Zeszyty Naukowe

Instytutu Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią Polskiej Akademii Nauk

nr 91, rok 2015

Mariusz KRZAK*

Strategia oraz sprawiedliwy podział w geologiczno-górniczym postępowaniu koncesyjnym – szkic problematyki

Streszczenie: Ustawa Prawo geologiczne i górnicze z dnia 9 czerwca 2011 r. z późniejszymi zmianami umożliwia, z pewnymi wyłączeniami, ustanowienie użytkowania górniczego w drodze przetargu, w szczególności gdy o jego ustanowienie ubiega się więcej niż jeden podmiot. Także w odniesieniu do złóż węglowodorów wspomniana ustawa stanowi, że udzielenie koncesji na poszukiwanie i rozpoznawanie złoża następuje w wyniku przeprowadzenia postępowania przetargowego.

W najbardziej ogólnym stwierdzeniu przetarg jest sposobem wyboru oferty w celu zawarcia konkretnej umowy i sam w sobie jest swoistego rodzaju rozgrywką. Rozgrywką, gdzie z jednej strony negocjowana jest stawka z ogłaszającym przetarg, z drugiej zaś rywalizacja z pozostałymi oferentami weń uczestniczącymi. Pomijając formalne wymogi przetargowe, jego rezultat winien być w jakiś sposób sprawiedliwy, co nie zawsze jest łatwe do osiągnięcia. W referacie, na bazie koncepcji teoriogrowych, zobrazowano strategiczne zachowania biorących udział w przetargu oraz pokazano fundamentalne algorytmy podziału na hipotetycznych, jakkolwiek realistycznych przykładach opartych na geologiczno-górniczej procedurze koncesyjnej.

Słowa kluczowe: przetarg, aukcja, strategia, koncesja, sprawiedliwy podział

Strategy and equitable (fair) division in geological and mining concession proceedings – issue outline

Abstract: Geological and Mining Law in Poland permits, subject to certain exceptions, the establishment of the mining usufruct by tender way, in particular where it is applied for more than one entity. The same procedure is also possible with regards to licenses granted to hydrocarbon deposits.

In the most general statement, the tender (bargaining) is a method of offering that is selected in order to reach a specific agreement conclusion. From this point of view, it is a kind of gameplay where the rate is negotiated with the announcement of the auction on the one hand, and on the other hand competition with the other bidders participating. Apart from the formal requirements of the tender, its result should be fair in every way, which is not always easy to achieve. In the paper, based on game theory concepts, the strategic behavior of tender

* Dr hab. inż., AGH Akademia Górnicz-Hutnicza, Kraków; e-mail: krzak@agh.edu.pl

participants has been illustrated. Some fundamental algorithms of division were presented in the hypothetical but realistic examples related to geological and mining concession procedures.

Keywords: tender, auction, strategy, licence, fair division

Wstęp – przetargi i aukcje

Przetarg i aukcję, obok oferty i negocjacji, należy uznać za odrębny sposób zawierania umowy, zaś sam sposób zawarcia umowy na drodze przetargu lub aukcji regulują w prawodawstwie polskim stosowne zapisy kodeksu cywilnego. Istotą przetargu jest fakt, że ma tu miejsce konkurencja dostawców przedstawiających swoje oferty, a nabywca wybiera tę najbardziej korzystną według odgórnie przyjętych reguł. Najszerzej znane i praktykowane formy przetargu to aukcje, odbywające się zwyczajowo na żywo, gdzie przedmiotem sprzedaży jest pojedyncze dobro. W przeciwieństwie do przetargu aukcja charakteryzuje się ustnością i bezpośredniością składania ofert. W specjalistycznej literaturze przedmiotu pojęcie aukcji oraz przetargu nie zawsze jest używane w ścisłym ujęciu, często stosowane jako wyrażenia synonimiczne. Nie wnikając w niuanse definicyjne przetarg polega na dokonaniu wyboru najkorzystniejszej oferty z punktu widzenia podmiotu go ogłaszającego, niekoniecznie ze względu na poziom oferowanej ceny (Białynicka-Birula 2005). Przetarg w tym rozumieniu jest od strony technicznej swoistym targiem, gdzie jedna ze stron ma do zaoferowania jakieś dobro, a druga chce go nabyć. By umowa mogła być zawarta, strony muszą zaakceptować zaproponowane ceny. W języku matematyki, jeśli sprzedający posiada towar, który ma dla niego wartość w_s, to oczekuje za niego ceny wynoszącej w_s, co w teorii preferencji oznacza, że zbędzie towar za cenę w_s lub nie zbędzie go w ogóle. Kupujący, dla którego towar ma wartość w_k jest gotów zapłacić w_k i albo go nabędzie za w_k, albo nie nabędzie go wcale. Analizując relacje wartości dobra dla obu stron wiadomo, że możliwe są trzy następujące układy:

— jeśli $w_s > w_k$, to transakcja nie zostanie zawarta,

— jeśli $w_s = w_k$, to prawdopodobnie dojdzie do transakcji przy cenie w_k,

— jeśli $w_s < w_k$, to istnieje zbiór obopólnie korzystnych transakcji przy dowolnej cenie c czyniącej zadość równaniu $w_s < c < w_k$.

Układ ostatni z wylistowanych skłaniać będzie obie strony do zawarcia transakcji i zapewne strony będą do niej dążyć. Istotną kwestia nurtującą oba podmioty będzie pytanie o podział nadwyżki „$w_k - w_s$”, którą trzeba podzielić, co wiąże się z uzgodnieniem ceny (przetargiem) i koniecznością podejścia strategicznego, którym zajmuje się m.in. teoria gier. Warto tu nadmienić, że przedmiotem przetargu niekoniecznie muszą być pieniądze czy też konkretne dobra materialne. Wszędzie tam, gdzie poszukiwane jest porozumienie dotyczące wyboru jednego spośród wielu możliwych rozwiązań korzystniejszych dla zainteresowanych niż brak porozumienia, można mówić o przetargu (Malawski i in. 2004).

Aukcja w ujęciu najbardziej ogólnym jest zorganizowaną formą sprzedaży, gdzie wielu potencjalnych nabywców zamierza zakupić określone, zwykle pojedyncze dobro. Najczęściej stosowaną techniką podczas aukcji jest licytacja, polegająca na zgłaszaniu coraz wyższych ofert cenowych. Taki sposób prowadzenia aukcji nosi miano aukcji angielskiej (wzrastającej), gdzie jeden sprzedający oferuje towar, a potencjalni kupcy oferują, często wielokrotnie, swoje propozycje cenowe, aż do momentu, gdy nikt nie zgłosi ceny wyższej. Aukcję wygrywa ten, kto zaproponował kwotę najwyższą i takową musi zapłacić. Nie jest to oczywiście jedyny z możliwych sposobów licytacji. Modyfikacją aukcji angielskiej jest aukcja japońska, w której wiadomo ilu oferentów nadal uczestniczy w licytacji, a nabywcy nie znają maksymalnych ofert swoich konkurentów. W klasycznej wersji aukcji japońskiej przedmiot oferowany jest początkowo w niskiej cenie i w miarę upływu czasu cena rośnie, a aukcję wygrywa oferent, który najdłużej trzymał uniesioną rękę. Podczas aukcji holenderskiej (zegarowej) licytacja rozpoczynana jest od wysokiej ceny, która zostaje stopniowo obniżana. Pierwszy z oferentów, który zdecyduje się na zakup przy danej cenie, zostaje właścicielem licytowanego przedmiotu. Specyficznym rodzajem licytacji jest aukcja Vickreya (aukcja drugiej ceny). W modelu tym obowiązują następujące zasady:

- kupujący mogą złożyć tylko jedną ofertę i czynią to jednocześnie (nie są zatem im znane oferty innych uczestników),
- aukcję wygrywa oferent proponujący najwyższą cenę,
- zwycięzca płaci drugą z najwyższych przedłożonych pod względem wielkości kwot.

Istotne jest także to, że w tego typu aukcji żaden z jej uczestników nie ma możliwości obserwowania i reagowania na zachowania pozostałych graczy. Pomijając dalsze, mniej popularne modele aukcji, warto przyjrzeć się im z matematycznego punktu widzenia. Jakikolwiek typ aukcji będzie mieć miejsce, to w każdym układzie jest to pewnego rodzaju rozgrywka, często z niekompletną informacją, zatem wymaga podejścia strategicznego. Aukcje obejmuje „targowanie" się o pewne dobro, które dla każdego z ubiegających się ma konkretną, ale zwykle różną pomiędzy starającymi się wartość. Biorący udział w aukcji (dla uproszczenia gracze) oferują ile skłonni byliby zapłacić za przedmiot aukcji. Zbiory strategii graczy są tu zwykle liczne, jednakże można łatwo przypisać strategii wynik gry, czyli to, kto i za ile dany przedmiot nabędzie, bowiem wartością przedmiotu, o który gracz się ubiega, jest najwyższa cena jaką jest skłonny zapłacić. Jeżeli wartościami przedmiotu dla graczy 1, 2, 3, …, n są wielkości v_1, v_2, v_3,…, v_n to liczba v_i jest walidacją gracza i. Dixit i Nalebuff (2009) odwołują się do wartości osobistej i wspólnej. Ta pierwsza nie zależy od opinii innych uczestników licytacji i wynika jedynie z osobistego, woluntarystycznego przekonania gracza, natomiast wartość wspólna to rodzaj wartości identycznej dla wszystkich uczestników licytacji, choć każdy z nich może mieć inny pogląd, czym owa wartość faktycznie jest. Dla przykładu zasoby kopaliny w złożu, zwykle oceniane z pewnym błędem, pozostaną takie same niezależnie od tego, kto uzyska prawo do ich eksploatacji (w przypadku aukcji na dzierżawę tych praw). Wypłaty w aukcji są różnicą pomiędzy walidacją gracza (v_i) a wymaganą do zapłaty ceną (p). Od strony formalnej wypłaty graczy ujmuje formuła:

$$\pi_i = \begin{cases} v_i - p, \text{gdy } i\text{-ty nabywca kupuje przedmiot} \\ 0, \text{dla pozostałych graczy} \end{cases} \tag{1}$$

Praktyczną stronę dotychczasowego wywodu zobrazowano na poniższych przykładach.

1. Sposób postępowania strategicznego w przetargu koncesyjnym na wydobywanie węglowodorów w aukcji pierwszej ceny

Aukcja pierwszej ceny to jedna z najstarszych form wymiany, w którym sprzedawca dąży do osiągnięcia najwyższej ceny. Oferenci składają indywidualne oferty cenowe w formie pisemnej, np. w zapieczętowanych kopertach, a sprzedawca wybiera tę z najwyższą ceną, którą później nabywca winien zapłacić. Ten model sprzedaży stosowany jest w przypadku dóbr unikatowych, z powodzeniem może być wykorzystywany np. w przetargowym postępowaniu koncesyjnym na poszukiwanie, rozpoznanie czy wydobycie zasobów kopalin mineralnych. Składający propozycję cenową stoi przed trudnym dylematem wyboru pomiędzy opłacalnością a szansą wygrania przetargu. Zbyt niska cena przekreśla szansę na wygraną, zbyt wysoka natomiast uszczupli potencjalne zyski. Ważne jest złożenie oferty w takiej wysokości, która będzie maksymalizować własny zysk. Jest ponadto oczywiste, że konkretny oferent nie zaproponuje kwoty wyższej od własnej waluacji, gdyż w przypadku nabycia przedmiotu przepłaciłby. Stąd, niezależnie od tego, jakie są domniemane waluacje pozostałych uczestników przetargu, nie jest rozsądne oferowanie ceny wyższej niż własna waluacja. Ponadto gracze o wysokich waluacjach mogą próbować uzyskać cenę poniżej własnej waluacji. Jeżeli rozkład waluacji graczy mieści się np. w jednostajnym przedziale 1–5 mln zł za ustanowienie użytkowania górniczego, to gracz o wysokiej własnej waluacji, powiedzmy 4,8 mln zł, rozumując strategicznie domniemywa, że dowolny rywal ma waluację co najwyżej t ($1 \leq t \leq 5$) z prawdopodobieństwem $(t - 1)/5$. Gracz z waluacją 4,8 mln zł ma istotne podstawy przypuszczać, że jest najmocniejszy i zaproponowanie np. 4,5 mln zł może wystarczyć do wygrania przetargu.

Kluczowa do osiągnięcia sukcesu (wygrania przetargu) w przypadku rozgrywania aukcji jednej ceny jest strategiczna ocena rozkładu konkurencyjnych ofert. Jeśli pojedynczy gracz potrafi dobrze rozczytać oferty pozostałych uczestników, to tak formułuje strategię (własną ofertę), by wygrać możliwie najniższą różnicą wartości. McAfee oraz McMillan (1987) wyprowadzili stosowny wzór na optymalną ofertę gracza i, przy założeniu, że jego własna wycena wynosi v_i i rozkład wycen jest jednostajny, a liczba oferentów jest stała:

$$B(v_i) = v_i - \frac{v_i - p_o}{n} \tag{2}$$

gdzie:

v_i – waluacja gracza i,
p_0 – cena wywoławcza,
n – liczba uczestników aukcji.

Powracając do sformułowanego w tytule rozdziału zadania rozważono jakie propozycje cenowe winni zaoferować trzej gracze ubiegający się o przyznanie koncesji na wydobywanie węglowodorów z nowo udokumentowanego złoża w ogłoszonym przez Ministerstwo Środowiska przetargu koncesyjnym. Cena minimalna zdefiniowana przez Ministerstwo wynosi 1 mln zł. Warunki przetargu opierają się na: (1) technicznych i finansowych możliwościach oferenta, (2) proponowanej technologii prowadzenia prac, (3) proponowanej wysokości wynagrodzenia z tytułu ustanowienia użytkowania górniczego. Zgłaszający się do przetargu oferenci dysponują zbliżonymi technicznymi i finansowymi możliwościami, a proponowane przez nich technologie eksploatacji są analogiczne. W tej sytuacji o przyznaniu przetargu będzie decydować postulowana kwota wysokości wynagrodzenia za użytkowanie górnicze. Walidacjami graczy będą następujące wyceny potencjalnych koncesjonobiorców: 2 mln zł, 3 mln zł, 4 mln zł. Gracze przyjmują ponadto jednostajny rozkład waluacji oponentów w przedziale [a, b] = [1, 5]. Wykorzystując wzór (2) można oszacować optymalne oferty, które powinni zgłosić ubiegający się o koncesję:

— gracz 1: $B(v_1)$ = 1⅔ mln zł,
— gracz 2: $B(v_2)$ = 2⅓ mln zł,
— gracz 1: $B(v_1)$ = 3 mln zł.

Wszystkie proponowane oferty są niższe od wycen, gdyż żadnemu z ubiegających się o koncesję nie kalkuluje się licytować powyżej własnej wyceny. W rozumieniu teorii gier sytuacja ta odpowiada równowadze w sensie Nasha (Nash 1951). Interesujące jest, że w przypadku większej liczby zainteresowanych rozważana trójka graczy powinna optymalne propozycje zbliżać ku wartościom własnych walidacji (tab. 1).

TABELA 1. Optymalne oferty graczy w przetargu koncesyjnym przy stałej ich liczbie

TABLE 1. Optimal players bids in the licence tender at a fixed number of participants

Walidacja gracza *i*	n = 3	n = 5	n = 10	n = 50	n = 100
v_1 = 2 mln zł	1,67 mln zł	1,80 mln zł	1,90 mln zł	1,98 mln zł	1,99 mln zł
v_2 = 3 mln zł	2,33 mln zł	2,60 mln zł	2,80 mln zł	2,96 mln zł	2,98 mln zł
v_3 = 4 mln zł	3,00 mln zł	3,40 mln zł	3,70 mln zł	3,94 mln zł	3,97 mln zł

Z drugiej strony oczekiwane dochody ministerstwa definiuje formuła (Drabik 2005):

$$E(R) = b - \frac{2(b-a)}{n+1} - \frac{(p_0 - a)^n}{(b-a)^n}\left[b - \frac{2(\mathrm{a} + \mathrm{p}_0^n)}{n+1} \right] \tag{3}$$

gdzie:

a – dolna granica jednostajnego przedziału ofert,
b – górna granica jednostajnego przedziału ofert,
n – liczba uczestników aukcji,
p_0 – cena wywoławcza.

Oczekiwane wielkości dochodów ministerstwa dla tych samych liczebności uczestników przetargu zestawiono w tabeli 2.

Analizując dane z tabeli 2 sensowne wydaje się, by w przetargu mogła uczestniczyć możliwie duża liczba oferentów.

TABELA 2. Oczekiwane dochody w zależności od liczby uczestników przetargu

TABLE 2. Expected incomes depending on the number of bidders

Liczba uczestników przetargu	Dochód
n = 3	3,00 mln zł
n = 5	3,67 mln zł
n = 10	4,27 mln zł
n = 50	4,84 mln zł
n = 100	4,92 mln zł

2. Sposób postępowania strategicznego w przetargu koncesyjnym na wydobywanie węglowodorów w aukcji drugiej ceny

W dowolnym przetargu pierwszej ceny oferent dysponuje własną oceną wartości licytowanego przedmiotu (walidacją) i skłonny jest zapłacić nie więcej niż ona wynosi. Z punktu widzenia sprzedającego dąży on do maksymalizacji własnej wypłaty (chce uzyskać jak największą cenę), jakkolwiek wiadome jest, że nie otrzyma więcej niż najwyższa z ofert pośród kupujących. Jak już wskazano powyżej, oferent, maksymalizując swój zysk, będzie zmierzał do wylicytowania towaru po jak najniższej cenie. Czy jest zatem możliwe wymuszenie na oferentach ujawnienia rzeczywistej walidacji licytowanego przedmiotu? Odpowiedzią na ten postulat jest wspomniana wcześniej aukcja Vickreya.

W tym modelu każdy z oferentów dysponuje dominującą strategią, która mówi, że proponowana kwota wynagrodzenia za użytkowanie musi być równa wartości jej prawdziwego oszacowania, co czyni zadość postulatowi sprzedającego (ministerstwa), dążącego do ujawnienia realnej walidacji przedmiotu przez kupca. W dalszej części wywodu przedstawiono uzasadnienie wyboru strategii dominującej dla dwóch graczy, jakkolwiek należy zauważyć, ze jest ono identyczne, niezależnie od liczby chętnych do nabycia koncesji. Przyjmując, że pewien podmiot (gracz P_1) ustalił walidację koncesji w wymiarze 3 mln zł, gdyż tyle była dla niego warta, a drugi z kolei (gracz P_2) 2 mln zł. W tej sytuacji zwycięzca (P_1) zapłaci 2 mln zł. Pytanie jest takie: czy opłacałoby się graczowi P_1 zaproponować kwotę niższą niż 3 mln zł? W przypadku, gdyby gracz P_2 zalicytował ponad 3 mln zł, to nie ma to żadnego znaczenia, czy gracz P_1 poprzestanie na własnej walidacji, czy zalicytuje niżej, np. 2,5 mln zł. Jeśli oferent P_2 nie zalicytuje także kwoty powyżej 2,5 mln (nie powinien, gdyż jego walidacja wynosi 2 mln zł), to i tak P_1 wygra przetarg i otrzyma koncesję na eksploatacje, płacąc 2 mln zł lub tyle, ile zaproponował P_2. Co by się jednak stało, gdyby gracz P_2 miał inną walidację i zadeklarował kwotę z przedziału 2,5 – 3 mln zł? Wygrałby wtedy licytację płacąc 2,5 mln zł zaproponowane przez P_1. Zatem propozycja gracza P_1 kwoty poniżej własnej walidacji jest posunięciem niestrategicznym. Oferta gracza P_1 (każdego innego również) nie wpływa bezpośrednio na cenę, zatem jeśli szacowana wartość koncesji wynosi 3 mln zł, to gracz P_1 nie ma żadnej motywacji do jej zaniżania, wszak sednem przetargu jest zwycięstwo w licytacji i nabycie praw do eksploatacji złoża.

Sprzedający koncesję (ministerstwo) przyjmując z pozoru niekorzystne dla siebie założenia o zapłacie drugiej ceny wymusza na oferentach ujawnienie optymalnych, dominujących tu strategii i licytowanie zgodnie z własnymi walidacjami, czyli prawdziwymi wartościami koncesji dla poszczególnych uczestników przetargu.

Aukcje Vickreya, rozwiązujące kwestię ujawniania walidacji oferentów, mogą być jednak kłopotliwe w przypadku niedostatecznego zainteresowania licytowanym dobrem i nieustalenia ceny minimalnej. Spektakularnym przykładem była licytacja częstotliwości radiowych, telewizyjnych i komórkowych przeprowadzona w 1990 roku przez rząd Nowej Zelandii, gdzie zwycięzca licytacji, oferujący w jednej z aukcji 100 000 dolarów nowozelandzkich, zapłacił jedynie 6 dolarów (McMillan 1994).

3. Podział koncesji na poszukiwania złóż węglowodorów z zastosowaniem algorytmu Banacha-Knastera

Dylemat sprawiedliwego podziału dobra był wielokrotnie przedmiotem rozważań naukowych. Pomimo upływu czasu dylemat ten pozostaje nadal zadaniem na tyle skomplikowanym, że dotychczas jednoznacznie go nie zdefiniowano. Szczegółowe ujęcie kwestii i sposoby sprawiedliwych podziałów ujmują syntetycznie Brams i Taylor (1996). Sprawiedliwy podział dla jednego lub grupy graczy nie oznacza wcale, że pozostali uczestnicy gry uznają go za godziwy, co wynika z subiektywizmu uczestniczących w rozgrywce osób.

Najprostszy problem, znany chyba wszystkim rodzicom posiadającym co najmniej dwoje dzieci, polega na podziale ciasta (lub każdego innego frykasa) tak, aby każde dziecko czuło, że jest traktowane uczciwie i bezstronnie. Podział pomiędzy dwoje dzieci jest oczywisty i powszechnie znany: jeden dzieli drugi wybiera. W interesie dzielącego jest przekrojenie na równe części, bo jeśli nie, to jemu trafi się mniejsza. Strategia takiego podziału gwarantuje obu satysfakcję, bez względu na to, jaki ruch wykona każde z nich. Strategia dziecka 1 gwarantuje mu kawałek stanowiący dokładnie $^1/_2$ całości, wg jego miary, podczas gdy gracz drugi również otrzyma część, która jest przynajmniej $^1/_2$ całości wg jego subiektywnej oceny. Sytuacja komplikuje się, gdy sprawiedliwy podział ma być zrealizowany dla większej liczby dzieci. Warto tu nadmienić, że sformułowanie i rozwiązanie problemu podziału dla trzech osób zostało pokazane przez polskiego matematyka Hugo Steinhausa. Procedura Steinhausa nie może być uogólniona dla większej liczby chętnych do podziału jakiegoś dobra, niemniej w sukurs przychodzi tu algorytm Banacha-Knastera, studentów Steinhausa, zwany algorytmem ostatniego pomniejszającego. Ten właśnie algorytm zostanie zaprezentowany poniżej dla przykładu podziału koncesji poszukiwawczych pomiędzy wielu chętnych.

Ministerstwo Środowiska przygotowało 50 koncesji na poszukiwanie złóż węglowodorów, a do przetargu zgłosiło się 8 inwestorów. W jaki sposób winien zostać dokonany podział? Aby był on akceptowalny, musi być w jakiś sposób sprawiedliwy – pojedyncze koncesje muszą mieć nieodróżnialne subiektywne wartości, a ich powierzchnie muszą być jednakowe. W takim przypadku żaden z inwestorów nie rościć będzie pretensji do koncesji wybranej przez innego inwestora. W pierwszym kroku zmierzającym do podziału koncesji zainteresowani ustawiani są w losowej kolejności: inwestor 1 (E_1), inwestor 2 (E_2),… itd. W dalszych etapach przeprowadzić należy następujące iteracje:

— inwestor E_1 proponuje dla siebie pewną liczbę koncesji l_1, co powoduje, ze uszczupla on pulę koncesji o $^4/_{50}$ całości, a liczba l_1 w jego mniemaniu stanowi $^1/_8$ wszystkich koncesji,

— inwestor E_2 ma do wyboru dwie drogi, jeśli uznaje że propozycja E_1 jest mniejsza od $^1/_8$, to ją akceptuje, w przeciwnym razie pomniejsza l_1, tak by wynosiła jego zdaniem $^1/_8$ całości, w obecnej sytuacji liczba koncesji proponowana przez E_2 wynosi l_2, zaś liczba ujętych koncesji jest odkładana tymczasowo na bok,

— postępując w analogiczny sposób dla $3 \leq E_i \leq 8$ inwestor i-ty rozważa przyznaną liczbę koncesji l_{i-1} i postępuje tak jak pokazano to dla inwestora E_2.

W rezultacie otrzymywana jest liczba koncesji l_i, o której to gracz i-ty twierdzi, że jest mniejsza lub równa $^1/_8$. Inwestor ostatni, który zdecydował się ująć koncesji, lub inwestor 1, jeśli nikt nie dokonał przycięcia liczby koncesji otrzymuje tę liczbę koncesji, która pozostawała po jego decyzji. W przypadku E_1 będzie to l_1, zaś w pozostałych l_i. Odrzucone koncesje są ponownie włączane do puli i pozostałych 7 inwestorów ponownie realizuje opisaną procedurę. Gracz, który w drugim etapie pozyskuje liczbę koncesji l_i, otrzymuje nie więcej niż $^1/_7$ całości. Etapy powtarzane są do momentu, gdy pozostaje dwóch inwestorów, dla których przyjmuje się zasadę, że jeden dzieli, a drugi wybiera. Inwestorzy postępując według własnych, subiektywnych, aczkolwiek strategicznych ocen, uzyskują w tym podziale przynajmniej $^1/_8$ z całości, a więc co najmniej 6 koncesji poszukiwawczych.

Propozycja podziału koncesji według algorytmu Banach-Knastera nie będzie satysfakcjonująca w przypadku odmiennych odmiennych charakterystyk obszarów koncesyjnych, gdyż nie ulega wątpliwości, że ich homogeniczność jest trudna do osiągnięcia. Poszukiwania sposobów podziału dóbr przy różnej charakterystyce napotykają na poważne utrudnienia. Propozycje procedury nadmiaru (*surplus procedure*) i sprawiedliwości (*equitability procedure*) Bramsa i in. (2006), z uwagi na krytykę modelu nie zostały w praktyce zastosowane.

Podsumowanie

W artykule zarysowano problematykę i wskazano kilka prostych przykładów postępowania strategicznego w sytuacji konfliktowej, gdzie o określony towar ubiega się wielu chętnych. Przedmiotem rozważań były aukcje i przetargi, których znaczenie ekonomiczne, przy mnogości ich typów, powoduje, że są one częstymi obiektami zainteresowań teorii gier. Uczestnicy tych procedur, zmierzający do wygrania aukcji/przetargu, powinni postępować strategicznie, jakkolwiek ich postępowanie uzależnione będzie od reguł proceduralnych. Ogłaszający przetarg/aukcje może te reguły bowiem dość dowolnie formalizować, np. poprzez wprowadzenie opłat za udział, utajnienie lub ujawnienie liczby uczestników, cenę minimalną itd. Jest to szczególnie istotne, gdy sprzedającym jest państwo, a przedmiotem targu są koncesje na poszukiwania i eksploatację złóż, ustanowienie użytkowania górniczego, które wiążą się zwykle z przepływem pokaźnych sum pieniężnych.

Artykuł przygotowany w ramach badań statutowych AGH nr 11.11.140.626.

Literatura

Białynicka-Birula, J. 2005. Aukcja jako instytucja rynku formalnego. *Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej* w Krakowie, nr 659, s. 137–148.

Brams, S.J. i Taylor, A. 1996. *Fair Division: From Cake-Cutting to Dispute Resolution*. Cambridge University Press.

Brams i in. 2006 – Brams, S.J., Jones, M.A. i Klamler, Ch. 2006. Better Ways to Cut a Cake. Notices of the American Mathematical Society, vol. 35, no. 11, s. 1314–1321.

Dixit, A.K. i Nalebuff, B.J. 2009. Sztuka strategii. Teoria gier w biznesie i życiu prywatnym. *MT Biznes Ltd*., Warszawa.

Drabik, E. 2005. *Zastosowanie teorii gier w ekonomii i zarządzaniu*. Wydawnictwo SGGW. Warszawa.

Malawski i in. 2004 – Malawski, M., Wieczorek, A. i Sosnowska, H. 2004. *Konkurencja i kooperacja. Teoria gier w ekonomii i naukach społecznych*. Wydawnictwa Naukowe PWN, 206 s.

McAfee, R.C. i McMillan, J. 1987. Auctions and Bidding. *Journal of Economic Literature* vol. 25, s. 699–738.

McMillan, J. 1994. Selling Spectrum Rights. *Journal of Economic Perspectives* vol. 8, no. 3, s. 145–162.

Nash, J.F. 1951. Non-Cooperative Games. *The Annals of Mathematics, Second Series*, vol. 54, no. 2, s. 286–295.

Ustawa z dnia 9 czerwca 2011 r. Prawo geologiczne i górnicze (Dz.U. 2015 poz. 196).