

KASYK Lech

WYKORZYSTANIE ROZKŁADÓW MIESZANYCH W ANALIZIE PRĘDKOŚCI STATKÓW NA WYBRANYCH ODCINKACH TORU WODNEGO ŚWINOUJŚCIE - SZCZECIN

Streszczenie

W niniejszym artykule przeanalizowano rozkłady prędkości statków typu cargo oraz wszystkich statków zarejestrowanych w systemie VTS, na różnych odcinkach toru wodnego Świnoujście – Szczecin. Zweryfikowano hipotezę mówiącą, że rozkłady mieszane dobrze opisują rozkłady prędkości statków.

WSTĘP

Na akwenach ograniczonych istnieje wiele regulacji ruchu statków, które zaburzają losowy charakter strumienia statków, a co za tym idzie sprawiają, że rozkład prędkości statków nie może być opisywany przy pomocy rozkładu normalnego czy log normalnego, jak ma to miejsce w ruchu swobodnym [2, 4]. Na akwenach na których jest ograniczenie prędkości, szczególnie przydatny jest rozkład Gumbela [3]. Jednak dla wielu grup statków, wśród których trudno wyznaczyć jakieś jednorodne podgrupy, żaden z typowych rozkładów prawdopodobieństwa nie jest odpowiedni [4, 5]. Stąd wzięta się potrzeba zastosowania kombinacji rozkładów, zwanych mieszaninami [1, 4].

1. ROZKŁADY MIESZANE

Dystrybuanta mieszaniny rozkładów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$ jest kombinacją liniową dystrybuant poszczególnych rozkładów:

$$F(x) = a_1 \cdot F_1(x) + a_2 \cdot F_2(x) + \dots + a_n \cdot F_n(x) \quad (1)$$

gdzie

$F_i(x)$ – oznacza dystrybuantę rozkładu \mathcal{R}_i ,

a_i – liczby rzeczywiste dodatnie spełniające warunek: $\sum_{i=1}^n a_i = 1$

W pracy [4] przedstawiono graficzną oraz graficzno – analityczną metodę wyznaczania parametrów takich rozkładów. W niniejszej pracy wykorzystano metodę graficzną dopasowywania rozkładów do rzeczywistych danych. Danymi były w tym przypadku prędkości statków na torze wodnym Świnoujście – Szczecin uzyskane na podstawie

zarejestrowanych czasów trawersowania poszczególnych punktów raportowych systemu VTS.

2. ROZKŁADY PRĘDKOŚCI STATKÓW

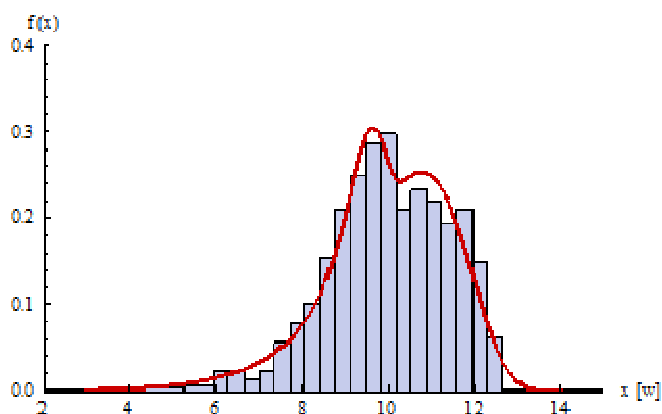
Tor wodny Świnoujście – Szczecin zawiera odcinki, znacznie różniące się warunkami hydrologicznymi. Jedne z nich są bardzo wąskie i przypominają drogi śródlądowe, inne natomiast zbliżone są do dróg na akwenach otwartych, jak odcinek na Zalewie Szczecińskim. W niniejszej pracy zaprezentowano prędkości statków na odcinkach różnych typów, zarówno dla kierunku Szczecin – Świnoujście, jak i w kierunku przeciwnym. Ponadto okazało się, że w miarę jednorodnie i mniej liczne grupy statków mają prędkości, których rozkład jest zgodny z rozkładem Gumbela [3], stąd w mieszaninach rozkładów często wykorzystywano właśnie ten rozkład.

2.1. Rozkład prędkości na odcinku IV Brama Torowa – I Brama Torowa

Analizowany odcinek toru wodnego jest położony całkowicie na wodach Zalewu Szczecińskiego. Jego długość wynosi 20,4 km. W pierwszej połowie 2009 roku na tym odcinku zanotowano 1019 statków płynących w kierunku Świnoujścia, których średnia prędkość wyniosła 9,96 węzła, przy odchyleniu standardowym 1,5. Rozkład prędkości tych statków okazał się zgodny z mieszaniną dwóch rozkładów Gumbela o następującej funkcji gęstości prawdopodobieństwa:

$$f(x) = 0,86 \cdot \exp\left(\frac{x-10,75}{1,25} - \exp\left(\frac{x-10,75}{1,25}\right)\right) + 0,14 \cdot \exp\left(\frac{x-9,51}{0,42} - \exp\left(\frac{x-9,51}{0,42}\right)\right) \quad (2)$$

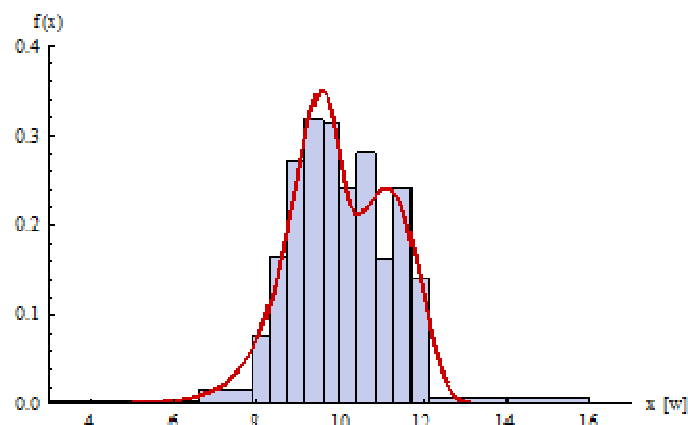
W teście chi – kwadrat Pearsona [6] wartość statystyki testowej była równa 29,3 wobec wartości krytycznej 31,4 na poziomie istotności 0,05. Histogram częstości danych oraz wykres dopasowanej funkcji gęstości przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Dopasowany rozkład mieszany Gumbela – Gumbela do rozkładu prędkości statków na odcinku IV Brama Torowa – I Brama Torowa

Prędkości statków typu cargo

Najliczniejszą grupą w całej populacji statków zarejestrowanych na tym odcinku były statki typu cargo, było ich 492. Jako liczna i silnie zróżnicowana grupa, prędkości statków tej grupy również nie dały się opisać żadnym typowym rozkładem, stąd zastosowano mieszaninę rozkładów. Podobnie, jak to było w poprzednim przypadku, zastosowano mieszaninę dwóch rozkładów Gumbela.



Rys. 2. Dopasowany rozkład mieszany Gumbela – Gumbela do rozkładu prędkości statków typu cargo na odcinku IV Brama Torowa – I Brama Torowa

W teście chi – kwadrat Pearsona wartość statystyki testowej była równa 15,4 wobec wartości krytycznej 18,3 na poziomie istotności 0,05. Można więc przyjąć, że rozkład prędkości statków typu cargo ma rozkład mieszany Gumbela-Gumbela. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa ma postać:

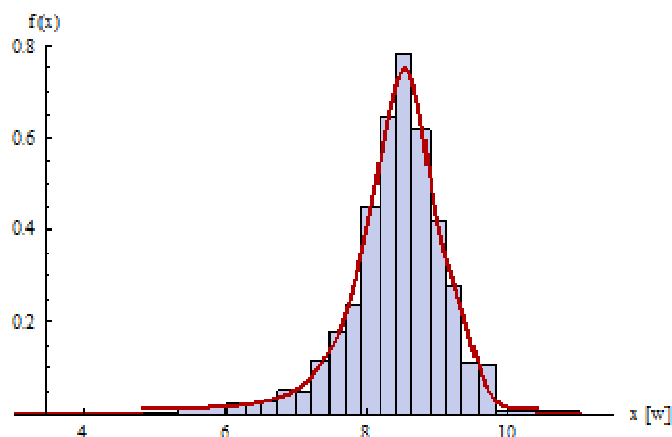
$$f(x) = 0,61 \cdot \exp\left(\frac{x-11,10}{0,93} - \exp\left(\frac{x-11,10}{0,93}\right)\right) + 0,39 \cdot \exp\left(\frac{x-9,45}{0,58} - \exp\left(\frac{x-9,45}{0,58}\right)\right) \quad (3)$$

2.2. Rozkład prędkości na odcinku 11 km – I Brama Torowa

Prezentowany odcinek toru wodnego jest położony prawie całkowicie w Kanale Piastowskim. Jego długość wynosi 5,2 km. W pierwszej połowie 2009 roku na tym odcinku zanotowano 1034 statki płynące w kierunku Szczecina. Rozkład prędkości tych statków okazał się zgodny z mieszaniną dwóch rozkładów Gumbela z rozkładem jednostajnym, o następującej funkcji gęstości prawdopodobieństwa:

$$f(x) = \begin{cases} 0,44 \cdot \exp\left(\frac{x-8,47}{0,35} - \exp\left(\frac{x-8,47}{0,35}\right)\right) + 0,49 \cdot \exp\left(\frac{x-8,91}{0,53} - \exp\left(\frac{x-8,91}{0,53}\right)\right) + 0,01 & \text{dla } x \in \langle 4,8;10,4 \rangle \\ 0,44 \cdot \exp\left(\frac{x-8,47}{0,35} - \exp\left(\frac{x-8,47}{0,35}\right)\right) + 0,49 \cdot \exp\left(\frac{x-8,91}{0,53} - \exp\left(\frac{x-8,91}{0,53}\right)\right) & \text{dla } x \notin \langle 4,8;10,4 \rangle \end{cases} \quad (4)$$

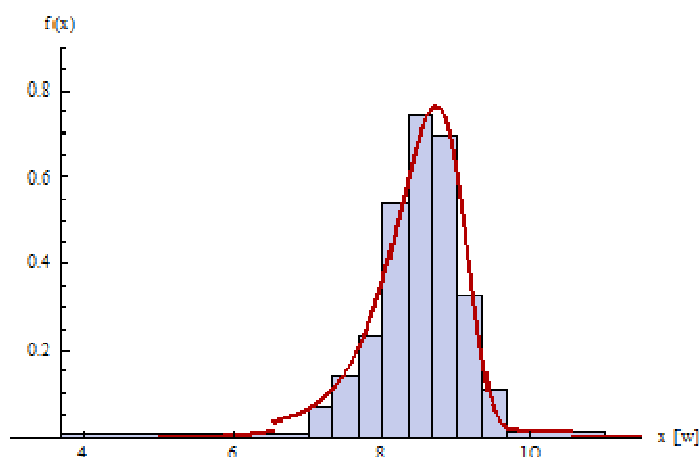
W teście chi – kwadrat Pearsona wartość statystyki testowej była równa 16,84 wobec wartości krytycznej 26,3 na poziomie istotności 0,05. Histogram częstości danych oraz wykres dopasowanej funkcji gęstości przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Dopasowany rozkład mieszany Gumbela – Gumbela - jednostajny do rozkładu prędkości statków na odcinku 11 km – I Brama Torowa

Prędkości statków typu cargo

Podobnie jak na innych odcinkach, najliczniejszą grupę w całej populacji zarejestrowanych statków stanowiły statki typu cargo, było ich na tym odcinku 500. W tym przypadku zastosowano mieszaninę rozkładu Gumbela z rozkładem jednostajnym (Rys. 4).



Rys. 4. Dopasowany rozkład mieszany Gumbela – jednostajny do rozkładu prędkości statków typu cargo na odcinku 11 km – I Brama Torowa

W teście chi – kwadrat Pearsona wartość statystyki testowej była równa 8,53 wobec wartości krytycznej 14,1 na poziomie istotności 0,05. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa ma postać:

$$f(x) = \begin{cases} 0,93 \cdot \exp\left(\frac{x-8,72}{0,46} - \exp\left(\frac{x-8,72}{0,46}\right)\right) + 0,02 & \text{dla } x \in \langle 6,54; 10,55 \rangle \\ 0,93 \cdot \exp\left(\frac{x-8,72}{0,46} - \exp\left(\frac{x-8,72}{0,46}\right)\right) & \text{dla } x \notin \langle 6,54; 10,55 \rangle \end{cases} \quad (5)$$

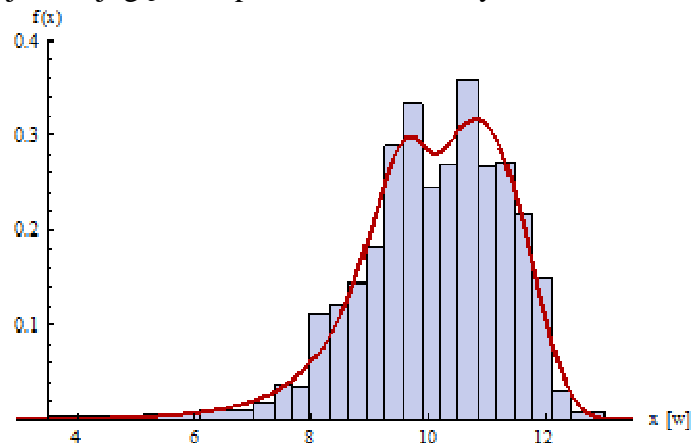
2.3. Rozkład prędkości na odcinku Krępa Dolna – Pławy 13-14

Prezentowany odcinek toru wodnego jest położony całkowicie w ujściu Odry do Zalewu Szczecińskiego. Jego długość wynosi 8,3 km. W pierwszej połowie 2009 roku na tym

odcinku zanotowano 1012 statków płynących ze Szczecina do Świnoujścia. Ich średnia prędkość wyniosła 10,08 węzła, a rozkład prędkości okazał się zgodny z mieszaniną dwóch rozkładów Gumbela o następującej funkcji gęstości prawdopodobieństwa:

$$f(x) = 0,86 \cdot \exp(x - 10,81 - \exp(x - 10,81)) + 0,14 \cdot \exp\left(\frac{x - 9,45}{0,46} - \exp\left(\frac{x - 9,45}{0,46}\right)\right) \quad (6)$$

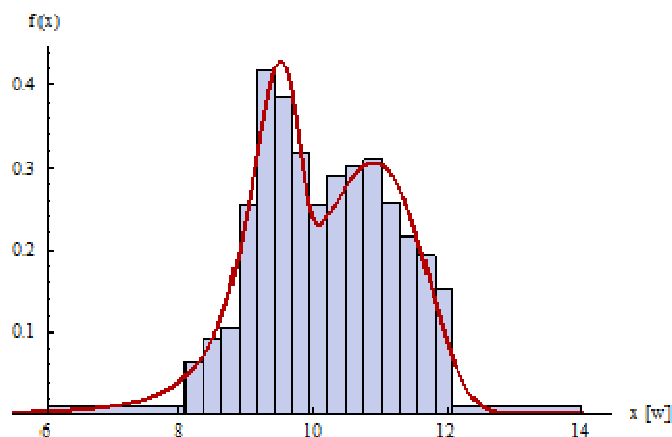
W teście chi – kwadrat Pearsona wartość statystyki testowej była równa 26,67 wobec wartości krytycznej 28,86 na poziomie istotności 0,05. Histogram częstości danych oraz wykres dopasowanej funkcji gęstości przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5. Dopasowany rozkład mieszany Gumbela – Gumbela do rozkładu prędkości statków na odcinku Krępa Dolna – Pławy 13-14

Prędkości statków typu cargo

Badany odcinek przepłynęło 478 statków typu cargo. Ich średnia prędkość wynosiła 10,17 węzła. Zweryfikowano w tym przypadku hipotezę o mieszanym Gumbela – Gumbela rozkładzie prędkości.



Rys. 6. Dopasowany rozkład mieszany Gumbela – Gumbela do rozkładu prędkości statków typu cargo na odcinku Krępa Dolna – Pławy 13-14

W teście chi – kwadrat Pearsona wartość statystyki testowej była równa 11,5 wobec wartości krytycznej 23,68 na poziomie istotności 0,05. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa ma postać:

$$f(x) = 0,73 \cdot \exp\left(\frac{x-10,89}{0,88} - \exp\left(\frac{x-10,89}{0,88}\right)\right) + 0,27 \cdot \exp\left(\frac{x-9,46}{0,34} - \exp\left(\frac{x-9,46}{0,34}\right)\right) \quad (7)$$

PODSUMOWANIE

Analiza prędkości statków różnych grup, na różnych odcinkach wykazała, że wszystkie rozkłady prędkości są lewo skośne [3, 5]. Zasadniczy wpływ na to ma ograniczenie prędkości statków na poszczególnych odcinkach do wartości 8 węzłów na jednych i 12 węzłów na innych [3]. Rozkład Gumbela, który dobrze opisuje rozkład prędkości w jednorodnych i mniej licznych grupach statków, w przypadku bardziej licznych grup może być z powodzeniem stosowany w postaci mieszaniny dwóch rozkładów lub w mieszaninie z innymi rozkładami, jak na przykład z rozkładem jednostajnym. Na uwagę zasługuje fakt, że zdecydowanie lepsze dopasowanie mieszaniny dwóch rozkładów, jest w przypadku prędkości statków typu cargo. Wpływ na to mogą mieć inne ograniczenia ruchu statków na torze lub duże zróżnicowanie prędkości wewnątrz badanych grup statków. Stąd potrzeba dalszych badań w celu określenia wpływu różnych czynników na typ rozkładu prędkości statków. A znajomość teoretycznego rozkładu prawdopodobieństwa opisującego prędkości, jest ważnym elementem przy budowie modeli symulacyjnych.

BIBLIOGRAFIA

1. Feller W., *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 2006.
2. Gucma L., Schefs S., *Studium prędkości statków na torze wodnym Świnoujście – Szczecin*, Wydawnictwo AM. Szczecin 2007.
3. Kasyk L., *Gumbel Distribution in Analysis of Vessel Speed on the Świnoujście – Szczecin Fairway*, XV Międzynarodowa Konferencja Inżynieria Ruchu Morskiego, Świnoujście 2013.
4. Kasyk L., *Probabilistyczne metody modelowania parametrów strumienia ruchu statków na akwenach ograniczonych*, Wydawnictwo UTH, Radom 2012.
5. Kasyk L., *Rozkład prędkości statków na torze wodnym Szczecin – Świnoujście*, Logistyka 2012, nr 3.
6. Sobczyk M., *Statystyka*, Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa 2004.

USING MIXED DISTRIBUTIONS IN ANALYSIS OF A VESSEL SPEED AT DIFFERENT SECTIONS OF ŚWINOUJŚCIE – SZCZECIN FAIRWAY

Abstract

In this paper probability distributions of the vessel speed on the Świnoujście – Szczecin fairway have been analysed. Using the chi-square goodness-of-fit test it has been showed that mixed distributions are good instrument to describe a vessel speed.

Autorzy:

dr **Lech Kasyk** – Akademia Morska w Szczecinie, Instytut Technologii Morskich, l.kasyk@am.szczecin.pl