

Język, którym mówi Bóg

Michał Heller

Uniwersytet Jagielloński
Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych



Steven Strogatz, *Potęga nieskończoności. Jak rachunek różniczkowy i całkowy odkrywa tajemnice wszechświata*, przekład: Tadeusz Chawziuk, CCPress, Kraków 2021, stron 427

Analiza matematyczna, czyli rachunek różniczkowy i całkowy (po angielsku po prostu *calculus*) jest naszym narzędziem na co dzień. Trudno byłoby znaleźć roboczy dzień w życiu fizyka teoretyka, w którym nie musiałby czegoś zróżniczkować albo scałkować. Wielu z nas przez lata wkładało innym do głowy zasady obliczania różniczek i całek. Czy można jeszcze z podręczników analizy wyczytać coś odświeżającego? Jeżeli mamy co do tego wątpliwości, to weźmy do ręki książkę Stevena Strogatza *Potęga nieskończoności*.

Pisarz Herman Wouk umówił się z Richardem Feynmanem na rozmowę o projekcie Manhattan. Po rozmowie Feynman zapytał Wouka, czy zna rachunek różniczkowy i całkowy, a gdy usłyszał, że nie, powiedział: *Powinien się Pan nauczyć. Jest to język, którym mówi Bóg*. Wouk postanowił pójść za radą Feynmana i podjął kilka prób nauczenia się podstaw analizy matematycznej, ale

nie okazały się one skuteczne i w końcu się poddał. Przyznał, że *spędził uniwersyteckie lata na studiowaniu humanistyki, tj. literatury i filozofii, ulegając młodzieńczej pasji poszukiwania sensu istnienia, ale nie wiedząc nic a nic o tym, że rachunek różniczkowy i całkowy – ta piła nikomu do niczego niepotrzebna – jest językiem, którym mówi Pan Bóg*. Profesor matematyki stosowanej w Cornell University, Steven Strogatz postanowił wyjść naprzeciw potrzebom takich desperatów jak pisarz Wouk i napisać dla nich książkę o rachunku różniczkowym i całkowym. Nie ma to być samouczek *for dummies*¹, lecz książka do czytania, w której pojawiałyby się *najwspanialsze równania i dowody, jakie kiedykolwiek wymyślono, coś bowiem jest warta wizyta w galerii, skoro nie widziało się jej najcenniejszych arcydzieł?* Od siebie spieszę dodać, że lektura tej książki dostarczy także wiele przyjemności tym, którzy dobrze znają rachunek różniczkowy i całkowy – będą z niej mogli wyczytać rzeczy zaskakująco nowe i spojrzeć na stare w odkrywczym nowym świetle.

Wszyscy pamiętamy, że metoda wyczerpywania była poprzedniczką całkowania. I że w przypadku obliczania pola powierzchni koła polega ona z grubsza na opisywaniu i wpisywaniu w koło wieloboków o coraz to większej liczbie boków. Ale jeżeli myślimy, że tylko na tym polegał kunszt Archimedes, to tym uważniej powinniśmy przeczytać rozdział 2, który Strogatz jemu poświęca, zwłaszcza fragment (s. 74-85), w którym omawia, jak Archimedes obliczył długość odcinka paraboli. Podziwiać również należy sposób, w jaki Strogatz przedstawił to czytelnikowi. Porównanie z huśtawką i „ważeniem pół” jest nie tylko bardzo pogładowe, ale również pokazuje, że metoda Archimedes, choć polegała na zliczaniu coraz cieńszych pasków, dała wynik całkiem ścisły.

Dobra popularyzacja ma za zadanie nie tylko wyjaśnić czytelnikowi jakieś pojęcie lub definicję, lecz również skojarzyć z nimi właściwe intuicje. Na przykład wy-

1. Znana w Stanach Zjednoczonych seria samouczków *for dummies*, dosłownie – dla głupków, lub mniej obraźliwie – dla opornych, czasem tłumaczy się wręcz schlebająco – dla bystrzaków.

dawałoby się, że nic prostszego, jak wyjaśnić, co to jest funkcja. Owszem, ale niełatwo zrobić to z finezją. Strogatz ujął to następująco: *Zwróćmy uwagę na to, że funkcja to coś innego niż wykres funkcji. Funkcja jest niematerialną regułą pochłaniającą x i wyrzucającą y w sposób jednoznaczny – dla każdego x jedno y . W tym znaczeniu funkcja jest bezcielesna. Gdy patrzymy na funkcję, niczego nie widzimy. Jest ona bytem duchowym, abstrakcyjną regułą. Może być, na przykład, regułą: Podaj liczbę, a zwrócę liczbę dziesięciokrotnie większą. Wykres tej funkcji jest czymś widzialnym i namacalnym: prostą o nachyleniu 10, przechodzącą przez początek układu współrzędnych, czyli prostą o równaniu $y = 10x$. Sama funkcja nie jest tożsama z prostą. Funkcja to reguła tworząca tę prostą. Dzięki tak elementarnym, a zarazem trafiającym w sedno objaśnieniom, dobrze znany dotychczas obraz nabiera przejrzystości.*

Oprócz klarowności szczegółów, książkę charakteryzuje jasna idea przewodnia – jest nią tytułowa *potęga nieskończoności*. Wiadomo, że trudny problem łatwiej rozwiązać, jeżeli się go rozłoży na mniejsze składowe. *Prawdziwie radykalna i charakterystyczna cecha rachunku różniczkowego i całkowego polega na tym, że zasadę „dziel i rządź” doprowadził do ostateczności – i zszedł w tym aż do nieskończoności. Tę część programu wykonuje rachunek różniczkowy. Pozostaje do wykonania druga część: trzeba uzyskane w ten sposób rozdrobnienie aż do nieskończoności złożyć z powrotem w jedną całość. Okazuje się to trudniejszym zadaniem; wykonuje je rachunek całkowity.*

Idei przewodniej swojej książki Strogatz nadaje postać *zasady nieskończoności: Aby wyjaśnić ciągi kształt, rzecz, ruch, proces lub zjawisko – bez względu na to, jak dziwaczne i złożone mogą się wydawać – należy je sobie przedstawić jako nieskończony ciąg prostszych części, zanalizować je, a potem zsumować z powrotem wyniki w celu zrozumienia wyjściowej całości.* Zwykle o nieskończoności myślimy jako o czymś niewyobrażalnie wielkim, ale – jak widzimy – nieskończoność kryje się również w niewyobrażalnie małym. Dostrzeżenie i wykorzystanie tego faktu stworzyło analizę matematyczną.

Jednakże lektura *Potęgi nieskończoności* bynajmniej nie zmusza nas do rezygnacji z kojarzenia nieskończoności z czymś niewyobrażalnie wielkim. Przeciwnie – analiza matematyczna walenie przyczyniła się do tego, by samą matematykę uznać za coś nieskończenie rozległego, nieograniczone pole struktur i wyników. Wróćmy jeszcze do Archimidesa. Wyraził on nadzieję, że *pośród obecnych i przyszłych matematyków znajdą się tacy, którzy dzięki przedstawionej tu metodzie odkryją nieznanne nam do tej pory twierdzenia.* Strogatz pisze, z niejaką emfazą, że zdanie to wzrusza go do łez: *Ten niedościgły geniusz, czujący*

skończoność swojego żywota w obliczu nieskończoności matematyki, przyznaje, że niezmiernie wiele pozostało do odkrycia, że „istnieją nieznanne nam do tej pory twierdzenia”. Wszyscy matematycy tak czują. Nasz przedmiot jest bezkresny.

Metoda, dzięki której powstała analiza matematyczna, okazała się niezwykle potężna (stąd oczywiście w tytule *potęga nieskończoności*). Przede wszystkim potęga ta przejawiała się *na wewnątrz*, w samym rachunku różniczkowym i całkowym. Jego wewnętrzna logika zawierała w sobie zarodzie przyszłego rozwoju. Rozwój ten nastąpił szybko i przeszedł wszelkie oczekiwania. Ewolucja nauki niekiedy bardzo przypomina ewolucję biologiczną. Około trzech i pół miliarda lat Ziemię zamieszkiwały wyłącznie organizmy jednokomórkowe (podobne do dzisiejszych bakterii). Około pół miliarda lat temu nastąpiło wydarzenie, które biologowie nazywają eksplozją kambryjską – narodziły się organizmy wielokomórkowe, co spowodowało ogromne przyspieszenie ewolucji i zapoczątkowało lawinowy proces powstawania nowych gatunków. Narodziny rachunku różniczkowego i całkowego Strogatz nazywa eksplozją kambryjską w matematyce. *Od tej eksplozji nowe matematyczne formy życia zaczęły się mnożyć i kwitnąć, aż zmieniły otaczający nas krajobraz.*

Tajemnica matematycznej eksplozji tkwi w tym, że rachunek różniczkowy i całkowity nie tylko „opisuje” świat, lecz także wnika w jego logikę. Tej niezwyklej właściwości nowożytna fizyka zawdzięcza swoją skuteczność. Dzięki niej mechanika klasyczna mogła przekształcić się w teorię względności i mechanikę kwantową. W obu tych teoriach *prawa przyrody nadal zapisane są w języku rachunku różniczkowego i całkowego, a ich zdania mają postać równań różniczkowych.* Zdaniem autora omawianej książki, największym osiągnięciem Newtona było to, że pokazał, iż przyroda jest logiczna. *Przyczyna i skutek w świecie przyrody zachowują się jak dowód w geometrii i jedna prawda wynika z innej na mocy logiki, z tym wyjątkiem, że w świecie jedno zdarzenie wynika z innego, a nie jedna idea z innej.*

Trudno wyobrazić sobie popularną książkę o rachunku różniczkowym i całkowym, w której wiele stron nie byłoby poświęconych polemice między Newtonem i Leibnizem. W omawianej książce są to dwa pełne rozdziały, ale Strogatza interesuje nie tyle rywalizacja między tymi uczonymi, ile raczej ich odmienne strategie dochodzenia do wyników. Czytelnik nie jest zasypywany dużą liczbą historycznych detali, a raczej prowadzony myślowymi ścieżkami, po których kiedyś kroczyli obaj rywale. Tym razem nie chodzi o logikę samej matematyki, lecz o swoistą logikę meandrów ludzkiej myśli. Myśl Newtona podążała drogą analizy ruchu; myśl Leibniza

błądziła wśród liczb naturalnych, liczenia, kombinacji, permutacji, ułamków i sum pewnego szczególnego rodzaju. Newton widział fluksje i fluenty, a więc wielkości związane z przepływami; Leibniz rozważał nieskończenie małe. Ale były to różne drogi do tego samego.

Steven Strogatz jest profesorem matematyki stosowanej i wiedzę w tej dziedzinie szeroko wykorzystuje w swojej książce. Logikę świata, którą eksploatuje matematyka, można zaprząć do praktycznych celów, na przykład do zaprojektowania kształtu skrzydła Boeinga 787 Dreamlinera. Skoro ta sama logika obowiązuje w matematyce i w rzeczywistym świecie, to po co wykonywać kosztowne eksperymenty z kształtem skrzydeł, jeżeli można zmusić matematykę, by eksperymenty wykonała za nas. Douglas Ball, główny inżynier Boeinga, zwrócił uwagę na to, że podczas projektowania Boeinga 767 w latach osiemdziesiątych firma zbudowała i przetestowała 77 prototypów skrzydeł. Dwadzieścia pięć lat później, dzięki użyciu superkomputerów do symulacji skrzydeł Boeinga 787, trzeba było zbudować i przetestować tylko siedem prototypów.

Bardziej nieoczekiwanym przykładem skuteczności analizy matematycznej (w tym przypadku teorii równań różniczkowych) są prace Davida Ho i Alana Perelona nad opanowaniem wirusa HIV. Opracowali oni model matematyczny mechanizmów namnażania się tego wirusa, z którego wynikało, że liczba cząstek wirusa, usuwanego codziennie przez układ odpornościowy pacjenta, sięga miliarda dziennie. Nikt tego przedtem nawet nie po-

dejrzewał, a konsekwencje okazały się rewolucyjne – podczas długiego okresu, który dotychczas uważano za fazę bezobjawową, w rzeczywistości w organizmie pacjenta odbywa się tytaniczna walka. Odkrycie to spowodowało istotny postęp w leczeniu AIDS. *Mimo że trój etapowa terapia kombinowana nie prowadzi do zupełnego wyeliminowania HIV, zmienia AIDS w chorobę przewlekłą, z którą pacjenci mogą żyć, – przynajmniej ci mający zapewniony dostęp do leków. Dała nadzieję, której wcześniej nie było.*

Osiągnięcia i rozgałęzienia rachunku różniczkowego i całkowego są do tego stopnia dalekosiężne, że nawet tak obszerna książka jak *Potęga nieskończoności* może wiele z nich jedynie zasygnalizować. W końcowych partiach książki wspomniana jest teoria nieliniowych równań różniczkowych i wynikająca z niej teoria chaosu, a także powiązania analizy matematycznej ze sztuczną inteligencją. Są to dziedziny matematyki, bez których nie da się uzyskać postępu w pracy nad największymi wyzwaniem poznawczymi naszych czasów: *poczynając od ewolucji gospodarek, społeczeństw i komórek, a kończąc na funkcjonowaniu układu odpornościowego, genów, mózgow i świadomości.* W tych dziedzinach, których matematyka, wywodząca się z rachunku różniczkowego i całkowego, nie spenetrowała jeszcze do końca, *zrozumienie jest nadal w fazie przedgalileuszowskiej i przedkeplerowskiej...* Mamy zatem przed sobą jeszcze długą drogę.