

Mariusz KRAJEWSKI

UNIwersytet Zielonogórski, Instytut Metrologii Elektrycznej

Zastosowanie metody Monte Carlo do porównania właściwości algorytmów cyfrowego przetwarzania sygnałów**Mgr inż. Mariusz KRAJEWSKI**

Absolwent Wydziału Elektrycznego Politechniki Zielonogórskiej (2001). Od października 2001 asystent w Instytucie Metrologii Elektrycznej Uniwersytetu Zielonogórskiego. Zainteresowania: komputerowe systemy pomiarowe, przetwarzanie sygnałów i doświadczalna weryfikacja wyników symulacji.



e-mail: M.Krajewski@ime.uz.zgora.pl

Streszczenie

W pracy przedstawiono zastosowanie metody Monte Carlo do porównania właściwości algorytmu dyskretnego przekształcenia Fouriera i metody najmniejszych kwadratów w pomiarze napięcia. Przeanalizowano wpływ wybranych parametrów przetwarzania analogowo-cyfrowego na wyznaczaną, za pomocą metody Monte Carlo, niepewność pomiaru składowych ortogonalnych sygnału sinusoidalnego. Podano wyniki badań symulacyjnych oraz ich analityczną weryfikację.

Słowa kluczowe: metoda Monte Carlo, niepewność pomiaru, metoda najmniejszych kwadratów, DFT.

An application of Monte Carlo method for comparison of digital signal algorithms properties**Abstract**

In the paper an application of Monte Carlo method for comparison of least square mean and discrete Fourier transform algorithm properties in voltage measurement is presented. The influence of selected analog on digital conversion parameters on determined, by Monte Carlo method, uncertainty measurement of orthogonal signal components is analysed. Simulation results and their analytical verification are described.

Keywords: Monte Carlo method, uncertainty measurement, least square mean (LSM), DFT.

1. Wstęp

Coraz częściej do pomiaru sygnałów stosuje się metody oparte na próbkowaniu, oraz wyznaczaniu ich parametrów z zastosowaniem algorytmów cyfrowego przetwarzania sygnałów. Istotną jest zatem analiza właściwości tych algorytmów ponieważ mają wpływ na całkowitą niepewność pomiaru. Z literatury znane są metody oceny niepewności pomiaru prowadzone w oparciu o przewodnik wyznaczania niepewności [1,2,3], redukcyjną arytmetykę interwałową [4,5], czy metodę Monte Carlo [6,7]. Wszystkie trzy metody mogą być stosowane do analizy właściwości algorytmów cyfrowego przetwarzania sygnałów. W literaturze brakuje jednak porównania właściwości istniejących algorytmów. Najczęściej są to analizy właściwości wybranego algorytmu, a badania dotyczą tylko wybranych źródeł niepewności. Poza tym w przypadku, kiedy układ pomiarowy, albo zastosowany algorytm jest bardzo złożony, wtedy przeprowadzenie analizy metrologicznej może być trudne. Z tego punktu widzenia najłatwiejszą metodą analizy jest metoda Monte

Carlo. Jest to metoda umożliwiająca analizę dokładności wyniku pomiaru za pomocą badań symulacyjnych.

W niniejszej pracy metoda symulacyjna Monte Carlo zastosowana została do porównania właściwości wybranych algorytmów w pomiarze składowych ortogonalnych pojedynczego sygnału sinusoidalnego. Przedstawione wyniki badań są punktem wyjścia autora do dalszych, szerszych analiz związanych z porównaniem właściwości wybranych algorytmów w precyzyjnym pomiarze zespolonego stosunku napięć (pomiar dotyczy dwóch sygnałów). Znajomość zespolonego stosunku napięć, jest między innymi wymagana w precyzyjnych pomiarach impedancji, pomiarach przekładni dzielników, czy badaniu charakterystyk wzmacniaczy. Do badań z zastosowaniem metody Monte Carlo wybrano dwa algorytmy, jeden oparty na dyskretnym przekształceniu Fouriera (DFT) i drugi na metodzie najmniejszych kwadratów (MNK). Zgodnie z literaturą, są to algorytmy najczęściej stosowane w precyzyjnych pomiarach niezmiennych w czasie parametrów sygnałów.

W celu sprawdzenia prawidłowości otrzymanych wyników badań metodą symulacyjną Monte Carlo przedstawiono dodatkowo wybrane obliczenia zgodnie z przewodnikiem [1] dla algorytmu DFT.

2. Metoda Monte Carlo

Pomiar składowych ortogonalnych napięcia sinusoidalnego polega na wyznaczeniu ich za pomocą algorytmu cyfrowego przetwarzania sygnałów jak MNK czy DFT na podstawie próbek sygnału. W ogólnym przypadku wartości próbek sygnału można określić zależnością:

$$x(i) = U_m \sin\left(\frac{2\pi f_i i}{f_p} + \varphi\right), \quad (1)$$

gdzie: U_m – amplituda sygnału sinusoidalnego, f – częstotliwość sygnału, f_p – częstotliwość próbkowania, φ – faza początkowa sygnału.

Każda próbka $x(i)$ będzie się jednak różnić od próbki po przetworzeniu analogowo-cyfrowym $x_c(i)$, ponieważ w rzeczywistych pomiarach między innymi występują zakłócenia, może wystąpić brak synchronizacji częstotliwości próbkowania z częstotliwością sygnału, poza tym próbki podlegają kwantyzacji. Można więc powiedzieć, że każda próbka $x_c(i)$ jest zależna od wielu zmiennych:

$$x_c(i) = f(a_{1i} + \Delta_{1i}, a_{2i} + \Delta_{2i}, \dots, a_{Ki} + \Delta_{Ki}), \quad (2)$$

gdzie: K jest liczbą zmiennych, $a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{Ki}$ są wartościami oczekiwanymi wielkości wejściowych, $\Delta_{1i}, \Delta_{2i}, \dots, \Delta_{Ki}$ – wartościami błędów wynikających z przetwarzania analogowo-cyfrowego. W celu zastosowania metody Monte Carlo do wyznaczenia niepewności pomiaru składowych ortogonalnych napięć, konieczne jest w pierwszej kolejności określenie, jakie wystąpią błędy związane z przetwarzaniem analogowo-cyfrowym, mające wpływ na wartości próbek oraz jaki jest rozkład prawdopodobieństwa każdego z tych błędów. Ogólna zasada działania metody Monte Carlo polega dalej na:

- Wygenerowaniu M razy wektora błędów $\Delta_{1i}, \Delta_{2i}, \dots, \Delta_{Ki}$ dla każdej próbki $x(i)$. Błędy $\Delta_{1i}, \Delta_{2i}, \dots, \Delta_{Ki}$ generowane są losowo zgodnie z rozkładem prawdopodobieństwa każdego z nich.
- Obliczeniu dla każdego wektora błędów wartości próbek $x_{1c}(i), x_{2c}(i), \dots, x_{Mc}(i)$.

- Wyznaczeniu za pomocą algorytmu cyfrowego przetwarzania sygnałów składowych ortogonalnych sygnału $Re_1, Re_2, \dots, Re_M, Im_1, Im_2, \dots, Im_M$. I tak dla algorytmu DFT wartości składowych ortogonalnych wyznaczane są z zależności:

$$Re = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x(i) \cos(2\pi mi / N), \quad (3)$$

$$Im = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x(i) \sin(2\pi mi / N), \quad (4)$$

gdzie: m – numer harmonicznej, N – liczba próbek w oknie pomiarowym.

Natomiast dla algorytmu MNK składowe ortogonalne można otrzymać poprzez minimalizację normy euklidesowej wektora błędów:

$$\| \mathbf{A} \cdot \mathbf{C} - \mathbf{b} \|_2 = \text{minimum}, \quad (5)$$

gdzie: \mathbf{A} – macierz układu pomiarowego o wymiarach $N \times 2$, \mathbf{b} – macierz próbek $\mathbf{b} = [x_r(1), x_r(2), \dots, x_r(N)]^T$, \mathbf{C} – szukana macierz $\mathbf{C} = [C_0 \ C_1]^T$. Wtedy:

$$Re = C_0, \quad Im = C_1. \quad (6, 7)$$

- Obliczeniu wektora błędów części rzeczywistej i urojonej: $\Delta_{Re1}, \Delta_{Re2}, \dots, \Delta_{ReM}, \Delta_{Im1}, \Delta_{Im2}, \dots, \Delta_{ImM}$.
- Wyznaczeniu histogramów rozkładu prawdopodobieństwa błędów dla obu składowych napięcia, obliczeniu wartości średnich błędów $U_{sr, Re}, U_{sr, Im}$ oraz ocenie niepewności U_{Re}, U_{Im} dla przyjętego poziomu ufności p . Przykładowy histogram przedstawiony został na rys 1.

3. Wyniki badań w oparciu o metodę Monte Carlo

3.1. Parametry analizowanego sygnału

Badania symulacyjne metodą Monte Carlo przeprowadzono w środowisku Lab-Windows w oparciu o rzeczywisty układ pomiarowy, w którym woltomierz integracyjny HP3458A próbkował sygnał z generatora HP33120. Założono, że sygnałem mierzonym jest sygnał sinusoidalny o amplitudzie $U_m=1$ V, częstotliwości $f=1$ kHz, który próbkowany jest z częstotliwością $f_p=16$ kHz, a szerokość okna pomiarowego wynosi $N=128$ próbek.

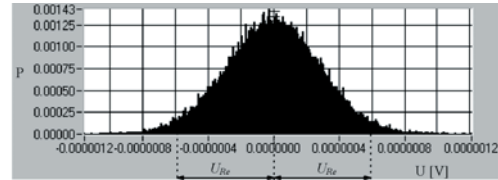
Przeprowadzono analizy wyników wpływu błędu kwantowania A/C, poziomu zakłóceń, dokładności nastawy częstotliwości generatora, jittera okresu próbkowania oraz szerokości okna pomiarowego na ocenę niepewności pomiaru składowych ortogonalnych sygnału sinusoidalnego. Wyznaczanie niepewności pomiaru składowych ortogonalnych napięcia z zastosowaniem metody Monte Carlo wykonano dla $M=100000$ wektorów błędów, których wartości generowano głównie na podstawie danych katalogowych woltomierza i generatora. Niepewności pomiaru napięcia wyznaczono zarówno dla pojedynczych źródeł błędów, w celu określenia istotności poszczególnych wpływów, oraz wszystkich źródeł błędów.

3.2. Błędy kwantowania

Woltomierz integracyjny HP3458A umożliwia próbkowanie sygnału sinusoidalnego przy częstotliwości $f_p=16$ kHz z rozdzielczością przetwornika A/C $B=18$ bitów. Przeprowadzono więc badania wpływu błędu kwantowania generując błędy Δ_{qi} każdej próbki zgodnie z rozkładem jednostajnym (powszechnie przyjętym) o amplitudzie $\Delta_{qi, max}=q/2 \approx 3,815E-6$ V, gdzie q jest krokiem kwantowania przetwornika A/C o zakresie ± 1 V. Stosując symulacyjną metodę Monte Carlo otrzymano niepewność pomiaru składowej rzeczywistej napięcia $U_{Re} \approx 5,4E-7$ V i urojonej $U_{Im} \approx 5,4E-7$ V dla przyjętego poziomu ufności $p=0,95$. Na rys. 1 przedstawiono histogram rozkładu prawdopodobieństwa błędu części rzeczywistej mierzonego

napięcia sinusoidalnego. Poza tym na podstawie analiz wyników stwierdzono między innymi, że:

- otrzymane wyniki są jednakowe dla algorytmu DFT i MNK,
- rozkład prawdopodobieństwa błędów składowych ortogonalnych napięcia przyjmuje kształt krzywej Gaussa,
- niepewności pomiaru napięcia nie zależą od fazy początkowej sygnału sinusoidalnego.



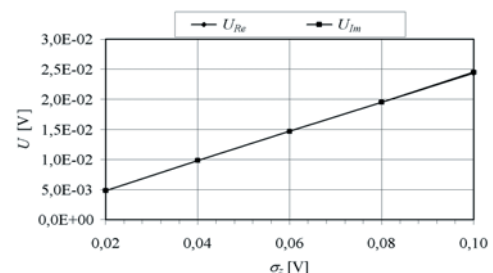
Rys. 1. Histogram rozkładu prawdopodobieństwa błędów części rzeczywistej napięcia sinusoidalnego dla błędów kwantowania przetwornika 18 bitowego

Fig. 1. Histogram of probability distribution of real sinusoidal voltage component error for quantify error of 18 bit converter

3.3. Zakłócenia

Poziom zakłóceń występujący w układzie pomiarowym nie jest znany, stąd do badań przyjęto szum Gaussa o dowolnych wartościach odchylenia standardowego w zakresie do 0,1 amplitudy sygnału (dla określonego odchylenia standardowego błędy próbek Δ_{zi} generowane są zgodnie z rozkładem normalnym). Na rys. 2 przedstawiono wyniki estymacji niepewności składowych napięcia w funkcji odchylenia standardowego szumu Gaussa. Na podstawie wyników symulacji stwierdzono między innymi, że:

- otrzymane wyniki są jednakowe dla obu algorytmów,
- wyniki niepewności pomiaru napięcia zależą liniowo od poziomu zakłóceń,
- wartości niepewności obu składowych napięcia są zbliżone (różnice występują na 3 miejscu znaczącym),
- rozkład prawdopodobieństwa błędów składowych napięcia przyjmuje kształt krzywej Gaussa,
- niepewności pomiaru napięcia nie zależą od fazy początkowej sygnału sinusoidalnego.



Rys. 2. Charakterystyki niepewności pomiaru składowych ortogonalnych napięcia w funkcji odchylenia standardowego szumu Gaussa

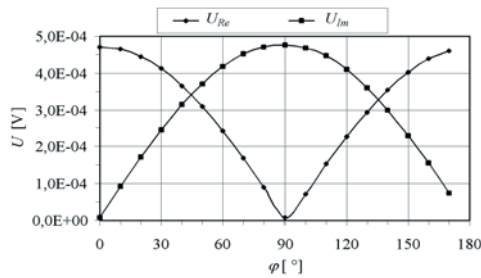
Fig. 2. Characteristics of uncertainty of orthogonal voltage components measurement as a function of Gaussian noise standard deviation

3.4. Dokładność częstotliwości generatora

Dokładność nastawy częstotliwości 1 kHz w generatorze HP33120, podana przez producenta, wynosi 20 ppm. Na tej podstawie przyjęto, że wartości błędów częstotliwości sygnału Δ_{fi} , mające wpływ na wartości próbek, generowane są zgodnie z rozkładem jednostajnym o amplitudzie $\Delta_{fi, max}=0,02$ Hz. Na rys. 3 przedstawiono wykres niepewności składowych napięcia w funkcji fazy początkowej sygnału sinusoidalnego dla algorytmu DFT i MNK. Na podstawie wyników analiz wpływu dokładności częstotliwości generatora na niepewność pomiaru napięcia stwierdzono, że:

- otrzymane wyniki są jednakowe dla obu algorytmów,

- rozkład prawdopodobieństwa błędów składowych napięcia przyjmuje kształt rozkładu równomiernego,
- niepewności pomiaru napięcia zależą od początkowego kąta fazowego sygnału.

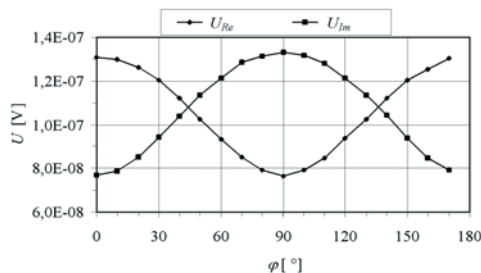


Rys. 3. Charakterystyki niepewności pomiaru składowych ortogonalnych napięcia w funkcji fazy φ dla $\Delta f_{i,max}=0,02$ Hz

Fig. 3. Characteristics of uncertainty of orthogonal voltage components measurement as a function of phase φ for $\Delta f_{i,max}=0,02$ Hz

3.5. Jitter czasu próbkowania

Dla przyjętej częstotliwości próbkowania 1 kHz okres próbkowania wynosi 1ms, jednak w rzeczywistości czas próbkowania nie jest dokładnie stały. Producent woltomierza podaje, że jitter (drżenie) czasu próbkowania wynosi 100ps RMS. Przyjęto w pracy, podobnie jak w [2], że rozkład prawdopodobieństwa jittera jest rozkładem równomiernym. Uwzględniając dane katalogowe woltomierza generowano błędy Δ_{ji} dla metody Monte Carlo, o amplitudzie $\Delta_{ji,max}=1E-10\cdot\sqrt{3}$ s. Na rys 4 przedstawiono wyniki niepewności pomiaru składowych ortogonalnych napięcia w funkcji początkowego kąta fazowego φ sygnału sinusoidalnego dla przyjętego jittera.



Rys. 4. Charakterystyki niepewności pomiaru składowych ortogonalnych napięcia w funkcji fazy φ dla $\Delta_{ji,max}=1E-10\cdot\sqrt{3}$ s

Fig. 4. Characteristics of uncertainty of orthogonal voltage components measurement as a function of phase φ for $\Delta_{ji,max}=1E-10\cdot\sqrt{3}$ s

Na podstawie przeprowadzonych badań wpływu jittera czasu próbkowania stwierdzono między innymi, że:

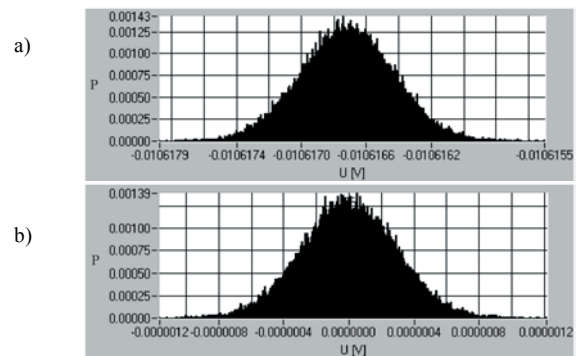
- otrzymane wyniki są jednakowe dla obu algorytmów,
- rozkład prawdopodobieństwa błędów składowych napięcia przyjmuje kształt krzywej Gaussa,
- niepewności pomiaru napięcia zależą od fazy początkowej sygnału.

3.6. Wpływ zmiany szerokości okna pomiarowego

Założona na początku badań częstotliwość mierzonego sygnału i częstotliwość próbkowania, zostały tak dobrane, aby zachować pełną ich synchronizację, eliminując w ten sposób powstanie przecieku widma. Jednak nie zawsze możliwe jest wykonanie próbkowania synchronicznego. Przykładem może być sytuacja, kiedy dla znanej częstotliwości mierzonego sygnału nie można ustawić „prawidłowej” częstotliwości próbkowania, ze względu na rozdzielczość okresu próbkowania. W przypadku woltomierza HP3458A rozdzielczość okresu próbkowania wynosi 100ns. Przykładowo, gdyby częstotliwość sygnału mierzonego wynosiła $f=999,41$ Hz, to do zebrania $M=128$ próbek z 8 okresów sygnału

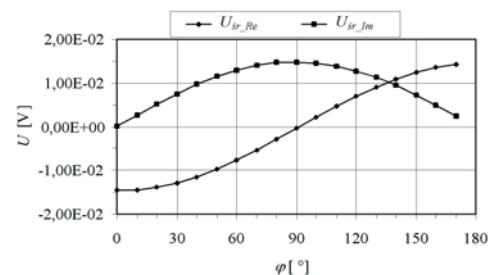
należałoby próbować sygnał z okresem $T_p \approx 6,25369E-5$ s. Wartość ta jednak zostanie zaokrąglona do $T_p=6,25E-5$ s, czyli woltomierz będzie próbował z częstotliwością $f_p=16$ kHz. Znana jest zatem częstotliwość sygnału, częstotliwość próbkowania, ale zmianie uległa szerokość okna pomiarowego, która w tym wypadku odpowiadać będzie 7,99528 okresom sygnału mierzonego. W takim przypadku wartości próbek sygnału znane są dokładnie i nie można bezpośrednio zastosować metody Monte Carlo do wyznaczenia niepewności pomiaru, we wcześniej przedstawiany sposób. Można jednak zaobserwować wpływ szerokości okna, przy okazji badania innego źródła błędu, np. błędu kwantowania. Wykonano więc badania symulacyjne z zastosowaniem metody Monte Carlo, podobnie jak w pkt 3.2 dla przetwornika B=18 bitowego, ale dla częstotliwości sygnału $f=999,41$ Hz. Dla tak przyjętej wartości częstotliwości otrzymuje się największe błędy pomiaru napięcia w zakresie do 1 kHz, przy założeniu że częstotliwość znana jest z rozdzielczością do 0,01 Hz. Na rys. 5 przedstawiono histogramy błędów dla części rzeczywistej napięcia dla algorytmu DFT i MNK. Ponadto na podstawie wyników badań stwierdzono, że:

- zmiana szerokości okna pomiarowego wpływa na wartość średnią niepewności składowych napięcia U_{sr_Re} , U_{sr_Im} tylko dla algorytmu DFT,
- wartości średnie niepewności składowej rzeczywistej i urojonej U_{sr_Re} , U_{sr_Im} dla algorytmu DFT, zależą od fazy początkowej sygnału sinusoidalnego rys. 6,
- niepewność składowych ortogonalnych napięcia dla poziomu ufności $p=0,95$, wokół ich wartości średnich jest taka sama dla obu algorytmów i wynika z wpływu błędu kwantowania $U_{Re} \approx 5,4E-7$ V, $U_{Im} \approx 5,4E-7$ V.



Rys.5. Histogramy rozkładu prawdopodobieństwa błędu części rzeczywistej napięcia sinusoidalnego dla $f=999,41$ Hz, $\varphi=45^\circ$, $B=18$ otrzymane z zastosowaniem: a) algorytmu DFT, b) MNK

Fig. 5. Histogram of probability distribution of real sinusoidal voltage component error, for $f=999,41$ Hz, $\varphi=45^\circ$, $B=18$ obtained by: a) DFT algorithm, b) LSM



Rys. 6. Charakterystyki średniej niepewności pomiaru składowych ortogonalnych napięcia w funkcji fazy φ dla $f=999,41$ Hz, $B=18$

Fig. 6. Characteristics of uncertainty of orthogonal voltage components measurement as a function of phase φ for $f=999,41$ Hz, $B=18$

3.7. Sumaryczny wpływ źródeł błędu

Przedstawione w punktach 3.2-3.6 wyniki badań symulacyjnych metodą Monte Carlo dotyczyły analizy wpływu pojedynczych źródeł błędu na niepewność pomiaru składowych ortogonalnych napięcia z zastosowaniem algorytmu DFT i MNK.

Takie badania umożliwiają określenie jakie są właściwości algorytmów, oraz jakie źródła mają istotny wpływ na dokładność pomiaru. Na podstawie przedstawionych wyników badań opartych na danych katalogowych przyrządów można stwierdzić między innymi, że dominujący wpływ na wyniki estymacji z zastosowaniem algorytmu DFT i MNK ma dokładność częstotliwości generatora, oraz tylko w przypadku DFT zmiana szerokości okna pomiarowego. Zaletą symulacyjnej metody Monte Carlo jest dodatkowo możliwość zbadania właściwości algorytmów przy większej liczbie źródeł błędów. Możliwe jest między innymi wyznaczenie niepewności całkowitej pomiaru napięcia dla wszystkich źródeł błędów. Takie wyniki przedstawiono w tab. 1 dla wszystkich analizowanych źródeł błędów określonych na podstawie danych katalogowych przyrządów.

Tab. 1. Wyniki niepewności pomiaru składowych ortogonalnych napięcia dla

$$\Delta_{q_i, \max} \approx 1,907E-6 \text{ V}, \Delta_{f_i, \max} = 0,02 \text{ Hz}, \Delta_{j_i, \max} = 1E-10 \cdot \sqrt{3} \text{ s}, \text{ oraz } \varphi = 45^\circ$$

Tab. 1. Results of uncertainty of orthogonal voltage components measurement for

$$\Delta_{q_i, \max} \approx 1,907E-6 \text{ V}, \Delta_{f_i, \max} = 0,02 \text{ Hz}, \Delta_{j_i, \max} = 1E-10 \cdot \sqrt{3} \text{ s and } \varphi = 45^\circ$$

f	algorytm	$U_{sr, Re}$	U_{Re}	$U_{sr, Im}$	U_{Im}
[Hz]		[V]	[V]	[V]	[V]
1000	DFT, MNK	-9,767E-07	3,386E-04	9,183E-07	3,440E-04
999,41	DFT	-1,062E-02	3,449E-04	1,058E-02	3,374E-04
999,41	MNK	-9,759E-07	3,384E-04	9,185E-07	3,441E-04

Analizując otrzymane wyniki badań dla wszystkich źródeł błędów, stwierdzono między innymi, że:

- wyniki są jednakowe dla DFT i MNK dla założonego synchronicznego próbkowania ($f=1 \text{ kHz}, f_p=16 \text{ kHz}, N=128$),
- zmiana szerokości okna wynikająca z rozdzielczości okresu próbkowania ma wpływ na niepewności pomiaru napięcia tylko z zastosowaniem algorytmu DFT,
- potwierdziły się wcześniejsze wnioski określające dominację wpływu błędów częstotliwości generatora i zmiany szerokości okna pomiarowego na niepewności pomiaru napięcia,
- całkowite niepewności pomiaru napięcia zależne są od fazy początkowej sygnału.

4. Weryfikacja wyników symulacji

Weryfikację wyników symulacji otrzymanych metodą Monte Carlo przeprowadzono analitycznie na podstawie przewodnika. Weryfikację przeprowadzono tylko dla wpływu poszczególnych źródeł błędów na niepewności pomiaru napięcia z zastosowaniem algorytmu DFT. Jednak zgodność wyników tylko tych wybranych analiz może być podstawą stwierdzenia poprawności wykonanych badań symulacyjnych i utwierdzenia w słuszności stosowania tej metody do analizy właściwości algorytmów.

Badania analityczne zgodnie z przewodnikiem przeprowadzono dla wpływu zakłóceń, błędów kwantowania, jittera czasu próbkowania i błędów częstotliwości generatora. Zależności do wyznaczenia niepewności pomiaru napięcia z zastosowaniem DFT dla pierwszych trzech błędów, przedstawione zostały w [2]. Natomiast niepewności pomiaru napięcia dla błędów częstotliwości generatora, obliczono zgodnie z wyprowadzonymi zależnościami:

$$U_{Re, f} = k(p) \frac{2}{N} \sqrt{\left(\frac{\partial \text{Re}(m)}{\partial f}\right)^2} u_f^2 =$$

$$= 1,65 \frac{2}{N} \sqrt{\left(\sum_{i=0}^{N-1} A \cos(2\pi i f / f_p + \varphi) \cos(2\pi i / N) 2\pi i / f_p\right)^2} u_f^2, \quad (8)$$

$$U_{Im, f} = k(p) \frac{2}{N} \sqrt{\left(\frac{\partial \text{Im}(m)}{\partial f}\right)^2} u_f^2 =$$

$$= 1,65 \frac{2}{N} \sqrt{\left(\sum_{i=0}^{N-1} A \cos(2\pi i f / f_p + \varphi) \sin(2\pi i / N) 2\pi i / f_p\right)^2} u_f^2, \quad (9)$$

gdzie: $k(p)=1,65$ – współczynnik rozszerzenia dla rozkładu równomiernego i poziomu ufności $p=0,95$, $u_f = \Delta_{f_i, \max} / \sqrt{3} = 0,02 / \sqrt{3} \approx 0,0115 \text{ Hz}$ – niepewność standardowa częstotliwości generatora.

Otrzymane wyniki obliczeń zestawiono w tab. 2 z wynikami estymacji metodą Monte Carlo. Porównując otrzymane wyniki niepewności pomiaru napięcia wyznaczone obiema metodami można zauważyć, że różnice nie przekraczają 1,5 %. Można zatem powiedzieć, że wykonane badania symulacyjne metodą Monte Carlo zostały wykonane poprawnie, a otrzymane wyniki badań symulacyjnych dla algorytmu DFT i MNK są wiarygodne.

Tab. 2. Wyniki niepewności napięcia wyznaczone symulacyjną metodą Monte Carlo i na podstawie przewodnika dla $\varphi=45^\circ$

Tab. 2. Results of uncertainty of voltage measurement determined with Monte Carlo method and based on guide for $\varphi=45^\circ$

Błędy wejściowe				met. Monte Carlo		Przewodnik	
σ_z	$\Delta_{q_i, \max}$	$\Delta_{f_i, \max}$	$\Delta_{j_i, \max}$	U_{Re}	U_{Im}	U_{Re}	U_{Im}
[V]	[V]	[Hz]	[s]	[V]	[V]	[V]	[V]
0,01	0	0	0	2,451E-03	2,451E-03	2,450E-03	2,450E-03
0	~3,185E-6	0	0	5,379E-07	5,369E-07	5,396E-07	5,396E-07
0	0	0,02	0	3,387E-04	3,440E-04	3,397E-04	3,450E-04
0	0	0	~1,73E-10	1,072E-07	1,086E-07	1,089E-07	1,089E-07

5. Wnioski

Przedstawione wyniki badań symulacyjnych i obliczeń według przewodnika wskazują, że metoda Monte Carlo może być skutecznym narzędziem do oceny niepewności pomiaru składowych sygnału oraz może być pomocna w analizie właściwości algorytmów, a co za tym idzie w określaniu ich przydatności w określonych układach pomiarowych. Otrzymane wyniki badań symulacyjnych są zgodne z wybranymi wynikami obliczeń dla przewodnika. Poza tym przedstawione w pracy wnioski dotyczące porównania właściwości algorytmów DFT i MNK są zgodne z wnioskami wcześniejszej pracy autora [8], w której stosowano inną metodę badań symulacyjnych. Zatem za pomocą metody Monte Carlo można analizować właściwości algorytmów pod wpływem pojedynczych jak i wszystkich źródeł błędów. Poza tym zaletą jest możliwość wyznaczenia niepewności dla niesymetrycznych rozkładów prawdopodobieństwa błędów. W odróżnieniu od obliczeń na podstawie przewodnika można więc wyznaczyć przedział ufności pomiaru napięcia $\langle U_{sr, Re} - U_{Re}; U_{sr, Re} + U_{Re} \rangle$, $\langle U_{sr, Im} - U_{Im}; U_{sr, Im} + U_{Im} \rangle$ dla określonego poziomu ufności p [6].

6. Literatura

- [1] Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik. GUM, 1999.
- [2] Betta G.: Propagation of uncertainty in a discrete Fourier transform algorithm. Measurement 2000.
- [3] Novotný M., Slepíčka D.: Uncertainty analysis of the phase and RMS value by non-coherent sampling in frequency domain. IMTC 2005 – Inst. and Meas. Tech. Conf., Ottawa, Canada 17-19 May.
- [4] Jakubiec J.: Redukcyjna arytmetyka interwałowa w zastosowaniach do wyznaczania niepewności algorytmów przetwarzania danych pomiarowych. Monografia. Wydawnictwo Pol. Śl., Gliwice 2002.
- [5] Topór-Kamiński T.: Analiza metrologicznych właściwości algorytmów przetwarzania ciągów danych pomiarowych. Rozprawa doktorska. Politechnika Śl., Gliwice 2005.
- [6] Kubisa S.: Analiza dokładności pomiaru dawniej i dziś. Międzynarodowa Konferencja Metrologów, Warszawa 2006.
- [7] Locci N., Muscas C., Ghani E.: Evaluation of uncertainty in measurements based on digitized data. Measurement 2002.
- [8] Krajewski M.: Porównanie właściwości DFT i MNK w pomiarze zespolonego stosunku napięć. Kongres Metrologii, Wrocław 2004.