



Wpływ nieliniowości warstwy stykowej między elementami łączonymi w połączeniu wielośrubowym na wartości napięcia wstępnego śrub

RAFAŁ GRZEJDA

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie,
Wydział Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki, Zakład Podstaw Konstrukcji Maszyn,
70-310 Szczecin, al. Piastów 19, rafal.grzejda@zut.edu.pl

Streszczenie. W pracy rozpatrzono zagadnienie modelowania asymetrycznych kołnierzowych połączeń wielośrubowych na etapie napinania wstępnego. Model fizyczny połączenia zbudowany jest z odkształcalnego kołnierza mocowanego do nieodkształcalnej ostoi za pomocą liniowych sprężyn modelujących śruby. Pomiędzy elementami łączonymi wprowadzono liniową warstwę stykową typu winklerowskiego. Zbadano wpływ nieliniowości warstwy stykowej na wartości sił napięcia wstępnego w śrubach liczone według proponowanego modelu dla przykładowych połączeń wielośrubowych. Wyniki obliczeń zestawiono z wynikami badań doświadczalnych przedstawionymi w pracy [1].

Słowa kluczowe: połączenia wielośrubowe, montaż połączenia, napięcie wstępne

1. Wprowadzenie

Połączenia śrubowe są ważnym rodzajem połączeń konstrukcyjnych stosowanych w technice lotniczej, zarówno w przemyśle cywilnym, jak i wojskowym [2, 3], do przenoszenia złożonych obciążeń zewnętrznych. Aby zapewnić im odpowiednią nośność i odporność na zmęczenie oraz zapobiec przed ich samoczynnym luzowaniem [4], najczęściej projektuje się je jako połączenia napięte wstępnie. Napięte wstępnie połączenia śrubowe należy traktować jako nieliniowe układy wielu kontaktujących się ze sobą ciał. Źródłem tej nieliniowości są charakterystyki połączeń stykowych pomiędzy łączonymi elementami [5, 6, 7] oraz uszczelki i podkładki często stosowane jako elementy pośrednie w połączeniach śrubowych [8, 9].

Szczególnym przypadkiem połączenia kontaktowego jest połączenie pomiędzy elementami łączonymi w połączeniu wielośrubowym, stopniowo zaciskanim kolejnymi normalnymi siłami napięcia wstępnego. Ponieważ zakres nieliniowości charakterystyk ściskanych połączeń stykowych mocno zależy od wartości sił dociskających łączone elementy, rozpatrując takie połączenie, można założyć, że jego charakterystyki wraz z postępem procesu napinania wstępnego stają się coraz bardziej liniowe. Tezę taką przyjęto w niniejszej pracy, w której zawarto pewną kontynuację tematu modelowania połączeń wielośrubowych znajdujących się w stanie napięcia wstępnego, który omawiano we wcześniejszych publikacjach [10, 11]. W poprzednich pracach przedstawiono modelowanie i obliczenia wielośrubowego połączenia nieodkształcalnego [11] lub odkształcalnego [10] elementu z nieodkształcalną ostoją realizowanego za pomocą dowolnie rozmieszczonych śrub. Pomiędzy łączonymi elementami wprowadzono nieliniową warstwę stykową typu winklerowskiego. Do modelowania wykorzystano odpowiednio: metodę sztywnych elementów skończonych (MSES) [12] oraz metodę elementów skończonych (MES) [13]. W obecnej pracy zaprezentowano wyniki badań nad analogicznym modelem, w którym pomiędzy odkształcalnym elementem łączonym a nieodkształcalną ostoją zastosowano liniowy model warstwy stykowej. Do modelowania i obliczeń wykorzystano MES.

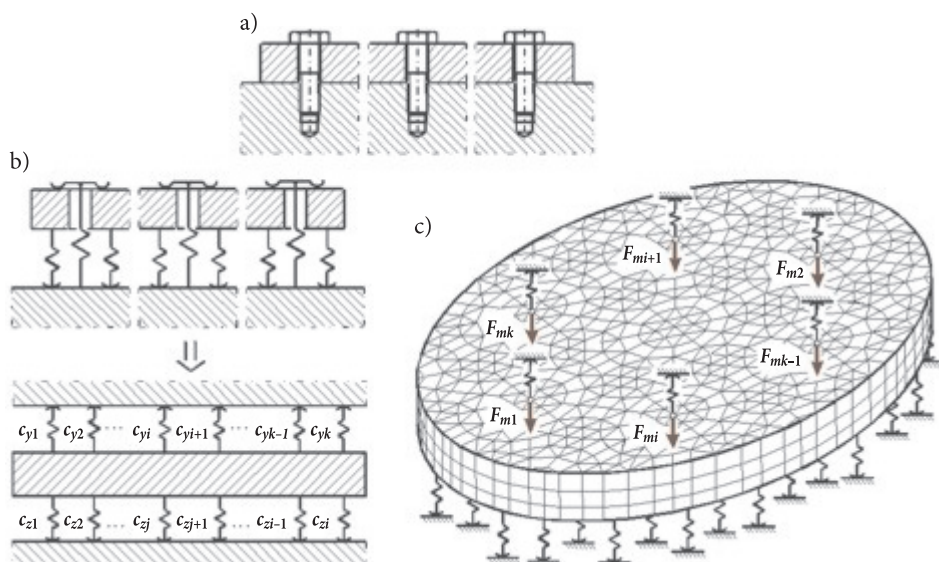
2. Fizyczny model połączenia wielośrubowego

Koncepcja sposobu modelowania połączenia wielośrubowego została przedstawiona w pracach [10, 11]. Model połączenia utworzony jest z odkształcalnego kołnierza, mocowanego do — z założenia — nieodkształcalnej ostoi za pomocą k jednostronnych sprężyn liniowych, zastępujących śruby złączne (rys. 1). Właściwości sprężyste modelu i -tej śruby ($i = 1, 2, \dots, k$) opisano liniowym współczynnikiem sztywności c_{yi} (rys. 1b).

Strefę kontaktu pomiędzy elementem łączonym a ostoją modeluje się z wykorzystaniem umownej warstwy typu winklerowskiego, opisanej zbiorem l jednostronnych sprężyn liniowych o charakterystyce:

$$R_j = A_j \cdot f(u_j), \quad (1)$$

gdzie: R_j — siła zaczepiona w środku ciężkości j -tej elementarnej powierzchni styku, ($j = 1, 2, \dots, l$);
 A_j — pole j -tej elementarnej powierzchni styku, związane z j -tą sprężyną liniową;
 u_j — przemieszczenie mierzone w kierunku siły R_j .



Rys. 1. Układ wielośrubowy: a) schemat połączenia; b) opis sprężystych właściwości układu; c) model połączenia w konwencji MES

Równanie równowagi układu śrubowego (rys. 1) można zapisać jako:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{p}, \quad (2)$$

gdzie: \mathbf{K} — macierz sztywności układu;
 \mathbf{q} — wektor przemieszczeń uogólnionych;
 \mathbf{p} — wektor sił uogólnionych.

Wektor sił uogólnionych \mathbf{p} na tym etapie zbudowany jest z sił napięcia wstępnego F_{mi} (rys. 1c).

Sposób tworzenia macierzy sztywności \mathbf{K} przedstawiono w pracy [10]. Przyjmując podział układu śrubowego na trzy podukłady (\mathbf{B} — zbiór śrub łącznych, \mathbf{F} — model kołnierza, \mathbf{C} — warstwa stykowa), równanie równowagi (2) można rozwinąć do postaci:

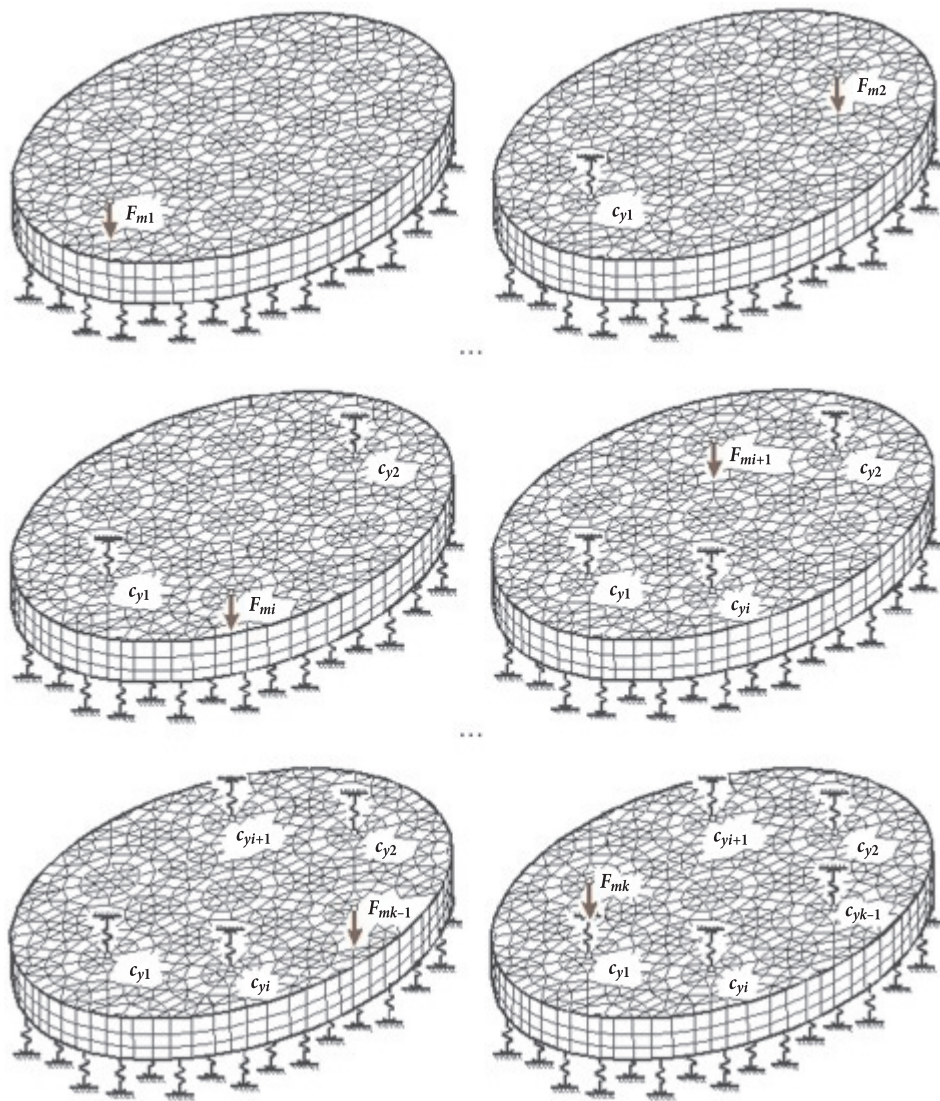
$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{BB} & \mathbf{K}_{BF} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{FB} & \mathbf{K}_{FF} & \mathbf{K}_{FC} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{CF} & \mathbf{K}_{CC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{q}_B \\ \mathbf{q}_F \\ \mathbf{q}_C \end{bmatrix} = \mathbf{p}, \quad (3)$$

gdzie: \mathbf{K}_{BB} , \mathbf{K}_{FF} , \mathbf{K}_{CC} — macierze sztywności podukładów \mathbf{B} , \mathbf{F} i \mathbf{C} ;

K_{BF} , K_{FB} , K_{FC} , K_{CF} — macierze sprzężeń sprężystych pomiędzy podkładami B , F i C ;

q_B , q_F , q_C — wektory przemieszczeń uogólnionych podkładów B , F i C .

Na podstawie zdefiniowanego w podany sposób modelu połączenia wielośrubowego możliwe jest wyznaczenie wartości sił w śrubach w czasie napinania złącza i po jego zakończeniu.



Rys. 2. Proces napinania połączenia wielośrubowego

Proces wprowadzania napięcia wstępnego układu złożony jest z k kroków, odpowiednio do liczby śrub tworzących połączenie. Podczas napinania pierwszej śruby układ złożony jest z podatnego kołnierza spoczywającego na liniowym modelu warstwy stykowej i obciążonego siłą napięcia wstępnego pierwszej śruby F_{m1} (rys. 2). Wówczas w równaniu (3) nie występuje macierz sztywności związana z podukładem śrub K_{BB} . Zatem stan równowagi układu określony jest równaniem [10]:

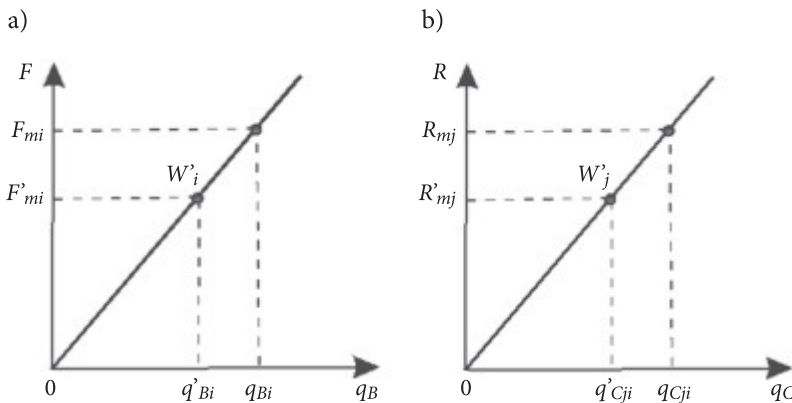
$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{FB} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{q}_B + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{FF} & \mathbf{K}_{FC} \\ \mathbf{K}_{CF} & \mathbf{K}_{CC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{q}_F \\ \mathbf{q}_C \end{bmatrix} = \mathbf{0}. \quad (4)$$

W wyniku rozwiązania układu równań (4) otrzymuje się odpowiednie składowe wektora przemieszczeń uogólnionych \mathbf{q}_C :

$$\mathbf{q}_C = \text{col}(q_{C1}, q_{C2}, \dots, q_{Cj}, \dots, q_{Cl}), \quad (5)$$

które definiują początkowy stan napięcia sprężyn liniowych warstwy stykowej w drugim kroku napinania.

W kolejnych krokach napinania ($i = 2, 3, \dots, k$) w miejscu przyłożenia siły napięcia wstępnego z poprzedniego kroku dodaje się liniowy model sprężyny, za pomocą którego modeluje się śrubę. Tym samym w równaniu (3) zostaje uwzględniona macierz sztywności zbioru śrub złącznych K_{BB} , rozbudowana o kolejne elementy odpowiadające śrubom napiętym w poprzednim kroku napinania. W danym kroku obliczeń macierz K_{BB} jest częścią stałą macierzy sztywności \mathbf{K} , natomiast macierze związane ze sprężynami warstwy stykowej (K_{CC} i K_{CF}) są częścią zmienną macierzy sztywności \mathbf{K} .



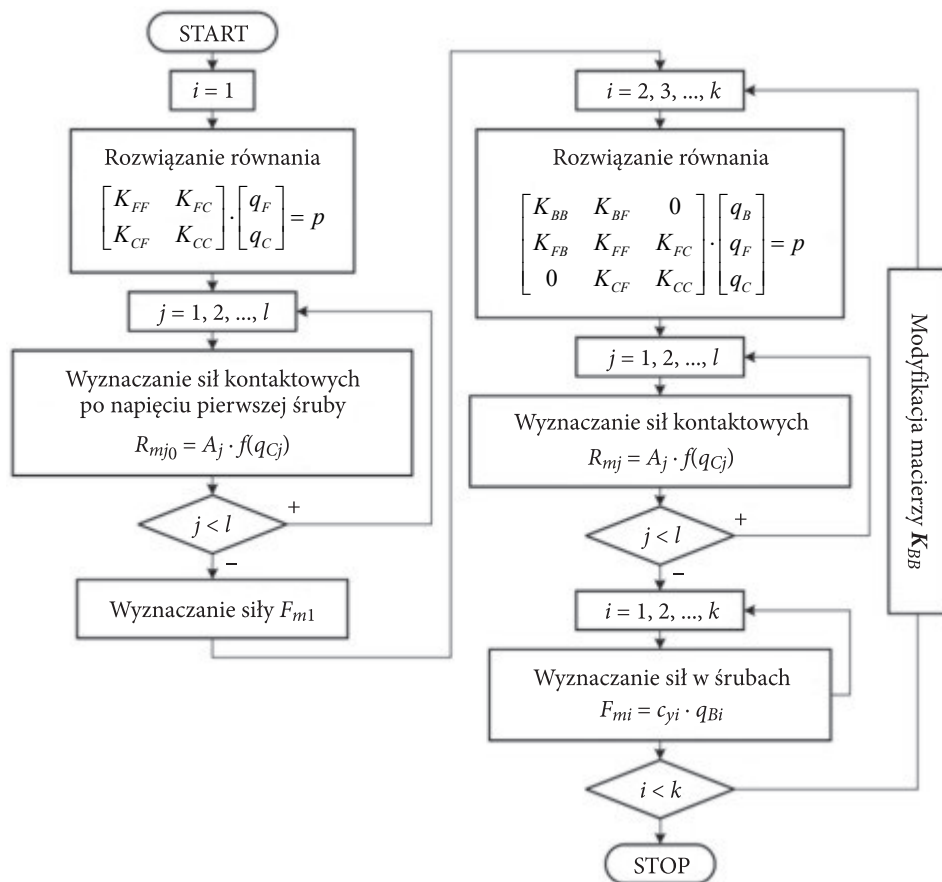
Rys. 3. Wyznaczanie składowych wektorów przemieszczeń uogólnionych podczas napinania kolejnych śrub: a) w przypadku wektora \mathbf{q}_B ; b) w przypadku wektora \mathbf{q}_C

W wyniku rozwiązania układu równań (3) otrzymuje się odpowiednie składowe wektora przemieszczeń uogólnionych q_B :

$$q_B = \text{col}(q_{B1}, q_{B2}, \dots, q_{Bi}, \dots, q_{Bk}). \quad (6)$$

Ostateczne odkształcenia sprężyn liniowych q_{Bi} wyznacza się na podstawie rysunku 3a od punktów W_i określających stan napięcia śrub w poprzednim kroku obliczeń. Tak wyznaczonym odkształceniom q_{Bi} odpowiadają siły w śrubach F_{mi} obliczane na podstawie zależności:

$$F_{mi} = c_{yi} \cdot q_{Bi}. \quad (7)$$



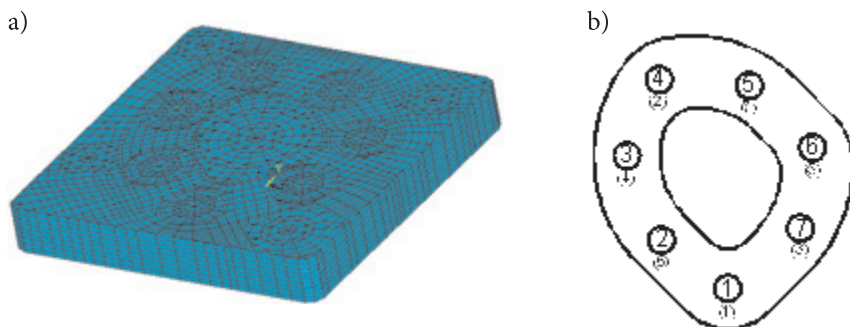
Rys. 4. Schemat blokowy iteracyjnych obliczeń połączenia wielośrubowego

W wyniku rozwiązania układu równań (3) otrzymuje się również wektor przemieszczeń uogólnionych q_C , zgodnie ze wzorem (5). Ostateczne odkształcenia sprężyn liniowych q_{Cj} wyznacza się na podstawie rysunku 3b od punktów W'_j określających stan napięcia elementów warstwy sprężystej w poprzednim kroku obliczeń. Tak wyznaczonym odkształceniom q_{Cj} odpowiadają siły R_{mj} wyznaczone na podstawie charakterystyki (1) dla $u_j = q_{Cj}$.

Schemat iteracyjnego procesu obliczeń połączenia wielośrubowego pokazano na rysunku 4.

3. Przykładowe obliczenia i analiza wyników

Zgodnie z przedstawioną metodą wykonano obliczenia niesymetrycznego połączenia kołnierzewego, zaciskanego za pomocą siedmiu śrub. Przyjęte do obliczeń złącze jest elementem stanowiska badawczego zaprojektowanego do pomiarów sił w połączeniu wielośrubowym, których wyniki i analizę przedstawiono w pracy [1]. Widok ogólny elementu łączonego pokazano na rysunku 5a. Geometrię pola powierzchni styku między łączonymi elementami (kształt kołnierza) oraz położenie śrub i przyjętą ich numerację pokazano na rysunku 5b.



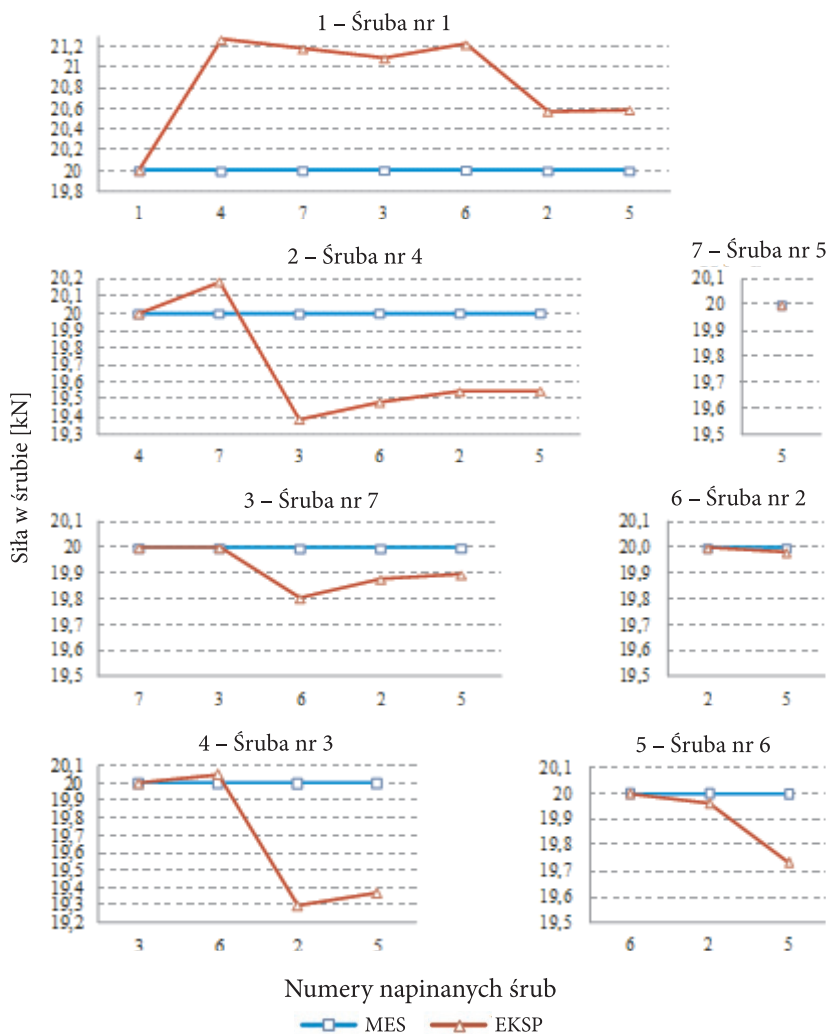
Rys. 5. Badane połączenie wielośrubowe: a) uproszczony model w konwencji MES; b) schemat połączenia

Obliczenia wykonano dla grubości kołnierza $h \in \{20 \text{ mm}, 40 \text{ mm}\}$. Charakterystyki sprężyn warstwy stykowej opisano liniową funkcją wyznaczoną doświadczalnie [14]:

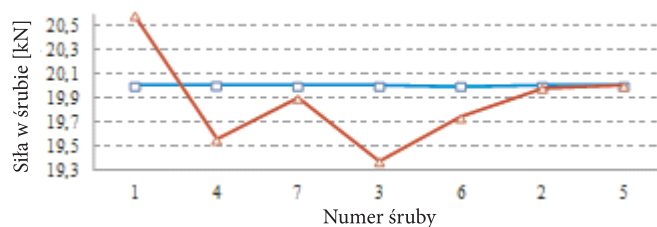
$$R_j = A_j \cdot (26,873 \cdot u_j). \quad (8)$$

Łącznikiem w połączeniu jest śruba M 10 × 1,25. Na podstawie pracy [14] przyjęto napięcie wstępne poszczególnych śrub równe $F_{mi} = 20$ kN oraz wybrano kolejność napinania śrub podaną na rysunku 5b w nawiasach obok numerów śrub.

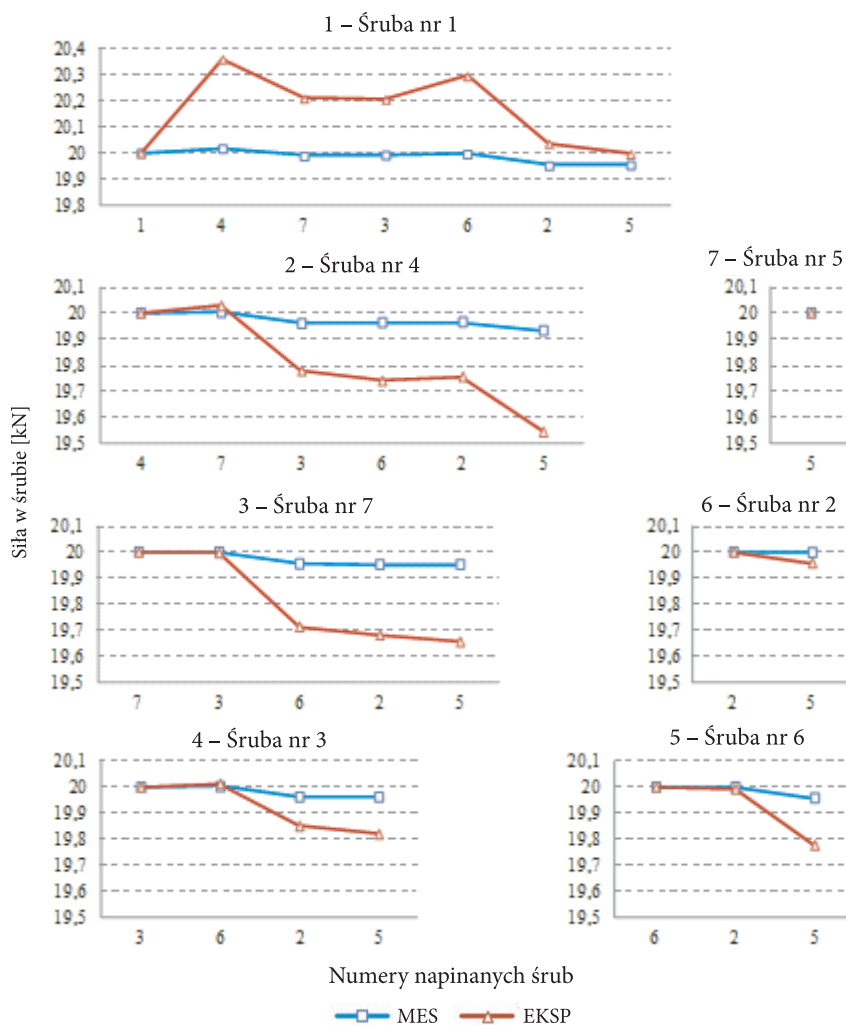
Wyniki obliczeń zestawiono dla poszczególnych grubości kołnierza h w formie wykresów pokazanych na rysunkach 6-9. Na rysunkach 6 i 8 przedstawiono przebiegi zmienności siły napięcia wstępnego w poszczególnych śrubach w czasie całego procesu napinania, odpowiednio dla $h = 20$ mm i $h = 40$ mm.



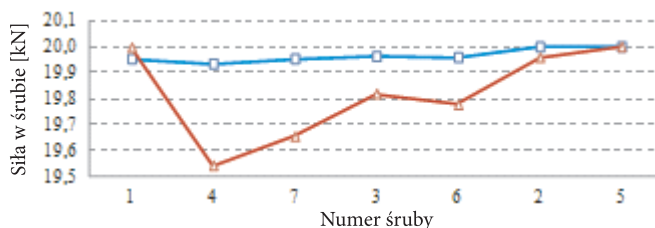
Rys. 6. Wartości napięcia wstępnego śrub w czasie procesu napinania połączenia z kołnierzem o grubości $h = 20$ mm



Rys. 7. Rozkład napięcia wstępnego śrub na koniec procesu napinania połączenia z kołnierzem o grubości $h = 20$ mm



Rys. 8. Wartości napięcia wstępnego śrub w czasie procesu napinania połączenia z kołnierzem o grubości $h = 40$ mm



Rys. 9. Rozkład napięcia wstępnych śrub na koniec procesu napinania połączenia z kołnierzem o grubości $h = 40$ mm

Na kolejnych wykresach przedstawiono:

- w pierwszym wierszu — przebieg zmienności siły w śrubie nr 1 (napinanej jako śruba pierwsza),
- w drugim wierszu — przebiegi zmienności sił w śrubach o nr 4 i 5 (napinanych jako śruby druga i siódma),
- w trzecim wierszu — przebiegi zmienności sił w śrubach o nr 7 i 2 (napinanych jako śruby trzecia i szósta),
- w czwartym wierszu — przebiegi zmienności sił w śrubach o nr 3 i 6 (napinanych jako śruby czwarta i piąta).

Wykresy ostatecznych wartości sił w śrubach po zakończeniu procesu napinania śrub pokazano dla $h = 20$ mm i $h = 40$ mm, odpowiednio na rysunku 7 i 9.

Wartości napięcia wstępnych w poszczególnych śrubach w czasie procesu napinania i po jego zakończeniu wyznaczone dla modelu połączenia wielośrubowego w większości przypadków są większe od wartości uzyskanych doświadczalnie [1]. Błąd obliczeń wartości napięcia wstępnych w czasie procesu napinania zmienia się od $-5,96$ do $3,64\%$ w przypadku połączenia z kołnierzem o grubości $h = 20$ mm oraz od $-1,68$ do $1,99\%$ w przypadku połączenia z kołnierzem o grubości $h = 40$ mm. Ocenę względnej różnicy wartości końcowego napięcia wstępnych połączenia przeprowadzono na podstawie wskaźnika W danego wzorem:

$$W = \frac{F_{mi}^{MES} - F_{mi}^{EKSP}}{F_{mi}^{EKSP}} \cdot 100\%, \quad (9)$$

gdzie: F_{mi}^{MES} — napięcie wstępne i -tej śruby na koniec procesu napinania według modelu MES;

F_{mi}^{EKSP} — napięcie wstępne i -tej śruby na koniec procesu napinania uzyskane doświadczalnie [1].

Maksymalne wartości wskaźnika W w funkcji grubości łączonego kołnierza h zestawiono w tabeli 1. W zależności od grubości kołnierza, przyjęcie proponowanego modelu może powodować zaniżenie wartości wynikowego napięcia wstępnych śrub do $2,86\%$.

TABELA 1
Wartości wskaźnika W w funkcji parametru h

	$h = 20$ mm	$h = 40$ mm
W [%]	-2,86	-0,21

4. Podsumowanie

W przypadku połączeń wielośrubowych napiętych wstępnie zgodnie z zaleceniami normatywnymi, nieliniowość warstwy stykowej między łączonymi elementami ma niewielki wpływ na końcowe wartości sił napięcia wstępного w śrubach. Dlatego w analizie tego typu połączeń proponuje się stosować liniowe modele warstwy stykowej. Dzięki mniejszej wymiarowości zadania i znacznie krótszemu czasowi obliczeń, uzyskuje się wówczas znacznie wyższą efektywność modelowania.

Opracowany model obliczeniowy umożliwia ocenę wpływu kolejności napinania śrub na proces kształtowania się wartości sił w śrubach przed przyłożeniem do układu siły eksploatacyjnej. Powstałe procedury obliczeniowe mogą zostać wykorzystane do optymalizacji napięcia wstępnego poszczególnych śrub w celu zagwarantowania równomiernego rozkładu nacisków na styku elementów łączonych w połączeniu wielośrubowym.

Zakres zastosowania przedstawionej metody obliczeń połączeń wielośrubowych może zostać rozszerzony na wypadek połączenia pary odkształcalnych elementów łączonych. Wyniki prac na ten temat zostaną opublikowane w kolejnych artykułach.

LITERATURA

- [1] R. GRZEJDA, A. WITEK, K. KONOWALSKI, *Doświadczalne badania niesymetrycznego połączenia wielośrubowego obciążonego mimośrodowo*, PM, 71, 1, 2012, 21-27.
- [2] U.A. KHASHABA, H.E.M. SALLAM, A.E. AL-SHORBAGY, M.A. SEIF, *Effect of washer size and tightening torque on the performance of bolted joints in composite structures*, Compos. Struct., 73, 3, 2006, 310-317.
- [3] J.M. MÍNGUEZ, J. VOGWELL, *Effect of torque tightening on the fatigue strength of bolted joints*, Eng. Fail. Anal., 13, 8, 2006, 1410-1421.
- [4] Y. JIANG, M. ZHANG, T.-W. PARK, CH.-H. LEE, *An experimental investigation on self-loosening of bolted joints*, Analysis of bolted joints, Proc. of the 2003 ASME Pressure Vessels and Piping Conference, ASME, Cleveland, 2003, 17-22.
- [5] J. JACHIMOWICZ, E. SZYMCZYK, G. SŁAWIŃSKI, A. DEREWOŃKO, W. WRONICZ, *Modele globalne i lokalne MES w analizie struktur lotniczych na przykładzie fragmentu skrzydła samolotu PZL M28 Skytruck*, Biul. WAT, 59, 1, 2010, 35-59.
- [6] S.-H. JU, C.-Y. FAN, G.H. WU, *Three-dimensional finite elements of steel bolted connections*, Eng. Struct., 26, 3, 2004, 403-413.
- [7] M.B. MARSHALL, R. LEWIS, R.S. DWYER-JOYCE, *Characterisation of contact pressure distribution in bolted joints*, Strain, 42, 1, 2006, 31-43.

- [8] H. MA, CH. CHO, T. WILKINSON, *A numerical study on bolted end-plate connection using shape memory alloys*, Mater. Struct., 41, 8, 2008, 1419-1426.
- [9] K.W. MCQUILLAN, G.L. MILNE, G. SMITH, *Achieving a leak free start up — impossible dream or achievable project?*, Analysis of bolted joints, Proc. of the 2003 ASME Pressure Vessels and Piping Conference, ASME, Cleveland, 2003, 39-45.
- [10] A. WITEK, R. GRZEJDA, *Analiza procesu wprowadzania napięcia wstępnego w niesymetrycznym, nieliniowym połączeniu wielośrubowym*, ATMiA, 26, 2, 2006, 271-280.
- [11] A. WITEK, R. GRZEJDA, *Obliczenia obciążenia śrub podczas montażu niesymetrycznego połączenia wielośrubowego*, Mat. XXII Sympozjonu PKM, tom 4, Akademia Morska, Gdynia, 2005, 391-398.
- [12] E. WITTBRODT, I. ADAMIEC-WÓJCIK, S. WOJCIECH, *Dynamics of flexible multibody systems: Rigid finite element method*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2006.
- [13] O.C. ZIENKIEWICZ, R.L. TAYLOR, *The finite element method for solid and structural mechanics*, Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, 2005.
- [14] R. GRZEJDA, *Modelowanie i obliczenia wielośrubowego połączenia elementu korpusowego na nieliniowym podłożu sprężystym*, rozprawa doktorska, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Szczecin, 2009.

R. GRZEJDA

Effects of nonlinearity of a contact layer between elements joined in a multi-bolted connection on preload values in bolts

Abstract. In the paper, modelling and calculations of an asymmetrical multi-bolted flange connection at the assembly stage are presented. A physical model of the joint is based on a flexible flange element that is connected with a rigid support by means of linear spring elements which substitute bolts. Between the flange element and the support, the linear Winkler model of a contact layer is taken into consideration. Through example of a few multi-bolted connections, influence of nonlinearity of the contact layer between joined elements on computational values of the bolt preloads has been investigated. Results obtained from the calculations are compared with experimental results described in [1].

Keywords: multi-bolted connections, assembly condition, preload