresu sygnału pobudzającego przedstawiono w tab.1.

Tab.1. Wartości błędów odwzorowania czujnika w modelach
 Tab.1. Error values of the sensor representation in models

okres pobudzenia / rodzaj modelu	8 [s]	1 [s]	0,5 [s]
model sklepany	0,3 %	0,9 %	1,5 %
model o stałych współczynnikach	1,2 %	2,4 %	3,8 %
model pierwszego rzędu	2,6 %	2,8 %	4,6 %

4. Wnioski

1. Modele sklepane są skutecznym narzędziem modelowania właściwości dynamicznych elektrochemicznych czujników tlenu, ponieważ mają najmniejsze błędy odwzorowania z pośród trzech badanych rodzajów modeli.
2. Błędy odwzorowania zależą od okresu mierzonego sygnału stężenia tlenu, tj. rosną z częstotliwością podstawową sygnału "fali oddechowej".
3. Zbudowanie modelu sklejanego wymaga przeprowadzenia eksperymentalnej identyfikacji modelu każdego typu elektrochemicznego czujnika tlenu, wykonanej z wystarczająco małym błędem.

5. Literatura

- [1] J.G. Webster, Medical Instrumentation. John Wiley & Sons, Inc., 1998,
- [2] P.R. Warburton and co, Failure Prediction a Galvanic Oxygen Sensor Sensors and Actuators, B72, (2001), 197-203,
- [3] T. Pałko, Podstawowe metody i urządzenia do gazometrii krwi. Mat. V-go Symp. Modelow. i Pom. w Medycynie, Krynica, 2003,
- [4] Z. Wronicz, On Some Complex Spline Operators, Opuscula Mathematica, Vol. 23, 2003.
- [5] T. Przybyło, materiały do rozprawy doktorskiej
- [6] Firmowe materiały katalogowe producentów elektrochemicznych czujników tlenu